תרגיל בית 3

שאלה 1

גודל מדגם הוא 100. מספר הקבלה הוא 2.

א. בני/ה עקומת OC על סמך 15 נקודות על ידי קירוב לפילוג פואסוני.

ב. נתון $AQL=0.01$ ו-$LTPD=0.07$. האם תוכנית הדגימה עומדת בדרישות $\alpha=0.05$ ו-$\beta=0.1$?

ג. במידה ותוכנית הדגימה אינה עומדת בדרישות, הצע/י תכנית דגימה שתעמוד בדרישות.

שאלה 2

במפעל מיוצרים צמיגים, במנות של 1000 יחידות. עלות בדיקת צמיג לפני הפצתו לשוק היא 0.5$. עלות הגעת צמיג פגום לצרכן היא 20$ (אבדן מוניטין, סכנת תביעות וכו'). להערכת מהנדס האיכות של המפעל, אחוז הצמיגים הפגומים בכל מנת ייצור הוא 6%. מהנדס האיכות שוקל שלוש תוכניות בדיקה אפשריות:

- לבדוק 100% מהצמיגים המיוצרים (הנח/י כי אם נמצא במנה צמיג פגום הוא מוחלף בצמיג תקין)
- לא לבדוק כלל
- לבדוק על פי תוכנית בדיקה שבה $n=70$, $c=3$ הנח/י כי אם מנה נדחית, היא נבדקת ב-100% לפני הפצתה לצרכנים. אם המנה מתקבלת, אולם התגלו בה פריטים פגומים, הפריטים הללו מוחלפים בפריטים תקינים לפני ההפצה.

א. מהי התוכנית הכדאית ביותר מבחינה כלכלית?

ב. האם תוכל לחשוב על שיקולים נוספים, מלבד השיקול הכלכלי, שעשויים להשפיע על התוכנית הנבחרת?

שאלה 3

מפעל לייצור מתגים חשמליים שולח ללקוחותיו משלוחים בני 500 יחידות כל אחד. אחד הלקוחות מצא כי 8% מהמתגים המגיעים אליו הנו פגום. לפיכך, החליט להנהיג בדיקות קבלה עם הגעת המשלוחים: עם קבלת המשלוח ייבדקו 20 מתגים – אם יימצאו 3 פגומים או יותר, יידחה המשלוח.

א. מה ההסתברות לקבלת המשלוחים?

ב. ענ/ה שוב על סעיף א' על ידי קירוב לפואסוני.

ג. ענ/ה שוב על סעיף א' על ידי קירוב לנורמלי.

שאלה 4

סמנו את התשובה הנכונה ונמקו תשובתכם:

א. עקום אפיון (עקום OC) לתוכנית דגימת קבלה מבטא את:

א. הקשר שבין גודל המדגם לגודל המנה הנבחנת

ב. הקשר שבין AQL ו-LTPD

ג. הסתברות קבלת המנות כתלות באיכות תהליך הבדיקות

ד. אף אחת מהתשובות אינה נכונה

בציר ה x, רואים אחוזים מסוימים ובציר ה y, את הסיכוי לקבל את המנה באיכות עיכוני זה.

ב. איזה מהמשפטים הבאים נכון?

א. β בהכרח גבוה מ- α

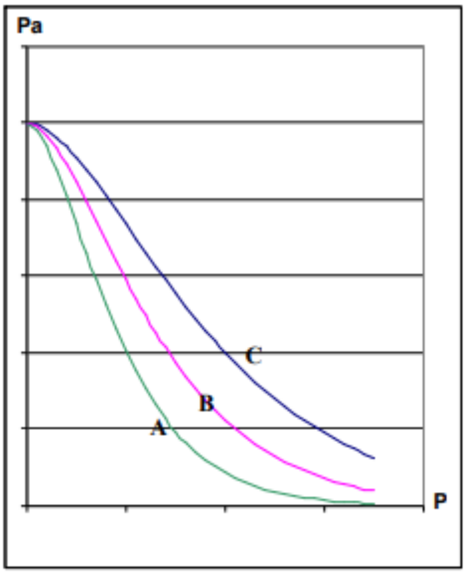
ב. AQL בהכרח נמוך מ-LTPD

ג. Pa נמוך תמיד מ-p

ד. כל המשפטים נכונים

בהגדרה AQL הסיכוי שהצרכן ימכן אותו LTPD המקסימום הזה.

