

2000~2001 学年第二学期 《 高等数学 》 期末考试试题 (180 学时)

专业班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

一、 已知一个二阶常系数线性齐次微分方程有相等的实根  $a$ ，试写出此微分方程及通解。

(8 分)

二、 设幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x-1)^n$  在  $x=3$  处发散，在  $x=1$  处收敛，试求出此幂级数的收敛半径。

(8 分)

三、 求曲面  $x^3 y^2 + xz = 3$  在点  $(1, 1, 1)$  处的切平面方程和法线方程。(10 分)

四、 设  $x > 0$ ,  $f(x)$  为连续可微函数，且  $f(1) = 2$ ，对  $x > 0$  的任一闭曲线  $L$ ，有

$$\oint_L 4x^3 y dx + x f(x) dy = 0, \text{ 求 } f(x). \text{ (10 分)}$$

五、 设曲线  $L$  (起点为  $A$ ，终点为  $B$ ) 在极坐标下的方程为  $r = \sqrt{\sin 2\theta}$ ,  $(\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3})$ ,

其中  $\theta = \frac{\pi}{6}$  对应起点  $A$ ， $\theta = \frac{\pi}{3}$  对应终点  $B$ ，试计算  $\int_L -y dx + x dy$ 。(10 分)

六、 设空间闭区域  $\Omega$  由曲面  $z = a^2 - x^2 - y^2$  与平面  $z = 0$  围成，其中  $a > 0$ ， $\Sigma$  为  $\Omega$  的表面外侧，且假定  $\Omega$  的体积  $V$  已知，计算：

$$\oiint_{\Sigma} x^2 y z^2 dy dz - x y^2 z^2 dz dx + z(1 - x y z) dx dy. \text{ (10 分)}$$

七、 函数  $z = z(x, y)$  由  $F(\frac{x}{y}, \frac{y}{z}) = 0$  所确定， $F$  具有连续的一阶偏导数，求  $dz$ 。(12 分)

八、 计算  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  是由平面  $z=2$  与曲面  $x^2 + y^2 = 2z^2$  所围成的闭区域。(12 分)

九、 已知级数  $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$  的部分和  $S_n = \arctan n$ ，试写出该级数，并求其和，且判断级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \tan U_n \text{ 的敛散性。 (12 分)}$$

十、 设  $f(x)$  连续，证明  $\iint_D f(x-y) dx dy = \int_{-A}^A f(t)(A-|t|) dt$ ，其中  $A$  为正常数。 $D$ ：

$$|x| \leq \frac{A}{2}, |y| \leq \frac{A}{2}. \text{ (8 分)}$$