



אוניברסיטת בר-אילן

הפקולטה להנדסה

מבני נתונים ואלגוריתמים 2 - (01-83224)

שנה"ל תשפ"א, סמסטר ב', מועד ג'

תאריך 17/10/2021 16:00 מטלה 1.1



HEB

קוד נבחן: _____

מרצה: פרופ' רביץ דרור

משך הבחינה: שעתיים וחצי.

חומר עזר: אין להשתמש בכל חומר עזר מכל סוג שהוא.

מחשבון: השימוש במחשבון אסור.

ועדת המשמעת מזהירה!
אסור להוציא, לצלם או להעתיק את השאלון ולסמן עליו בטוש זוהר. יש לכתוב בעט כחול/שחור בלבד (סימון בעיפרון או בכל צבע אחר לא יקלט בסריקה).
חובה להחזיר למשגיח/ה בבחינה כל חומר שהתקבל לידיך (שאלון בחינה, נספח או מחברת). היציאה לשירותים בהתאם להנחיות ואישור המשגיח/ות
בלבד. עזיבת חדר הבחינה תותר רק לאחר חצי שעה. אין לשוחח במהלך הבחינה. יש להישמע להנחיות המשגיח/ות. יש להניח ליד המשגיח/ה בבחינה את
כל החפצים שברשותך שאינם נחוצים לצורך הבחינה ו/או שאסורים בשימוש בזמן הבחינה. החזקת מכשירים אלקטרוניים מכל סוג שהוא (סלולר, ביפר, שעון
חכם, אוזניות) או כל מכשיר שידור/צילום, גם אם הם כבויים, אסורה בהחלט ומביאה לפסילה של הקורס. נבחנים/ות שיימצאו ברשותם חומרי עזר אסורים
או שיפרו את טוהר הבחינות, יענשו בחומרה עד כדי הרחקה מהאוניברסיטה. נגד העוברים/ות על הוראות אלו תוגש תלונה לוועדת המשמעת

בהצלחה!



מבני נתונים ואלגוריתמים 2			שם הקורס
83224			מס' הקורס
פרופ' דרור רביץ הלל אוסטר, מיטשל בוטובסקי			צוות הקורס
מועד ג	סמסטר ב	שנה"ל תשפ"א	שנה, סמסטר, מועד
17/10/2021			תאריך הבחינה
שעתיים וחצי			משך הבחינה
אסור			חומר עזר
<ul style="list-style-type: none">• המבחן כולל 3 עמודים (כולל עמוד זה) ו-4 שאלות.• יש לענות על כל השאלות.• הוכיחו/נמקו את כל תשובותיכם. תשובה ללא הוכחה/נימוק לא תתקבל.• כאשר מציגים אלגוריתם יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.• מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול בתנאי שמצטטים אותה במדויק.• השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים כדי לצבור מקסימום נקודות בזמן העומד לרשותכם. <p>בהצלחה!</p>			הנחיות

שאלה 1 (27%):

- נתון מימוש של UNION-FIND ע"י מערך של רשימות, כך שבפעולת $\text{UNION}(x, y)$ הקבוצה של x ממוזגת לקבוצה של y אם $s_x \leq \log_2 n$ או אם $s_x \leq s_y$, ואחרת הקבוצה של y ממוזגת לקבוצה של x , כאשר s_x מסמן את גודל הקבוצה של x ו- s_y מסמן את גודל הקבוצה של y .
- 15% א. הוכיחו שסיבוכיות הפחת של כל פעולה בסדרה של m פעולות היא $O(\log m)$, כאשר נתון שהמבנה ריק בתחילת הסדרה.
- כלומר יש להוכיח שזמן הריצה של כל סדרה שכוללת m פעולות הוא $O(m \log m)$.
- 12% ב. הוכיחו שהחסם שחישבנו בסעיף א' הדוק, כלומר שלכל m , קיימת סדרה של m פעולות שלוקחת $\Omega(m \log m)$ זמן.

שאלה 2 (16%):

תכננו מבנה נתונים שמתחזק קבוצה S של מספרים שלמים ושתומך בשתי הפעולות הבאות:

- $\text{PUSH}(x, S)$ – הכנס את האיבר x לקבוצה S .
- $\text{POP}(S)$ – הוצא איבר מ- S בסדר LIFO.
- $\text{ISEMPTY}(S)$ – החזר TRUE אם הקבוצה ריקה ואחרת החזר FALSE.
- $\text{REMOVE-OLDEST}(S, k)$ – הוציאו את k האיברים שהוכנסו ראשונים ל- S .

תארו מימוש של הפעולות בפסאודו-קוד כך שסיבוכיות הפחת של הפעולות תהיה $O(1)$, כלומר שביצוע של סדרה של m פעולות תדרוש $O(m)$ זמן, בהנחה שבתחילת הסדרה המבנה ריק.

נתחו את סיבוכיות הפחת של המימוש שתיארתם.

שאלה 3 (27%):

נתון גרף מכון $G = (V, E)$ עם משקלים על הקשתות כך שמתקיים $w(e) \geq 1$ לכל קשת e . כמו כן, נתון צמת מקור s . העלות של מסלול P מהמקור s לצמת t הוא מכפלת המשקלים של הקשתות במסלול P , כלומר הוא מוגדר ע"י

$$w(P) = \prod_{e \in P} w(e)$$

מסלול זול ביותר מ- s ל- t הוא מסלול מ- s ל- t שמביא למינימום את $w(P)$.

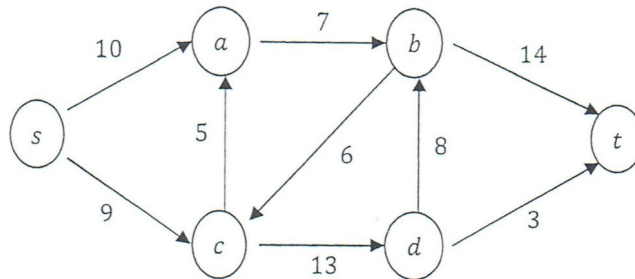
- 12% א. הוכיחו שלכל גרף G , מקור s , וצמת t ששייג מ- s קיים מסלול קל ביותר מ- s ל- t שהוא פשוט.
- 15% ב. תארו אלגוריתם יעיל שמוצא מסלולים קלים ביותר מ- s לכל צמת t בגרף.
- הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות.

שאלה 4 (30%):

שאלה זו עוסקת באלגוריתם capacity scaling לחישוב זרימת מקסימום ברשת זרימה עם קיבולים שלמים. כזכור אלגוריתם capacity scaling חושף בכל פאזה ביט נוסף של קיבולי הקשתות, כלומר i הביטים הגבוהים בייצוג הבינארי של הקיבולים חשופים בפאזה ה- i . הניחו שאלגוריתם בוחר מסלולי שיפור ע"י שימוש ב-BFS.

הערה: אין קשר בין הסעיפים.

15% א. נתונה הרשת הבאה:



הריצו את שתי הפאזות הראשונות של האלגוריתם.

15% ב. בסעיף זה ננתח גרסה של האלגוריתם שחושפת שני ביטים בכל פאזה, כלומר $2i$ הביטים הגבוהים בייצוג הבינארי של הקיבולים חשופים בפאזה ה- i .

תנו חסם עליון קטן ככל האפשר לסיבוכיות של האלגוריתם.

הוכיחו את תשובתיכם.