《现代密码学》第四讲

分组密码（三）

上讲内容回顾

- DES算法的整体结构——Feistel结构
- DES算法的轮函数
- DES算法的密钥编排算法
- DES的解密变换

本节主要内容

- AES算法的整体结构
- AES算法的轮函数
- AES算法的密钥编排算法
- AES的解密变换

本节主要内容

- AES算法的整体结构
- AES算法的轮函数
- AES算法的密钥编排算法
- AES的解密变换

AES的概述

设计者：Joan Daemen和Vincent Rijmen

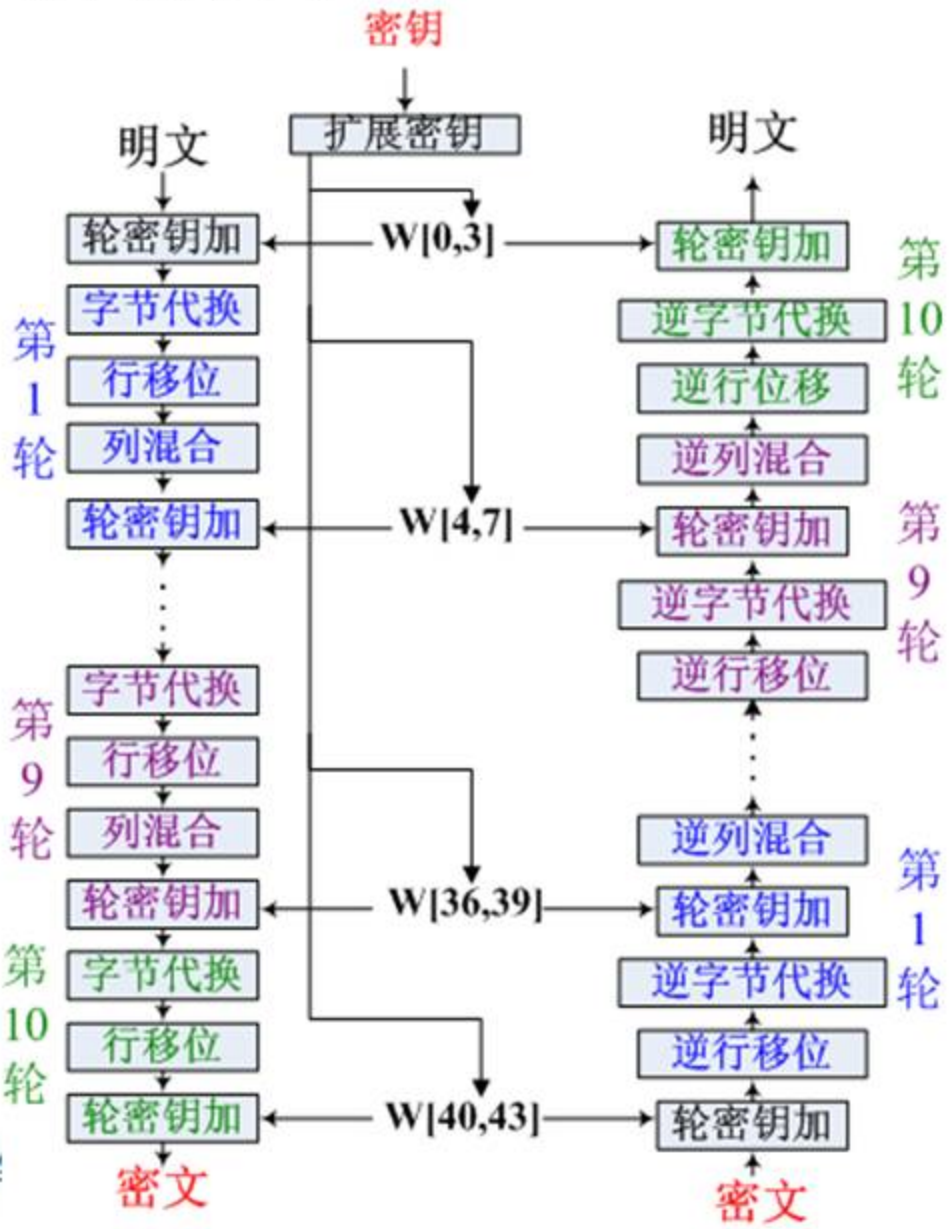
高级数据加密标准

(Advanced Encryption Standard, AES)

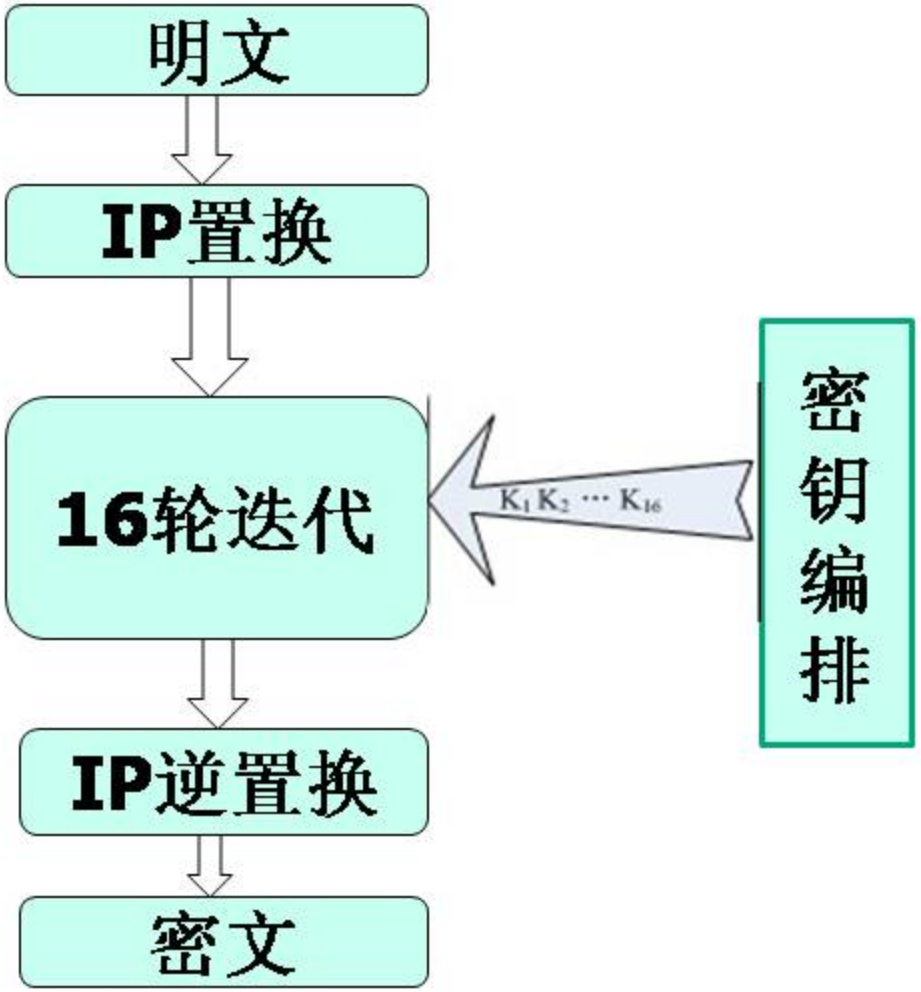
Rijndael ⇨ AES

版本	密钥长度 (Nk words)	分组长度 (Nb words)	迭代轮数 (Nr)
AES-128	4	4	10
AES-192	6	4	12
AES-256	8	4	14

