第一章　质点运动学　习题解答

思考题：1.1—1.12 答案略

1.13　有一质点沿 x 轴作直线运动，在 t 时刻的位置坐标为： $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI) 。试求：

（1）第 2 秒内的平均速度；

（2）第 2 秒末的瞬时速度；

（3）第 2 秒内的路程。

1.13 解：（1）由题意可知，在 $t_1 = 1\mathrm{s}$ 和 $t_2 = 2\mathrm{s}$ 时，质点的位置坐标为 $x_1 = 2.5\ \mathrm{m}$ 和 $x_2 = 2\ \mathrm{m}$，所以第二秒内的平均速度为

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = -0.5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

（2）因为任意时刻的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 9t - 6t^2$$

所以第 2 秒末的速度为

$$v(2) = -6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

（3）　由（2）可知，当 $v = 0$ 时， $t = 1.5\ \mathrm{s}$ 。即在 $t = 1.5\ \mathrm{s}$ 时，质点开始沿反方向运动，所以第 2 秒内的路程为

$$s = \left|x(1.5) - x(1)\right| + \left|x(2) - x(1.5)\right| = 2.25\mathrm{m}$$

1.14　一质点在 O-xy 平面内作曲线运动，其运动表达式为： $x = 2t^2$ ， $y = 2t + t^3$ 。试求：

（1）质点在第 2 秒内的位移和平均速度；

（2）质点在任意时刻的速度和加速度。

1.14 解：（1）由题意可得，质点在任意时刻的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = 2t^2\boldsymbol{i} + \left(2t + t^3\right)\boldsymbol{j}\ \ \mathrm{SI}$$

所以在 $t_1 = 1\mathrm{s}$ 和 $t_2 = 2\mathrm{s}$ 时，质点的位置矢量分别为

$$\boldsymbol{r}_1 = 2\boldsymbol{i} + 3\boldsymbol{j}\ \ (\mathrm{m})\quad ,\quad \boldsymbol{r}_2 = 8\boldsymbol{i} + 12\boldsymbol{j}\ \ (\mathrm{m})$$

所以第 2 秒内的位移为

$$\Delta \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1 = 6\boldsymbol{i} + 9\boldsymbol{j}\ \mathrm{m}$$

平均速度为

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\Delta r}{\Delta t} = 6\boldsymbol{i} + 9\boldsymbol{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

（2）将位置矢量分别对时间求一阶和二阶导数，可得质点的速度和加速度分别为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 4t\ \boldsymbol{i} + \left(2 + 3t^2\right)\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = 4\ \boldsymbol{i} + 6t\ \boldsymbol{j}\ (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$$

1.15　一质点沿 x 轴作直线运动，其加速度为 $a = 4 - t^2$ (SI)，已知 $t = 3\ \mathrm{s}$ 时，质点位于 $x = 9\ \mathrm{m}$ 处，速度为 $v = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$。试求其位置和时间的关系式。

1.15 解：由一维直线运动中加速度的定义，可得

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 4 - t^2$$

将上式分离变量，有

$$\mathrm{d}v = (4 - t^2)\mathrm{d}t$$

对上式两边同时取定积分，有

$$\int_2^v \mathrm{d}\,v = \int_3^t (4 - t^2)\,\mathrm{d}\,t$$

所以质点的速度为

$$v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 4t - \frac{1}{3}t^3 - 1 \quad \text{(SI)}$$

再对上式分离变量并取定积分

$$\int_9^x \mathrm{d}x = \int_3^t (4t - \frac{1}{3}t^3 - 1)\,\mathrm{d}\,t$$

由此得，位置和时间的关系式为

$$x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 - t + 0.75 \text{ (SI)}$$

1.16　一质点从静止开始作直线运动，开始时加速度为 a_0，此后加速度随时间均匀增加，经过时间 τ 后，加速度为 $2a_0$，经过时间 2τ 后，加速度为 $3a_0$，…。试求经过时间 $n\tau$

