

$f(x) = a \cdot x + b$  ŞEKLİNDEKİ FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ İLE İLGİLİ UYGULAMALAR $f(x) = a \cdot x + b$  ŞEKLİNDEKİ FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ İLE İLGİLİ UYGULAMALAR

## ÖRNEK 1

Bir GSM operatörü abonelerinin her birinden aylık sabit 18 TL almaktadır. Abonelerin yaptıkları görüşmenin her dakikası için ilave olarak sabit 2 TL almaktadır. Bununla ilgili tablo aşağıda verilmiştir.

Yapılan görüşme (dk)	0	1	2	3	...
Fatura ücreti (TL)	18	20	22	24	...

Buna göre,

- Yapılan görüşme  $x(\text{dk})$  olmak üzere bir abonenin fatura ücretini  $x$ 'e bağlı olarak bulunuz.
- 158 TL fatura ücreti olan bir abone kaç dakika görüşme yapmıştır?

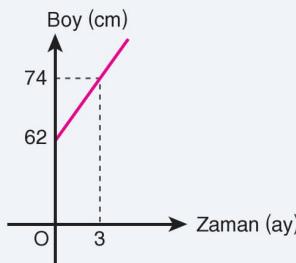
## ÇÖZÜM

- Ödenecek ücret yapılan görüşmenin bir fonksiyonudur. Bu fonksiyon  $f(x)$  olsun. Her dakika için 2 TL ödeneceğinden  $x$  dakikada  $2x$  TL görüşme ücreti olur. Sabit ücret 18 TL olduğundan  $f(x) = 18 + 2x$  bulunur.
- $18 + 2x = 158 \Rightarrow 2x = 140 \Rightarrow x = 70$  dakika olur.

- Bir aracın deposunda başlangıçta 40 litre akaryakıt vardır. Araç hareketi boyunca her kilometrede  $\frac{1}{5}$  litre akaryakıt harcamaktadır.

Buna göre,  $x$  km sonra aracın deposunda kalan akaryakıt miktarını gösteren fonksiyon kuralını bulunuz.

## ÖRNEK 2

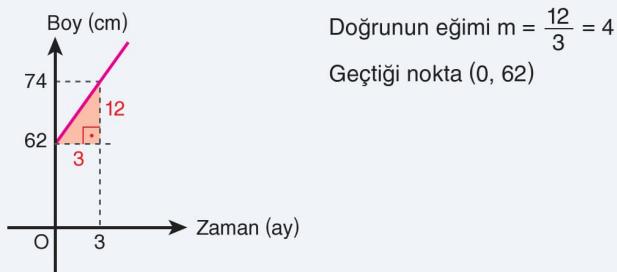


Yandaki dik koordinat düzleminde verilen doğrusal grafik bir bitkinin dikildikten sonra zamana (ay) göre boyunun değişimini göstermektedir.

Buna göre, bitkinin boyu kaç ay sonra 110 cm olur?

## ÇÖZÜM

1. yol: Doğru grafığının denklemini yazmak için eğimi ve doğrunun geçtiği bir noktaya ihtiyacımız var.



$$\text{Doğrunun eğimi } m = \frac{12}{3} = 4 \\ \text{Geçtiği noktası } (0, 62)$$

$$\text{Doğru denklemi } y - y_1 = m \cdot (x - x_1) \Rightarrow y - 62 = 4 \cdot (x - 0) \\ \Rightarrow y = 62 + 4x \text{ bulunur.}$$

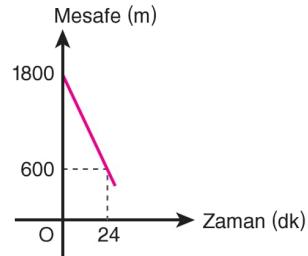
$$62 + 4x = 110 \Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12 \text{ ay olur.}$$

2. yol (Pratik): Grafikten bitki 3 ayda  $74 - 62 = 12$  cm uzar.

Yani 1 ayda 4 cm uzar.  $110 - 62 = 48$  cm uzaması gerekir.

$$\frac{48}{4} = 12 \text{ ay olur.}$$

- Aşağıdaki dik koordinat düzleminde verilen doğrusal grafik Ali'nın okula olan uzaklığının zamana (dk) göre değişimini göstermektedir.



Buna göre, Ali okula kaç dakikada varır?