AES的整体结构


密钥
扩展密钥
明文
轮密钥加
W[0,3]
字节代换
行移位
列混合
第1轮
轮密钥加
W[4,7]
字节代换
行移位
列混合
第9轮
轮密钥加
W[36,39]
字节代换
行移位
第10轮
轮密钥加
W[40,43]
密文
明文
轮密钥加
第10轮
逆字节代换
逆行位移
逆列混合
轮密钥加
第9轮
逆字节代换
逆行移位
逆列混合
轮密钥加
第1轮
逆字节代换
逆行移位
轮密钥加
密文

AES的整体结构

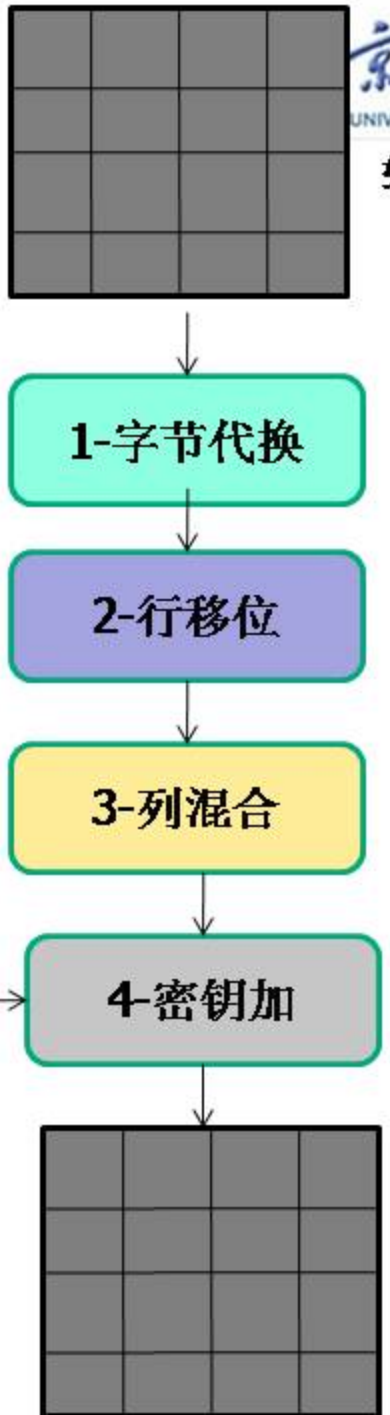


本节主要内容

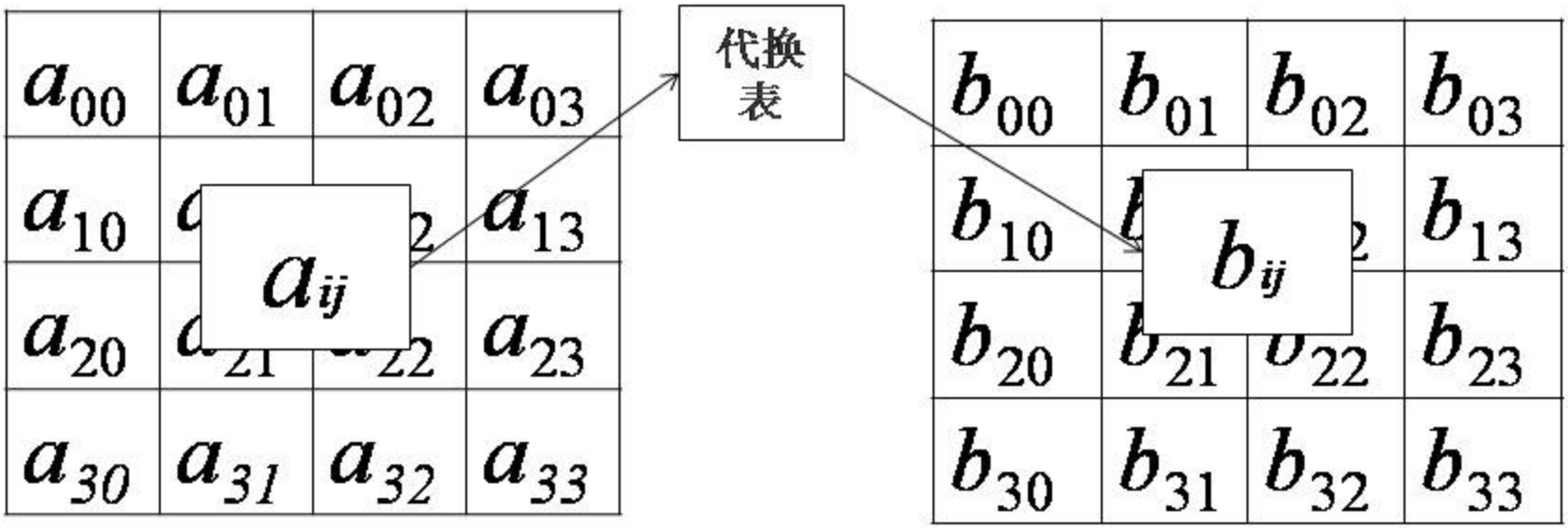
- AES算法的整体结构
- AES算法的轮函数
- AES算法的密钥编排算法
- AES的解密变换

