第 5 章 流体力学 习题解答

5.1—5.6 思考题答案略

5.7 有一个三通管，水流过A管后，经B、C两个支管流出，已知三管的横截面积分别为$S_A = 100\ \text{cm}^2$，$S_B = 40\ \text{cm}^2$，$S_C = 80\ \text{cm}^2$，A、B两管中流速分别为$v_A = 40\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$，$v_B = 30\ \text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$，试求$C$管中的流速$v_C$。

5.7 解：根据连续性方程，有

$$S_A v_A = S_B v_B + S_C v_C$$

所以

$$v_C = \frac{S_A v_A - S_B v_B}{S_C} = \frac{100\times 40 - 40\times 30}{80} = 35\ (\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$$

5.8 水在截面积不同的水平管中作稳定流动，出口处的截面积为管的最细处的三倍，若出口处的流速为$2.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，已知水管外大气压强为$P_0 = 1.0\text{atm}$。试求：

（1）管中最细处的压强为多少标准大气压？

（2）若在此最细处开一小孔，水会不会流出来。

5.8 解：对于水平管中截面积最细处(1)和出口处(2)的两点，列伯努利方程，有

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad ①$$

式中：$P_2 = P_0 = 1\,\text{atm}$，又根据连续性方程：$S_1 v_1 = S_2 v_2$，可得

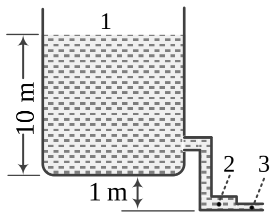
$$v_1 = \frac{S_2}{S_1} v_2 = 3v_2 = 6.0\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

将v_1、v_2及$P_2 = P_0$代入①式，得

$$P_1 = P_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 1.013\times 10^5 + \frac{1}{2}\times 1000\times\left(4-36\right) = 85\ (\text{kPa})$$

因为$P_1 < P_0$，所以若在此最细处开一个小孔，水不会从小孔流出。

5.9 水由蓄水池稳定流出（如图所示），蓄水池中水面（图中 1 处）比池底高出$10.0\,\text{m}$，水管中 2 处和 3 处比池底低$1.0\,\text{m}$，2 处水管的横截面积为$0.04\,\text{m}^2$，3 处水管的横截面积为$0.02\,\text{m}^2$，蓄水池水面的面积远大于水管的横截面积。假设水面处空气的压强为 1.0 个标准大气压。试求：



习题5.9图

（1）水管中 2 处的压强；

（2）水的排出率。

5.8 解： (1) 以蓄水池底部所在平面为参考面，对于点 1 和点 3、点 2 和点 3 分别列伯

努利方程，并对点 2 和点 3 列连续性方程，可得

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g h_1=P_3+\frac{1}{2}\rho v_3^2+\rho g h_3 \quad ①$$

$$P_3+\frac{1}{2}\rho v_3^2+\rho g h_3=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g h_2 \quad ②$$

$$S_2 v_2=S_3 v_3 \quad ③$$

因为蓄水池水面的面积很大，可以认为 $v_1\to 0$，且： $P_1=P_3=1.0\ \text{atm}$， $h_1=10.0\text{m}$ ，$h_2=h_3=-1.0\text{m}$ 代入① ，可得

$$v_3=\sqrt{2g\left(h_1-h_3\right)}=\sqrt{2\times 9.8\times 11}=14.7\ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

又由③得

$$v_2=\frac{S_3}{S_2}v_3=\frac{1}{2}\times 14.7=7.35\ (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

再将 v_2、 v_3 代入②式，可得 2 处的压强为

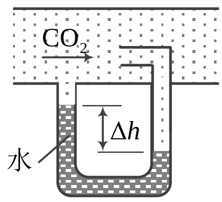
$$P_2=P_3+\frac{1}{2}\rho v_3^2+\rho g h_3-\frac{1}{2}\rho v_2^2-\rho g h_2$$

$$=1.013\times 10^5+\frac{1}{2}\times 1000\times(14.7^2-7.35^2)=1.82\times 10^5\ (\text{Pa})$$

(2) 水的排出率，即流量为

$$Q=S_3 v_3=0.02\times 14.7=0.294\ (\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1})$$

5.10 在一个采集 CO_2 气体的管道上连接了一个压强计，如图所示。如果压强计中两边的水面高度差是 2.0cm，CO_2 气体的密度为 $\rho=2.0\,\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$，采气管的横截面积为 $10\,\text{cm}^2$，试求：在 $5\,\text{min}$ 内能采集到的 CO_2 气体有多少立方米。