后，该质点的速度和走过的距离。

1.16 解：由题意可设质点的加速度随时间的线性关系为

$$a = a_0 + kt$$

因为$t=\tau$时，$a = 2a_0$，所以$k = a_0/\tau$，即

$$a = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t$$

再由$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = a_0 + \frac{a_0}{\tau}t$，分离变量得

$$\mathrm{d}v = a\mathrm{d}t = \left(a_0 + \frac{a_0}{\tau}t\right)\mathrm{d}t$$

将上式两边同时取定积分，有

$$\int_0^v \mathrm{d}v = \int_0^t \left(a_0 + \frac{a_0}{\tau}t\right)\mathrm{d}t$$

所以任意时刻的速度为

$$v = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2$$

再由$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2$，分离变量，并取定积分，有

$$\mathrm{d}s = \left(a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2\right)\mathrm{d}t$$

$$\int_0^s \mathrm{d}s = \int_0^t \left(a_0 t + \frac{a_0}{2\tau}t^2\right)\mathrm{d}t$$

所以任意时刻质点走过的距离为

$$s = \frac{a_0}{2}t^2 + \frac{a_0}{6\tau}t^3$$

由此得：当$t = n\tau$时，质点的速度和走过的距离分别为

$$v_{n\tau} = \frac{1}{2}n(n+2)a_0\tau \quad \text{(SI)}$$

$$s_{n\tau} = \frac{1}{6}n^2(n+3)a_0\tau^2 \,\text{(SI)}$$

1.17　一质点沿x轴运动，其加速度a与位置坐标x的关系为：$a = 2 + 6x^2$　(SI)。如

果质点在坐标原点处的速度为零，试求该质点在任意位置 x 处的速度。

1.17 解：由一维直线运动中速度、加速度的定义可知

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

即

$$v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=2+6x^2$$

将上式分离变量，然后取定积分，有

$$\int_0^v v\mathrm{d}v=\int_0^x\left(2+6x^2\right)\mathrm{d}x$$

所以质点在任意位置处的速度为

$$v=2\sqrt{x+x^3}\ \text{(SI)}$$

1.18　一物体悬挂在弹簧上沿竖直方向作振动，以平衡位置为坐标原点，竖直向下作为 y 轴的正方向，其加速度为：$a=-ky$，式中 k 为常量，y 是物体的位置坐标。假定物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0，试求：物体的振动速度 v 与坐标 y 的函数关系式。

1.18 解：因质点在 y 轴上作一维直线运动，所以

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}\cdot\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}$$

又 $a=-ky$，所以有

$$v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}y}=-ky$$

将上式分离变量，并取不定积分，可得

$$\int v\mathrm{d}v=-\int ky\,\mathrm{d}y$$

$$\frac{1}{2}v^2=-\frac{1}{2}ky^2+C$$

由题意可知：当 $y=y_0$ 时，$v=v_0$，代入上式可得

$$C=\frac{1}{2}v_0^2+\frac{1}{2}ky_0^2$$

v 与 y 的函数关系式为

$$v^2 = v_0^2 + k(y_0^2 - y^2)$$

特别提示：和前三题一样，本题也可以用定积分求解，而且解题过程更简单。

1.19　一艘正在沿直线行驶的摩托艇，在发动机关闭后，由于受到水面阻力的缘故作减速运动，其加速度的大小与速度平方成正比，方向相反，即 $a = -kv^2$，式中 k 为常量，负号表示加速度的方向与速度方向相反。试证明：摩托艇在关闭发动机后又行驶 x 距离时的速度为

$$v = v_0 \exp(-kx)$$

其中 v_0 是发动机关闭时的速度。

1.19 证明：由题意可知

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}x} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -Kv^2$$

分离变量，并取定积分，有

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{-Kv}$$

由此得

$$x = -\frac{1}{k}\ln\frac{v}{v_0} \qquad 即 \qquad v = v_0 \exp(-kx)$$

1.20　一质点沿半径为 R 的圆周运动。质点所经过的弧长与时间的关系为 $s = bt + \frac{1}{2}ct^2$，其中 b 、 c 都是大于零的常量。试求：从 $t = 0$ 开始到切向加速度与法向加速度大小相等时所经历的时间。

1.20 解：质点作圆周运动时的速率为

$$v = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = b + ct$$

所以切向和法向加速度的大小分别为

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = c \qquad , \qquad a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(b+ct)^2}{R}$$