AES的轮函数

1）字节代换（SubByte）
2）行移位（ShiftRow）
3）列混合（MixColumn）
4）密钥加（AddRoundKey）



1-字节代换（ByteSub）

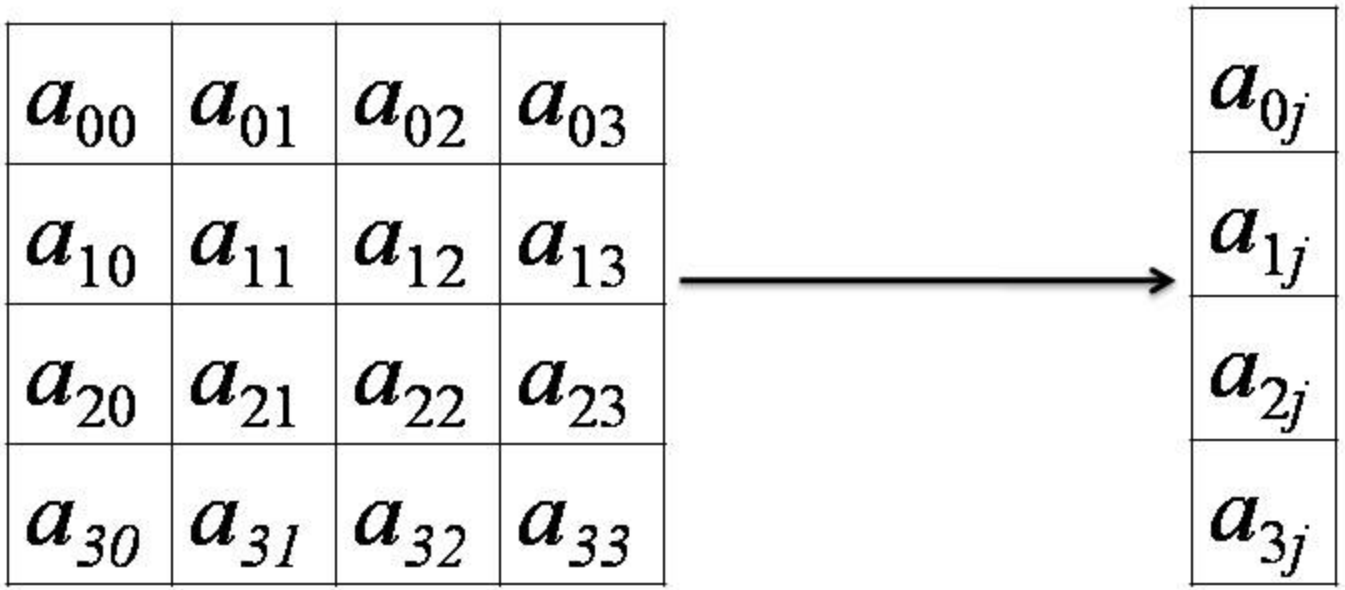


1-字节代换（ByteSub）

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	F0	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
2	B7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EB	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	B3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DB
A	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
B	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EA	65	7A	AE	08
C	BA	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
D	70	3E	B5	66	48	03	F6	0E	61	35	57	B9	86	C1	1D	9E
E	E1	F8	98	11	69	D9	8E	94	9B	1E	87	E9	CE	55	28	DF
F	8C	A1	89	0D	BF	E6	42	68	41	99	2D	0F	B0	54	BB	16

2-行移位（ShiftRow）

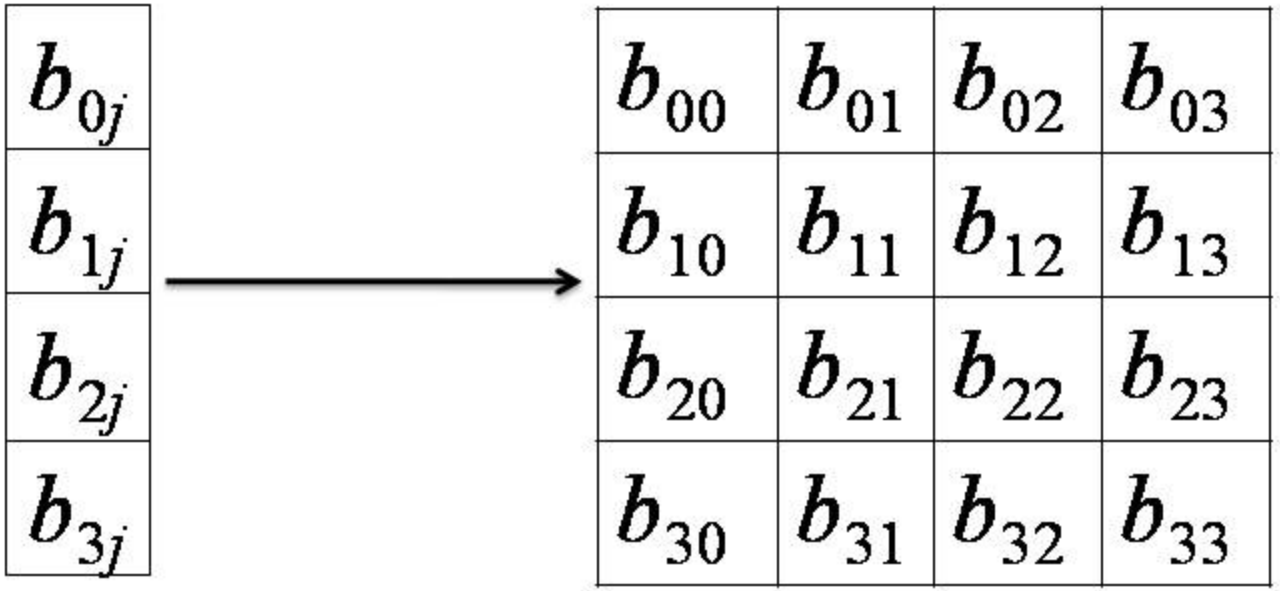
3-列混合（MixColumn）



3-列混合（MixColumn）

$$\begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$$

3-列混合（MixColumn）



有限域上的字节运算

- AES选择的既约多项式为

$$m(x)=x^8+x^4+x^3+x+1$$

- GF(2⁸) 上的元素表示方法:

字节表示 Byte: $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0$

多项式表示 $s(x)$:

$$s(x)=a_7x^7+a_6x^6+a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$$

$m(x)$ 字节表示:00000001 00011011

（0x011B）

有限域上的字节运算

例： 0x57 + 0x83 = ?

$(x^6+x^4+x^2+x+1) + (x^7+x+1)=x^7+x^6+x^4+x^2$

0x57 + 0x83 = 0xD4

例： 0x57 × 0x83 = ?

$(x^6+x^4+x^2+x+1) \times (x^7+x+1)$

$=(x^{13}+x^{11}+x^9+x^8+x^7)+(x^7+x^5+x^3+x^2+x)+(x^6+x^4+x^2+x+1)$

$= x^{13}+x^{11}+x^9+x^8+x^6+x^5+x^4+x^3+1$

$=x^7+x^6+1 \mod m(x)= x^8+x^4+x^3+x+1$

有限域上的字节运算

GF(2⁸) 上的快速乘法：

1) $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 \times$ 0x02 / $a(x) \times x$

- 当字节的最高位为0时（$a(x)$的7次项系数为0），左移补0；
- 当字节的最高位为1时（$a(x)$的7次项系数为1），左移补0，再按位模0x011B

有限域上的字节运算

GF(2⁸) 上的快速乘法：

2） $a_7a_6a_5a_4a_3a_2a_1a_0 \times b_7b_6b_5b_4b_3b_2b_1b_0$ / $a(x) \times b(x)$

$$[a(x) \times b(x)] \bmod m(x) =$$
$$\{[a(x) \bmod m(x)] \times [b(x) \bmod m(x)]\} \bmod m(x)$$

$$a(x) \times [b(x) + c(x)] = a(x) \times b(x) + c(x) \times a(x)$$

$$
\begin{aligned}
a(x) \times\ b(x) = & \\
& [b_0 \times a(x)] \\
+ & [b_1 x \times a(x)] \\
+ & [b_2 x^2 \times a(x)] \\
+ & [b_3 x^3 \times a(x)] \\
+ & [b_4 x^4 \times a(x)] \\
+ & [b_5 x^5 \times a(x)] \\
+ & [b_6 x^6 \times a(x)] \\
+ & [b_7 x^7 \times a(x)]
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A^{(0)} &= a(x) \bmod m(x) \\
A^{(1)} &= x \times a(x) = x \times A^{(0)} \bmod m(x) \\
A^{(2)} &= x^2 \times a(x) = x \times A^{(1)} \bmod m(x) \\
A^{(3)} &= x^3 \times a(x) = x \times A^{(2)} \bmod m(x) \\
A^{(4)} &= x^4 \times a(x) = x \times A^{(3)} \bmod m(x) \\
A^{(5)} &= x^5 \times a(x) = x \times A^{(4)} \bmod m(x) \\
A^{(6)} &= x^6 \times a(x) = x \times A^{(5)} \bmod m(x) \\
A^{(7)} &= x^7 \times a(x) = x \times A^{(6)} \bmod m(x)
\end{aligned}
$$

$$
a(x) \times\ b(x) = b_0 A^{(0)} + b_1 A^{(1)} + b_2 A^{(2)} + b_3 A^{(3)} + b_4 A^{(4)} + b_5 A^{(5)} + b_6 x^6 A^{(6)} + b_7 A^{(7)}
$$

