מבני נתונים ואלגוריתמים 2 (83224) - תשפ"ד
תקציר פתרון תרגיל בית 1

הערה: חלק מהפתרונות כוללים רק רעיונות מרכזיים, ולכן לא ניתן להתייחס אליהם כאל פתרון מלא.

תקציר פתרון לשאלה 1:

א. כאשר $a_i = 1$ לכל i, המערך נראה כך: [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1].

במקרה זה כל המספרים במערך זהים. בכל חלוקה נוצרים שני תתי מערכים באורכים $n-1$ ו- 0.

ב. כאשר $a_i = i$ לכל i, המערך נראה כך: [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10].

במקרה זה המערך כבר ממוין מקטן לגדול, ומכיוון שאנו בוחרים כ- pivot את האיבר האחרון במערך יוצא מצב זהה למקרה א', כשבכל חלוקה נוצרים שני תתי מערכים באורכים $n-1$ ו- 0.

ג. כאשר $a_i = (n-i)\, mod3$ לכל i, המערך נראה כך: [0,1,2,0,1,2,0,1,2,0].

בשלב הראשון יווצרו שני תתי מערכים אחד של אפסים והשני של 1 ו2. תת המערך של האפסים ימוין כמו בסעיף א, תת המערך של 1 ו2 ויחולק לשני תתי מערכים, אחד של 1 ואחד של 2. שניהם ימויינו כמו בסעיף א.

ד. כאשר $a_{2i+1} = i+5$ ו $a_{2i} = n-5-i$ לכל i, המערך נראה כך: [5,5,4,6,3,7,2,8,1,9].

מכיוון שבכל פעם ניקח בתור pivot את האיבר האחרון שהוא הגדול ביותר או הקטן ביותר במערך הנוכחי אנו נקבל כי בכל חלוקה ניצור שני מערכים בגודל $n-1$ ו- 0.

תקציר פתרון שאלה 2:

א. העומק המינימלי מקיים את המשוואה $n\alpha^h < 2$. לכן נקבל $h = \frac{1-\log n}{\log \alpha}$.

העומק המקסימלי מקיים את המשוואה $n(1-\alpha)^h < 2$. לכן נקבל $h = \frac{1-\log n}{\log(1-\alpha)}$.

ב. חלוקה שהיא מאוזנת לא פחות מחלוקה בפרופורציה α ו- $1-\alpha$ דורשת שהציר יהיה בתחום $[\lceil \alpha n \rceil, \lfloor (1-\alpha)n \rfloor]$. ההסתברות לבחור איבר בתחום היא בערך $1-2\alpha = \frac{n-\alpha n-\alpha n}{n}$.

תקציר פתרון לשאלה 3:

האלגוריתם:

- נמצא את ה-k-מחלק ה- $\lfloor (k-1)/2 \rfloor$ ע"י האלגוריתם למציאת סטטיסטי הסדר ה- i.
- כעת נחלק את המערך לשני חלקים ע"י שימוש באיבר ה- $\lfloor (k-1)/2 \rfloor$ כציר (pivot).
- בזאת חילקנו את הבעיה לשתי בעיות, ויש לפתור אותן באופן רקורסיבי.

ניתוח הסיבוכיות מסתמך על כך שעץ הרקורסיה הוא בעומק $O(\log k)$.