



Bar-Ilan University
אוניברסיטת בר-אילן

שם הקורס			מבני נתונים ואלגוריתמים 2
מס' הקורס			83224
צוות הקורס			פרופ' דרור רביץ הלל אוסטר, מיטשל בוטובסקי
שנה, סמסטר, מועד	שנה"ל תשפ"א	סמסטר ב	מועד ב
תאריך הבחינה			31/8/2021
משך הבחינה			שעתיים וחצי
חומר עזר			אסור
הנחיות			<ul style="list-style-type: none">• המבחן כולל 3 עמודים (כולל עמוד זה) ו-4 שאלות.• יש לענות על כל השאלות.• הוכיחו/נמקו את כל תשובותיכם. תשובה ללא הוכחה/נימוק לא תתקבל.• כאשר מציגים אלגוריתם יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.• מותר להשתמש בכל טענה שהוכחה בהרצאה או בתרגול בתנאי שמצטטים אותה במדויק.• השתדלו לא להתעכב יתר על המידה על סעיף מסוים כדי לצבור מקסימום נקודות בזמן העומד לרשותכם. <p>בהצלחה!</p>

שאלה 1 (30%):

נתונים k עצי חיפוש בינאריים T_1, \dots, T_k (שצומתיהם מכילים מספרים), כאשר ב- T_i יש n_i צמתים, לכל i , ומתקיים $n = \sum_i n_i$. ניתן להניח שכל המספרים המופיעים בעצים שונים זה מזה.

15% א. נתון שמתקיים $k = 2$. תארו אלגוריתם שרץ בזמן $O(n)$, שמחשב עץ חיפוש בינארי יחיד בגובה $O(\log n)$ שמכיל את המספרים המופיעים בעצים.

רמז: בשלב ראשון "הורידו" את המספרים מהעצים לתוך מערכים. כמו כן חישבו כיצד ניתן לבנות עץ מאוזן בהינתן מערך ממוין של המספרים.

15% ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר, שבהינתן k העצים, מחשב עץ חיפוש בינארי יחיד בגובה $O(\log n)$ שמכיל את המספרים המופיעים בעצים.

בשני הסעיפים יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.

שאלה 2 (15%):

תכנונו מבנה נתונים שמתחזק קבוצה S של מספרים שלמים שונים שתומכת בשתי הפעולות הבאות:

- $\text{INSERT}(x, S)$ – הכנס את האיבר x לקבוצה S .
- $\text{REMOVE-BOTTOM-QUARTER}(S)$ – הוציאו את $\left\lceil \frac{n}{4} \right\rceil$ האיברים הקטנים ביותר מתוך S .

תארו מימוש של הפעולות בפסאודו-קוד כך שסיבוכיות הפחת של שתי הפעולות תהיה $O(1)$, כלומר שביצוע של סדרה של m פעולות תדרוש $O(m)$ זמן, בהנחה שבתחילת הסדרה המבנה ריק.

נתחו את סיבוכיות הפחת של המימוש שתיארתם.

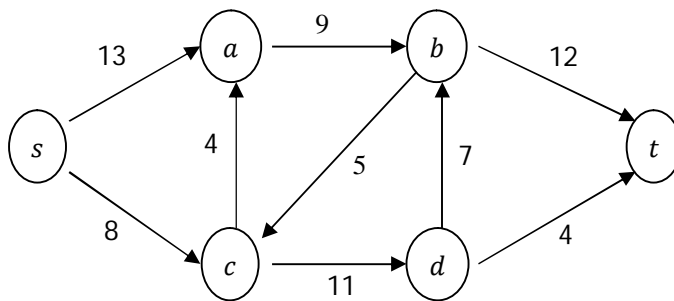
שאלה 3 (30%):

שאלה זו עוסקת באלגוריתם capacity scaling לחישוב זרימת מקסימום ברשת זרימה.

הניחו שאלגוריתם בוחר מסלולי שיפור ע"י שימוש ב-BFS.

אין קשר בין הסעיפים.

15% א. נתונה הרשת הבאה:



הריצו את שתי הפאזות הראשונות של האלגוריתם.

15% ב. נתונה רשת זרימה $N = (G, c, s, t)$, שעבורה מתקיים $c(e) = K$, לכל קשת $e \in E$, עבור קבוע חיובי כלשהו $K \in \mathbb{N}$.

תנו חסם עליון קטן ככל האפשר לסיבוכיות של אלגוריתם capacity scaling ברשת הנ"ל.

הוכיחו את תשובותיכם.

שאלה 4 (25%):

שאלה זו עוסקת בחישוב של פולינום ששורשיו נתונים בקלט.

כלומר בהינתן n מספרים r_0, \dots, r_{n-1} , נרצה לחשב ביעילות את הפולינום

$$p(x) = (x - r_0)(x - r_1) \cdots (x - r_{n-1})$$

15% א. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמחשב את המקדמים של הפולינום p .

הדרכה: השתמשו באלגוריתם הפרד ומשול.

10% ב. תארו אלגוריתם יעיל ככל האפשר שמחשב את המקדמים של הפולינום p , כאשר נתון ש- $r_i = r_j$, לכל $i \neq j$.

בשני הסעיפים יש להוכיח נכונות ולנתח סיבוכיות.