3-列混合（MixColumn）

课堂练习：列混合运算(128比特分组)

$$\begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 87 \\ 6E \\ 46 \\ A6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 47 \\ 37 \\ 94 \\ ED \end{pmatrix}$$

4—密钥加（AddRoundKey）

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}
a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}
a_{30}	a_{31}	a_{32}	a_{33}

$\oplus$

k_{00}	k_{01}	k_{02}	k_{03}
k_{10}	k_{11}	k_{12}	k_{13}
k_{20}	k_{21}	k_{22}	k_{23}
k_{30}	k_{31}	k_{32}	k_{33}

=

b_{00}	b_{01}	b_{02}	b_{03}
b_{10}	b_{11}	b_{12}	b_{13}
b_{20}	b_{21}	b_{22}	b_{23}
b_{30}	b_{31}	b_{32}	b_{33}

本节主要内容

- AES算法的整体结构
- AES算法的轮函数
- AES算法的密钥编排算法
- AES的解密变换

AES算法的密钥编排算法

密钥编排指从种子密钥得到轮密钥的过程，AES的密钥编排由密钥扩展和轮密钥选取两部分组成，其基本原则如下：

- 1）轮密钥的总比特数等于轮数加1再乘以分组长度；如128比特的明文经过10轮的加密，则总共需要（10+1）*128=1408比特的密钥.
- 2）种子密钥被扩展成为扩展密钥；
- 3）轮密钥从扩展密钥中取，其中第1轮轮密钥取扩展密钥的前N_b个字，第2轮轮密钥取接下来的N_b个字，依次类推.

AES算法的密钥编排算法

- 1）密钥扩展

扩展密钥是以4字节字为元素的一维阵列，表示为W[Nb* (N_r+1)]，其中前N_k个字取为种子密钥，以后每个字按递归方式定义.扩展算法根据$N_k \leqslant 6$和$N_k > 6$有所不同。

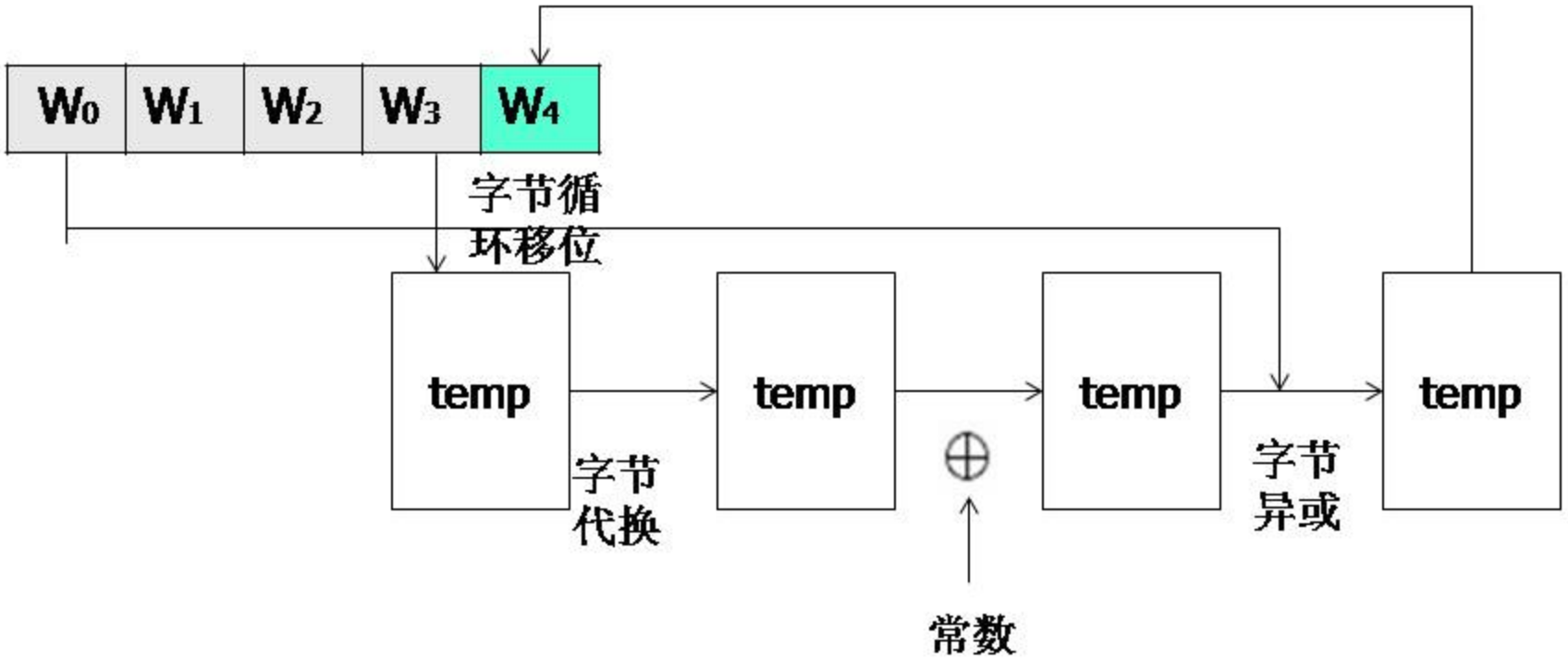
AES算法的密钥编排算法

当Nk≤6时，扩展算法如下：

```
KeyExpansion (byteKey[4*Nk] , W[Nb*(Nr+1)])
{
    for (i =0; i < Nk; i ++)
     W[i]=(Key[4* i],Key[4* i +1],Key[4* i +2],Key[4* i +3] );
    for (i =Nk; i <Nb*(Nr+1); i ++)
    {
     temp=W[i-1];
     if (i % Nk= =0)
            temp=SubByte (RotByte (temp))^Rcon[i /Nk];
     W[i]=W[i-Nk]^ temp;
    }
}
```

