

2002~2003 学年第二学期《高等数学》期末考试试题 A 卷 (180 学时)

专业班级 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_

一、填空题 (每小题 4 分)

1、 $u = \ln(x + \sqrt{y^2 + z^2})$  在点 A (1, 0, 1) 处沿点 A 指向 B (3, -2, 2) 方向的方向导数为 \_\_\_\_\_。

2、方程  $y'' - y = e^x$  的特解形式 \_\_\_\_\_。

3、设  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq \rho^2\}$ ,  $f$  为连续函数, 则

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{\pi \rho^2} \iint_D f(x, y) dx dy = \underline{\hspace{2cm}}。$$

4、设周期为 2 的函数  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上的表达式为  $f(x) = |x|$ , 它的傅里叶级数的和函数为  $s(x)$ , 则  $s(-5) = \underline{\hspace{2cm}}。$

5、曲面  $F(x, y, z) = 4x^2 + 4z^2 - 17y^2 + 2y - 1 = 0$ , 在点 M (2, 1, 0) 处的切平面方程为 \_\_\_\_\_。

二、计算下列各题 (每小题 7 分)

1、求微分方程  $(2x - xy^2)dx + (3y - x^2y)dy = 0$  满足  $y(2) = 1$  的特解函数。

2、讨论函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x+y)}{x+y} & x+y \neq 0 \\ 2 & x+y = 0 \end{cases}$  在点 (0, 0) 处的连续性。

3、交换  $\int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$  的积分次序。

4、设 L 是由  $|y| = 1 - x^2$  ( $-1 \leq x \leq 1$ ) 表示的正向曲线, 求  $\oint_L \frac{2xdx + ydy}{2x^2 + y^2}$  的值。

5、设 S 为:  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ , 求  $\oiint_S (x^2 + y^2) ds$ 。

三、(10 分) 设  $z = f(e^x \sin y, y)$ ,  $f$  有二阶连续偏导数, 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

四、(8 分) 求曲面  $xy - z^2 + 1 = 0$  上离原点最近的点。

五、(10 分) 计算  $\oiint_S x^3 dydz + y^3 dx dz + z^3 dx dy$ , 其中  $S$  是空间立体

$\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 2Rz, x^2 + y^2 \leq 3z^2$  的整个表面外侧。

六、(12 分) 试确定可微函数  $\varphi(x)$  (已知  $\varphi(1)=0$ ), 使曲线积分  $I = \int_L [x - \varphi(x)] \frac{y}{x} dx + \varphi(x) dy$

与路径无关并求当  $L$  的起点为  $A(1, 0)$ , 终点为  $B(\pi, \pi)$  时此积分的值。

七、(5 分) 设  $f(x)$  在  $[-1, 1]$  上连续, 且  $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ , 证明:

$$\iiint_{\Omega} f(x) dx dy dz = \pi \int_{-1}^1 f(x) (1 - x^2) dx \quad .$$