数字逻辑

王春露

北京邮电大学网络空间安全学院

课程性质：“数字电路与逻辑设计”是计算机各专业必修的一门重要技术基础课。该课程在介绍有关数字系统基本知识、基本理论及常用数字集成电路的基础上，重点讨论数字逻辑电路分析与设计的基本方法。

从计算机的层次结构上讲，“数字逻辑”是深入了解计算机“内核”的一门最关键的基础课程。

教学目标：本课程的教学目标是使学生了解组成数字计算机和其它数字系统的各种数字电路，能熟练地运用基本知识和理论对各类电路进行分析，并能根据客观提出的设计要求用合适的集成电路芯片完成各种逻辑部件的设计。

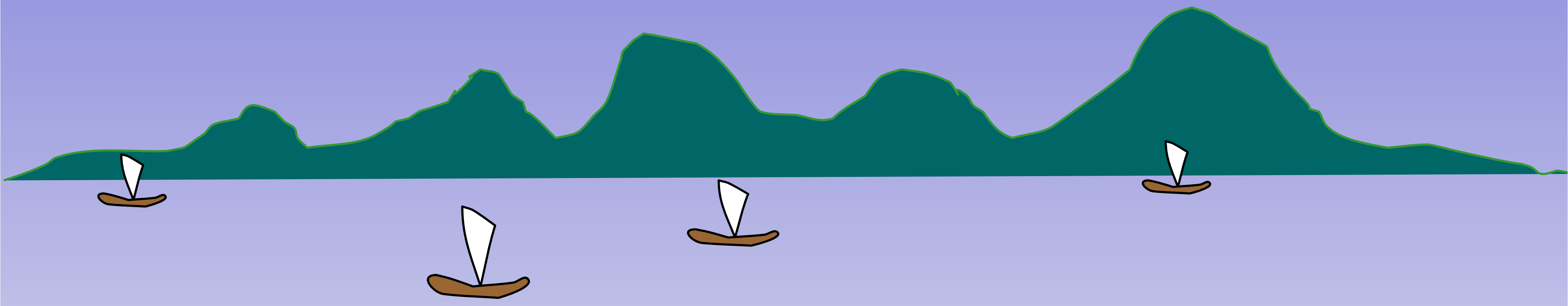
通过本课程的学习，要求学生掌握对数字系统硬件进行分析、设计和开发的基本技能。

第1章　数字电路的基础知识

1.1　数字电路概述

1.2　数制及其转换

1.3　几种常用编码



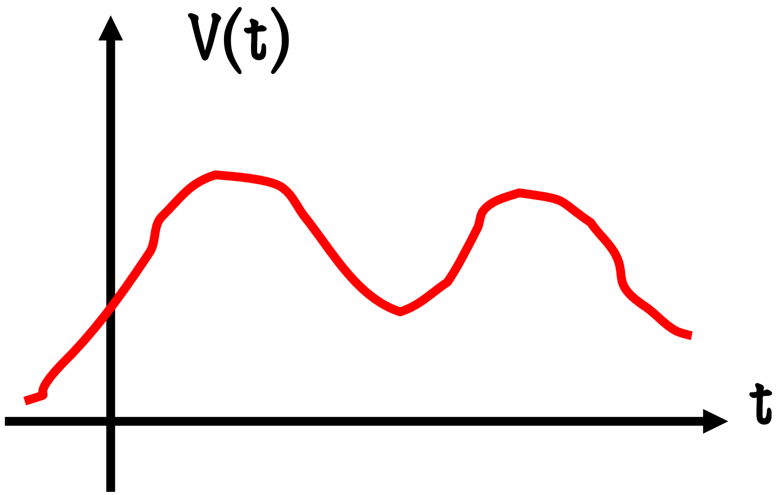
0.1　数字电路概述

一、数字电路特点

1、数字量与模拟量

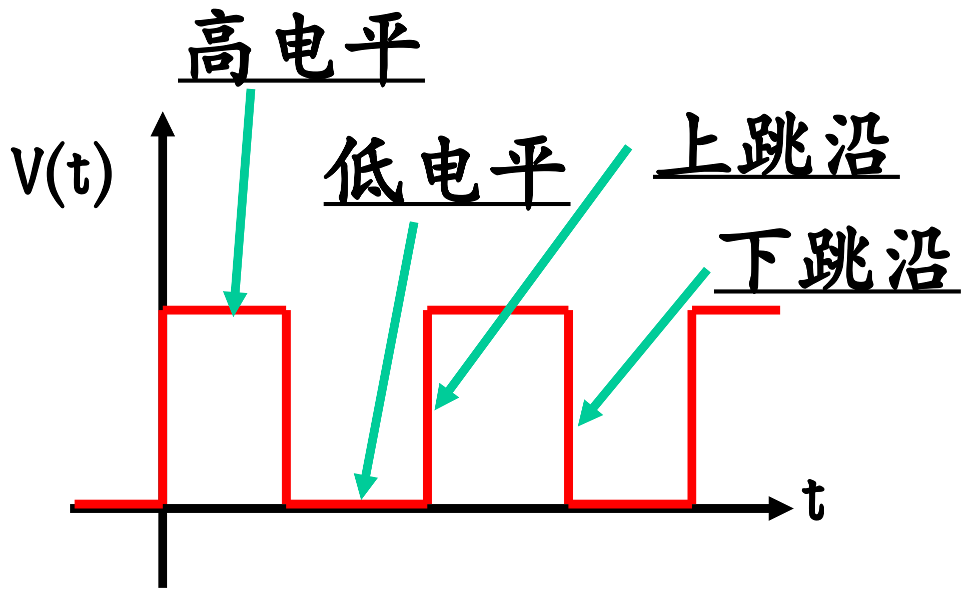
模拟量

取值是连续的，随时间变化而连续变化



数字量

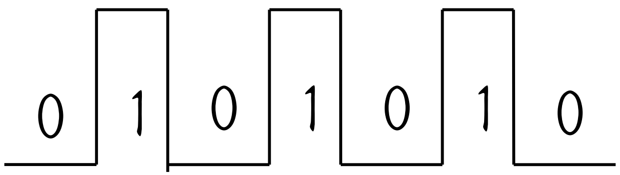
取值是离散的，随时间变化不连续变化，而是跳跃变化



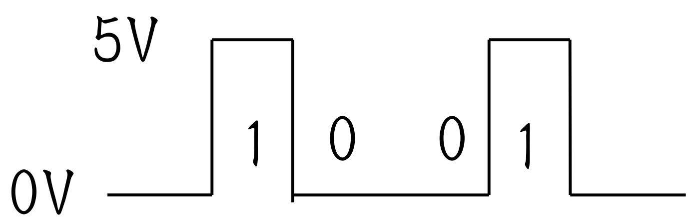
2、数字电路的定义

使用数字信号，并能对数字量进行算术运算和逻辑运算的电路。

（1）数字信号：指用二进制表示的信号，即信息用0,1来表示



例：1001



（2）逻辑运算功能：对不同的输入条件，电路能做出相应的逻辑推理和判断，从而得到正确的结果。

3、数字系统的定义

数字系统是一个能对数字信号进行加工、传递和存储的实体，它由实现各种功能的数字逻辑电路相互连接而成。例如，数字计算机。

数字系统中处理的是数字信号，当数字系统要与模拟信号发生联系时，必须经过模/数(A/D)转换和数/模(D/A)转换电路，对信号类型进行变换。

二、数字电路的发展

电子管 ⇒ 晶体管 ⇒ 集成电路

小规模SSI ⇒ 中规模SSI ⇒ 大规模LSI ⇒ 超大规模VLSI

70年代末，微处理器的出现，
使数字电路的性能产生了质的飞跃

可编程逻辑器件（PLD）
微处理器（CPU）
数字信号处理器（DSP）

第1章　数字电路的基础知识

1.1　数字电路概述

1.2　数制及其转换

1.3　几种常用编码

1.2 数制及其转换

一 进位计数制