AES算法的密钥编排算法

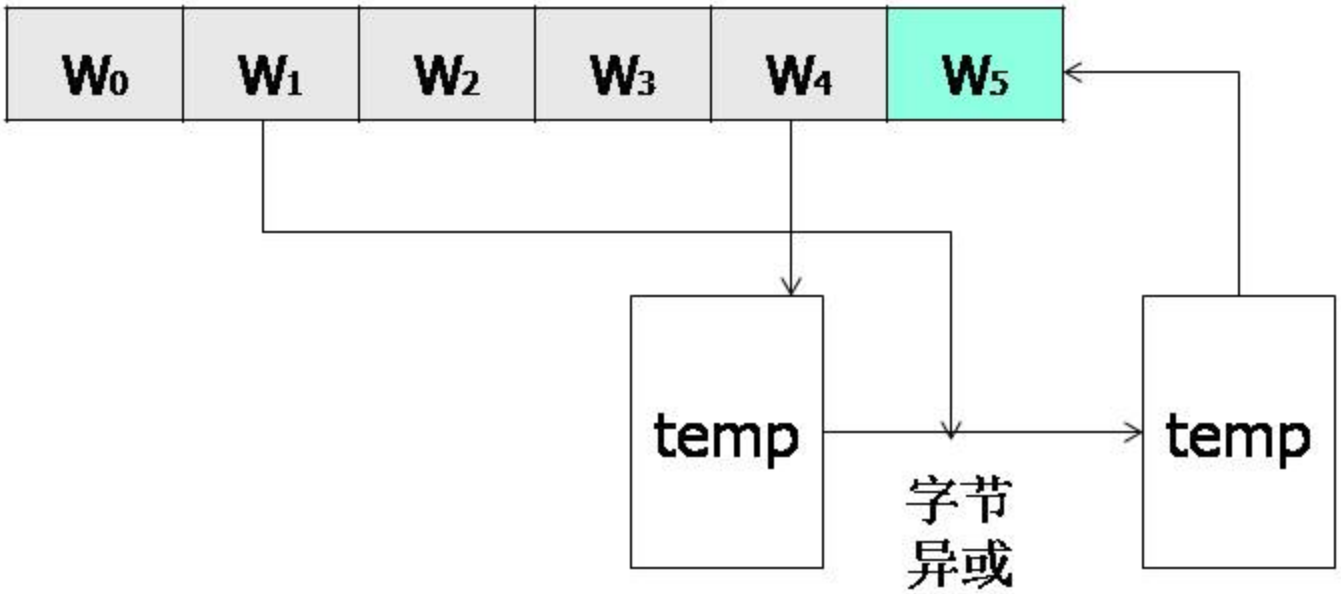
i=4　i%4==0



Nk=4

AES算法的密钥编排算法

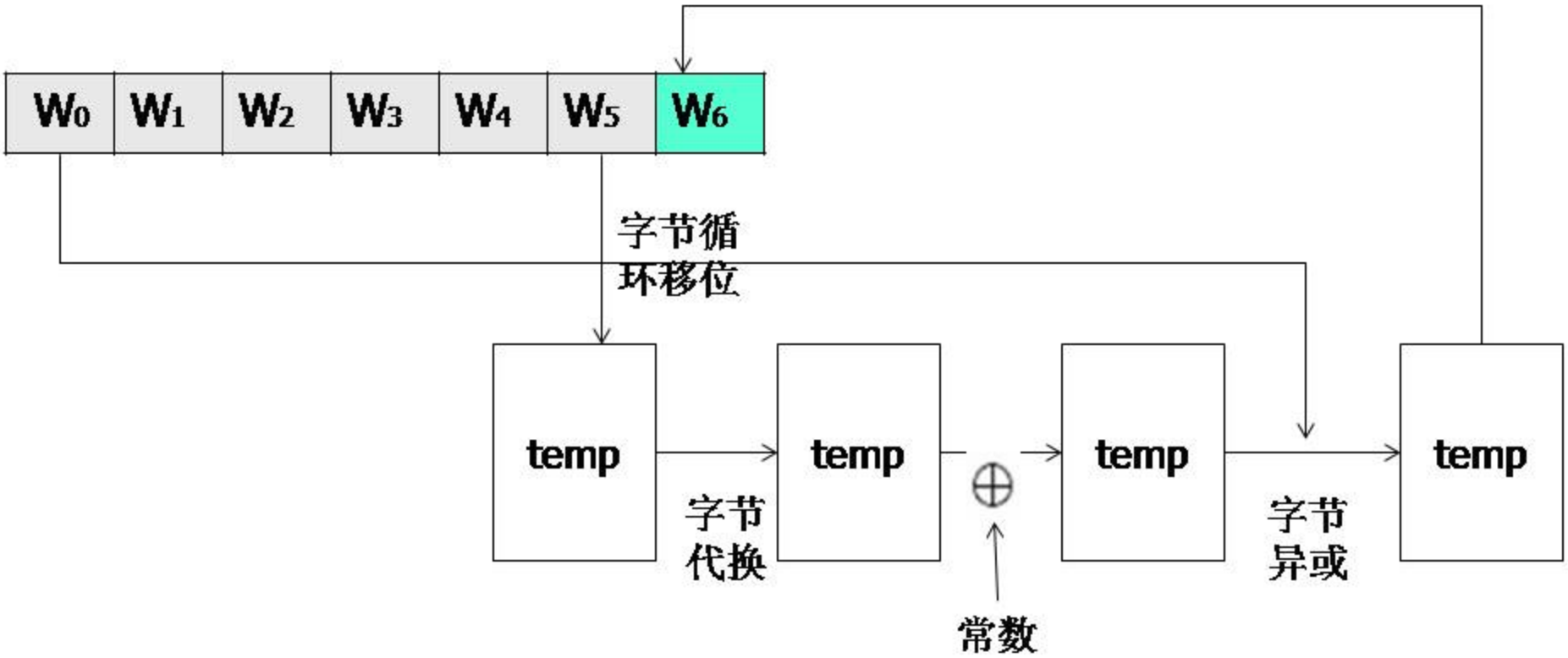
i=5 5%4 ≠0



Nk=4

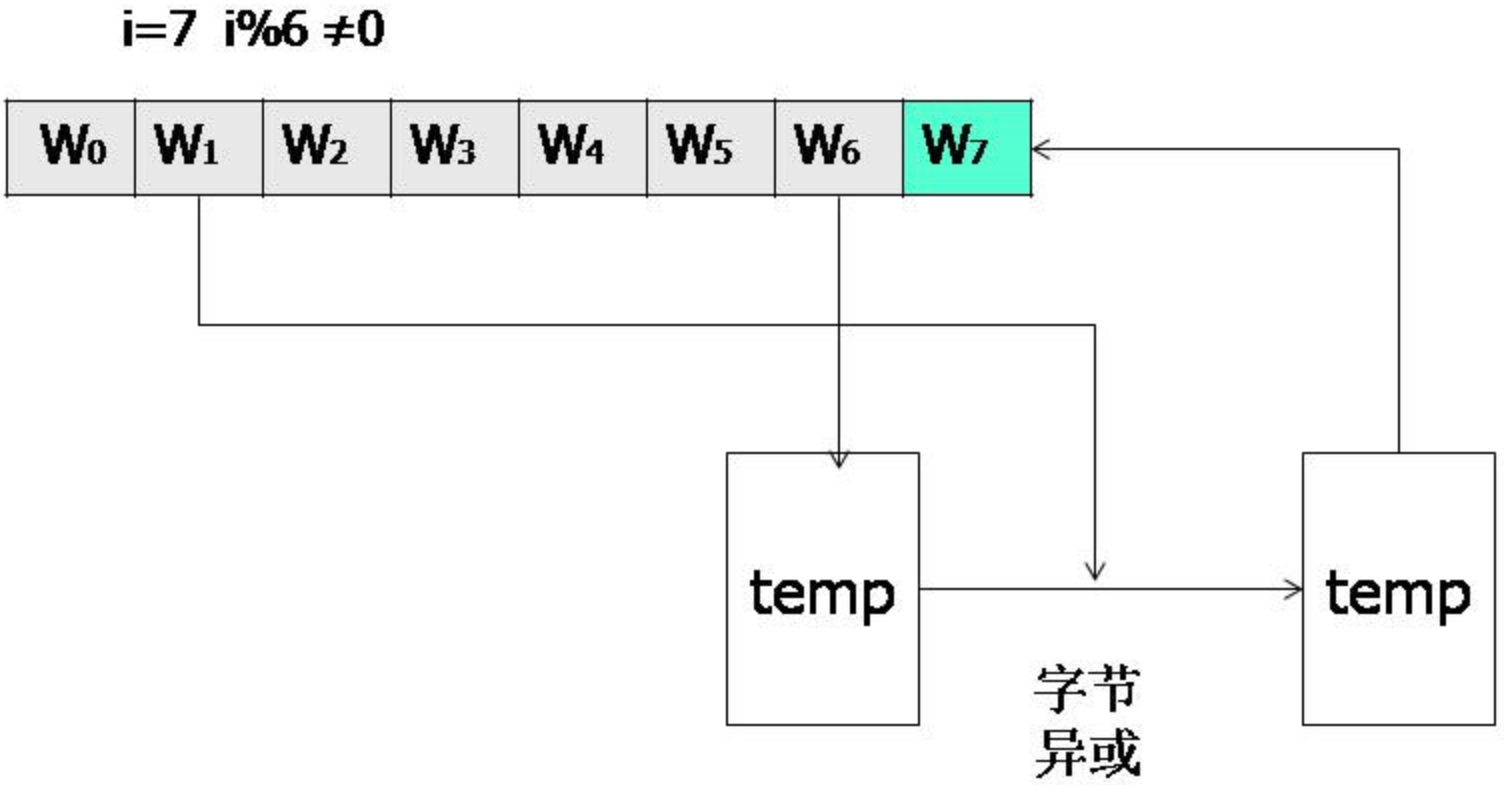
AES算法的密钥编排算法

i=6　i%6==0



Nk=6

AES算法的密钥编排算法



Nk=6

AES算法的密钥编排算法

- Key[4*Nk]为种子密钥，看作以字为元素的一维阵列;

- 函数SubByte（）返回4字节字，其中每一个字节都是用Rijndael的S盒作用到输入字对应的字节得到;

- 函数RotByte（） 也返回4字节字，该字由输入的字循环移位得到，即当输入字为(a, b, c, d)时，输出字为 (b, c, d, a).

