מבוא לתורת המשחקים

תרגיל בית 1 – להגשה עד 30/11/2022

שאלה 1

א. מצאו את פתרון המשחק הבא באמצעות מחיקת אסטרטגיות נשלטות חזק, כאשר שחקן 1 (השמאלי ביותר) בעל אסטרטגיות B,A, שחקן 2 בעל אסטרטגיות 1,2, שחקן 3 בעל אסטרטגיות U,D ושחקן 4 בעל אסטרטגיות R,L.

B

1

	L	R
U	1,1,2,1	-1,3,3,2
D	0,0,0,1	1,2,2,2

2

	L	R
U	-1,2,2,1	2,4,1,0
D	1,1,1,0	1,3,0,4

A

1

	L	R
U	0,1,0,3	0,2,2,2
D	3,-1,-1,0	0,2,1,2

2

	L	R
U	0,2,2,1	3,3,2,0
D	2,0,1,0	3,0,0,-1

רשמו את האסטרטגיות **שמחקתם** לפי סדר המחיקה:

1. __________ 2. __________ 3. __________ 4. __________

רשמו את ערך המקסמין של שחקן 1 ________ ואת אסטרטגיית המקסמין שלו _________

תרגיל 2:

שיווי משקל נאש s^* נקרא **חזק** אם כל סטייה של שחקן מביאה לו להפסד, כלומר $u_i(s^*) > u_i(s_i, s_{-i}^*)$ לכל שחקן i ולכל אסטרטגיה $s_i \in S_i \setminus \{s_i^*\}$

א. הוכיחו שאם וקטור האסטרטגיות s^* מתקבל מסילוק חוזר של אסטרטגיות נשלטות חזק אזי s^* הוא שיווי משקל נאש חזק והוא שיווי המשקל נאש היחידי במשחק (בין אם חזק ובין אם לאו).

ב. הוכיחו שאם $s^* = (s_i^*)_{i=1}^n$ הוא שיווי משקל חזק במשחק אזי אף אחת מהאסטרטגיות s_i^* אינה מסולקת בתהליך סילוק חוזר של אסטרטגיות נשלטות (בין אם חזקות ובין אם חלשות)

תרגיל 3:

הוכיחו: (ניתן להשתמש בנכונות המשפטים שהוכחנו בכיתה)
במשחק שני שחקנים סכום אפס אם (s_1^*, s_2^*) ו (s_1^{**}, s_2^{**}) הם שני שיווי משקל אזי

1. לשני שיווי המשקל אותו תשלום $u(s_1^{**}, s_2^{**}) = u(s_1^*, s_2^*)$
2. גם (s_1^*, s_2^{**}) וגם (s_1^{**}, s_2^*) הם שיווי משקל

תרגיל 4:

משחק שני שחקנים נקרא **משחק סימטרי** אם לשני השחקנים יש את אותה קבוצת אסטרטגיות $S_1 = S_2$ ופו׳ התשלומים מקיימות $u_1(s_1, s_2) = u_2(s_2, s_1)$ לכל $s_1, s_2 \in S_1$.
בהינתן משחק סימטרי, הוכיחו/מצאו דוגמא נגדית לשלושת הסעיפים הבאים:

א. הוכיחו/מצאו דוגמא נגדית: קבוצת שיווי המשקל במשחק סימטרי היא קבוצת סימטרית: אם (s_1, s_2) הוא שיווי משקל אז גם (s_2, s_1) הוא שיווי משקל.

ב. הוכיחו/ מצאו דוגמא נגדית: יהי $s_1^* = \arg\max_{s_1 \in S_1} u_1(s_1, s_1)$. האם וקטור האסטרטגיות (s_1^*, s_1^*) הוא שיווי משקל נאש?

ג. הוכיחו/ מצאו דוגמא נגדית: תמיד קיים שיווי משקל נאש טהור (לא מעורב).