数制是人们对数量计数的一种统计规律。日常生活中广泛使用的是十进制，而数字系统中使用的是二进制。

1、十进制

十进制中采用了0、1、…、9共十个基本数字符号，进位规律是“逢十进一”。当用若干个数字符号并在一起表示一个数时，处在不同位置的数字符号，其值的含意不同。

如 666

$$6\times10^2 \qquad 6\times10^1 \qquad 6\times10^0$$

同一个字符6从左到右所代表的值依次为600、60、6。

即 $$(666)_{10}=6\times10^2+6\times10^1+6\times10^0$$

2、二进制

基数R=2的进位计数制称为二进制。二进制数中只有0和1两个基本数字符号，进位规律是“逢二进一”。二进制数的位权是2的整数次幂。

例如，一个二进制数1011.01可以表示成：

$$(1011.01)_2 =$$

$$1\times 2^3+0\times 2^2+1\times 2^1+1\times 2^0+0\times 2^{-1}+1\times 2^{-2}$$

二进制数的运算规则如下：

加法规则	$0+0=0$	$0+1=1$
	$1+0=1$	$1+1=0$ （进位为1）
减法规则	$0-0=0$	$1-0=1$
	$1-1=0$	$0-1=1$ （借位为1）
乘法规则	$0\times0=0$	$0\times1=0$
	$1\times0=0$	$1\times1=1$
除法规则	$0\div1=0$	$1\div1=1$

例如：二进制数A=11001，B=101，则A+B、A−B、A×B、A÷B的运算为

$$
\begin{array}{r}
11001 \\
+\quad 101 \\
\hline
11110
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
11001 \\
-\quad 101 \\
\hline
10100
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{r}
11001 \\
\times\quad 101 \\
\hline
11001 \\
00000 \\
+\quad 11001 \\
\hline
1111101
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
 & 101 \\
\cline{2-2}
101 & 11001 \\
 & -101 \\
\cline{2-2}
 & 101 \\
 & -101 \\