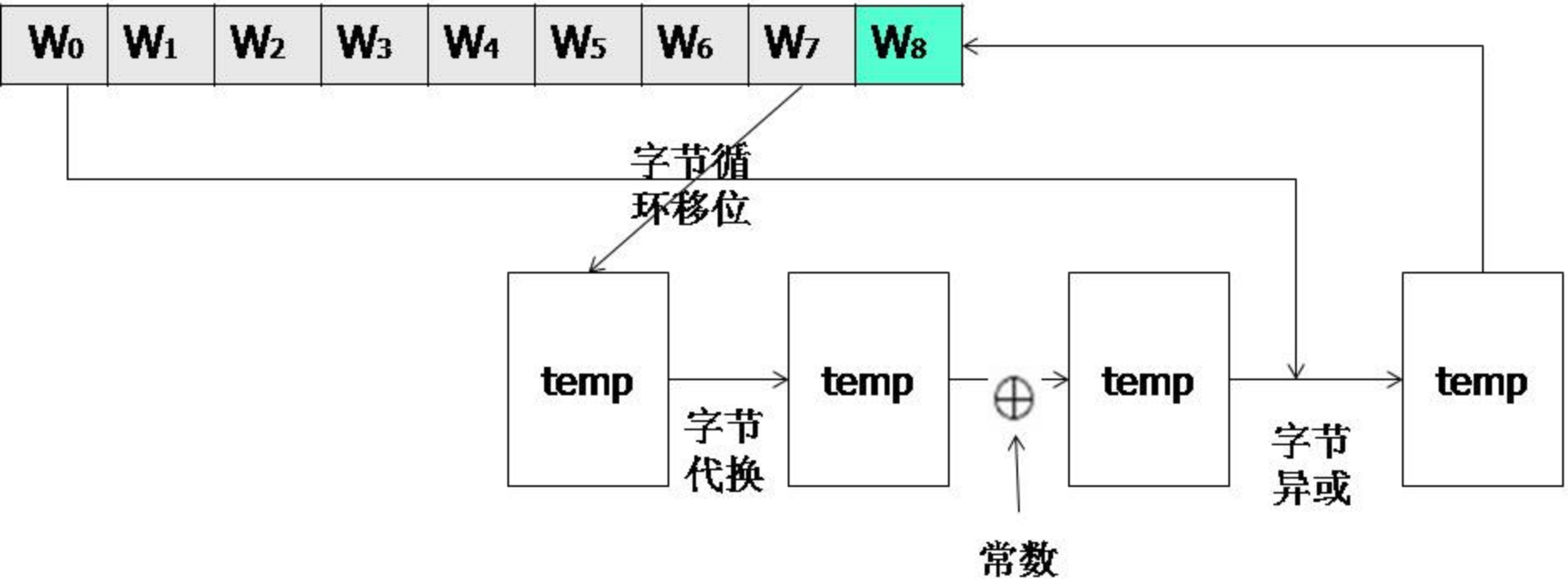
AES算法的密钥编排算法

当Nk>6时，扩展算法如下：

```
KeyExpansion (byte  Key[4*Nk] , W[Nb*(Nr+1)])
{
    for (i=0; i < Nk; i ++)
     W[i]=(Key[4* i], Key[4* i +1], Key[4* i +2], Key[4* i
+3] );
for (i =Nk; i <Nb*(Nr+1); i ++)
    {
     temp=W[i -1];
     if (i % Nk= =0)
         temp=SubByte (RotByte (temp))^Rcon[i /Nk];
       else if (i % Nk==4)
           temp=SubByte (temp);
W[i]=W[i - Nk]^ temp;
    }
}
```