ג. נתונות שתי תוכניות דגימה. בתוכנית א' n=20 ו-c=1, ובתכנית ב' n=50 ו- c=1.
באיור להלן – 3 עקומי אפיון (עקומי OC). ציין/י את המשפט הנכון, המתאר באופן כללי את הקשר שבין עקום האפיון של תוכנית א לבין עקום האפיון של תכנית ב':



א. אם העקום של תוכנית א' הוא B לא ~~ניתן~~ לדעת האם עקום האפיון של תכנית ב' הוא A או C.

ב. אם עקום האפיון של תכנית ב' הוא A, אזי ~~בהכרח~~ עקום האפיון של תכנית א' הוא כמו B.

ג. אם עקום האפיון של תכנית א' הוא C, אזי עקום האפיון של תכנית ב' יכול להיות A או B.

ד. ייתכן שהעקום של תוכנית א' הוא A ושהעקום של תכנית ב' הוא B.

מכיוון שברור
שהסיכוי לקבל מנה עם
פגום יותר מפגום יורדת עם
אבל ההסתברות ורואים שמגדול
יותר הסיכוי לקבל מנה טוב
קטן.

ד. ההסתברות לקבלת מנה העומדת בדרישות הראי"ר מוגדרת כ:

א. $\alpha + 1$

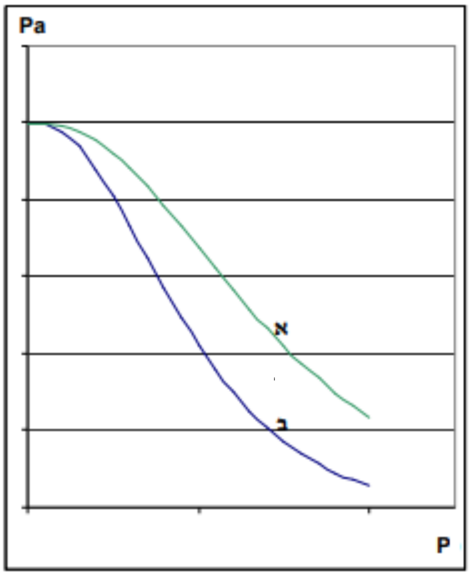
ב. $1 - \beta$

ג. 1 - α

ד. β

ההסתברות לקבלת מנה העומדת ברמת
האיכות הרצויה, היא α-1. מכיוון שהסיכוי לדחות
מנה שעומדת בדרישות האיכות זה סיכון היצרן שזה α.

ה. להלן שני עקומי OC, של שתי תוכניות דגימה שונות – א' ו-ב' בהתאמה. אילו מהמשפטים הבאים (המתייחסים לתרשים) נכון ?



א. אין הבדל ~~בטיב~~ ההגנה שנותנות שתי התוכניות ליצרן.

ב. לא ניתן ~~לדעת~~ איזו תוכנית נותנת הגנה טובה יותר לצרכן.

ג. תכנית הדגימה המוצגת על ידי עקום ב' מגנה יותר על היצרן, בעוד שתוכנית הדגימה המיוצגת על ידי עקום א' מגנה יותר על הצרכן.

ד. תכנית הדגימה המוצגת על ידי עקום ב' מגנה יותר על הצרכן, בעוד שתוכנית הדגימה המיוצגת על ידי עקום א' מגנה יותר על היצרן.

מכיוון שאחוז
פגומים גבוה
יותר, יש יותר
סיכוי לקבלה זה
מצב לצרכן.

