

מבני נתונים ואלגוריתמים 2 (83224) – תשפ"ד

תקציר פתרון תרגיל בית 3

הערה: שימו לב שהפתרונות כוללים רק רעיונות מרכזיים, ולכן לא ניתן להתייחס אליהם כאל פתרון מלא.

תקציר פתרון לשאלה 1:

א. ה יש לשנות את הפסאודו-קוד שראיתם בהרצאה (שקף 14 בהרצאה 5) כך שהקבוצה הקטנה תתמזג לתוך הגדולה. יש לעשות זאת ע"י השוואת בודה size של שני הנציגים. כמו כן, יש לעדכן את שדה size של נציג הקבוצה המאוחדת.

ב. נוכיח שלכל n , קיימת סדרת פעולות באורך n , כך שזמן הריצה של סדרת הפעולות הוא $\Theta(n \log n)$. הסדרה המתאימה לכך היא איחוד בודדים לזוגות, אח"כ זוגות לרביעיות, וכו'. עד שלבסוף מאחדים שתי קבוצות גדולות (ניתן לדמות זאת בעזרת עץ בינארי).

נניח ש- n הוא חזקה של 2, ונראה סדרה של $n - 1$ קריאות UNION שדורשת זמן ריצה כולל של $\Theta(n \log n)$. הסדרה מחולקת ל- $\log n - 1$ תתי סדרות, כך שתת הסדרה ה- k מכילה את הקריאה $\text{UNION}(2^k i + 1, 2^k i + 1 + 2^{k-1})$, לכל $i \in \{0, \dots, n/2^k - 1\}$. ניתן להראות שזמן הריצה שדורשת כל תת סדרה הוא $\Theta(n)$.

תקציר פתרון לשאלה 2:

חוק הקשת:

$$\begin{aligned} f_1(u, v) + f_2(u, v) &\leq f_1(u, v) + c_{f_1}(u, v) = f_1(u, v) + c(u, v) - f_1(u, v) = c(u, v) \\ \sum_v [f_1(u, v) + f_2(u, v)] &= \sum_v f_1(u, v) + \sum_v f_2(u, v) = 0 \quad \text{חוק הצמת:} \\ f_1(u, v) + f_2(u, v) &= -f_1(v, u) - f_2(v, u) = -[f_1(u, v) + f_2(u, v)] \quad \text{סימטריה ניגודית:} \end{aligned}$$

תקציר פתרון לשאלה 4:

נבנה רשת שירית ונריץ BFS אם יש מסלול פשוט מס s לז t אזי ישנו מסלול שיפור ולכן הזרימה אין מקסימלית.