## FONKSİYONLARIN EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR

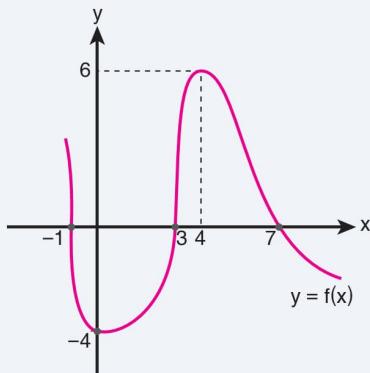
## FONKSİYONLARIN EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTALAR

$y$  eksenindeki tüm noktaların apsisleri sıfır olduğu için  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $y$  eksenini kestiği noktanın koordinatı  $x = 0$  için  $(0, y)$ 'dır.

$x$  eksenindeki tüm noktaların ordinatları sıfır olduğu için  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $x$  eksenini kestiği noktanın koordinatı  $y = 0$  için  $(x, 0)$  dir.

## ÖRNEK

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- Grafiğin  $x$  eksenini kestiği noktalarını bulunuz.
- Grafiğin  $y$  eksenini kestiği noktalarını bulunuz.

## ÇÖZÜM

- a)  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $x$  eksenini kestiği noktalar

$y = 0$  için

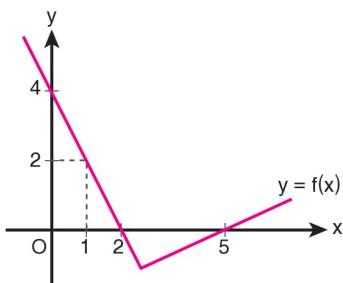
$(-1, 0), (3, 0)$  ve  $(7, 0)$ 'dır.

- b)  $y = f(x)$  fonksiyonunun  $y$  eksenini kestiği noktalar

$x = 0$  için

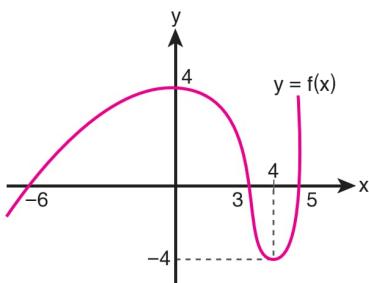
Sadece  $(0, -4)$ 'tür.

1.



Yandaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

3.



Yandaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, grafiğin  $x$  eksenini kestiği noktaların koordinatları toplamı,  $y$  eksenini kestiği noktaların koordinatları toplamından kaç fazladır?

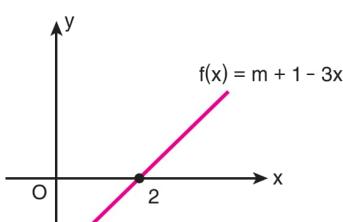
Buna göre, grafiğin  $x$  eksenini kestiği noktaların apsisleri çarpımı kaçtır?

2.

$$f(x) = x^2 + 4 + 3x$$

fonksiyonunun  $y$  eksenini kestiği noktayı bulunuz.

4.

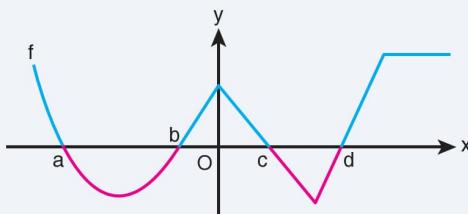


Dik koordinat düzleminde  $y = f(x)$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,  $m$  kaçtır?

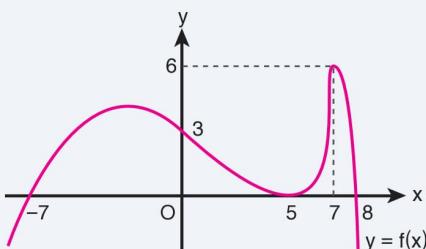
## FONKSİYONLARIN POZİTİF-NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR

## FONKSİYONLARIN POZİTİF-NEGATİF OLDUĞU ARALIKLAR



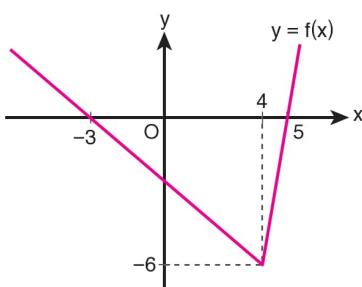
- Fonksiyon grafiğinin  $x$  ekseninin üst kısmında kalan bölgelerinde (Mavi çizgiler) her  $x$  değeri için  $f(x) > 0$ 'dır.
  - Fonksiyon grafiğinin  $x$  ekseninin alt kısmında kalan bölgelerinde (Kırmızı çizgiler) her  $x$  değeri için  $f(x) < 0$  dir.
  - Fonksiyon grafiğinin  $x$  eksenini kestiği  $a, b, c$  ve  $d$  noktalarda ise  $f(x) = 0$  dir.
- $f(a) = 0, f(b) = 0, f(c) = 0$  ve  $f(d) = 0$  dir.

