

מבוא לתורת המשחקים

תרגיל בית 3

תרגיל 1:

נים (nim). נים הוא משחק שני שחקנים, שבו מונחות לפני השחקנים מספר ערמות גפרורים (מספר הערמות סופי, ובכל ערמה מספר סופי של גפרורים). כל שחקן בתורו בוחר ערמה מסוימת ולוקח ממנה כמה גפרורים שירצה (הוא חייב לקחת גפרור אחד). השחקן שלוקח את הגפרור האחרון על השולחן, מנצח.

א. האם נובע ממשפט פון-נוימן כי לאחד השחקנים אסטרטגיה מנצחת, נמקו?

בשלבים הבאים נראה כיצד לקבוע את זהותו של השחקן המצח ואת האסטרטגיה המנצחת שלו. נרשום בטור את מספר הגפרורים בכל ערמה בבסיס 2. למשל, אם יש 4 ערמות ומספר הגפרורים בערמות הוא 2,12,13,21 נרשום

10
1100
1101
10101

כעת נבדוק אם מספר ה-1-ים בכל עמודה הינו זוגי או לא. בדוגמא הנ"ל, בעמודה הראשונה (מימין) והרביעית מספר זוגי של 1-ים, ובשאר העמודות מספר אי-זוגי של 1-ים.

נקרא למצב משחק **עמדת ניצחון** אם מספר ה-1-ים בכל העמודות זוגי. מצב המשחק בדוגמא אינו עמדת ניצחון.

ב. הוכיחו כי מכל מצב משחק שאינו עמדת ניצחון אפשר להגיע לעמדת ניצחון במהלך אחד. בדוגמא שלנו אם ניקח 18 גפרורים מהערמה הגבוהה נקבל 2,12,13,3 ובבסיס 2 נקבל

10
1100
1101
11

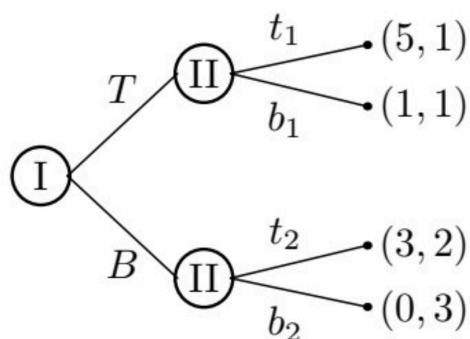
ג. הוכיחו שכל מהלך חוקי מוביל מעמדת ניצחון לעמדה שאינה עמדת ניצחון.

ד. הסבירו מדוע סוף המשחק הוא עמדת ניצחון

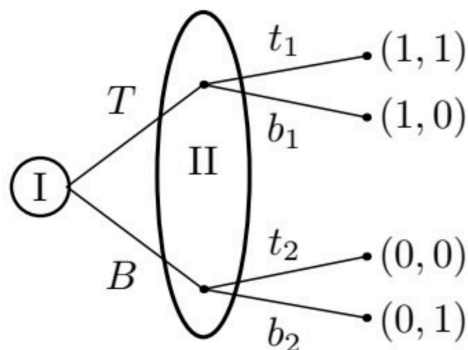
ה. הסבירו אילו מהשחקנים מסוגל לכפות ניצחון ותארו את האסטרטגיה המנצחת שלו?

תרגיל 2:

מצאו את כל שיווי המשקל במשחקים הבאים, רשמו על כל אחד מהם האם הוא שיווי משקל משוכלל



משחק ב



משחק א

תרגיל 3:

משחק הקפצת הצפרדע: הצפרדע בקומה - 1. משחק שני שחקנים, אם הצפרדע בקומה a , כל שחקן בתורו מעלה את הצפרדע לקומה גבוהה יותר החל מקומה $a + 1$ עד לקומה $a + X$, או להקיץ את הצפרדע לקומה $2 \cdot a$, השחקן הראשון שהביא את הצפרדע לקומה Y או גבוהה ממנה, ניצח

- הראו שעבור $Y=100$ קיים X שבו לשחקן 1 אחד אסטרטגיה מנצחת.
- הראו שעבור $Y=100$ קיים X שבו לשחקן 2 אסטרטגיה מנצחת.
- חשבו את האסטרטגיה המנצחת עבור $X=2, Y=16$
- הראו שלכל Y, X אם בנוסף שחקן אחד יכול לבחור את שהקומה ההתחלתית במשחק תהיה 1 או 2 אז יש לו אסטרטגיה מנצחת

תרגיל 4:

א. רשמו את כל שיווי המשקל המשוכללים במשחק הבא