习题5.10图

5.10 解： 设压强计中正对着气体流动方向的开口为 1 处，则该处流速为零，即 $v_1=0$，压强为 P_1，另一开口为 2 处，该处流速 v_2 即为气体的流速，压强为 P_2。因两处高度近似相等，对这两处列伯努利方程，有

$$P_2+\frac{1}{2}\rho_{气}v_2^2=P_1+\frac{1}{2}\rho_{气}v_1^2=P_1$$

又由题意可知

$$P_1-P_2=\rho_{水}g\Delta h$$

由上述两式，可得

$$\frac{1}{2}\rho_{气}v_2^2=P_1-P_2=\rho_{水}g\Delta h$$

所以采气管中气体的流速为

$$v_2=\sqrt{\frac{2\rho_{水}g\Delta h}{\rho_{气}}}=\sqrt{\frac{2\times1000\times9.8\times0.02}{2.0}}=14\left(\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)$$

5 分钟内采集到的 CO_2 气体的量为

$$V=Qt=Sv_2t=0.001\times14\times5\times60=4.2(\mathrm{m^3})$$

5.11　在一封闭的水箱内，水面上部的空气压强为 0.923atm，水箱外部的气压为 1.00atm。在水箱一侧、距水面 1.0 m 处有一小孔，求水从小孔流出的速率。

5.11 解：选水箱内水面处为 1，小孔出口处为 2，并以出口处为参考面，则由题意可知：$P_1=0.923\ \mathrm{atm}$，$P_2=1\ \mathrm{atm}$，$h_1=1\mathrm{m}$，$h_2=0$，而且由于水从小孔中流出，因此可认为水箱中水面处的流速为零，即：$v_1\to0$。对 1、2 两处列伯努利方程，有

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gh_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh_2$$

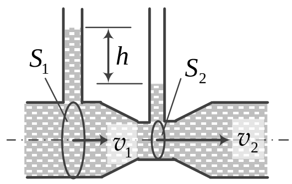
由此可得

$$v_2=\sqrt{v_1^2+\frac{2}{\rho}\left(P_1-P_2\right)+2g\left(h_1-h_2\right)}$$

代入数据，可得

$$v_2=\sqrt{\frac{2\times(0.923-1.0)\times1.013\times10^5}{1000}+2\times9.8\times1.0}=2.0\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

5.12 为了测定某一管道中液体的流量，可以在该管道中接入一段截面积不均匀的水平管，并在截面积为 S_1 和 S_2 处分别装一根竖直支管。这种装置叫做汾丘里流量计，如图所示。设 $S_1>S_2$，则当液体流过时，S_1 处竖直管中的液面将高于 S_2 处竖直管中的液面，若测得两处液面的高度差为 h，试求管中液体的流量 Q。



习题5.12图

5.12 解：设 S_1 和 S_2 处液体的压强分别为 P_1 和 P_2，则由题意可知

$$P_1-P_2=\rho gh$$

再由水平管中的伯努利方程与连续性方程可得

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$S_1v_1=S_2v_2$$

将上述三个方程联立求解，可得

$$v_1=S_2\sqrt{2gh\big/\left(S_1^2-S_2^2\right)}$$

所以，液体的流量为

$$Q=S_1v_1=S_1S_2\sqrt{2gh\big/\left(S_1^2-S_2^2\right)}$$

5.13 一容器底部有一个面积为$0.50\,\mathrm{cm}^2$的小孔，若水以$Q=1.5\times10^{-4}\,\mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$的流量注入容器中，问容器中水面将保持在多大高度。

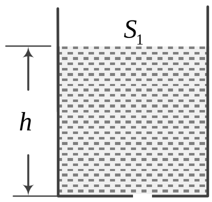
5.13 解：假设容器中水面的面积远大于底部小孔的面积，当容器中水深为h时，由伯努利方程可得水从容器底部小孔流出的速率为：$v=\sqrt{2gh}$，所以水从小孔流出的流量为

$$Q'=Sv=S\sqrt{2gh}$$

当$Q'=Q$时，即注入容器中的流量等于流出的流量时，容器中水面的高度将保持稳定，于是有

$$h=\frac{Q'^2}{2gS^2}=\frac{Q^2}{2gS^2}=\frac{(1.5\times10^{-4})^2}{2\times9.8\times(0.50\times10^{-4})^2}=0.46\,(\mathrm{m})$$

