第 5 章　流体力学基础

一、知识点网络框图

- 流体力学基础
  - 流体静力学
    - 静止流体内的压强 $P=P_0+\rho gh$
  - 流体动力学
    - 理想流体的定常流动
      - 连续性方程 $S_1v_1=S_2v_2$
      - 伯努利方程 $P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gh_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh_2$
    - 实际流体的流动规律
      - 牛顿黏性定律 $F=\eta S\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$
      - 实际流体的伯努利方程 $P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gh_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh_2+\Delta E$
      - 泊肃叶定律 $Q=\frac{\Delta P}{R}$，式中 $R=\frac{8\eta L}{\pi r_0^4}$ 称为流阻
      - 斯托克斯定律 $F=6\pi\eta vr$
      - 湍流与雷诺数

二、基本要求

1. 理解定常流动（又称稳定流动）的基本概念；
2. 熟练掌握理想流体做定常流动的流动规律：连续性方程、伯努利方程及其应用；
3. 理解实际流体的流动特性及一般规律，如泊肃叶定律、斯托克斯定律、流阻、层流、

湍流与雷诺数等，了解这些规律的实际应用。

三、主要内容

（一）理想流体的定常流动

1. **理想流体**：绝对不可压缩，且完全没有粘滞性的流体称为理想流体。它是流体力学中的理想模型，实际流体都有一定的可压缩性和粘滞性。

2. **定常流动**：一般说来，流体在流动时，在同一时刻流体内部各处流体质元的速度是不同的；而在不同时刻流体内部同一点处流体质元的速度也是不相同的。如果流体内部任意一点处，质元的流动速度 v 均不随时间改变，这样的流动称为定常流动，又称稳定流动。

3. 连续性方程： 当理想流体做定常流动时，在同一流管中通过任意截面的流量相等，如图 5.1 所示，即

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = \text{常量}$$

（二）理想流体的流动规律——伯努利方程

如图 5.1 所示，理想流体做定常流动时，同一流管的任一截面上，单位体积内流体的动能 $\frac{1}{2}\rho v^2$、势能 ρgh 以及压强 p 三者之和为一常量，即

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh = \text{常量}$$

或

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

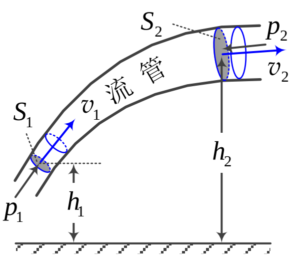


图 5.1 理想流体

综合应用理想流体的连续性方程和伯努利方程是本章重点内容，应用时需注意：①公式中所有物理量的单位必须用国际单位制单位；②流管中凡是与大气相通处，压强均为大气压。

（三）实际流体的流动规律

（1）实际流体——实际流体都有黏性，故又称为黏性流体。在不同的条件下，实际流体的流动状态是不同的。当流速不大时，流体做分层流动，简称层流；当流速很大时，流体做湍流。

（2）牛顿黏性定律——流体做层流时，相邻流层间存在阻碍相对运动的内摩擦力，

其大小与该处速率梯度 $\mathrm{d}v/\mathrm{d}r$ 成正比，与两个流层的接触面积 S 成正比，即

$$F=\eta S\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}r}$$

式中 η 称为黏性流体的黏滞系数。

（3）黏性流体的伯努利方程

$$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g h_1=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g h_2+\Delta E$$

方程中 ΔE 是单位体积的流体从截面 1 流到截面 2 时因内摩擦力消耗的机械能。

（4）泊肃叶定律——黏性流体在长为 L、半径为 r 的均匀流管内流动时，其流量与流管两端的压强差 Δp 的关系为

$$Q=\frac{\Delta p}{R}$$

式中：$R=\dfrac{8\eta L}{\pi r^4}$，称为该段流管的流阻，它反映了黏性流体在流管内流动时所受阻力的大小。上式称为泊肃叶定律。作为类比，流阻 R 类似于电路中的电阻 R，泊肃叶定律类似于电路中的欧姆定律 $I=\dfrac{\Delta V}{R}$。

当 n 个流管串联时：$R_{串}=R_1+R_2+\cdots+R_n$；

当 n 个流管并联时：$\dfrac{1}{R_{并}}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\cdots+\dfrac{1}{R_n}$。