\cline{2-2}
 & 0
\end{array}
$$

二进制的优点：运算简单、物理实现容易、存储和传送方便、可靠。

因为二进制中只有0和1两个数字符号，可以用电子器件的两种不同状态来表示一位二进制数。例如，可以用晶体管的截止和导通表示1和0，或者用电平的高和低表示1和0等。所以，在数字系统中普遍采用二进制。

二进制的缺点：数的位数太长且字符单调，使得书写、记忆和阅读不方便。

因此，人们在进行指令书写、程序输入和输出等工作时，通常采用八进制数和十六进制数作为二进制数的缩写。

3、八进制

基数R=8的进位计数制称为八进制。八进制数中有0、1、…、7共8个基本数字符号，进位规律是“逢八进一”。八进制数的位权是8的整数次幂。

4、十六进制

基数R=16的进位计数制称为十六进制。十六进制数中有0、1、…、9、A、B、C、D、E、F共16个数字符号，其中，A～F分别表示十进制数的10～15。进位规律为“逢十六进一”。十六进制数的位权是16的整数次幂。

十进制数0～15及其对应的二进制数、八进制数、十六进制数如下表所示。

十进制数与二、八、十六进制数对照表

十进制	二进制	八进制	十六进制	十进制	二进制	八进制	十六进制
0	0000	00	0	8	1000	10	8
1	0001	01	1	9	1001	11	9
2	0010	02	2	10	1010	12	A
3	0011	03	3	11	1011	13	B
4	0100	04	4	12	1100	14	C
5	0101	05		13	1101	15	

二　进位制数的相互转换

数制转换是指将一个数从一种进位制转换成另一种进位制。

(一)、二进制数与十进制数之间的转换

1. 二进制数转换为十进制数

方法：按权展开法

将二进制数表示成按权展开式，并按十进制运算法则进行计算，所得结果即为该数对应的十进制数。

例如：$(10110.101)_2 = (?)_{10}$

$(10110.101)_2 =$

$1\times2^4+1\times2^2+1\times2^1+1\times2^{-1}+1\times2^{-3}$

$= 16+4+2+0.5+0.125$

2．十进制数转换为二进制数

方法：基数乘除法

整数转换——采用“除2取余”的方法；

小数转换——采用“乘2取整”的方法。

(1) 整数转换

“除2取余”法：将十进制整数N除以2，取余数计为K_0；再将所得商除以2，取余数记为K_1；……。依此类推，直至商为0，取余数计为K_{n-1}为止。即可得到与N对应的n位二进制整数$K_{n-1} \cdots K_1 K_0$。