AES算法的密钥编排算法

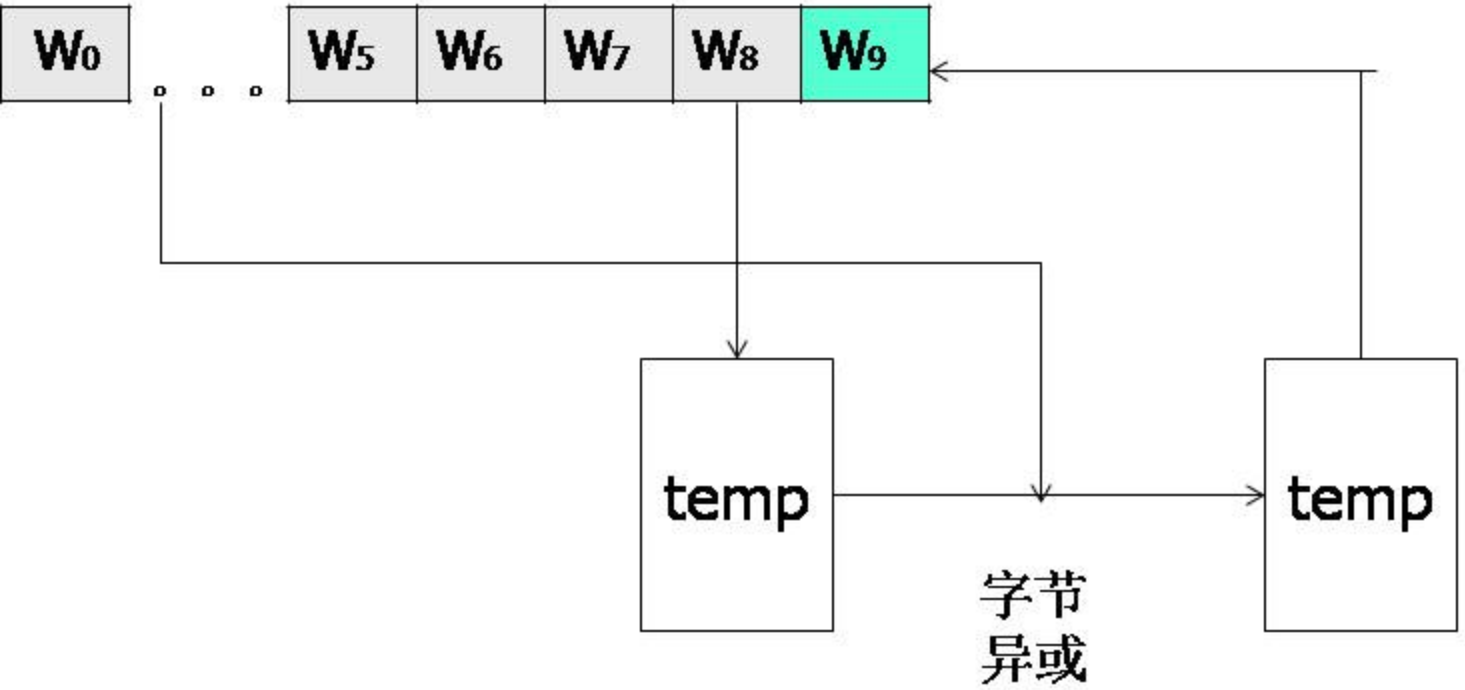
i=8 i%8==0



Nk=8

AES算法的密钥编排算法

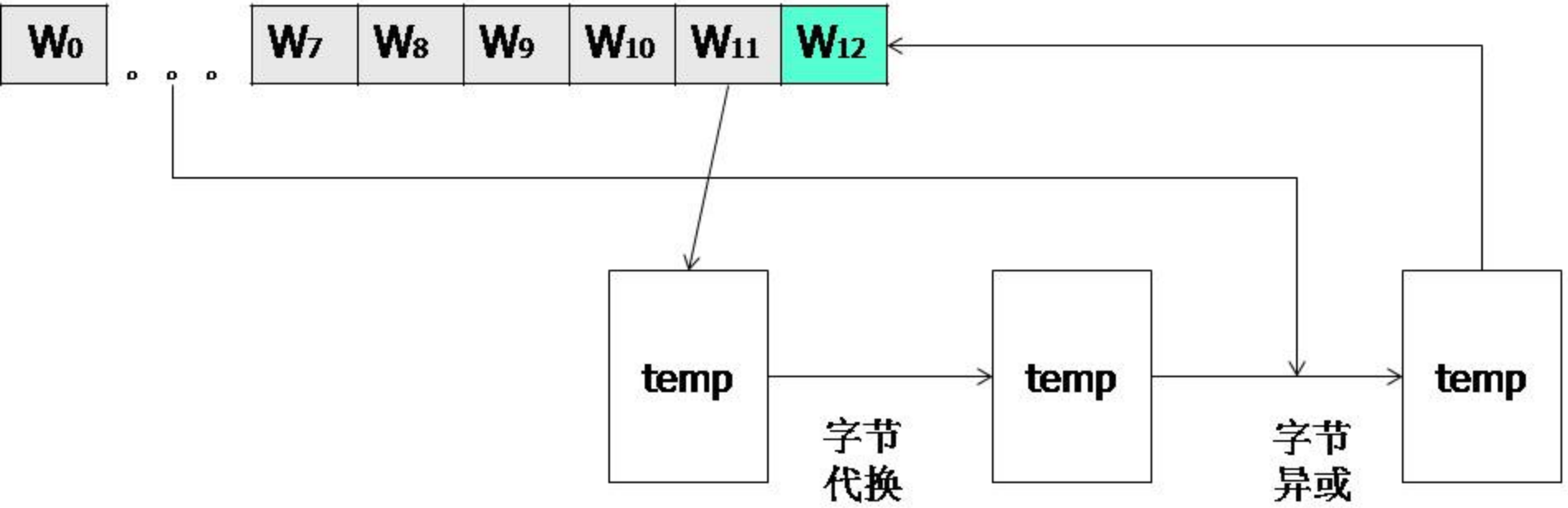
i=9 i%8 ≠0 or 4



Nk=8

AES算法的密钥编排算法

i=12 i%8==4



Nk=8

AES算法的密钥编排算法

Rcon[i/Nk] 为轮常数，其值与Nk无关，定义为（字节用十六进制表示，同时理解为GF(2⁸)上的元素）：

$$Rcon[i] = (RC[i], 00, 00, 00)$$

其中RC[i] 是GF(2⁸) 中值为x^{i-1}的元素，因此

RC[1] =1(即 ‘01’)

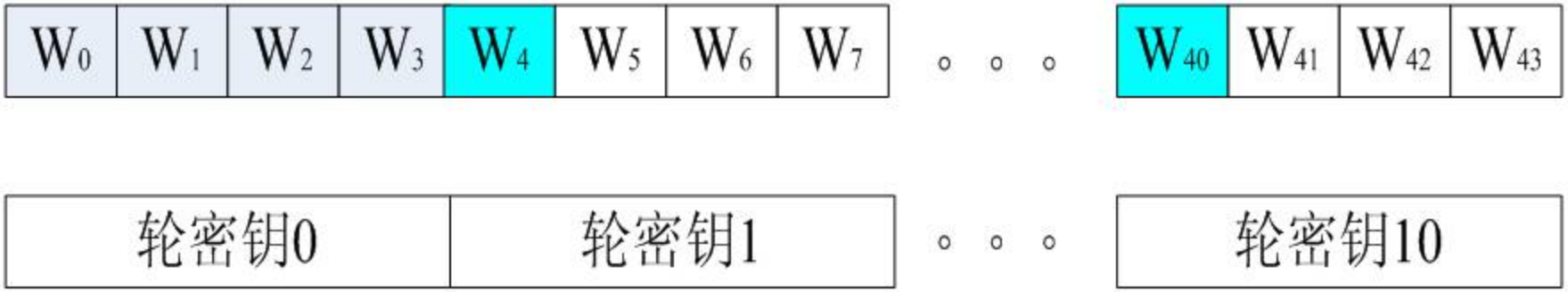
RC[2] = x(即 ‘02’)