（5）斯托克斯定律——球形物体在黏性流体中运动时受到的阻力为

$$F=6\pi\eta v r$$

（6）湍流与雷诺数——黏性流体在直径为 d 的流管中由层流过渡到湍流取决于雷诺数

$$Re=\frac{\rho v d}{\eta}$$

当 $Re<2000$ 时，黏性液体做层流；当 $Re>3000$ 时，黏性液体做湍流；当 $2000<Re<3000$ 时，流动状态不确定。

四、典型例题解法指导

本章的主要题型有两类，一类是理想流体做稳定流动时，连续性方程和伯努利方程的综合应用。对这类题型通常要适当选取流管和流管中的两个截面，其中一个截面在待求处，另一个截面在已知条件处；另一类是实际的黏性流体做层流时，用泊肃叶定律和斯托克斯定律求解实际问题。

例 5.1 如图 5.2 所示，一个横截面积很大的开口水箱，水的深度为$h = 40\text{cm}$，从水箱底部接出的 3 段水平管b、c、d 的截面积依次为1.0cm^2、0.50cm^2 和 0.20cm^2。试求：

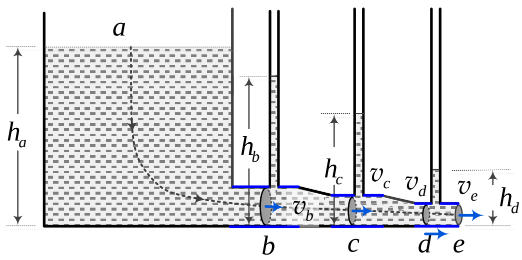


图 5.2 例 5.1 图

（1）水从出水平管中流出的流量；

（2）3 段水平管b、c、d 中的流速；

（3）与 3 段水平管b、c、d 相通的竖直管中液柱的高度。

分析：水可视为理想流体，当流速不大时，水的流动状态为定常流动，故可用理想流体的连续性方程和伯努利方程求解。

解：（1）将整个水箱和水平管看作一个流管。因为水箱的横截面积很大，水平管的横截面积都很小，故可认为水箱水面a处的流速近似为零，即$v_a = 0$。以箱底为参考面，因各段水平管的截面积都很小，故各段水平管和出口处的高度可视为相等且为零，即

$$h_b = h_c = h_d = h_e = 0$$

在水箱水面a、和水管出口e处，液体直接与大气接触，故：$p_a = p_e = p_0$，式中p_0为大气压。对a、e两点，利用伯努利方程有

$$p_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g h_a = p_e + \frac{1}{2}\rho v_e^2 + \rho g h_e$$

由此可得流体从水平管口e处流出时的速率为

$$v_e = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.40} = 2.8(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

则水从出水平管中流出的流量为

$$Q = S_e v_e = 0.20 \times 10^{-4} \times 2.8 = 5.6 \times 10^{-5}\ (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$$

（2）设b、c、d 管中的流速分别为v_b、v_c、v_d，由理想流体的连续性方程有

$$Q = S_b v_b = S_c v_c = S_d v_d = S_e v_e$$

所以：
$$v_b = Q/S_b = 5.6\times10^{-5}\Big/\left(1.0\times10^{-4}\right) = 0.56\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$
$$v_c = Q/S_c = 5.6\times10^{-5}\Big/\left(0.50\times10^{-4}\right) = 1.12\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$
$$v_d = Q/S_d = Q/S_e = v_e = 2.8\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

（3）设b、c、d处的压强分别为p_b、p_c、p_d，对水平管中b、c、d、e四个截面处列伯努利方程，有
$$p_b + \frac{1}{2}\rho v_b^2 = p_c + \frac{1}{2}\rho v_c^2 = p_d + \frac{1}{2}\rho v_d^2 = p_e + \frac{1}{2}\rho v_e^2$$
因$p_e = p_0$，所以
$$p_b = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_b^2\right)\ ，\ p_c = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_c^2\right)\ ；\ p_d = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_d^2\right)$$

