

## מבני נתונים ואלגוריתמים 83224 2 – תרגיל 2 (תשפ"ד)

הנחיות הגשה:

- מועד הגשה: 19/9/2024, הגשה באתר מודל בלבד.
- ניתן להגיש בזוגות, על כל סטודנט להגיש עותק משלו באתר המודל.

### שאלה 1:

נניח שאנחנו מבצעים סדרת פעולות על מחסנית שגודלה אף פעם לא עולה על  $k$ . אחרי כל  $k$  פעולות מחסנית מערכת ההפעלה מעתיקה את תוכן המחסנית למטרת גיבוי. סיבוכיות הזמן של פעולת ההעתיקה היא  $O(l)$  בהנחה שיש  $l$  איברים במחסנית. הוכיחו שסיבוכיות הזמן של כל סדרה של  $m$  פעולות, כולל פעולת העתקת תוכן המחסנית, היא  $O(m)$ , בהנחה שבתחילת הסדרה המחסנית ריקה. כלומר יש להוכיח שסיבוכיות הפחת של הפעולות היא  $O(1)$ .

### שאלה 2:

תכננו מבנה נתונים שמתחזק קבוצה  $S$  של מספרים שלמים שונים שתומכת בשתי הפעולות הבאות:

- $INSERT(x, S)$  – הכנס את האיבר  $x$  לקבוצה  $S$ .
- $REMOVE-BOTTOM-QUARTER(S)$  – הוציאו את  $\left\lceil \frac{n}{4} \right\rceil$  האיברים הקטנים ביותר מתוך  $S$ .

תארו מימוש של הפעולות בפסאודו-קוד כך שסיבוכיות הפחת של שתי הפעולות תהיה  $O(1)$ , כלומר שביצוע של סדרה של  $m$  פעולות תדרוש  $O(m)$  זמן, בהנחה שבתחילת הסדרה המבנה ריק. נתחו את סיבוכיות הפחת של המימוש שתיארתם.

### שאלה 3:

מבנה נתונים של B-Tree הוא הכללה של עץ 2-3 שבו לכל צמת פנימי מלבד השורש יש לכל הפחות  $t_1$  ילדים ולכל היותר  $t_2$  ילדים. לשורש יש לפחות 2 ילדים ולכל היותר  $t_2$  ילדים. (במקרה של עץ 2-3,  $t_1 = 2$  ו-  $t_2 = 3$ ). מלבד זאת, כמו בעץ 2-3, כל המספרים המוחזקים בעץ נמצאים בעלים, כאשר כל העלים במרחק זהה מהשורש, והמספרים בעלים מסודרים מקטן לגדול כאשר העלה השמאלי ביותר מחזיק את הערך המינימלי.

א. מה העומק המקסימלי האפשרי של עץ כזה אם יש לו  $n$  עלים? מה העומק המינימלי?

ב. הציגו אלגוריתם לפעולת MEMBER באופן יעיל ככל האפשר. נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.

ג. הציגו אלגוריתם עבור פעולת INSERT. איזה תנאי צריך שיתקיים על  $t_1$  ו-  $t_2$ ? נתחו את סיבוכיות האלגוריתם.

### שאלה 4:

נתונים שני עצי 2-3  $T_1$  ו-  $T_2$  כך שכל ה מפתחות ב-  $T_1$  קטנים מכל המפתחות ב-  $T_2$ . נסמן ב-  $h_1$  וב-  $h_2$  את הגובה של  $T_1$  ושל  $T_2$  בהתאמה. יש לציין שהגבהים יכולים להיות שונים. תארו מימוש של הפעולה  $JOIN(T_1, T_2)$  שמחזירה עץ 2-3 שאיבריו הם האיחוד בין איברי  $T_1$  ו-  $T_2$  כאשר סיבוכיות הזמן הנדרשת היא  $O(\max(h_1, h_2))$  הוכיחו נכונות ונתחו סיבוכיות