[illegible]ה 5

[illegible] "בוב הבנאי" המשווקת ערכות כלי עבודה, מייצרת בעצמה את כלי [illegible]בודה ה[illegible] הכלולים בערכות, אך מזמינה את קופסאות הפלסטיק מספק משנה. ב[illegible]דים הו[illegible]בי החברה תבצע בעצמה בדיקות קבלה לקופסאות הפלסטיק, על פ[illegible] 2859 בהת[illegible]מת בחינה II, דגימה בודדת, גודל מנה 150 יחידות, רא"ר 2.5%. [illegible]ייפסלו יישלח[illegible] לספק המשנה (על חשבונו), והוא ייקנס בגין העיכוב שנגרם ל[illegible]

א. מצא[illegible] תוכנית הדגימה לבחינה מחמירה

ב. מה ה[illegible]ת הקבלה של מנות המכילות 4% פגומים על פי תוכנית [illegible]

ג. הספק [illegible] להקטין את הסכנה לתשלום הקנס, ועל כן החליט ל[illegible] את התוצרת בדיקה ב[illegible] לפני שילוחה למפעל של חברת "בוב": הבדיקה ת[illegible] לפי אותו תקן, בהתאם ל[illegible] בחינה רגילה בודדת ברמת בחינה I, רא[illegible] 2.5[illegible]. מצא/י את הסתברות ה[illegible] של מנות המכילות 4% פגומים על פי תכני[illegible]

ד. מה ההסתברו[illegible]נה המכילה 4% פגומים תעבור גם אצ[illegible]ק המשנה וגם אצל "בוב הבנאי"?

ה. מה ההסתברות ש[illegible] המשנה ישלם קנס עבור מנה המ[illegible] 4% פגומים (הנח/י כי כאשר ספק המשנ[illegible]תר מנה שאינה עוברת את הב[illegible] שלו, הוא פוסל אותה בעצמו, ואינו מעביר [illegible] הלאה)?

שאלה 6

חברה בינלאומית לייצור צמ[illegible] מוכרת ליבואן [illegible] מנות בגודל 4000 יחידות. במסגרת המשא ומתן בין החבר[illegible]יה על הצדדי[illegible]כים על תוכנית דגימה. מאחר שלחברה הבינלאומית כוח מיקו[illegible]מזה של ה[illegible] בארץ היא הציעה לו לבחור אחת משתי תוכניות לפי תקן [illegible]STD 105E:

- תוכנית א' – רמת בחינה I, ת[illegible] בכפול[illegible]ילה, רא"ר 2.5%
- תוכנית ב' – רמת בחינה I, תוכ[illegible] מחמירה, רא"ר 4%

היבואן מצדו מעוניין להקטין ככל האפ[illegible] הסיכון שלו לגבי מנות באיכות גבולית (LTPD) של 6.5% פגומים, ולצמצם ככל ה[illegible]את הסיכוי לקבלתן.

א. איזו מן התוכניות כדאי ליבואן ל[illegible]

ב. מה סיכון היצרן בתוכנית שנבח[illegible]

שאלה 7

סמן/י את התשובה הנכונה ביותר [illegible]:

א. חברה המבצעת דגימות לפי [illegible] 2859 מתכננת [illegible] משיטת הבחינה המחמירה שנהוגה בה לבחינה רגילה. [illegible] המנות ורמת הבחי[illegible]ם צפויים להשתנות. כיצד יבוא השינוי לידי ביטוי?

1. גודל המדגם י[illegible] מספרי הקבלה והדחייה יקט[illegible]
2. גודל המדגם [illegible] ומספרי הקבלה והדחייה יגדל[illegible]
3. גודל המדג[illegible]אר קבוע, אך מספרי הקבלה והדח[illegible]לו
4. גודל המד[illegible]שאר קבוע, אך מספרי הקבלה והדחיי[illegible]נו
5. אות הצ[illegible]עבור לאות הצופן הבאה, בלי שינוי במספ[illegible]בלה

ב. מנה בגודל [illegible]0 [illegible]מכילה 6% פגומים נבחנת לפי ת"י 2859. תו[illegible]דגימה היא בחינה כפול[illegible]ה, רא"ר 4% ורמת הבחינה 1. מה הסיכוי שהמנה [illegible]ל?

1. [illegible]%
2. [illegible]
3. [illegible]
4. 73[illegible]

88%[illegible]

שאלה 1

גודל מדגם הוא 100. מספר הקבלה הוא 2.