又各竖直管中的液柱高度决定于该处压强的大小，设b、c、d处竖直管中的液柱高为h_b、h_c、h_d，则由液柱产生的压强与大气压强之和等于管内液体的总压强，即
$$p_b = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_b^2\right) = p_0 + \rho g h_b$$
$$p_c = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_c^2\right) = p_0 + \rho g h_c$$
$$p_d = p_0 + \frac{1}{2}\rho\left(v_e^2 - v_d^2\right) = p_0 + \rho g h_d$$
将v_b、v_c、v_d的值代入上面三式可得
$$h_b = \frac{v_e^2 - v_b^2}{2g} = \frac{2.8^2 - 0.56^2}{2\times9.8} = 0.384(\mathrm{m})$$
$$h_c = \frac{v_e^2 - v_c^2}{2g} = \frac{2.8^2 - 1.12^2}{2\times9.8} = 0.336(\mathrm{m})$$
$$h_d = \frac{v_e^2 - v_d^2}{2g} = 0\ \mathrm{m}$$

例 5.2 如图 5.3 所示为一空吸装置。在截面积很大的容器 A 的底部有一个水平导管，容器 A 中液面的高度为h_a。水平导管出口d处的截面积为S_d，导管的中部c处有一个收缩段，该处的截面积为S_c，并通过一根吸管插入导管下方容器 B 的液体中，容器

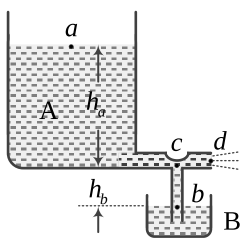


图 5.3 例 5.2 图

B 中的液面距离水平管的高度差为h_b。试问S_d与S_c的比值满足什么条件才能发生空吸作用（将容器 B 中的液体吸上去）？

分析：发生空吸作用时，为了能将导管下方容器 B 中的液体吸上来，导管收缩处c的压强应小于$p_0 - \rho g h_b$，其中p_0是大气压。

解：将整个容器 A 和水平导管看作一个流管。因为容器 A 的横截面积很大，水平导管的横截面积很小，故可认为容器 A 的液面a处的流速近似为零，即$v_a = 0$。以容器底部为参考面，故水平导管c、d处的高度都可视为零，即

$$h_c = h_d = 0$$

在流管的a、d两处，有$p_a = p_d = p_0$（大气压），由伯努利方程

$$p_a + \frac{1}{2}\rho v_a^2 + \rho g h_a = p_d + \frac{1}{2}\rho v_d^2 + \rho g h_d$$

可得水平管出口处d的流速为

$$v_d = \sqrt{2gh_a} \qquad ①$$

对于水平管上的c、d两处，根据连续性方程和水平管中的伯努利方程，有

$$S_c v_c = S_d v_d \qquad ②$$

$$p_c + \frac{1}{2}\rho v_c^2 = p_d + \frac{1}{2}\rho v_d^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_d^2 \qquad ③$$

联立方程①、②、③，解得

$$p_c = p_0 + \rho g h_a \left[1 - \left(\frac{S_d^2}{S_c^2}\right)\right]$$

为了能将导管下方容器 B 中的液体吸上来，导管收缩处c的压强必有

$$p_c < p_0 - \rho g h_b$$

由此可得

$$\frac{S_d}{S_c} > \sqrt{1 + \frac{h_b}{h_a}}$$

从以上两例可以看出，在解决理想流体的定常流动问题时，通常将整个容器和相应的管道作为一个流管处理，然后在流管上适当选择两个参考点（或参考截面），并用连续性方程和伯努利方程列方程（组），即可求得相关结果。

需要说明的是：①在对两个参考点（参考面）的选取上，其中一个应处于已知条件处，另一个处在待求处；②要会根据题意挖掘（找出）已知量，例如：凡是与大气相通的地方，其压强都为大气压 p_0；凡是大截面积的容器，液体从小管中流出时，都可认为容器液面处的流速近似为零。

例 5.3 在例 5.1 的情形中，若液体的黏滞系数是 $\eta = 5.0\times10^{-2}\,\mathrm{Pa\cdot s}$，密度 $800\,\mathrm{kg\cdot m^{-3}}$，液体从管口流出的流量为 $Q = 5.6\times10^{-5}\,\mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，$b$、$c$、$d$ 三段水平管均为圆管，其长度分别为 $L_b = 0.25\,\mathrm{m}$、$L_c = 0.20\,\mathrm{m}$、$L_d = 0.15\,\mathrm{m}$。试求：