5.14 如图所示，圆桶的横截面积为$6.0\times10^{-2}\,\mathrm{m}^2$，在桶的底部有一截面积为$1.0\times10^{-4}\,\mathrm{m}^2$的小孔。当水桶中水深为$H=0.70\,\mathrm{m}$时，试求：圆桶中的水全部流完需要的时间。



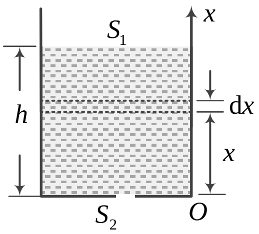
习题5.14图

5.14 解：建立如图所示的坐标系，设水面从高度$x+\mathrm{d}x$处下降到高度x所用时间为$\mathrm{d}t$，根据连续性方程，在$\mathrm{d}t$时间内，从小孔流出的水的体积应等于桶中减少的水的体积，即有

$$S_2v_2\,\mathrm{d}t=-S_1\,\mathrm{d}x$$

由于S_2远小于S_1，可得在水面高度为x时，水从小孔中流出的速率为$v_2=\sqrt{2gx}$，将此代入上式，可得

$$\mathrm{d}t=-\frac{S_1\,\mathrm{d}x}{S_2\sqrt{2gx}}$$



题5.14解的图

故水桶中的水全部流完所需的时间为

$$t=\int_0^t\mathrm{d}t=\int_H^0\frac{-S_1\,\mathrm{d}x}{S_2\sqrt{2gx}}=\frac{S_1}{S_2}\frac{\sqrt{2gH}}{g}$$

$$=\frac{6.0\times10^{-2}}{1.0\times10^{-4}}\times\frac{\sqrt{2\times9.8\times0.7}}{9.8}=227\ (\mathrm{s})$$

5.15 20℃的水在半径为20cm的水平均匀圆管内流动，若管轴处的流速为$0.10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$，在流动方向上相距$10\,\mathrm{m}$的两处，由于水的黏性使压强降低了多少？（水的黏滞系数为$1.0\times10^{-3}\,\mathrm{Pa\cdot s}$）

5.15 解：由泊肃叶公式：$Q=\dfrac{\Delta P\pi}{8\eta L}r_0^4$，可得

$$\Delta P=\frac{8Q\eta L}{\pi r_0^4}$$

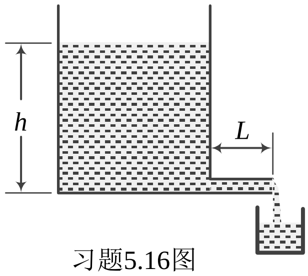
又黏性流体的流量为

$$Q=\bar{v}S=\bar{v}\cdot\pi r_0^2=\frac{1}{2}v_m\pi r_0^2$$

将此代入上式，可得

$$\Delta P=\frac{4v_m\eta L}{r_0^2}=\frac{4\times0.10\times10\times1\times10^{-3}}{0.02^2}=10\ (\text{Pa})$$

5.16 如图所示，一个宽大的玻璃容器的底部有一根水平的细玻璃圆管，内直径 $d=0.10\text{cm}$，长 $L=10.0\text{cm}$。容器内盛有深 $h=5.0\text{cm}$ 的硫酸，它的密度 $\rho=1.9\,\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$。测得 1min 内由细管流出的硫酸为 0.66g，试求硫酸的黏滞系数 η。



习题5.16图

5.16 解：根据泊肃叶公式：$Q=\frac{\Delta P\pi}{8\eta L}r_0^4$，得

$$\eta=\frac{\Delta P\pi}{8QL}r_0^4 \qquad ①$$

又由题意知：$P_1=P_0+\rho gh$，$P_2=P_0$，所以：$\Delta P=P_1-P_2=\rho gh$

而实测的流量为：$Q=\frac{m}{\rho t}$

将 ΔP 和 Q 代入①式，得

$$\eta=\frac{\pi tgh\rho^2}{8Lm}r_0^4=\frac{3.14\times60\times980\times5.0\times1.9^2}{8\times10.0\times0.66}\times0.05^4=0.39\ (\text{g}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})$$

5.17 人体主动脉的内半径约为 $0.75\times10^{-2}\text{ m}$，当血流量为 $2.7\times10^{-4}\text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ 时，在一段长 0.20m 的血管中的血液阻力和血液压降各是多少？（已知人体血液的黏度为 $3.5\times10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$）。