## ÖRNEK



Yukarıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

1. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

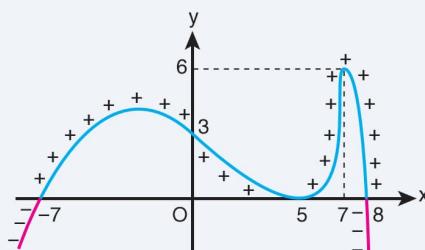


Buna göre,  $f(x) < 0$  eşitsizliğini sağlayan en geniş aralık (a, b) olduğuna göre,  $a + b$  toplamı kaçtır?

- a)  $y = f(x)$  fonksiyonunun pozitif olduğu aralıkları bulunuz.

- b)  $f(x) < 0$  eşitsizliğini sağlayan  $x$  sayılarının aralığını bulunuz.

## ÇÖZÜM



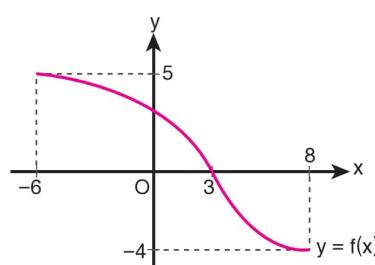
- a)  $x$  ekseninin üst kısmında kalan mavi çizgiler boyunca  $y = f(x)$  pozitiftir.

Yani  $f(x) > 0$  olduğu aralıklar  $(-7, 5) \cup (5, 8)$  dir.

- b)  $x$  ekseninin alt kısmında kalan kırmızı çizgiler boyunca  $y = f(x)$  negatiftir.

Yani  $f(x) < 0$  olduğu aralıklar  $(-\infty, -7) \cup (8, \infty)$  dir.

- 2.



Yandaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

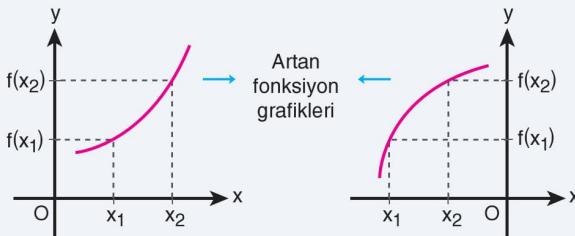
Buna göre,

- a)  $f(-2), f(0), f(3), f(4)$  ve  $f(7)$  değerlerinden kaç tanesi pozitiftir?

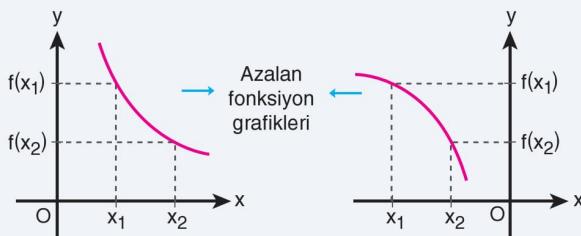
- b) I.  $f(-1) \cdot f(5) < 0$    II.  $f(-5) \cdot f(-4) < 0$    III.  $f(4) \cdot f(6) > 0$  ifadelerinden hangileri doğrudur?

**FONKSİYONLARIN ARTAN, AZALAN VE SABİT OLDUĞU ARALIKLAR**

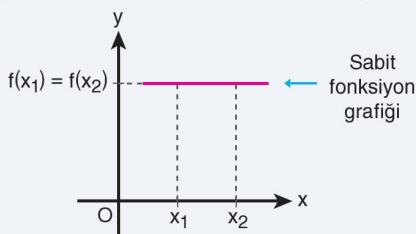
- Her  $x_1, x_2$  için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) < f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu artandır.



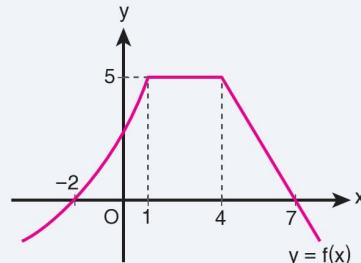
- Her  $x_1, x_2$  için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) > f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu azalandır.



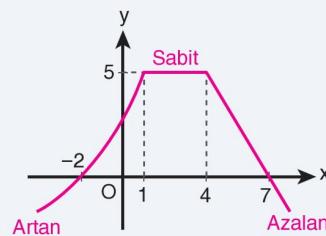
- Her  $x_1, x_2$  için  $f(x_1) = f(x_2)$  ise  $f$  fonksiyonu sabit fonksiyondur.