由题意，令 $a_\tau = a_n$ ，即

$$c = \frac{(b+ct)^2}{R}$$

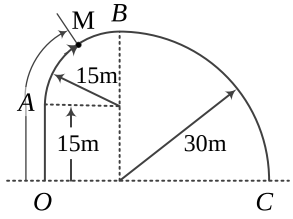
由此得，切向加速度与法向加速度大小相等时经历的时间（即相等时的时刻）为

$$t=\sqrt{\frac{R}{c}}-\frac{b}{c}$$

1.21　质点 M 在水平面内的运动轨迹如图所示，其中 OA 段为直线，AB、BC 段分别为不同半径的两个 1/4 圆周。设 $t=0$ 时，质点 M 在 O 点，已知质点的运动学方程为

$$s=30t+5t^2\ \text{(SI)}$$

试求：在 $t=2\text{s}$ 时刻，质点 M 的切向加速度和法向加速度的大小。



题 1.21　题图

1.21　解： 首先求出 $t=2\text{s}$ 时质点在轨迹上的位置。因为 $t=2\text{s}$ 时，$s=30\times2+5\times4=80\ \text{(m)}$，所以可以判定质点 M 运动到了大圆 BC 段，又质点的瞬时速率为

$$v=\mathrm{d}s/\mathrm{d}t=30+10t\ \ \text{(SI)}$$

所以质点 M 在大圆上运动时的切向和法向加速度大小分别为

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\quad ,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{v^2}{30}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

又 $t=2\text{s}$ 时，$v=50\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，所以

$$a_\tau=10\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}\quad ,\quad a_n=83.3\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1.22　一质点在 O-xy 平面内作曲线运动，其速度随时间的函数关系为

$$\boldsymbol{v}=2t\ \boldsymbol{i}+t^2\boldsymbol{j}\ \left(\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)$$

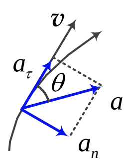
在 $t=0$ 时刻，质点的位置矢量为：$\boldsymbol{r}_0=3\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}\ (\mathrm{m})$ 。试求

（1）质点在任意时刻的加速度矢量和切向加速度的大小；

（2）质点在任意时刻的位置矢量。

1.22 解：（1）由题意可得，加速度矢量为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}+2t\ \boldsymbol{j}\ \left(\mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)$$



题 1.22　解图

又因为质点的运动速率为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4t^2+t^4}\ \left(\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right)$$

所以切向加速度为

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{4t+2t^3}{\sqrt{4t^2+t^4}} = \frac{4+2t^2}{\sqrt{4+t^2}} \quad \left(\mathrm{m\cdot s^{-2}}\right)$$

求 a_τ 的解法二：根据两个矢量标量积的运算规则

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v} = av\cos\theta = a_x v_x + a_y v_y = 4t+2t^3$$

所以加速度的切向分量为

$$a_\tau = a\cos\theta = \frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}}{v} = \frac{4t+2t^3}{\sqrt{4t^2+t^4}}$$

（2）由：$\boldsymbol{v} = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2t\,\boldsymbol{i} + t^2\boldsymbol{j}$ ，分离变量并积分

$$\int_{\boldsymbol{r}_0}^{\boldsymbol{r}} \mathrm{d}\boldsymbol{r} = \int_0^t \left(2t\,\boldsymbol{i} + t^2\boldsymbol{j}\right)\mathrm{d}t$$

所以任意时刻的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_0 + t^2\boldsymbol{i} + \frac{1}{3}t^3\boldsymbol{j} = \left(t^2+3\right)\boldsymbol{i} + \left(\frac{1}{3}t^3+2\right)\boldsymbol{j} \ (\mathrm{m})$$

1.23 有人从楼房窗口以水平初速度 v_0 向外抛出一个小球，以抛出时刻为计时起点，抛出点为坐标原点，初速度 v_0 的方向为 x 轴正方向，竖直向下为 y 轴正方向。已知重力加速度 g 为常量，且不计空气阻力。试求：

（1）在任意时刻 t ，小球的位置矢量及其轨迹方程；

（2）在任意时刻 t ，小球的速度矢量；

（3）在任意时刻 t ，小球的切向加速度和法向加速度的大小。

1.23 解：（1）由题意可知，小球作平抛运动时，其运动的参数方程为

$$x = v_0 t \quad , \quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

所以小球在任意时刻的位置矢量为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = v_0 t\,\boldsymbol{i} + \frac{1}{2}gt^2\boldsymbol{j}$$

