武汉大学 2021 --2022 学年第 一 学期

大学物理 C1（下）期末试卷 （ A 卷）

参考答案

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，合计 30 分）

1-5： BDACC **6-10：** CBBAC

二、填空题（本大题共 7 个小题，双空题 4 分、单空题 3 分，合计 24 分）

11：$\frac{\mu_0 I}{8R}+\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ (3 分)、 垂直纸面向里 (1 分)

12：$\pi R^2 NBI$ (3 分) 竖直向下 (1 分)

13：897 V (3 分)

14：99.6 (3 分)

15：820 (3 分)

16：6.79×10^{-7} (3 分)

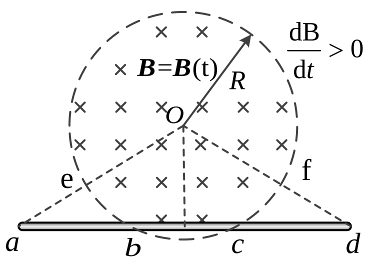
17：$(\mu_r-1)nI$ (3 分)、从左向右观察沿顺时针方向 或 与线圈中的电流方向相反 (1 分)

三、计算题（本大题共 5 小题，合计 46 分）

18、解（本题 10 分）：

（1） 棒端 a 处在圆柱形均匀磁场区域的外面，由于此变化磁场及其激发的感生电场均具有“无限长”的轴对称性，且感生电场的电场线为闭合曲线，为此在导体棒所在的平面内，作一个以 O 为圆心，oa 为半径的圆周为闭合曲线，由

$$\oint_L \boldsymbol{E}_B\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=2\pi r E_B=-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \qquad 1\text{ 分}$$



再由图中的几何关系容易得到

$$r=Oa=\sqrt{3}R\text{，且 }\Phi=\pi R^2 B \qquad 1\text{ 分}$$

由此可得 a 处感生电场的大小为

$$E_B=-\frac{1}{2\pi r}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}=-\frac{\sqrt{3}}{6}R\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 1\text{ 分}$$

方向垂直 oa 沿圆形回路逆时针的切线方向。 1 分

（2）方法一： 用法拉第电磁感应定律求解

假想用导线连接 Oa 、 Od ，构成一个三角形导体回路 Oad 。则通过此回路的磁通量为

$$\Phi = B(S_{扇形Oeb} + S_{三角形Obc} + S_{扇形Ocf}) = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)BR^2 \qquad 1 分$$

由法拉第电磁感应定律，回路中的总感应电动势的大小为

$$\varepsilon_i = \left|\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\right| = \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 2 分$$

又 $\varepsilon_i = \varepsilon_{Oa} + \varepsilon_{ad} + \varepsilon_{dO}$，同时注意到，$Oa$、$Od$ 沿径向放置，与感生电场方向垂直，所以

$$\varepsilon_{Oa} = \varepsilon_{dO} = 0 \qquad 1 分$$

由此得棒 ad 上的感生电动势的大小为

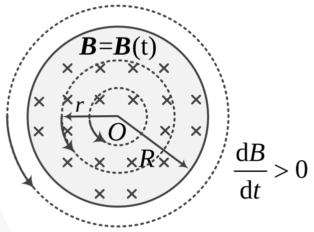
$$\varepsilon_{ad} = \varepsilon_i = (\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6})R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 1 分$$

棒 ad 上的感生电动势的方向由 $a \to d$。 1 分

（方法二）先求感生电场 $\boldsymbol{E}_B$ 的空间分布，然后用 $\varepsilon_{ab} = \int_a^b E_B \cdot dl$ 求感生电动势

由于该磁场及其激发的感生电场的分布均具有轴对称性，利用（1）中的方法，可得感生电场的分布为

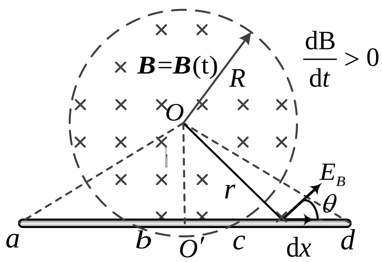
$$E_B = \begin{cases} -\frac{r}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & 当\ r < R\ 时 \\ -\frac{R^2}{2r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} & 当\ r > R\ 时 \end{cases} \qquad 1分$$



$\boldsymbol{E}_B$ 的方向均沿圆周逆时针的切线方向。

以圆心 O 到棒的垂足 O' 为坐标原点建立 x 轴，在棒上距 O' 为 x 处取一“棒元” $\mathrm{d}x$。则该“棒元”上的感生电动势为

$$\mathrm{d}\varepsilon = \boldsymbol{E}_B \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{x} = E_B\cos\theta\mathrm{d}x \qquad 2 分$$



所以 ad 上的感生电动势为

$$\varepsilon_{ad} = \int \mathrm{d}\varepsilon = \int_{-3R/2}^{-R/2}\frac{R^2}{2r}\frac{h}{r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x + \int_{-R/2}^{R/2}\frac{h}{2}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x + \int_{R/2}^{3R/2}\frac{R^2}{2r}\frac{h}{r}\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}x$$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{6}\right)R^2\frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \qquad 2 分$$

方向由 $a \to d$。 1 分

19、解（本题 8 分）：(1) 方法一：

根据明纹条件 $x = k\lambda D/d$ 1 分

中央明纹两侧的两条第 6 级明纹中心的间距为

$$\Delta x_{6--6} = x_6 - x_{-6} = 12D\lambda/d = 7.20\times10^{-2}\,\mathrm{m} \qquad 2 分$$

