Математика.
Введение в математический анализ

27.09.2024

Конспект Сайфуллина Искандара БПО09-01-24

Область определения и область значений

Пусть $f : X \to Y$

D(f) – область определения

E(f) – область значений

Обратная функция

$f^{-1} : Y \to X$

Известные функции

Линейные

$f(x) = ax + b$

Степенные

$f(x) = ax^n + bx^{n-1} + ... + \text{const}$

Показательные

$f(x) = a^x$

Логарифмические

$f(x) = \log_a x$

Тригонометрические

$\sin(x), \cos(s), \text{tg}(x), \text{ctg}(x), \arcsin(x), \arctan(x)$

Гиперболические

$\boxed{sh(x), ch(x)}$

Сложная функция (Композиция функций)

$\boxed{f(g(x))}$

Монотонность

$\boxed{\forall x_1, x_2 : x_1 < x_2 : f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow f \text{ – возрастает}}$

$\boxed{\forall x_1, x_2 : x_1 < x_2 : f(x_1) > f(x_2) \Rightarrow f \text{ – убывает}}$

Предел функции

Окрестность точки

Пусть $a \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbb{R}$, тогда множество $B_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon)$ называется ε-окрестностью точки a

Пусть $a \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0, \varepsilon \in \mathbb{R}$, тогда множество $\dot{B}_\varepsilon(a) = (a - \varepsilon, a + \varepsilon) \setminus \{a\}$ называется проколотой ε-окрестностью точки a

Определение

$\boxed{\forall \varepsilon > 0 : \exists \delta > 0 : \forall x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x) - A| < \varepsilon}$

Односторонние пределы

TODO

Ну там чутка определение надо переписать

Бесконечность

TODO

Арифметические свойства пределов

$$\boxed{f(x) \to a \land g(x) \to b \Rightarrow f(x) \pm g(x) \to a \pm b}$$

$$\boxed{f(x) \to a \land g(x) \to b \Rightarrow f(x) * g(x) \to a * b}$$

$$\boxed{f(x) \to a \land g(x) \to b \land b \neq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{g(x)} \to \frac{a}{b}}$$

Бесконечно большая величина

$$\boxed{\forall E > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x)| > E}$$

Бесконечно малая величина

$$\boxed{\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 : \forall x \in D(f) : 0 < |x - a| < \delta \Rightarrow |f(x)| < \varepsilon}$$

Пусть α, β – бесконечно малые при $x \to a$

$$\lim_{x \to a} (\alpha(x) + \beta(x)) = 0$$

$$\lim_{x \to a} (f(x)\alpha(x)) = 0, f(x) \nrightarrow \infty$$

$$\lim_{x \to a} f(x) \neq 0 \Rightarrow \lim_{x \to a} \frac{\alpha(x)}{f(x)} = 0$$

Свойства пределов

$$\boxed{\lim_{x \to a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) \pm \lim_{x \to a} g(x)}$$

$$\boxed{\lim_{x \to a} (f(x) * g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) * \lim_{x \to a} g(x)}$$

$$\boxed{\lim_{x \to a} (c * g(x)) = c * \lim_{x \to a} f(x)}$$

$$\boxed{\lim_{x \to a} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{\lim_{x \to a} g(x)}, \lim_{x \to a} g(x) \neq 0}$$