**ÖRNEK**

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $y = f(x)$  fonksiyonunun artan, azalan ve sabit oldukları en geniş aralıkları bulunuz.

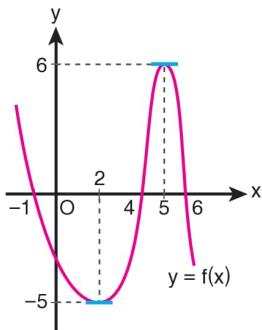
**ÇÖZÜM**

Yanda verilen bilgilere göre,  
 $f$  fonksiyonunun artan olduğu aralık  $(-\infty, 1]$  dir.

$f$  fonksiyonunun azalan olduğu aralık  $[4, \infty)$  dur.

$f$  fonksiyonunun sabit olduğu aralık  $[1, 4]$  tür.

1.

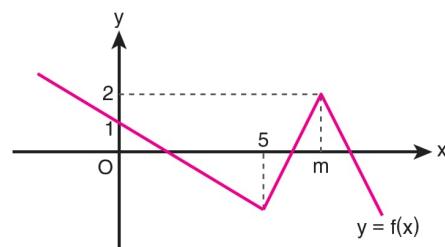


Yandaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- $f$  fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.
- $f$  fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

- Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$f$  fonksiyonunun artan olduğu aralıktaki  $x$  tam sayılarının toplamı 26 olduğuna göre,  $m$  kaçtır?

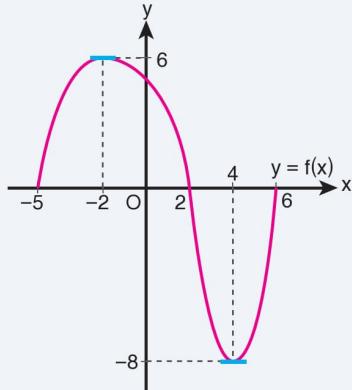


## FONKSİYONLARIN ARTAN, AZALAN VE SABİT OLDUĞU ARALIKLAR

### FONKSİYONLARIN ARTAN, AZALAN VE SABİT OLDUĞU ARALIKLAR

#### ÖRNEK 1

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- $f$  fonksiyonunun pozitif değerli ve artan olduğu en geniş aralığı bulunuz.
- $f$  fonksiyonunun negatif değerli ve azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

- $f$  fonksiyonu gerçel sayılarla tanımlı artan bir fonksiyondur.

Buna göre,

- $f(-3) > f(2)$
- $f(0) < f(-1)$
- $f(-4) < f(3)$

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- $f$  gerçel sayılarla azalan fonksiyon,  
 $g$  gerçel sayılarla artan fonksiyondur.

- $f(a) < f(5)$
- $g(b) > g(-3)$

olduğuna göre,  $a$  ve  $b$  tam sayılarının toplamı en az kaçtır?

#### ÇÖZÜM

a) Pozitif değerli ve artan olduğu aralık  $(-5, -2]$  dir.

b) Negatif değerli ve azalan olduğu aralık  $(2, 4]$  tür.

#### ÖRNEK 2

$f$  fonksiyonu gerçel sayıarda azalan bir fonksiyondur.

$$f(a) < f(b) < f(c)$$

olduğuna göre,  $\frac{b-c}{b-a}$  ifadesinin işaretini bulunuz.

#### ÇÖZÜM

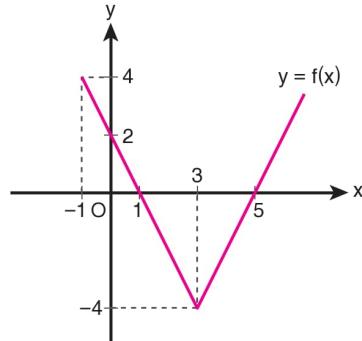
$f$  azalan fonksiyon olduğu için

$$f(a) < f(b) < f(c) \text{ ise } a > b > c \text{ dir.}$$

Buna göre,  $b - c > 0$  olur.

$$\frac{b-c}{b-a} < 0 \text{ bulunur.}$$

- $f$  fonksiyonu gerçel sayılarla tanımlı artan bir fonksiyondur.
- Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

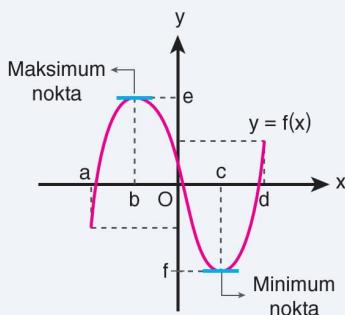


Buna göre,  $f$  fonksiyonunun negatif değerli ve artan olduğu aralıkta  $x$  tam sayılarının toplamı kaçtır?



