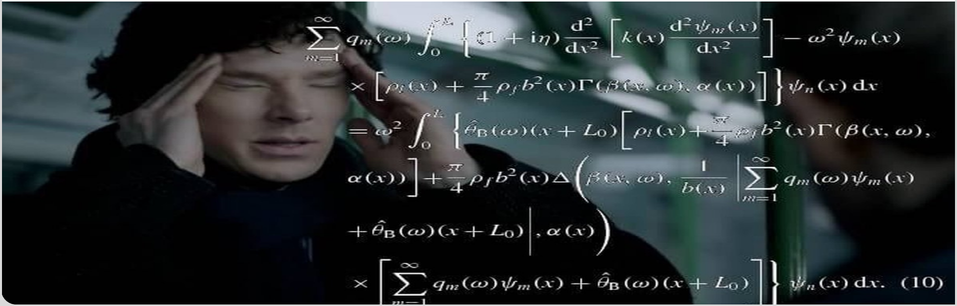
Karlsruher Institut für Technologie

Software Design and Quality

Mathe-1

Charlotte P., Lena W., Vera C., Christian K. | 9. Juni 2018

ITI WAGNER & IPD TICHY



Gliederung

Big integer

- die maximale Zahl ist größer als integer?
- nehme long long
- die Zahl ist größer als long long
- ????????????????????????????????????? (Panik)

Big integer

- die maximale Zahl ist größer als integer?
- nehme long long
- die Zahl ist größer als long long
- ?????????????????????????????????? (Panik)

Big integer

- die maximale Zahl ist größer als integer?
- nehme long long
- die Zahl ist größer als long long
- ????????????????????????????????????? (Panik)

Big integer

Karlsruher Institut für Technologie

- die maximale Zahl ist größer als integer?
- nehme long long
- die Zahl ist größer als long long
- ???????????????????????????????????? (Panik)

Big integer - Java nutzen

- import java.math.BigInteger
- Konstruktor: BigInteger(String val)
- Methoden:
  - BigInteger add(BigInteger val)
  - BigInteger multiply(BigInteger val)
  - BigInteger subtract(BigInteger val)
  - ...

Laufzeiten

- Addition, Subtraktion in $\mathcal{O}(n)$
- Multiplikation in $\Theta(n^{log_2 3})$ (Karatsuba)

C++? Selbst implementieren!

- Addition: Die Tafel ist da $\longrightarrow$
- Multiplikation (z.B. Karazuba-Multiplikation)

Karatsuba-Ofman Multiplikation[1962]

Beobachtung: $(a_1 + a_0)(b_1 + b_0) = a_1 b_1 + a_0 b_0 + a_1 b_0 + a_0 b_1$

Function recMult(a, b)
  assert a und b haben n Ziffern, sei $k = \lceil n/2 \rceil$
  if $n = 1$ **then return** $a \cdot b$
  Schreibe a als $a_1 \cdot B^k + a_0$
  Schreibe b als $b_1 \cdot B^k + b_0$
  c_{11}:= recMult(a_1, b_1)
  c_{00}:= recMult(a_0, b_0)
  return
    $c_{11} \cdot B^{2k} +$
    $(\text{recMult}((a_1 + a_0), (b_1 + b_0)) - c_{11} - c_{00})B^k$
    $+ c_{00}$

Naive Exponentiation

```
int exp(int x, int n) {
        int result = 1;
        for (int i = 0; i < n; i++) {
                result *= x;
        }
        return result;
}
```

Bei ICPC gehen wir davon aus, dass Multiplikation zweier Zahlen in $\mathcal{O}(1)$ liegt, also naive Exponentiation in $\mathcal{O}(n)$

Idee

Beobachtung:

$$x^n = \begin{cases} (x^2)^{n/2} & \text{für n gerade} \\ x * (x^2)^{(n-1)/2} & \text{für n ungerade} \end{cases} \tag{1}$$

Exponentiation by squaring, rekursive Implementierung

Karlsruher Institut für Technologie

```
int exponentiationBySquaring(int n, int x) {
        if (n < 0)
                return exponentiationBySquaring(-n, 1/x);
        if (n == 0)
                return 1;
        if (n == 1)
                return x;
        if (n % 2 == 0)
                return exponentiationBySquaring(n/2, x*x);
        return x*exponentiationBySquaring((n-1)/2, x*x);
}
```

Exponentiation by squaring, iterative Implementierung

```
int exponentiationBySquaring(int n, int x) {
        if (n < 0) {
                n = -n;
                x = 1/x;
        }
        if (n == 0)
                return 1;
        int y = 1;
        while (n > 1) {
                if (n % 2 == 0) {
                        x = x * x;
                        n = n/2;
                } else {
                        y = y * x;
                        x = x * x;
                        n = (n - 1) / 2;
                }
        }
        return x*y;
}
```

Da Multiplikation konstant viel Zeit benötigt, liegt die Exponentiation$\mathcal{O}(log(n))$

Hier kommt ein kleines Beispiel auf dem Tafel

Example slide A

Karlsruher Institut für Technologie

- PCM, Citation: **becker2008a**
- Bullet point 2
- ...

Example slide A

Karlsruher Institut für Technologie

- PCM, Citation: **becker2008a**
- Bullet point 2
- ...

Example slide B

Karlsruher Institut für Technologie

Block 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

Example slide B

Block 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

Example slide C

Karlsruher Institut für Technologie

Example 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

Example slide C

Example 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

Example slide D

Alert 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

Example slide D

Alert 1

- Bullet point 1
- Bullet point 2
- ...

References I