（1）各段水平管两端的压强差；

（2）各段水平管轴线上的流速；

（3）整个水平管上的总流阻（不计各段水平管间接口处的长度和流阻）。

分析：对于有黏性的实际流体的流动规律，理想流体的伯努利方程已不适用，应该用泊肃叶定律 $Q = \dfrac{\Delta p}{R}$ 来求解，其中 Δp 是流管两端的压强差，$R = \dfrac{8\eta L}{\pi r^4}$ 是该段流管的流阻。

解：（1）对于 b 段水平管，管半径为：$r_b = \sqrt{\dfrac{S_b}{\pi}} = \sqrt{\dfrac{1.0\times10^{-4}}{\pi}} = 5.64\times10^{-3}\,(\mathrm{m})$

所以该段流管的流阻为

$$R_b = \frac{8\eta L_b}{\pi r_b^4} = \frac{8\times5.0\times10^{-2}\times0.25}{\pi\times\left(5.64\times10^{-3}\right)^4} = 3.15\times10^{7}\,\mathrm{Pa\cdot s\cdot m^{-3}}$$

根据泊肃叶定律 $Q = \dfrac{\Delta p}{R}$，可得 b 段流管两端的压强差为

$$\Delta p_b = QR_b = 5.6\times10^{-5}\times3.15\times10^{7} \approx 1.8\times10^{3}\ (\mathrm{Pa})$$

同理可得，c、d 两段圆形水平管的半径分别为

$$r_c = \sqrt{\frac{S_c}{\pi}} = \sqrt{\frac{0.50\times10^{-4}}{\pi}} = 3.99\times10^{-3}\,(\mathrm{m})$$

$$r_d = \sqrt{\frac{S_d}{\pi}} = \sqrt{\frac{0.20\times10^{-4}}{\pi}} = 2.52\times10^{-3}\,(\mathrm{m})$$

这两段圆形流管的流阻分别为

$$R_c=\frac{8\eta L_c}{\pi r_c^4}=\frac{8\times 5.0\times 10^{-2}\times 0.20}{\pi\times\left(3.99\times 10^{-3}\right)^4}=1.00\times 10^8\,\mathrm{Pa\cdot s\cdot m^{-3}}$$

$$R_d=\frac{8\eta L_d}{\pi r_d^4}=\frac{8\times 5.0\times 10^{-2}\times 0.15}{\pi\times\left(2.52\times 10^{-3}\right)^4}=4.74\times 10^8\,\mathrm{Pa\cdot s\cdot m^{-3}}$$

所以，这两段圆形管两端的压强差分别为

$$\Delta p_c=QR_c=5.6\times 10^{-5}\times 1.00\times 10^8\approx 5.6\times 10^3\ (\mathrm{Pa})$$

$$\Delta p_d=QR_d=5.6\times 10^{-5}\times 4.74\times 10^8\approx 2.7\times 10^4\ (\mathrm{Pa})$$

（2）黏性流体在半径为r_0、截面积均匀的圆形管中做层流时，流速沿半径方向的分布为【参见《大学物理学》（上册）沈黄晋主编 高等教育出版社 2017 年 P.130 式（5.11）】

$$v=\frac{\Delta p}{4\eta L}\left(r_0^2-r^2\right)$$

由此可知，在管轴上（即$r=0$处）流速最大，其值为：$v_{\max}=\frac{\Delta p}{4\eta L}r_0^2$。所以，$c$段圆管轴线上的流速为

$$v_b=\frac{\Delta p_b}{4\eta L_b}r_b^2=\frac{1.8\times 10^3\times\left(5.64\times 10^{-3}\right)^2}{4\times 5.0\times 10^{-2}\times 0.25}=1.15\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

同理c、d两段圆管轴线上的流速分别为

$$v_c=\frac{\Delta p_c}{4\eta L_c}r_c^2=\frac{5.6\times 10^3\times\left(3.99\times 10^{-3}\right)^2}{4\times 5.0\times 10^{-2}\times 0.20}=2.23\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$v_d=\frac{\Delta p_d}{4\eta L_d}r_d^2=\frac{2.6\times 10^4\times\left(2.52\times 10^{-3}\right)^2}{4\times 5.0\times 10^{-2}\times 0.15}=5.50\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

