EPITA

Mathématiques

Examen S2-B4-EV

Espaces vectoriels

durée: 1 heure

Juin 2024

Nom:	
Prénom:	
Classe:	
NOTE:	
Le barème est sur 20 points.	
Consignes: — Lire le sujet en entier avant de commencer. Il y a en tout 2 exercices. — La rigueur de votre rédaction sera prise en compte dans la note.	

— Un malus d'un point sur la note sur 20 sera appliqué aux copies manquant de propreté.

— Documents et calculatrices interdits.

— Aucune réponse au crayon de papier ne sera corrigée.

Exercice 1 : familles de vecteurs (10 points)

Les questions sont	indépendantes.
--------------------	----------------

Montrer que	\mathcal{F} est une base	$de \mathbb{R}^3$.					
					 •		• •
	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •				 	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• •
					 		٠.
					 		٠.
					 		٠.
					 		٠.
	les coordonnées				 		••
Quelles sont		de v = (3, 2, 0)	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	de $v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	vase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	de $v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	de $v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	de $v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	0) dans la b	pase \mathcal{F} ?	 		
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	ease \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	de $v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	ease \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	ease \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	pase \mathcal{F} ?			
Quelles sont	les coordonnées	$de \ v = (3, 2, 0)$	O) dans la b	ease \mathcal{F} ?			

2.	On se place dans $E = \mathbb{R}_2[X]$.
	(a) La famille $\mathcal{F}_1 = (1, X, X^2 + X, X^2)$ est-elle génératrice de E ? Justifiez votre réponse.
	(b) La famille $\mathcal{F}_2 = (1, X, X - 2, X^2)$ est-elle une famille libre de E ? Justifiez votre réponse.
	(c) On admet que la famille $\mathcal{F}_3 = (1, X - 1, (X + 1)^2)$ est une base de E . Soit $Q \in E$ le polynôme de coordonnées $1, 2$ et -1 dans la base \mathcal{F}_3 . Quelles sont les coordonnées de Q dans la base canonique de E ?
3.	. Dans $\mathbb{R}[X]$, on considère $P_0 = 1$, $P_1 = X$, $P_2 = X - 1$ et $P_3 = X + 1$. Soit le sous-espace vectoriel $F = \text{Vect}((P_0, P_1, P_2, P_3)$ Trouver la dimension de F , en justifiant soigneusement votre raisonnement.

Exercice 2 : somme de sev (10 points)

se	place dans $E = \mathbb{R}^3$. On considère les trois sous-espaces vectoriels :
	$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \ 2x + y = 0\}, \ G = \text{Vect}((1, 1, 0)) \text{ et } H = \text{Vect}((-1, 2, 3))$
1.	Que représentent géométriquement F, G et H ?
2.	Trouver rigoureusement une base de F , de G et de H :
	Base de F :
	Base de G :
	Base de H :

EPITA, Mathématiques EXAMEN S2-B4-EV – Juin 2024

3.	Montrer que $H \subset F$. En déduire que $F \cap H \neq \{0_E\}$.
4.	Montrer que $F \cap G = \{0_E\}$.
E	Dennelon le définition de $E \oplus C$. E Est en le conjei 2 Démontres votre pénenge
Э.	Rappeler la définition de $F \oplus G = E$. Est-ce le cas ici ? Démontrer votre réponse.
6.	Proposer un supplémentaire de H dans E . Justification non demandée.