א. בנ/ה עקומת OC על סמך 15 נקודות על ידי קירוב לפילוג פואסוני.

ב. נתון AQL=0.01 ו-LTPD=0.07. האם תוכנית הדגימה עומדת בדרישות $\alpha=0.05$ ו-$\beta=0.1$?

? • ג. במידה ותוכנית הדגימה אינה עומדת בדרישות, הצע/י תכנית דגימה שתעמוד בדרישות.

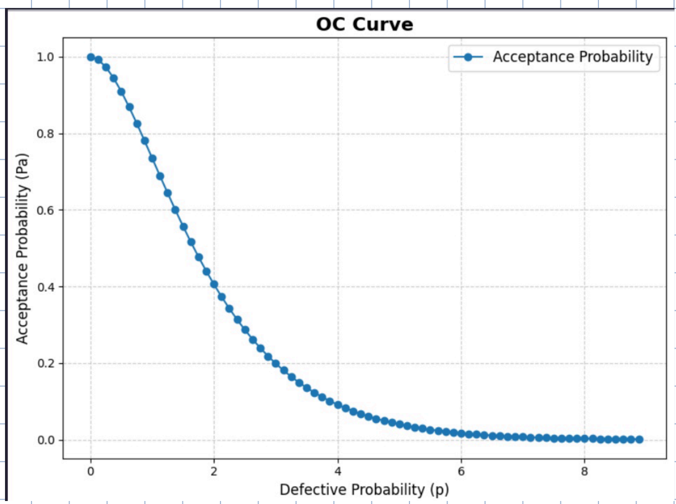
$n=100$

$c=2$

א) מה שמבקשים בעצם זה להגדיר גודל מדגם n, ומספר קבלה c, לבדוק את, עבור אינטרוול נגדיר 15 נקודות בין 0 ל 1.

$$P(X\le c \mid p=p^* \wedge n)=\sum_{k=0}^{k=c}\frac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

לצורך קיצור הרצתי במחשב...



ב) $AQL=0.01$, $LTPD=0.07$, $\alpha=0.05$, $\beta=0.1$?

נזכיר, $\alpha \leftarrow$ סיכון היצרן, ההסתברות לדחות מנה ששיעור הפגומים בה הוא AQL

$$\alpha=P(X>c \mid p=AQL)=1-P(X\le c \mid p=AQL)=1-\sum_{k=0}^{k=c}\binom{n}{k}\cdot AQL^k\cdot(1-AQL)^{n-k}\approx 1-\sum_{k=0}^{k=c}\frac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

$$\alpha=1-\binom{100}{0}\cdot 0.01^0\cdot 0.99^{100}+\binom{100}{1}\cdot 0.01+0.99^{99}+\binom{100}{2}0.01^2+0.99^{98}\approx 0.08$$

נחשב את β — סיכון הצרכן - הסיכוי לקבל מנה ששיעור הפגומים בה הוא LTPD

$$\beta=P(X\le c \mid p=LTPD)=\sum_{k=0}^{k=c}\binom{n}{k}\cdot LTPD^k\cdot(1-LTPD)^{n-k}=\binom{100}{0}\cdot 0.07^0\cdot 0.93^{100}+\binom{100}{1}\cdot 0.07\cdot 0.93^{99}+\binom{100}{2}\cdot 0.07^2\cdot 0.93^{98}=0.03$$

התוכנית לא עומדת בדרישות, מכיון שסיכון היצרן והצרכן לא שווים לדרוש

ג) אפשר אז למצוא עם תוכנה שתקרב את הפתרון

קבלנו $n=100$, $c=3$, סיכון היצרן

$$1-P(X\le 3 \mid p=0.01)\approx 0.019\approx 0.02=\alpha$$

סיכון צרכן

$$P(X\le 3 \mid p=0.07)\approx 0.08=\beta$$

כמובן של הכל משמש $\lambda=np$.