（3）当不计各段水平管接口处的长度和流阻时，整个水平管上的总流阻为

$$R=R_b+R_c+R_d=3.14\times 10^7+1.00\times 10^8+4.73\times 10^8=6.04\times 10^8\ (\mathrm{Pa\cdot s\cdot m^{-1}})$$

五、自我测试题

5.1 在横截面积不均匀的圆管中，A 处半径为$r_{\mathrm{A}}=0.20\mathrm{cm}$，水的流速为$v_{\mathrm{A}}=3.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$；在 B 处水的流速为$v_{\mathrm{B}}=12.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。将水看作理想流体，则 B 处的半径为____________。

5.1 答案： 0.10 cm

解： 由连续性方程，可得 $S_A v_A = S_B v_B$，即 $\pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B$，所以

$$r_B = r_A\sqrt{\frac{v_A}{v_B}} = 0.20\sqrt{3.0/12.0} = 0.10\ (\text{cm})$$

5.2 水在半径 $R = 5.0\text{cm}$ 的圆形管中的流速为 $v = 3.0\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，将它与两个半径为 $r = 0.10\text{cm}$ 的小圆管连接，则小圆管中水流的速度是___________。

5.2 答案： $37.5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

解： 设小圆管中的流速为 v'。由连续性方程：$S_A v_A = S_B v_B$，得：$\pi R^2 v = 2\cdot\pi r^2 v'$

所以：
$$v' = \frac{R^2}{2r^2}v = 37.5\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

5.3 设有流量 $Q = 80\times10^{-3}\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ 的水流过截面积不均匀的圆管，A 处压强为 $3\times10^5\text{Pa}$，截面积为 100cm^2，B 处截面积为 40cm^2，A 处比 B 处高 2.0m，则 A 处的流速为________，B 处的压强为________。

5.3 答案： $8\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，$1.5\times10^5\text{Pa}$

解： 由连续性方程：$Q = S_A v_A = S_B v_B$，可求得 A、B 两处的流速分别为

$$v_A = 8\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \qquad \text{和} \qquad v_B = 20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

再由伯努利方程：$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$，代入数值可求得 B 处压强为

$$p_B = p_A + \frac{1}{2}\rho\left(v_A^2 - v_B^2\right) + \rho g\left(h_A - h_B\right) = 1.5\times10^5\text{Pa}$$

5.4 理想流体在半径为 r 的圆管中做定常流动的流速为 v，将此圆管与六个半径为 $r/3$ 的小圆管接通，则流体在小圆管中做定常流动的流速是（　　）。

A. $v/6$ ；　B. $3v/2$ ；　C. $6v$ ；　D. $v/3$

5.4 答案： B

解： 由于管径相同，所以各个小圆管的截面积相同，故管内流体流速也相同。再由连续性方程可得：$Q = Sv = S_1v_1 + S_2v_2 + S_3v_3 + S_4v_4 + S_5v_5 + S_6v_6 = 6S_1v_1$，所以

$$v_1 = \frac{S}{6S_1}v = \frac{\pi r^2}{6\pi\left(r/3\right)^2}v = \frac{3}{2}v$$

5.5 理想流体在截面积不均匀的水平管中做定常流动时，下列说法正确的是（　　　）

A. S 大处，v 大 p 也大；　　　B. S 大处，v 大 p 小；

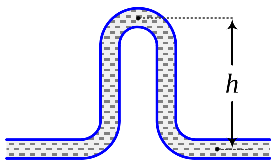
C. S 大处，v 小 p 大；　　　D. S 大处，v 小 p 也小。

5.5 答案：C

解：由连续性方程：$Q=S_1v_1=S_2v_2$，可得 S 大处 v 小；

又因为水平管中的伯努利方程为：$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$，可得 v 小处 p 大。 故选 C

5.6 一根粗细均匀的自来水管弯曲成如图所示的形状，最高处比最低处高 $2.0\mathrm{m}$。当水在管中做定常流动时，测得管道最低处的压强为 $2.0\times10^5\mathrm{Pa}$，若将水看作理想流体，则管道最高处的压强约为（　　　）。



