

מבוא לתורת המשחקים

תרגיל בית 2

תרגיל 1:

מטרת התרגיל היא להוכיח כי במשחק שני שחקנים סכום אפס קבוצת האסטרטגיות האופטימליות של כל שחקן היא קבוצה קמורה.

נניח שלשחקן 1 יש k אפשרויות יהי $p = (p_1, p_2, \dots, p_k)$ ו $q = (q_1, q_2, \dots, q_k)$ שני וקטורי אסטרטגיה מעורבות של שחקן 1, לכל $\alpha \in [0,1]$ יהי $\tau = (\alpha \cdot p_1 + (1 - \alpha) \cdot q_1, \dots, \alpha \cdot p_k + (1 - \alpha) \cdot q_k)$

א. הראו כי τ הוא גם וקטור אסטרטגיה מעורבת

ב. הוכיחו כי לכל אסטרטגיה מעורבת של שחקן 2 σ_2 מתקיים

$$U(\tau, \sigma_2) = \alpha U(p, \sigma_2) + (1 - \alpha) U(q, \sigma_2)$$

ג. נאמר שהאסטרטגיה σ_1 מבטיחה תשלום v אם $U(\sigma_1, \sigma_2) \geq v$ לכל σ_2 , הוכיחו שאם p, q מבטיחות לשחקן לשחקן תשלום v גם τ מבטיחה תשלום v

ד. הסיקו כי אם p, q הן אסטרטגיות אופטימליות של שחקן 1, אז גם τ היא אסטרטגיה אופטימלית של שחקן 1.

ה. האם בכל משחק שני שחקנים (לא בהכרח סכום אפס) קבוצת האסטרטגיות האופטימליות של כל שחקן היא קבוצה קמורה? הוכיחו או מצאו דוגמה נגדית יש לנסח מחדש את הסעיף

תרגיל 2:

במשחק הבא חשבו את כל שיווי המשקל נאש ומצאו שיווי משקל מתואם שאינו בקמור של שיווי המשקל נאש

	L	C	R
T	0,0	2,4	4,2
M	4,2	0,0	2,4
B	2,4	4,2	0,0

(כרגיל, שחקן 1 הוא שחקן השורה, שחקן 2 הוא שחקן העמודה)

תרגיל 3:

תהי s_i פעולה נשלטת חזק של שחקן i . האם ייתכן שיווי משקל מתואם שבו האסטרטגיה s_i משוחקת בהסתברות חיובית? נמקו את תשובתכם

תרגיל 4:

הוכיחו כי במשחק שני שחקנים סכום אפס, בכל שיווי משקל מתואם התשלום לשחקן 1 הינו ערך המשחק באסטרטגיות מעורבות.