轨迹方程为

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2$$

（2）小球在任意时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=v_0\boldsymbol{i}+gt\ \boldsymbol{j}$$

（3）由（2）可得，小球在任意时刻的速率为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{v_0^2+g^2t^2}$$

所以其切向加速度的大小为

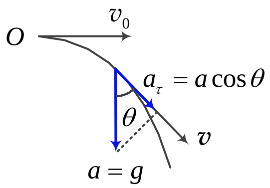
$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

方向与 $\boldsymbol{v}$ 同向。

求 a_τ 的方法二：根据两个矢量“点积”的运算规则，有

$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{v}=av\cos\theta=a_\tau v=(v_0\boldsymbol{i}+gt\ \boldsymbol{j})\cdot g\ \boldsymbol{j}=g^2t$$

所以 $$a_\tau=\frac{g^2t}{v}=\frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$



题 1.23 解图

又总加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=g$$

所以小球法向加速度的大小为

$$a_n=\sqrt{g^2-a_\tau^2}=\frac{v_0g}{\sqrt{v_0^2+g^2t^2}}$$

1.24　一质点在重力场中作斜上抛运动，初速度的大小为 v_0，与水平方向的夹角为 α。若不计空气阻力，且重力加速度 g 的大小为恒量。试求

（1）质点到达与抛出点同一高度时的切向加速度和法向加速度的大小；

（2）质点到达轨道的最高点时，质点法向加速度的大小以及该处轨迹的曲率半径。

1.24 解：（1）由于不计空气阻力，所以质点在运动过程中，总加速度 $a=g$ 方向竖直向下，回落到抛出点高度时，质点速度大小的仍然为 v_0，其方向与水平线的夹角也是 α，如图所示。故切向和法向加速度的大小分别为

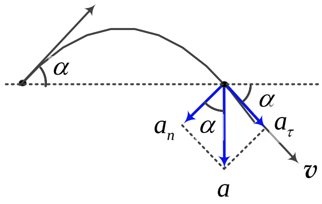
$$a_\tau=g\sin\alpha\quad,\quad a_n=g\cos\alpha$$

（2）质点在抛物轨道的最高点时，其速度的大小为

$$v = v_0 \cos\alpha$$

方向沿水平方向，所以有 $a_n = a = g$，又 $a_n = \frac{v^2}{\rho}$，所以在最高点处，轨道的曲率半径为

$$\rho = \frac{v^2}{a_n} = \frac{v_0^2 \cos^2\alpha}{g}$$



题 1.24解图

1.25　河水自西向东流动，速度为 10 km/h。一轮船在水中航行，船相对于河水的航向为北偏西 30°，相对于河水的航速为 20 km/h。此时风向为正西，风速为 10 km/h。试求在船上观察到的烟囱冒出的烟缕的飘向。（设烟离开烟囱后很快就获得与风相同的速度）

1.25 解：分析：题中要求船上观察看到烟缕的飘向，也就是风相对于船的速度方向。由于已知风速（风对地的速度），所以若能求出船对地的速度，利用速度叠加原理，即可求出风对船的速度。

以向东作为 x 轴的正方向，向北作为 y 正方向，建立直角坐标系。则由题意可知

$$\boldsymbol{v}_{水-地} = 10\,\boldsymbol{i}\ \text{km/h}$$（水向东流）

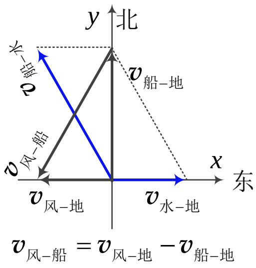
$$\boldsymbol{v}_{风-地} = -10\,\boldsymbol{i}\ \text{km/h}$$（风向正西，从东向西吹）

$$\boldsymbol{v}_{船-水} = -20\sin 30^\circ\,\boldsymbol{i} + 20\cos 30^\circ\,\boldsymbol{j} = -10\boldsymbol{i} + 10\sqrt{3}\boldsymbol{j}\ \text{km/h}$$（航向北偏西）