例如： $(35)_{10} = (?\ )_2$

除数	被除数/商		余数		
2	35				
2	17	………	1	(K_0)	低位
2	8	………	1	(K_1)	
2	4	………	0	(K_2)	
2	2	………	0	(K_3)	
2	1	………	0	(K_4)	
	0	………	1	(K_5)	高位

即 $(35)_{10}=(100011)_2$

(2) 小数转换

"乘2取整"法：将十进制小数 N 乘以2，取积的整数记为K_{-1}；再将积的小数乘以2，取整数记为K_{-2}；……。依此类推，直至其小数为0或达到规定精度要求，取整数记作K_{-m}为止。即可得到与 N 对应的m位二进制小数$0.K_{-1}K_{-2}\cdots K_{-m}$。

例如：$(0.6875)_{10} = (?)_2$

$$
\begin{array}{lll}
\text{整数部分} & & \\
\text{高位} & & 0.6875 \\
 & & \times \quad\quad\quad 2 \\ \hline
 & 1(K_{-1})\cdots\cdots & 1.3750 \\
 & & \times \quad\quad\quad 2 \\ \hline
 & 0(K_{-2})\cdots\cdots & 0.7500 \\
 & & \times \quad\quad\quad 2 \\ \hline
 & 1(K_{-3})\cdots\cdots & 1.5000 \\
 & & \times \quad\quad\quad 2 \\ \hline
\text{低位} & 1(K_{-4})\cdots\cdots & 1.0000
\end{array}
$$

即：

$(0.6875)_{10}=(0.1011)_2$

注意： 当十进制小数不能用有限位二进制小数精确表示时，可根据精度要求，求出相应的二进制位数近似地表示。一般当要求二进制数取m位小数时，可求出m+1位，然后对最低位作0舍1入处理。

例如： $(0.323)_{10}=(?)_{2}$(保留4位小数)。

高位

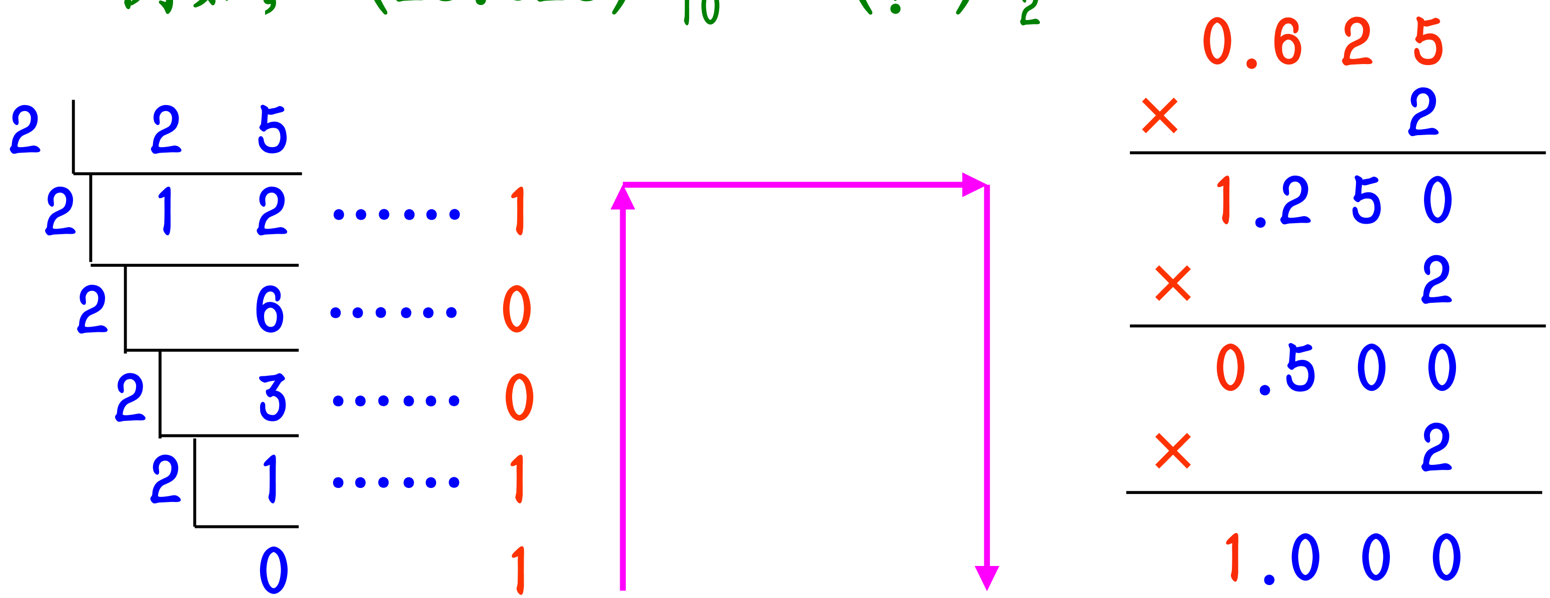
$$
\begin{array}{r}
0.323 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0.646 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.292 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0.584 \\
\times \quad 2 \\
\hline
1.168 \\
\times \quad 2 \\
\hline
0.336
\end{array}
$$