## FONKSİYONLARIN MAKİMUM VE MİNİMUM NOKTALARI

## FONKSİYONLARIN MAKİMUM VE MİNİMUM NOKTALARI

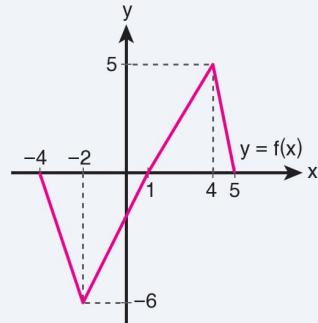


Dik koordinat düzleminde  $[a, d]$  aralığında grafiği verilen  $f$  fonksiyonunun

- Maksimum noktası  $(b, e)$  dir.  
Maksimum değeri ise  $e$  dir.
- Minimum noktası  $(c, f)$  dir.  
Minimum değeri ise  $f$  dir.

## ÖRNEK

Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



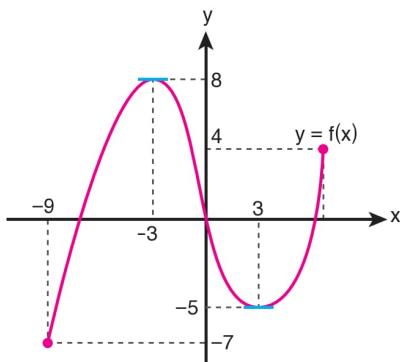
Buna göre,  $f$  fonksiyonunun  $[-4, 5]$  aralığındaki

- Maksimum ve minimum noktaları bulunuz.
- Maksimum değeri ile minimum değerinin toplamını bulunuz.

## ÇÖZÜM

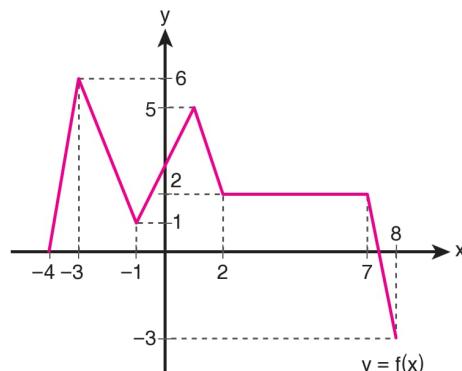
- Maksimum noktası  $(4, 5)$ , minimum noktası  $(-2, -6)$  dir.
- Maksimum değer 5, minimum değer  $-6$  dir.  
 $-6 + 5 = -1$  olur.

- Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonunun maksimum değeri ile minimum değerinin çarpımı kaçtır?

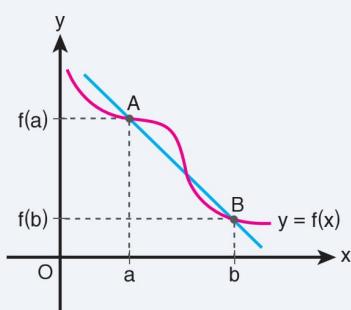
- Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonunun  $[-3, 7]$  aralığındaki minimum değeri kaçtır?

## ORTALAMA DEĞİŞİM HİZİ

## ORTALAMA DEĞİŞİM HİZİ



$y = f(x)$  fonksiyonunun  $[a, b]$  aralığındaki ortalama değişim hızı

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

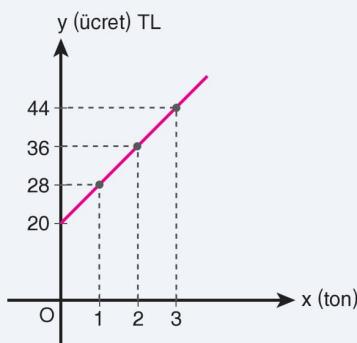
formülü ile hesaplanır.

$\Delta x$ : A noktasından B noktasına x değerindeki değişim

$\Delta y$ : A noktasından B noktasına y değerindeki değişim

Doğrusal fonksiyonların ortalama değişim hızı doğrunun eğimine eşittir.

## ÖRNEK



Yandaki grafik bir belediyenin aboneleri için kullanılan su miktarı (ton) ile fatura ücreti arasındaki ilişkiyi göstermektedir.

