

## מבני נתונים ואלגוריתמים 83224 2 (תשפ"ד) - תרגיל 4

הנחיות הגשה:

- מועד הגשה: 6/10/24, הגשה באתר מודל בלבד.
- ניתן להגיש בזוגות, על כל סטודנט להגיש עותק משלו באתר המודל.

### שאלה 1:

בבעיית הגיבוי נתון גרף דו-צדדי לא מכוון  $G = (C, S, E)$ , כאשר  $C$  היא קבוצת לקוחות ו- $S$  היא קבוצת שרתים. לכל לקוח  $c \in C$  יש קובץ שהוא רוצה לגבותו באחד משכניו השרתים (כל הקבצים באותו גודל), וכל שרת  $s$  יכול לאחסן עד  $\ell(s)$  קבצים.

פתרון לבעיה הוא פונקציה  $b: C \rightarrow S$  שמתאימה שרת לכל לקוח, כך שמתקיים:

- לקוח מקבל שירות רק משרת שכן, כלומר  $(c, b(c)) \in E$ , לכל לקוח  $c$ .
- העומס על כל שרת חסום ע"י מגבלת העומס שלו, כלומר  $|\{c : b(c) = s\}| \leq \ell(s)$ , לכל שרת  $s$ .

המטרה בבעיית הגיבוי היא למצוא פתרון שמביא למקסימום את מספר הלקוחות שקיבלו שירות.

- הראו שבעיית שידוך המקסימום בגרף דו-צדדי היא מקרה פרטי של בעיית הגיבוי.
  - תארו אלגוריתם יעיל שפותר את בעיית הגיבוי.
- נתחו סיבוכיות והוכיחו נכונות.

### שאלה 2:

יהי  $G = (L, R, E)$  גרף דו צדדי שבו דרגת כל צמת היא בדיוק  $d$ , עבור  $d > 0$ . שידוך מושלם הוא שידוך שבו כל צמת נוגע בקשת שידוך.

- הוכיחו שמתקיים  $|L| = |R|$ .
  - הוכיחו שקיים ב- $G$  שידוך מושלם.
- הדרכה: בנו רשת זרימה מתאימה, והראו קיום של זרימה שערכה  $|L|$ .

### שאלה 3:

יש לכפול מטריצה  $A$  בת  $2n$  שורות ו- $n$  עמודות במטריצה  $B$  בעלת  $n$  שורות ו- $2n$  עמודות.

- הסבירו כיצד ניתן לחשב את  $C = AB$  ע"י שימוש באלגוריתם של Strassen.
- חשבו במדויק את מספר פעולות הכפל ומספר פעולות החיבור/חיסור הדרושות עבור  $n = 2$ .

### שאלה 4:

בשאלה זו נוסף שדה שנקרא size לרשימת דילוגים. משמעות השדה היא שאם יש שני צמתים עוקבים  $a_1$  ו- $a_2$  באותה רמה, אז השדה size של  $a_1$  יכיל את מספר האיברים ברמה 0 שנמצאים בין  $a_1$  ו- $a_2$ .

- תארו איך מתחזקים את ערך השדה בפעולות INSERT ו-DELETE.
- הסבירו איך ניתן למצוא את סטטיסטי הסדר ה- $i$  ע"י שימוש בשדות ה-size שבמבנה.