低位

即 $(0.323)_{10}=(0.0101)_{2}$

若一个十进制数既包含整数部分，又包含小数部分，则需将整数部分和小数部分分别转换，然后用小数点将两部分结果连到一起。

例如，$(25.625)_{10} = (?\ )_{2}$



即 $(25.625)_{10}=(11001.101)_{2}$

（二）、二进制数与八进制数、十六进制数之间的转换

1．二进制数与八进制数之间的转换

由于八进制的基本数字符号0～7正好和3位二进制数的取值000～111对应。所以，二进制数与八进制数之间的转换可以按位进行。

二进制数转换成八进制数：以小数点为界，分别往高、往低每3位为一组，最后不足3位时用0补充，然后写出每组对应的八进制字符，即为相应八进制数。

例如： $(11100101.01)_2 = (?)_8$

$$\begin{array}{cccccccc} \underline{011} & & \underline{100} & & \underline{101} & . & \underline{010} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 3 & & 4 & & 5 & . & 2 \end{array}$$

即 $(11100101.01)_2=(345.2)_8$

八进制数转换成二进制数时，只需将每位八进制数用3位二进制数表示,小数点位置保持不变。

例如： $(56.7)_8 = (?)_2$

$$
\begin{array}{ccccc}
5 & 6 & . & 7 \\
\downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
\underline{101} & \underline{110} & . & \underline{111}
\end{array}
$$

即： $(56.7)_8 = (101110.111)_2$

2．二进制数与十六进制数之间的转换

二进制数与十六进制数之间的转换同样可以按位进行，只不过是4位二进制数对应1位十六进制数，即4位二进制数的取值0000～1111分别对应十六进制字符0～F。

二进制数转换成十六进制数：以小数点为界，分别往高、往低每4位为一组，最后不足4位时用0补充，然后写出每组对应的十六进制字符即可。

例如：$(101110.011)_2 = (?)_{16}$

$$\underline{0010}\ \underline{1110}\ .\ \underline{0110}$$

$$\downarrow\quad\ \downarrow\qquad\ \downarrow$$

$$2\quad\ E\ \ .\quad 6$$

即：

$$(101110.011)_2 = (2E.6)_{16}$$

十六进制数转换成二进制数时，只需将每位十六进制数用4位二进制数表示，小数点位置保持不变。

例如： $(5A.B)_{16} = (?)_2$

$$
\begin{array}{cccc}
5 & A & . & B \\
\downarrow & \downarrow & & \downarrow \\
\underline{0101} & \underline{1010} & . & \underline{1011}
\end{array}
$$