5.17 解：由流阻的定义可得

$$R=\frac{8\eta L}{\pi r_0^4}=\frac{8\times3.5\times10^{-3}\times0.2}{3.14\times(0.75\times10^{-2})^4}=5.63\times10^5\ (\text{Pa}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-1})$$

再由泊肃叶定律，可得这段血管中的压降为

$$\Delta P=Q\times R=2.7\times10^{-4}\times5.63\times10^5=152\ (\text{Pa})$$

5.18 设某人的心输血量为 $0.83\times10^{-4}\text{ m}^3\cdot\text{s}^{-1}$，体循环的总压强差为 $1.2\times10^4\text{Pa}$，试求此人体循环的总流阻（即外周阻力）是多少 $\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-5}$？

5.18 解：由泊肃叶公式 $Q=\frac{\Delta P}{R}$，可得

$$R=\frac{\Delta P}{Q}=\frac{1.2\times10^4}{0.83\times10^{-4}}\approx1.4\times10^8(\text{N}\cdot\text{s}\cdot\text{m}^{-5})$$

5.19 设橄榄油的黏性系数为 $0.18\ \text{Pa}\cdot\text{s}$，流过长度为 0.50m、半径为 1.0cm 的圆管时，

圆管两端压强差为$2.0\times10^{4}\ \mathrm{N\cdot m^{-2}}$，试求管中橄榄油的流量。

5.19 解： 根据泊肃叶公式 $Q=\dfrac{\Delta P\pi}{8\eta L}r_0^4$，得橄榄油的流量为

$$Q=\frac{3.14\times2.0\times10^{4}}{8\times0.18\times0.50}\times(1.0\times10^{-2})^{4}=8.7\times10^{-4}\ (\mathrm{m^{3}\cdot s^{-1}})$$

5.20 有一黏性系数为$0.12\mathrm{Pa\cdot s}$的液体，在直径为$1.0\mathrm{cm}$的水平圆管中流动，流量为$50\mathrm{cm^{3}\cdot s^{-1}}$，试求管中相距$31.4\mathrm{cm}$的$a$、$b$两点压强差（流动方向从$a$到$b$）。

5.20 解： 根据泊肃叶公式$Q=\dfrac{\Delta P\pi}{8\eta L}r_0^4$ ，可得a、b两点压强差为

$$\varDelta P=P_a-P_b=\frac{8Q\eta L}{\pi r_0^4}=\frac{8\times50\times1.2\times10^{-2}\times3.14}{3.14\times(0.5)^{4}}=77\ (\mathrm{N.m^{-2}})$$

5.21 人体主动脉的横截面积为$3.0\mathrm{cm^{2}}$，黏度为$3.5\times10^{-3}\ \mathrm{Pa\cdot s}$的血液以$30\mathrm{cm\cdot s^{-1}}$的平均速率在其中流过，已知血液的密度为$1.05\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，问此时血流是层流还是湍流？

5.21 解：主动脉半径为

$$r=\sqrt{\frac{S}{\pi}}=\sqrt{\frac{3.0\times10^{-4}}{3.14}}=0.977\times10^{-2}\ (\mathrm{m})$$

则血液在主动脉中流动时的雷诺数为

$$\mathrm{Re}=\frac{\rho vd}{\eta}=\frac{1.05\times10^{3}\times30\times0.977\times10^{-2}\times2}{3.5\times10^{-3}}=1759$$

应为$\mathrm{Re}<2000$，所以在主动脉中此时血液作层流。

5.22 液体中有一直径为$1.0\mathrm{mm}$的空气泡，如果液体的黏度是$1.5\mathrm{g\cdot cm^{-1}\cdot s^{-1}}$，密度为$0.90\mathrm{g\cdot cm^{-3}}$，问气泡在该液体中作匀速上升时的速率是多少。（空气密度是$1.3\times10^{-3}\ \mathrm{g\cdot cm^{-3}}$。）

5.22 解：分别以ρ、ρ'表示液体和空气的密度，由斯托克斯定律知，空气泡在液体中运动时所受的阻力为$F=6\pi\eta vr$，同时还受到重力和浮力作用。当三力平衡时，空气泡匀速上升，设速率为v。由受力平衡条件

$$m'g+F=F_{浮}$$

即：

$$\frac{4}{3}\pi r^{3}\rho' g+6\pi\eta vr=\frac{4}{3}\pi r^{3}\rho g$$

可得：

$$v=\frac{2}{9\eta}r^{2}(\rho-\rho')g\approx3.3\times10^{-2}(\mathrm{cm\cdot s^{-1}})$$