עבודה תורת המשחקים:

ברק בן אקון 318509056

שקד חן 207253220

<u>תרגיל 1:</u>

מטרת התרגיל היא להוכיח כי במשחק שני שחקנים סכום אפס קבוצת האסטרטגיות האופטימליות של כל שחקן היא קבוצה קמורה.

נניח שלשחקן 1 יש k אפשרויות יהי $p = (p_1, p_2, \ldots, p_k)$ ו $q = (q_1, q_2, \ldots q_k)$ שני וקטורי אסטרטגיה מעורבות של שחקן 1, לכל $\alpha \in [0,1]$ יהי $\tau = (\alpha \cdot p_1 + (1-\alpha) \cdot q_1, \ldots, \alpha \cdot p_k + (1-\alpha) \cdot q_k)$

שאלה 1:

צריך להוכיח שגם τ הוא ווקטור הסתברויות מעורב.

שלב ראשון נרצה להבין מה זה אומר וקטור אסטרטגיה מעורבת,

זה אומר שלכל מצב i, יש סיכוי p_i שהוא יקרה.

$$\tau = (a \cdot p_1 + (1-a) \cdot q_1, \ldots, a \cdot p_k + (1-a) \cdot q_k$$

$$\tau = (a \cdot p_1 +, \ldots, a \cdot p_k) + ((1-a) \cdot q_1, \ldots, (1-a) \cdot q_k)$$

$$\tau = a \cdot (p_1, \ldots, p_k) + (1-a)(q_1, \ldots, q_k)$$

ידוע ש

$$\sum q_i = 1, \sum p_i = 1 \rightarrow \sum (a p_i + (1-a) q_i) = 1$$

ולכן τ הינו וקטור אסטרטגיות מעורבות.

ב

ב. הוכיחו כי לכל אסטרטגיה מעורבת של שחקן 2 σ_2 מתקיים
$U(\tau, \sigma_2) = \alpha U(p, \sigma_2) + (1-\alpha) U(q, \sigma_2)$

$$U(\tau, \sigma_2) = U(s_1, s_1) \cdot [a \cdot p_1 + (1-a) \cdot q_1] + \cdots + U(s_k, s_k) \cdot [a \cdot p_k + (1-a) \cdot q_k]$$

$$U(\tau, \sigma_2) = U(s_1, s_1) \cdot a \cdot p_1 + U(s_1, s_1) \cdot (1-a) \cdot q_1 + \cdots$$
$$+ U(s_k, s_k) \cdot a \cdot p_k + U(s_k, s_k) \cdot (1-a) \cdot q_k$$

$$U(\tau, \sigma_2) = a \, [\, U(s_1, s_1) \cdot p_1 + \cdots + U(s_k, s_k) \cdot p_k]$$

$$+(1-a)\cdot[U(s_1,s_1)\cdot q_1+\cdots+\ U(s_k,s_k)\cdot q_k]$$

$$U(\tau,\sigma_2)=a\cdot U(p,\sigma_2)+(1-a)\cdot U(q,\sigma_2)$$

ג.

ג. נאמר שהאסטרטגיה σ_1 מבטיחה תשלום v אם $U(\sigma_1,\sigma_2)\geq v$ לכל σ_2, הוכיחו שאם p,q מבטיחות לשחקן תשלום v גם τ מבטיחה תשלום v

$$U(p,\sigma_2)\geq v, U(q,\sigma_2)\geq v$$

$$U(\tau,\sigma_2)=a\cdot U(p,\sigma_2)+(1-a)\cdot U(q,\sigma_2)$$

$$U(\tau,\sigma_2)\geq a\cdot v+(1-a)\cdot v$$

$$U(\tau,\sigma_2)\geq v$$

ד.

ד. הסיקו כי אם p,q הן אסטרטגיות אופטימליות של שחקן 1, אז גם τ היא אסטרטגיה אופטימלית של שחקן 1.

אם p , q הינם אסטרטגיות אופטימליות משמע

$$U(p)=U(q)=v$$

$$U(\tau,\sigma_2)=a\cdot U(p,\sigma_2)+(1-a)\cdot U(q,\sigma_2)$$

$$U(\tau,\sigma_2)=a\cdot v+(1-a)\cdot v$$

$$U(\tau,\sigma_2)=v$$

מכיוון שיש לו את אותו תוצאה אזי הוא גם אסטרטגיה אופטימלית.

<u>תרגיל 3:</u>

תהי s_i פעולה נשלטת חזק של שחקן i. האם ייתכן שיווי משקל מתואם שבו האסטרטגיה s_i משוחקת בהסתברות חיובית? נמקו את תשובתכם

נחזור על ההגדרות, אסטרטגיה נשלטת חזק הינה אומרת שלכל מצב וקטור מצב S_i

ופעולה x_i קיימת פעולה y_i אשר נותנת , תוצאה גדולה יותר.

שזה אומר שתמיד שווה לבחור באסטרטגיה אחרת.

ולכן, לא יכול להיות שהיה קיים שווי משקל מתואם שבה s_i תהיה מכיוון שתמיד יהיה שווה לשחקן להחליף לאסטרטגיה השולטת חזק עליו.