



שם הקורס			מבני נתונים ואלגוריתמים 2
מס' הקורס			83224
צוות הקורס			פרופ' דרור רביץ רות סגל
שנה, סמסטר, מועד	שנה"ל תש"ף	סמסטר ב	מועד ב
תאריך הבחינה			6/9/2020
משך הבחינה			100 דקות (שעה וארבעים)
חומר עזר			מותר
הנחיות			<ul style="list-style-type: none">• המבחן כולל 2 עמודים (כולל עמוד זה) ו-3 שאלות.• יש לענות על כל השאלות.• הוכיחו/נמקו את כל תשובותיכם. תשובה ללא הוכחה/נימוק לא תתקבל.• כאשר מציגים אלגוריתם יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.• מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול בתנאי שמצטטים אותה במדויק.• השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים כדי לצבור מקסימום נקודות בזמן העומד לרשותכם. <p>בהצלחה!</p>

שאלה 1 (36%):

שאלה זו עוסקת באלגוריתם Quicksort האקראי שהוצג בהרצאה.

18% א. תארו גרסה של השגרה Partition כך שתעבוד באותה סיבוכיות, תסדר את איברים ב- $A[p, r]$, ותחזיר שני אינדקסים q ו- q' כך שמתקיים:

- כל האיברים ב- $A[p, q - 1]$ קטנים מ- $A[q]$.
- כל האיברים ב- $A[q, q']$ זהים.
- כל האיברים ב- $A[q' + 1, r]$ גדולים מ- $A[q]$.

נתחו את זמן הריצה של השגרה.

18% ב. תארו שינוי של אלגוריתם Quicksort כך שתוחלת זמן הריצה של האלגוריתם תהיה $O(n \log n)$ גם במקרה שבו המערך שבקלט A כולל מספרים זהים.

נתחו את זמן הריצה של האלגוריתם.

הדרכה: מספיק להסביר איך לתקן את ניתוח זמן הריצה שניתן בהרצאה.

שאלה 2 (28%):

שאלה זו עוסקת באלגוריתם של Strassen לכפל מטריצות.

תארו את השלבים של ריצת האלגוריתם לחישוב המכפלה הבאה:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

שאלה 3 (36%):

בהינתן גרף לא מכוון $G = (V, E)$, קבוצה $I \subseteq V$ נקראת **בלתי תלויה** אם אין קשת בין כל שני צמתים מ- I , כלומר אם מתקיים $E \cap (I \times I) = \emptyset$. בבעיית הקבוצה הבלתי תלויה הקלט הוא גרף $G = (V, E)$, והמטרה היא למצוא קבוצה בלתי תלויה גדולה ביותר.

18% א. הוכיחו שהקבוצה I היא בלתי תלויה אם ורק אם הקבוצה $V \setminus I$ היא כיסוי בצמתים.

תזכורת: כיסוי בצמתים היא קבוצה צמתים $C \subseteq V$ כך שלכל $e \in E$ מתקיים $C \cap e \neq \emptyset$.

18% ב. תארו אלגוריתם יעיל, שבהינתן גרף $G = (V, E)$ שידוע שיש בו קבוצה בלתי תלויה שגודלה לפחות $\frac{1}{2}|V|$, מוצא בגרף קבוצה בלתי תלויה שגודלה לפחות $\frac{3}{4}|V|$.

נתחו סיבוכיות ויחס קירוב.

הדרכה: השתמשו באלגוריתם קירוב 2 עבור בעיית הכיסוי בצמתים.