方法二：

由杨氏双缝干涉相邻条纹间距公式　$\Delta x = D\lambda / d$　　1 分

得，中央明纹两侧的两条第 6 级明纹中心的间距为

$$\Delta x_{6--6} = 12\Delta x = 12D\lambda / d = 7.20\times10^{-2}\,\mathrm{m}\qquad 2\text{ 分}$$

(2) 覆盖薄膜后，零级明纹应满足：$(n-1)e + r_1 = r_2$　　2 分

设不盖薄膜时，假设此点处为第 k 级明纹，则应有

$$r_2 - r_1 = k\lambda \qquad 2\text{ 分}$$

所以　$(n-1)e = k\lambda$，得　$k = (n-1)e/\lambda = 5$

即零级明纹移到原来的第 5 级明纹处　　1 分

20、解（本题 10 分）：（1）单缝衍射 1 级暗纹中心对应的衍射角 θ 满足 $a\sin\theta = \pm\lambda$　　2 分

两中心在屏幕上坐标为　$x = f\tan\theta$　　1 分

由于 $\lambda << a$，有　$\tan\theta \approx \sin\theta$

∴中央明纹宽度为　$\Delta x = \dfrac{2f\lambda}{a} = 12\text{cm}$　　1 分

（2）由题意，光栅常数为 $d = 1.000\text{cm}/400 = 2.50\times10^{-5}\,\mathrm{m}$　　1 分

根据光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$，得

$$|k| = \frac{d}{\lambda}|\sin\theta| \le \frac{d}{\lambda}\cdot\frac{\lambda}{a} = 2.5 \qquad 2\text{ 分}$$

共有 $k = 0, \pm1, \pm2$ 等 5 个主极大。　　1 分

（3）根据光栅方程 $d\sin\theta = k\lambda$，和单缝衍射暗纹公式 $a\sin\theta = \pm k'\lambda$，得光栅衍射的缺级条件为

$$|k| = \frac{d}{a}|k'| = \frac{5}{2}|k'|$$

当 $|k'| = 2, 4, 6, \cdots$，时，有 $|k| = 5, 10, 15, \cdots$　　1 分

所以此光栅衍射出现缺级的最低级次为第 5 级。　　1 分

21、解（本题 10 分）：（1）由康普顿波长偏移公式

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) \qquad 3\text{ 分}$$

得散射光的波长为

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = 3.00\times10^{-12} + \frac{6.626\times10^{-34}}{9.11\times10^{-31}\times3.00\times10^{8}}(1-\cos60^\circ) = 4.21\times10^{-12}\,\mathrm{m} \qquad 1\text{ 分}$$

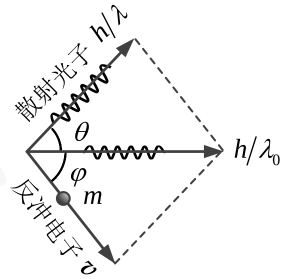
（2）由能量守恒，可得反冲电子获得的动能为

$$E_k = mc^2 - m_0c^2 = h\frac{c}{\lambda_0} - h\frac{c}{\lambda} = 1.91\times10^{-14}\,\mathrm{J} = 1.19\times10^{5}\,\mathrm{eV} \qquad 3\text{ 分}$$

（3）**方法一**：由光子与自由电子碰撞时动量守恒可得反冲电子的动量大小为

$$p_e=\sqrt{p_\lambda^2+p_{\lambda 0}^2-2p_\lambda p_{\lambda 0}\cos\theta}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2+\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2-2\frac{h^2}{\lambda\lambda_0}\cos\theta}=1.97\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}} \qquad 2+1\text{ 分}$$



方法二：由相对论能量动量关系式：

$$p_e=\sqrt{2m_0E_k\left(1+\frac{E_k}{2m_0c^2}\right)}=1.97\times10^{-22}\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}} \qquad 2+1\text{ 分}$$

评分标准：因 $E_k=1.19\times10^5\,\mathrm{eV}$ 接近于电子的静止能量 0.51MeV，所以若不考虑相对论效应求解，方法二不给分。

22、（本题 8 分）解：（1）由波函数的统计解释，$n=3$时，势阱中粒子的概率密度函数为

$$p(x,t)=|\Psi_3(x)|^2=\frac{2}{a}\sin^2\frac{3\pi x}{a} \qquad 2\text{ 分}$$

不难看出：当$\sin^2\frac{3\pi x}{a}=1$时，即$\frac{3\pi x}{a}=\frac{\pi}{2}$或$\frac{3\pi}{2}$或$\frac{5\pi}{2}$时，$p(x,t)$最大。由此得粒子出现概率最大的位置是

$$x=a/6\ \text{ 或 }\ 3a/6\ \text{ 或 }\ 5a/6 \qquad 2\text{ 分}$$

评分标准：少或错一个扣 1 分，少或错 2 个及以上，不给分。

（2）当$n=3$时，在$a/3<x<a/2$区间内粒子出现的概率为

$$P=\int_{a/3}^{a/2}|\Psi_3(x)|^2\mathrm{d}x=\int_{a/3}^{a/2}\frac{2}{a}\sin^2\frac{3\pi x}{a}\mathrm{d}x \qquad 3\text{ 分}$$

$$=\frac{1}{a}\int_{a/3}^{a/2}\left(1-\cos2\frac{3\pi x}{a}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{6} \qquad 1\text{ 分}$$