自测题 5.6 图

A. $2.0\times10^5\mathrm{Pa}$；　　B. $1.0\times10^5\mathrm{Pa}$；

C. $1.8\times10^5\mathrm{Pa}$；　　D：$2.2\times10^5\mathrm{Pa}$。

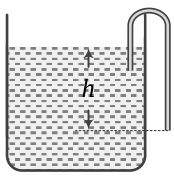
5.6 答案：C

解：设管道最低处标记为 1，最高处标记为 2。由于自来水管粗细均匀，所以 $v_1=v_2$，于是伯努利方程可简化为

$$p_1+\rho gh_1=p_2+\rho gh_2$$

由此可得，$p_2=p_1-\rho g\left(h_2-h_1\right)=p_1-\rho gh=1.804\times10^5\mathrm{Pa}$。故选 C。

5.7 如图所示，用一根粗细均匀的虹吸管从一水池中吸水。当水池中的水面与虹吸管出水口处的高度差为 h 时，水从虹吸管中流出的速度（　　　）。



自测题 5.7 图

A. $v\propto h$；　B. $v\propto 1/h$；　C. $v\propto\sqrt{h}$；　D. v 与 h 无关。

5.7 答案：C

解：将水池与虹吸管视为一个流管，由于流管两端均与空气相连，故两端压强相等，均为大气压，将水池表面选为 1，虹吸管出口处选为 2，则 $p_1=p_2=p_0$，且 $v_1=0$，由伯努利方程：$p_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho gh_1=p_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho gh_2$，可得出口处的流速为

$$v_2=\sqrt{2\rho g\left(h_1-h_2\right)}=\sqrt{2\rho gh}$$

5.8 黏性流体在半径为r的水平圆管中做层流，流量为Q。如果将水平管换成长度相同，但半径为$r/2$的细管，同时保持管两端的压强差不变，则圆管中的流量为（　　　）。

A. $Q/2$　　　B. $Q/4$；　　　C. $Q/8$；　　　D. $Q/16$

5.8 答案： D

解： 半径为r、长为L的水平圆管对黏性流体的流阻为：$R=\frac{8\eta L}{\pi r^4}$。当$r'=r/2$，流阻变为$R'=\frac{8\eta L}{\pi r'^4}=16R$。所以由泊肃叶公式，得流量为$Q'=\frac{\Delta p}{R'}=\frac{\Delta p}{16R}=\frac{1}{16}Q$。故选 D。

5.9 某人心脏的血液输出量为$0.83\times10^{-4}\ \mathrm{m^3\cdot s^{-1}}$，体循环的总压强差为$12\mathrm{KPa}$，则此人血液循环的外周阻力（总流组）为____________。

5.9 答案： $1.45\times10^8\ \mathrm{N\cdot s\cdot m^{-5}}$

解： 由泊肃叶定律$Q=\frac{\Delta p}{R}$，此人的外周阻力（即总流阻）为

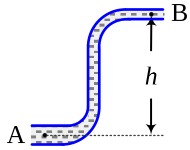
$$R=\frac{\Delta p}{Q}=\frac{12\times10^{-3}}{0.83\times10^{4}}=1.45\times10^8(\mathrm{N\cdot s\cdot m^{-5}})$$

5.10 由泊肃叶定律可知，黏性流体在圆形管内流动时，圆形管截面积大时流速也大。这个说法这正确吗？

5.9 答案： 正确

解： 对于半径为r、长为L的水平圆管，当其两端液体的压强差为Δp时，由泊肃叶定律，可得管中液体的流量为$Q=\frac{\Delta p}{R}=\frac{\Delta p}{8\eta L/\pi r^4}$，再由$Q=S\bar{v}=\pi r^2\bar{v}$（$\bar{v}$为管中液体的平均流速），可知$\bar{v}=\frac{r^2\Delta p}{8\eta L}$，所以$r$增大时$\bar{v}$也增大。

5.11 使用加压水泵把水加压到$6.6\times10^5\mathrm{Pa}$后，水以$2.0\mathrm{m\cdot s^{-1}}$的流速沿内径为$0.20\mathrm{m}$的地下管道 A 向楼房供水。若进入楼房的水管 B 的内径为$0.10\mathrm{m}$，同时水管升高$2.0\mathrm{m}$，求进入楼房的水管 B 内水的流速和压强。



