Я ПРОПУСТИЛ ЧАСТЬ ЛЕКЦИИ. ЕСЛИ ЧЕГО-ТО НЕ ХВАТАЕТ, ТО МОЖЕТЕ ОТПРАВИТЬ СВОЙ КОНСПЕКТ, Я ДОПИШУ

Матрицы

Диагональная матрица

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & a_n \end{pmatrix}$$

Единичная матрица

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

Операция транспонирования

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Сумма

Размерность матриц должна совпадать

$$A_{\mathrm{m*n}} + B_{\mathrm{m*n}} = C_{\mathrm{m*n}}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{np} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Свойства сложения матриц:

- $A + B = B + A$
- $(A + B) + C = A + (B + C)$
- $\mathrm{A} + 0 = \mathrm{A}$
- $\mathrm{A} + (-\mathrm{A}) = 0$

Умножение матриц на число

$$k * \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k * a_{11} & k * a_{12} & \dots & k * a_{1n} \\ k * a_{21} & k * a_{22} & \dots & k * a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k * a_{m1} & k * a_{m2} & \dots & k * a_{mn} \end{pmatrix}$$

Свойства умножения матрицы на число:

- $1 * A = A$
- $(\alpha\beta)A = \alpha(\beta A)$
- $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
- $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$

Перемепножение матриц

$$A_{m*n} * B_{n*p} = C_{mxp}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{np} \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} (a_{11} * b_{11} + \dots + a_{1n} * b_{n1}) & (a_{11} * b_{12} + \dots + a_{1n} * b_{n2}) & \dots & (a_{11} * b_{1p} + \dots + a_{1n} * b_{np}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_{m1} * b_{11} + \dots + a_{mn} * b_{n1}) & (a_{m1} * b_{12} + \dots + a_{mn} * b_{n2}) & \dots & (a_{m1} * b_{1p} + \dots + a_{mn} * b_{np}) \end{pmatrix}$$

Свойства произведения матриц:

- $(AB)C = A(BC)$
- $AB \neq BA$
- $AE = EA$
- $(A + B)C = AC + BC; A(B + C) = AB + AC$
- $k(AB) = (kA)B = A(kB)$

Определитель матрицы

Применяется только к матрицам с равным количеством строк и столбцов

Определитель матрицы $2 * 2$:

$$A_{2*2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\Delta A = a_{11} * a_{22} - a_{12} * a_{21};$$

Определитель матрицы $3 * 3$

Правило треугольника:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$$

$$-a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Правило Саррюса:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{matrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{13} \cdot a_{21} \cdot a_{32} -$$

$$-a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{11} \cdot a_{23} \cdot a_{32} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33}$$

Свойства определителя

- $\Delta A = \Delta A^T$
- $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{12} & a_{11} \\ a_{22} & a_{21} \end{vmatrix}$
- $k * \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k{*}a_{11} & k{*}a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$
- $\begin{vmatrix} k{*}a_{11} & k{*}a_{12} \\ a_{11} & a_{12} \end{vmatrix} = \mathbf{0}$

Минор матрицы

Минор - это определитель матрицы, из которой вычеркнут n-ая столбец и m-ая строка

Алгебраическим дополнением элемента a_{ij} матрицы A называется число $A_{ij} = (-1)^{i+j} * M_{ij}$, где M_{ij} - дополнительным минор матрицы

Разложение определителя

$$\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}(-1)^{1+1} \begin{vmatrix} a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} +$$

$$+ a_{12}(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} + \ldots + a_{1n}(-1)^{1+n} \begin{vmatrix} a_{21} & \cdots & a_{2n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn-1} \end{vmatrix}.$$