Buna göre, 1 ton ve 3 ton su kullanımı arasında fatura ücretinin ortalama değişim hızını bulunuz.

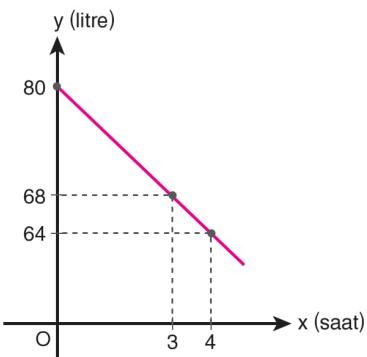
## ÇÖZÜM

1 ton su kullanımında fatura ücreti 28 TL

3 ton su kullanımında fatura ücreti 44 TL

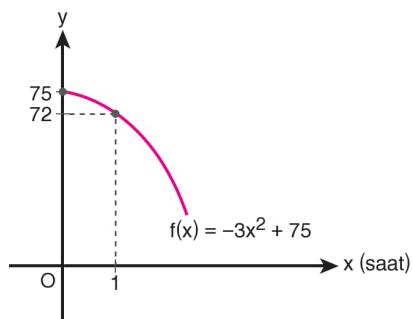
$$\text{Ortalama değişim hızı} = \frac{44 - 28}{3 - 1} = \frac{16}{2} = 8 \text{ olur.}$$

1. Dik koordinat düzleminde bir depodaki suyun zamana bağlı değişimini verilmiştir.



Buna göre, grafiğin değişim hızı kaçtır?

2. Dik koordinat düzleminde bir aracın deposunda bulunan yakıt miktarının zamana bağlı değişimini verilmiştir.



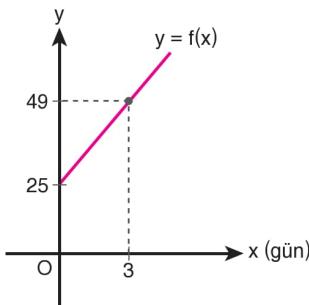
Buna göre, aracın 2 ile 4. saatler arasında (2. ve 4. saatler dahil) deposunda kalan yakıtın ortalama değişim hızını bulunuz.

## FONKSİYONLAR

### TEST 1

#### GRAFİK UYGULAMALARI, EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTA, POZİTİF-NEGATİF OLDUĞU ARALIK, ARTAN VE AZALAN OLDUĞU ARALIK

1. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde bir kişinin kumbarasında biriken doğrusal fonksiyonun grafiği verilmiştir.



Buna göre, kumbarada biriken paranın  $x$  gün sonunda miktarını gösteren fonksiyonun kuralı aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $f(x) = 8x + 25$

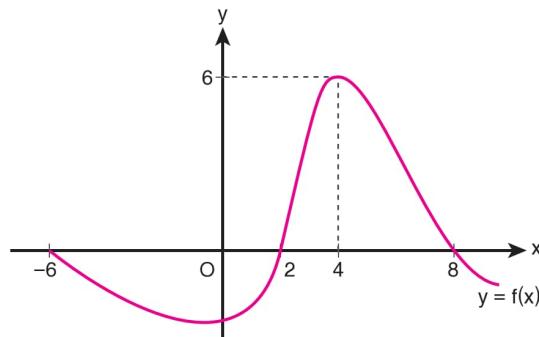
B)  $f(x) = \frac{16x + 25}{2}$

C)  $f(x) = 4x + 25$

D)  $f(x) = \frac{24x + 25}{3}$

E)  $f(x) = \frac{4x + 25}{2}$

3. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonunun pozitif değerli olduğu kaç tane  $x$  tam sayısı vardır?

A) 3

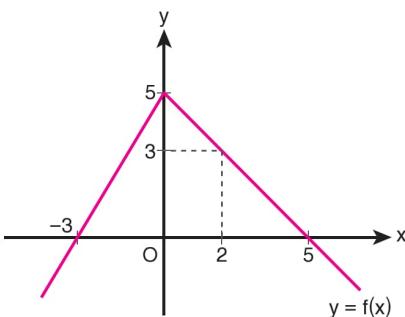
B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

2.



Dik koordinat düzleminde verilen  $f$  fonksiyonunun eksenleri kestiği noktaların koordinatları toplamı kaçtır?