שאלה 2

במפעל מיוצרים צמיגים, במנות של 1000 יחידות. עלות בדיקת צמיג לפני הפצתו לשוק היא 0.5$. עלות הגעת צמיג פגום לצרכן היא 20$ (אבדן מוניטין, סכנת תביעות וכו').
להערכת מהנדס האיכות של המפעל, אחוז הצמיגים הפגומים בכל מנת ייצור הוא 6%.
מהנדס האיכות שוקל שלוש תוכניות בדיקה אפשריות:

- לבדוק 100% מהצמיגים המיוצרים (הנח/י כי אם נמצא במנה צמיג פגום הוא מוחלף בצמיג תקין)
- לא לבדוק כלל
- לבדוק על פי תוכנית בדיקה שבה n=70, c=3 הנח/י כי אם מנה נדחית, היא נבדקת ב-100% לפני הפצתה לצרכנים. אם המנה מתקבלת, אולם התגלו בה פריטים פגומים, הפריטים הללו מוחלפים בפריטים תקינים לפני ההפצה.

א. מהי התוכנית הכדאית ביותר מבחינה כלכלית?
ב. האם תוכל לחשוב על שיקולים נוספים, מלבד השיקול הכלכלי, שעשויים להשפיע על התוכנית הנבחרת?

א) (1) אם נבדוק 100% מהמוצרים יעלה לנו. (רק) $1000 \cdot 0.5 = 500\$$

(2) אם לא נבדוק כלל אזי $E[x] = 1000 \cdot 0.06 \cdot 20 = 1200\$$

(3) $n=70$, $c=3$. $p=0.06$ $np=4.2$

קבלת המנה

$$P_a = P(x \le 3) = \sum_{k=0}^{k=3} \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = 0.395$$

שזה אומר

$$P_a \cdot [\underbrace{(N-n)\, p \cdot 20}_{\text{לא נבדקו עבור פגומים}}] + (1-P_a) \cdot (N-n) + n \cdot P_a$$

סיכוי שנקבל

$$P_a \cdot [\underbrace{(N-n)\, p \cdot 20}_{\text{לא נבדקו עבור פגומים}}] + (1-P_a) \cdot (N-n) \cdot \frac{1}{2} + n \cdot \frac{1}{2} \approx 757$$

סיכוי שנקבל

$N=1{,}000$ $n=70$ $p=0.06$ $P_a = 0.395$

מבחינת חישוב מספרי עדיף חלופה א) לבדוק 100% מהמוצרים.

ב) שיקול של שם המוצר יכול להיות שאם יפגע ממון נמכור פחות אם יהיה תגובות פגמים כלפה

<u>שאלה 3</u>

מפעל לייצור מתגים חשמליים שולח ללקוחותיו משלוחים בני 500 יחידות כל אחד. אחד הלקוחות מצא כי 8% מהמתגים המגיעים אליו הנו פגום. לפיכך, החליט להנהיג בדיקות קבלה עם הגעת המשלוחים: עם קבלת המשלוח ייבדקו 20 מתגים – אם יימצאו 3 פגומים או יותר, יידחה המשלוח.

א. מה ההסתברות לקבלת המשלוחים?

ב. ענה/ה שוב על סעיף א' על ידי קירוב לפואסוני.

ג. ענה/ה שוב על סעיף א' על ידי קירוב לנורמלי.

$c=3$ $n=20$, $p=0.08$

א

$$P(x\le 2)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)=\binom{20}{0}\cdot(0.08)^0\cdot 0.92^{20}+\binom{20}{1}\cdot 0.08\cdot 0.92^{19}+\binom{20}{2}\cdot 0.08^2\cdot 0.92^{18}=0.788$$

$$P(x=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

ב

$n\cdot p=\lambda=1.6$

$$P(x=k)=\frac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{k!}\qquad P(x\le k)=\sum_{i=0}^{i=k}\frac{\lambda^i\cdot e^{-\lambda}}{i!}$$

$$P(x\le 2)=\sum_{i=0}^{i=2}\frac{1.6^i\cdot e^{-1.6}}{i!}=0.7834$$

ג

$N(np,npq)$

$$P(x\le 2)=\Phi\left(\frac{2+0.5-np}{\sqrt{npq}}\right)=\Phi\left(\frac{0.4}{\sqrt{1.472}}\right)=\Phi(0.741)\approx 0.77$$