

Contrôle TD 1

Nom :

Prénom :

Classe :

Question de cours

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$; $a < b$. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires pour une fonction f définie sur l'intervalle $[a, b]$.

Exercice 1

Soient f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - x + 6)$ et (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = x \in \mathbb{R} \\ \forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

a. Déterminer les valeurs de x pour lesquelles la suite (u_n) est constante.

b. Établir le tableau de variations de f et montrer que l'intervalle $]2, 3[$ est stable par f .

c. On suppose que (u_n) converge vers l , $l \in \mathbb{R}$. Quelles sont les valeurs possibles de l ? Justifiez votre réponse.

Exercice 2

Déterminer le développement limité à l'ordre 4 en 0 de $f(x) = e^{-x} \sin(x)$.

Exercice 3

Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation $(E) : 2(1+t)y' + y = 3$ sur $] -1, +\infty[$.