自测题 11 图

5.11 答案： $8.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，$6.1\times10^5\mathrm{Pa}$

解： 将水看作理想流体，由连续性方程

$$Q = S_A v_A = S_B v_B$$

可得水管 B 内水的流速为

$$v_B = \frac{S_A}{S_B} v_A = \frac{\pi d_A^2/4}{\pi d_B^2/4} v_A = \frac{0.20^2}{0.10^2} \times 2.0 = 8.0\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

由伯努利方程

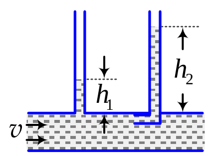
$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$$

可知水管 B 中的水压为

$$p_B = p_A + \frac{1}{2}\rho\left(v_A^2 - v_B^2\right) + \rho g\left(h_A - h_B\right)$$

$$= 6.6\times10^5 + \frac{1}{2}\times1.0\times10^3\times\left(2^2 - 8^2\right) + 1.0\times10^3\times9.8\times(-2) = 6.1\times10^5\text{(Pa)}$$

5.12 皮托管是流速计中测量流体流速的主要部件，其测量原理如图所示。图中两个竖直管的底部高度相同，左管底部的开口与流体流速方向平行，右管开口正对流速方向。将其放入流水中时，若测出左右两个竖直管中水柱高度分别为$1.0\mathrm{cm}$和$5.9\mathrm{cm}$，试求水流速度。



自测题 5.12 图

5.12 答案： $0.98\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

解： 将水视为理想流体，设水的流速为v，左管底部记为 A 点，右管底部记为 B 点。由题意可知

$$v_A = v,\quad p_A = \rho g h_1 + p_0,\quad v_B = 0,\quad p_B = \rho g h_2 + p_0$$

由伯努利方程

$$p_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g h_A = p_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g h_B$$

同时注意到 A、B 两点高度相同，即：$h_A = h_B$，可得流速为

$$v_A = \sqrt{\frac{2\left(p_B - p_A\right)}{\rho}} = \sqrt{2g\left(h_2 - h_1\right)} = \sqrt{2\times9.8\times(5.9-1.0)\times10^{-2}} = 0.98(\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

5.13 将水以$1.4\times10^{-4}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$的流量注入一个截面较大的敞口容器内，容器底部有一个面积为$5.0\times10^{-5}\ \mathrm{m^2}$的小孔，水从小孔中流出。开始时，容器内无水，试求容器内水面能够升到的最大高度。

5.13 答案： 0.40m

解：假设容器中液面可达到的最大高度为h，以容器顶部标记为 A，底部小孔处标记为 B，由伯努利方程

$$p_{\mathrm{A}}+\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{A}}^{2}+\rho g h_{\mathrm{A}}=p_{\mathrm{B}}+\frac{1}{2}\rho v_{\mathrm{B}}^{2}+\rho g h_{\mathrm{B}}$$

同时注意到 $p_{\mathrm{A}}=p_{\mathrm{B}}=p_{0}$， $v_{\mathrm{A}}=0$，可得底部小孔处水的流速为

$$v_{\mathrm{B}}=\sqrt{2g\left(h_{\mathrm{A}}-h_{\mathrm{B}}\right)}=\sqrt{2gh}$$

所以从小孔处流出的流量为

$$Q_{\mathrm{B}}=S_{\mathrm{B}}v_{\mathrm{B}}=S_{B}\sqrt{2gh}$$

当注入容器中的水量与从小孔中流出的水量相等时，即： $Q_{\mathrm{B}}=Q_{0}=1.4\times10^{-4}\ \mathrm{m}^{3}\cdot\mathrm{s}^{-1}$ 时，容器中液面的高度不再变化，所以液面能够上升的高度为

$$h=\frac{Q_{\mathrm{B}}^{2}}{2gS_{\mathrm{B}}^{2}}=\frac{Q_{0}^{2}}{2gS_{\mathrm{B}}^{2}}=\frac{1.4^{2}\times10^{-8}}{2\times9.8\times5.0^{2}\times10^{-10}}=0.40\ (\mathrm{m})$$