



Bar-Ilan University  
אוניברסיטת בר-אילן

שם הקורס			מבני נתונים ואלגוריתמים 2
מס' הקורס			83224
צוות הקורס			פרופ' דרור רביץ רות סגל
שנה, סמסטר, מועד	שנה"ל תש"ף	סמסטר ב	מועד א
תאריך הבחינה			21/7/2020
משך הבחינה			100 דקות (שעה ו- 40 דקות)
חומר עזר			מותר
הנחיות			<ul style="list-style-type: none"><li>• המבחן כולל 2 עמודים (כולל עמוד זה) ו- 4 שאלות.</li><li>• יש לענות על כל השאלות.</li><li>• הוכיחו/נמקו את כל תשובותיכם. תשובה ללא הוכחה/נימוק לא תתקבל.</li><li>• כאשר מציגים אלגוריתם יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.</li><li>• מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול בתנאי שמצטטים אותה במדויק.</li><li>• השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים כדי לצבור מקסימום נקודות בזמן העומד לרשותכם.</li></ul> <p><b>בהצלחה!</b></p>

### שאלה 1 (25%):

נתונים מערך  $A$  שמכיל  $n$  מספרים שלמים ומספר טבעי  $k$ . תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמוצא אינדקס  $i \in \{2, \dots, n\}$  כך ש- $a_i - a_{i-1}$  הוא ההפרש ה- $k$  נמוך ביותר בין שני איברים עוקבים במערך  $A$ .

למשל, עבור  $A = (-2, 6, 1, -1, 2, 3, 0, 5, 1)$  ו- $k = 3$ , האינדקס הוא  $i = 7$ .

הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

### שאלה 2 (25%):

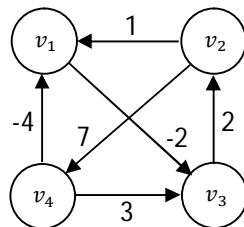
נתון מימוש של UNION-FIND ע"י מערך של רשימות, כך שבפעולת  $\text{UNION}(x, y)$  הקבוצה של  $x$  ממוזגת לקבוצה של  $y$  אם  $s_y \geq 2s_x$ , ואחרת הקבוצה של  $y$  ממוזגת לקבוצה של  $x$ , כאשר  $s_x$  מסמן את גודל הקבוצה של  $x$  ו- $s_y$  מסמן את גודל הקבוצה של  $y$ .

הוכיחו שסיבוכיות הפחת של כל פעולה בסדרה של  $m$  פעולות היא  $O(\log m)$ , כאשר נתון שהמבנה ריק בתחילת הסדרה. כלומר יש להוכיח שזמן הריצה של כל סדרה שכוללת  $m$  פעולות הוא  $O(m \log m)$ .

הדרכה: הסדרה יכולה לכלול פעולות UNION, FIND ו-MAKE.

### שאלה 3 (25%):

שאלה זו עוסקת באלגוריתם Johnson לחישוב מרחקים בין כל זוג צמתים בגרף מכוון. נתון הגרף המכוון הבא עם משקלים לקשתות:



חשבו את פונקציית הגובה  $h$  ואת פונקציית המשקל המתוקנת המתאימה  $w_h$  שמחושבות בשלב הראשון של אלגוריתם Johnson.

הסבירו את תשובתכם.

### שאלה 4 (25%):

נתונה רשת זרימה  $N = (G, c, s, t)$ , כך שבגרף התשתית של  $G$  אין מסלול פשוט מהמקור  $s$  לבור  $t$  שאורכו גדול מ- $k$ , עבור מספר שלם  $k$ .

תנו חסם עליון קטן ככל האפשר לסיבוכיות של אלגוריתם דיניץ לחישוב זרימת מקסימום ברשת.

הוכיחו את תשובותיכם.

הדרכה: גרף התשתית של גרף מכוון  $G$  הוא הגרף הלא מכוון שמתקבל לאחר ביטול כיוון הקשתות.