由速度叠加原理（绝对速度=相对速度+牵连速度），有

$$\boldsymbol{v}_{船-地} = \boldsymbol{v}_{船-水} + \boldsymbol{v}_{水-地}$$

$$= \left(-10\,\boldsymbol{i} + 10\sqrt{3}\boldsymbol{j}\right) + 10\,\boldsymbol{i} = 10\sqrt{3}\boldsymbol{j}\ \text{km/h}$$



题 1.25解图

又：$\boldsymbol{v}_{风-地} = \boldsymbol{v}_{风-船} + \boldsymbol{v}_{船-地}$，所以

$$\boldsymbol{v}_{风-船} = \boldsymbol{v}_{风-地} - \boldsymbol{v}_{船-地} = -10\boldsymbol{i} - 10\sqrt{3}\boldsymbol{j}\ \text{km/h}$$

由此可知风相对船沿西南方向吹，南偏西的角度为

$$\theta = \arctan\frac{10}{10\sqrt{3}} = 30^\circ$$

即烟缕相对于船沿南偏西 30° 方向飘去。

1.26　一敞顶电梯以恒定速率 $v = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 上升。当电梯离地面 h =10 m 时，从电梯的地板上竖直向上射出一球，球相对于电梯的初速率 $v_0 = 20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$。试问：

（1）从地面算起，球能达到的最大高度为多大？

（2）抛出后经过多长时间小球落到电梯上？

1.26 解：（1）球相对地面的初速度

$$v' = v_0 + v = 30\left(\mathrm{m \cdot s^{-1}}\right)$$

抛出后上升高度

$$h = \frac{v'^2}{2g} = 45.9\left(\mathrm{m \cdot s^{-1}}\right)$$

离地面高度

$$H = 45.9 + 10 = 55.9(\mathrm{m})$$

（2）球回到电梯上时电梯上升高度＝球上升高度

$$vt = (v + v_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

由此得，所需时间为

$$t = \frac{2v_0}{g} = 4.08(\mathrm{s})$$

1.27　有一宽为l的大江，江水由北向南流去。设江中心流速为u_0，靠两岸的流速为零。江中任一点的流速与江中心流速之差是和江心至该点距离的平方成正比。今有相对于水的速度为v_0的汽船由西岸出发，向东偏北 45°方向航行，试求其航线的轨迹方程以及到达东岸的地点。

1.27 解：以出发点为坐标原点，向东取为x轴，向北取为y轴，因流速为y方向，设水流速度为：$u = u_x \boldsymbol{i} + u_y \boldsymbol{j}$，由题意可知可得

$$u_x = 0 \qquad u_y = a\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + b$$

在江边，流速为 0，即$x = 0, x = l$处，$u_y = 0$，在江心$x = \frac{l}{2}$处，$u_y = -u_0$

代入上式定出a、b，可得

$$u_y = -\frac{4u_0}{l^2}\left(lx - x^2\right)$$

设船相对于岸的速度为$\boldsymbol{v} = v_x \boldsymbol{i} + v_y \boldsymbol{j}$，由速度叠加原理$\boldsymbol{v}_{船-岸} = \boldsymbol{v}_{船-水} + \boldsymbol{v}_{水-岸}$，可得在$x$方

向上

$$v_x = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$$

$$x = v_0 t / \sqrt{2}$$

在 y 方向上

$$v_y = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 + u_y = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 - \frac{4u_0}{l^2}\left(lx - x^2\right)$$

又由速度定义，可得

$$v_y = \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x}\frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}t} = v_x \frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = \frac{\sqrt{2}v_0}{2}\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x}$$

所以

$$\frac{\sqrt{2}v_0}{2}\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0 - \frac{4u_0}{l^2}\left(lx - x^2\right)$$

整理可得

$$\frac{\mathrm{d}\,y}{\mathrm{d}\,x} = 1 - \frac{4\sqrt{2}u_0}{l^2 v_0}\left(lx - x^2\right)$$

因此，积分之后可求得如下的轨迹(航线)方程

$$y = x - \frac{2\sqrt{2}u_0}{l v_0} x^2 + \frac{4\sqrt{2}u_0}{3l^2 v_0} x^3$$

将 $x = l$ 代入上式，可得船到达东岸的地点为

$$y = \left(1 - \frac{2\sqrt{2}u_0}{3v_0}\right) l$$