即： $(5A.B)_{16}=(1011010.1011)_2$

第1章　数字电路的基础知识

1.1　数字电路概述

1.2　数制及其转换

1.3　几种常用编码

1.3 几种常用的编码

一 十进制数的二进制编码（BCD码）

用4位二进制代码对十进制数字符号进行编码，简称为二-十进制代码，或称BCD(Binary Coded Decimal)码。

根据代码中每一位是否有固定的权，通常将BCD码分为有权码和无权码两种类型。

BCD码既有二进制的形式，又有十进制的特点。常用的BCD码有8421码、2421码和余3码。

十进制字符	8421 码	2421 (A)	2421 (B)	余 3 码	Gray 码
0	0000	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0100	0111	0110
5	0101	0101	1011	1000	0111
6	0110	0110	1100	1001	0101
7	0111	0111	1101	1010	0100
8	1000	1110	1110	1011	1100
9	1001	1111	1111	1100	1101

1、8421码

（1）它是一种有权代码，权值分别为8、4、2、1

（2）编码简单直观：例：9 1 3. 5 4

1001 0001 0011，0101 0100

用BCD码，可以将十进制数的每一位转换成相等的二进制数，而不是将整个十进制数转换成二进制数。

例：202=11001010　　而202的BCD码是001000000010

十进制字符	8421 码	2421 (A)	2421 (B)	余 3 码	Gray 码
0	0000	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0100	0111	0110
5	0101	0101	1011	1000	0111
6	0110	0110	1100	1001	0101
7	0111	0111	1101	1010	0100
8	1000	1110	1110	1011	1100
9	1001	1111	1111	1100	1101

2、2421码

（1）它是一种有权代码，权值分别为2、4、2、1

（2）编码方案不是唯一的。

十进制字符	8421 码	2421 (A)	2421 (B)	余 3 码	Gray 码
0	0000	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0100	0111	0110
5	0101	0101	1011	1000	0111
6	0110	0110	1100	1001	0101
7	0111	0111	1101	1010	0100
8	1000	1110	1110	1011	1100
9	1001	1111	1111	1100	1101

3、余3码

（1）每一个余3码所表示的二进制数要比它所对应的十进制数多3，即余3码是由8421码加3产生的。

（2）余3码是一种无权代码。

十进制字符	8421 码	2421 (A)	2421 (B)	余 3 码	Gray 码
0	0000	0000	0000	0011	0000
1	0001	0001	0001	0100	0001
2	0010	0010	0010	0101	0011
3	0011	0011	0011	0110	0010
4	0100	0100	0100	0111	0110
5	0101	0101	1011	1000	0111
6	0110	0110	1100	1001	0101
7	0111	0111	1101	1010	0100
8	1000	1110	1110	1011	1100
9	1001	1111	1111	1100	1101

二、可靠性编码

1、格雷(Gray)码

(1) 任意相邻的两个字码之间，仅有一位二进制数码不同，其余各位数码均相同。因此，可以减少代码变换过程中产生的错误。

(2) 它是一种无权代码。

(3) 格雷码有多种形式。

三　字符编码

数字系统中处理的数据除了数字之外，还有字母、运算符号、标点符号以及其他特殊符号,人们将这些符号统称为字符。所有字符在数字系统中必须用二进制编码表示，通常将其称为字符编码。

最常用的字符编码是美国信息交换标准码，简称ASCII码(American Standard Code for Information Interchange)。

ASCII码用7位二进制码表示128种字符，由于数字系统中实际是用一个字节表示一个字符，所以使用ASCII码时，通常在最左边增加一位奇偶检验位。

编码规则如后面表中所示。

7 位ASCII码编码表(一)

低4位代码 ($a_4a_3a_2a_1$)	高3位代码($a_7a_6a_5$)							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DEL	SP	0	@	P	`	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	,	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
1001	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	|
1101	CR	GS	—	=	M	]	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	∧	n	~
1111	SI	US	/	?	O	—	o	DEL

注：

NUL	空白	SOH	序始	STX	文始	ETX	文终
EOT	送毕	ENQ	询问	ACK	承认	BEL	告警
BS	退格	HT	横表	LF	换行	VT	纵表
FF	换页	CR	回车	SO	移出	SI	移入
DEL	转义	DC1	机控$_1$	DC2	机控$_2$	DC3	机控$_3$
DC4	机控$_4$	NAK	否认	SYN	同步	ETB	组终
CAN	作废	EM	载终	SUB	取代	ESC	扩展
FS	卷隙	GS	群隙	RS	录隙	US	元隙
SP	间隔	DEL	抹掉				

第1章结束

谢谢