A) 4

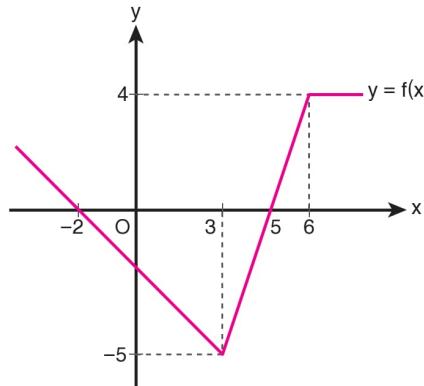
B) 5

C) 6

D) 7

E) 8

4. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonunun artan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

A)  $[-2, 3]$

B)  $[0, 5]$

C)  $[-2, 6]$

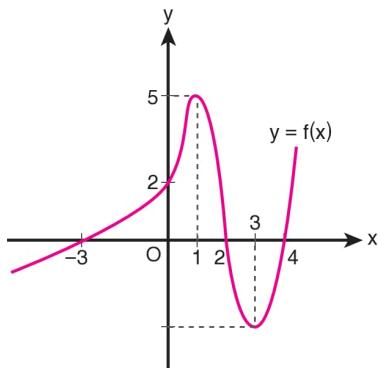
D)  $[3, 6]$

E)  $[0, 6]$



**GRAFİK UYGULAMALARI, EKSENLERİ KESTİĞİ NOKTA, POZİTİF-NEGATİF OLDUĞU ARALIK,  
ARTAN VE AZALAN OLDUĞU ARALIK**

5. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksyonunun negatif değerli azalan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $(-\infty, -3]$       B)  $(-3, 1]$       C)  $[1, 2)$   
 D)  $[1, 3]$       E)  $(2, 3]$

6.  $f$  gerçel sayılarla tanımlı azalan bir fonksiyon,  $g$  gerçel sayılarla tanımlı artan bir fonksiyondur.

- $f(m) > f(p)$
- $g(p) < g(n)$

olduğuna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $m < p < n$       B)  $n < m < p$       C)  $p < n < m$   
 D)  $n < p < m$       E)  $m < n < p$

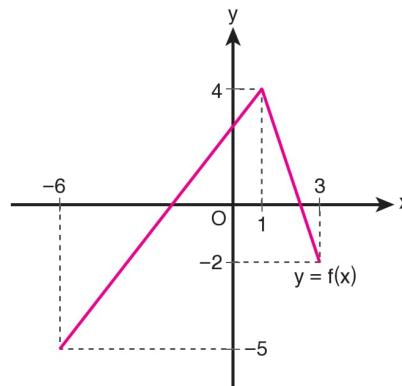
7.  $f$  fonksiyonu  $[3, 7]$  aralığında sabit fonksiyondur.

- $f(4) = 2a - 1$
- $f(5) = a + 4$

olduğuna göre,  $f(6)$  kaçtır?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

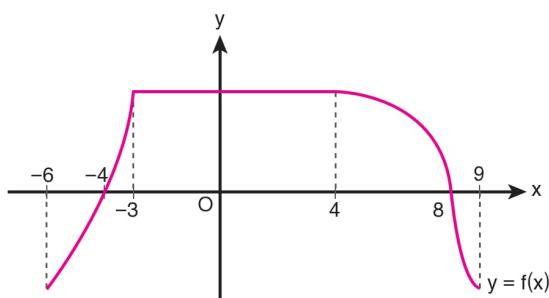
8. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksyonunun  $[-6, 3]$  aralığındaki alabileceğini en büyük ve en küçük değerlerin toplamı kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

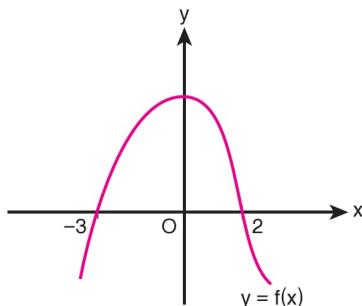
9. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonu ile ilgili olarak aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $[-6, -3]$  aralığında pozitif değerli ve artandır.  
 B)  $[-4, 8]$  aralığında sabit fonksiyondur.  
 C)  $[4, 9]$  aralığında negatif değerli ve azalandır.  
 D)  $(-4, 8)$  aralığında pozitif değerlidir.  
 E)  $[0, 9]$  aralığında negatif değerlidir.

1. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A)  $f(-1) < 0$   
 B)  $f(3) > 0$   
 C)  $f(2) < 0$   
 D)  $f(f(2)) > 0$   
 E)  $f(-5) \cdot f(6) < 0$

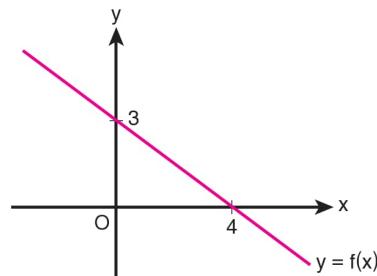
2.  $f$  gerçek sayılarla tanımlı bir fonksiyondur.

$$f(x) = x^2 + x$$

**fonksiyonunun  $[1, 3]$  aralığındaki ortalama değişim hızı kaçtır?**

- A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

4. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde doğrusal  $f$  fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,  $f$  fonksiyonunun değişim hızı kaçtır?