$RC[i] = x \cdot RC[i-1] = x^{i-1}$

AES算法的密钥编排算法

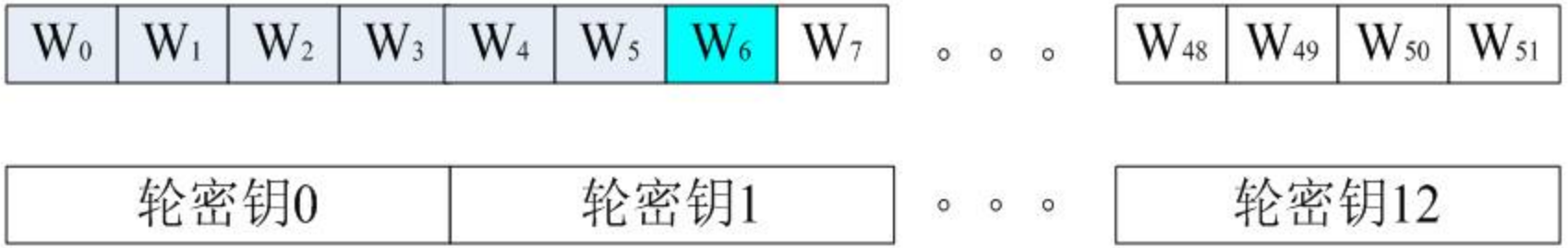
- 2) 轮密钥选取

轮密钥i（即第i 个轮密钥）由轮密钥缓冲字W[Nb* i]到W[Nb*(i+1)]给出:

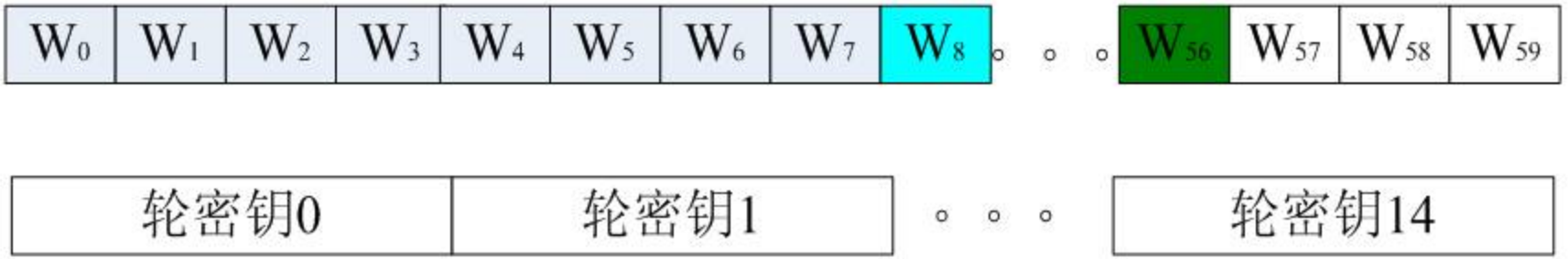


Nb=4及Nk=4时的密钥扩展与轮密钥选取

AES算法的密钥编排算法



Nb=4及Nk=6时的密钥扩展与轮密钥选取



Nb=4及Nk=8时的密钥扩展与轮密钥选取

本节主要内容

- AES算法的整体结构
- AES算法的轮函数
- AES算法的密钥编排算法
- AES的解密变换

AES 的解密变换

AES解密运算是加密运算的逆运算，其中轮函数的逆为：

- 1）ByteSub的逆变换由代换表的逆表做字节代换，也可通过如下两步实现：首先进行仿射变换的逆变换，再求每一字节在GF(2⁸)上逆元.

- 2） 行移位运算的逆变换是循环右移，位移量与左移时相同.

AES的解密变换

- 3) 列混合运算的逆运算是类似的，即每列都用一个特定的多项式d(x)相乘，d(x)满足

$$(03x^3+01x^2+01x+02)*d(x)=01$$

由此可得

$$d(x)=0Bx^3+0Dx^2+09x+0E$$

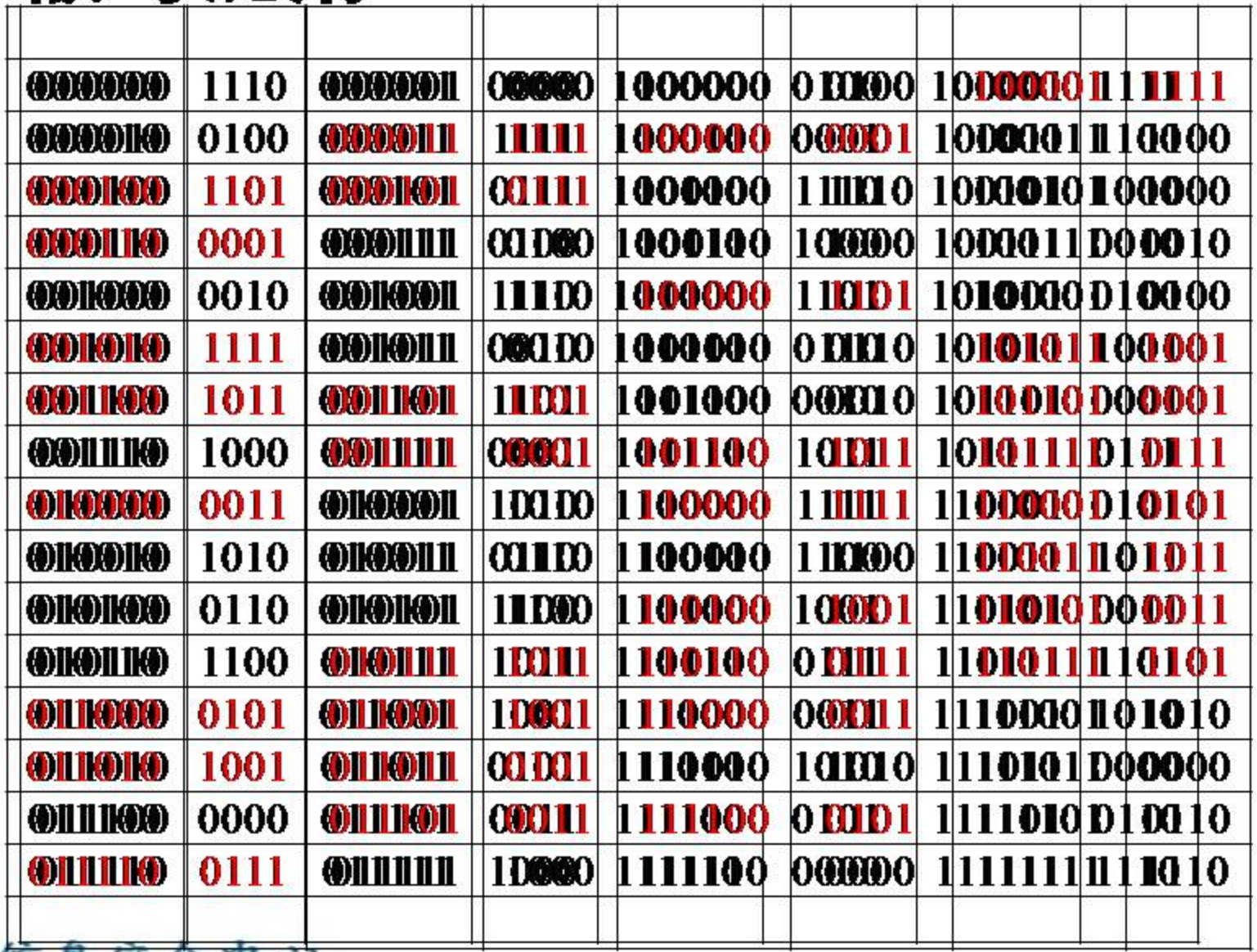
- 4) 密钥加运算的逆运算是其自身。

主要知识点小结

- AES算法的整体结构

- AES算法的轮函数

扩散与混淆



THE END!