- A)  $-\frac{4}{3}$       B) -3      C)  $-\frac{3}{4}$       D)  $-\frac{1}{2}$       E) -1

- 5.

$$f(x) = (2m - 8)x + 7$$

**doğrusal fonksiyonunun değişim hızı negatif olduğuna göre,  $m$ 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?**

- A) -1      B) 1      C) 2      D) 3      E) 5

3.  $f(x) = 4x - 1$

**fonksiyonunun ortalama değişim hızı kaçtır?**

- A) 4      B) 3      C) 1      D) -1      E) -2

6.  $f$  doğrusal fonksiyonunun değişim hızı -3 tür.

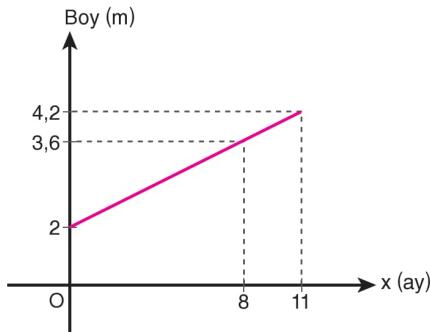
**$f(0) = 2$  olduğuna göre,  $f(4)$  kaçtır?**

- A) -14      B) -10      C) -6      D) -4      E) -2



## MAKSİMUM-MİNİMUM NOKTALARI, ORTALAMA DEĞİŞİM HIZI, ARTAN VE AZALAN OLDUĞU ARALIK

7. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde bir bahçeye dikilen fidanın boyunun zamana bağlı değişimini verilmiştir.



Buna göre, bu fidanın boyunun ortalama değişim hızı kaçtır?

- A) 0,05    B) 0,1    C) 0,15    D) 0,2    E) 0,3

8. a, b, c ve d birer gerçel sayı olmak üzere,

- $f(x) = a + b \cdot x$  fonksiyonunun değişim hızı negatiftir.
- $g(x) = c \cdot x + d$  fonksiyonunun değişim hızı pozitiftir.

Buna göre, aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin değişim hızı kesinlikle negatiftir?

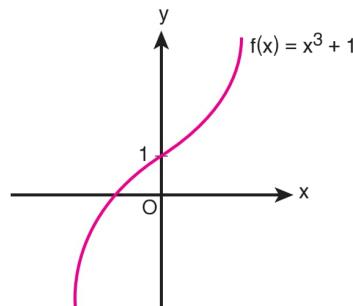
- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A) $h(x) = d \cdot x$         | B) $h(x) = a \cdot x$         |
| C) $h(x) = (a + b) \cdot x$   | D) $h(x) = b \cdot c \cdot x$ |
| E) $h(x) = a \cdot c \cdot x$ |                               |

9.  $2y - mx + 1 = 0$

doğrusunun değişim hızı  $\frac{3}{4}$  olduğuna göre, m kaçtır?

- A)  $\frac{3}{8}$     B)  $\frac{2}{3}$     C)  $\frac{3}{2}$     D)  $\frac{8}{3}$     E)  $\frac{1}{3}$

10. Aşağıdaki dik koordinat düzleminde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun  $[-1, 2]$  aralığındaki değişim hızı kaçtır?

- A) 1    B)  $\frac{3}{2}$     C) 2    D)  $\frac{5}{2}$     E) 3

11. f gerçel sayılarla tanımlı azalan bir fonksiyondur.

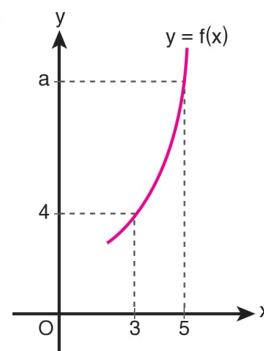
$$f(3m - 8) > f(m + 2)$$

olduğuna göre, m'nin alabileceği doğal sayı değerleri kaç tanedir?

- A) 6    B) 5    C) 4    D) 3    E) 2



- 12.



Dik koordinat düzleminde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

f fonksiyonunun ortalama değişim hızı 3 olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 6    B) 8    C) 10    D) 12    E) 14

