2002～2003 学年第二学期《高等数学》期末考试试题 B 卷（180 学时）

专业班级____________________学号________________ 姓名__________

一、填空题（每小题 4 分）

1. 函数 $f(x,y)=e^x\cos y$ 在点 $P_0(0,0)$ 沿方向 $\vec{S}_0=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$ 的方向导数为_______。

2. 设 L 是以 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(0,1)$ 为顶点的三角形的边界，则 $\int_L(x+y)ds=$____________。

3. 二重极限 $\lim\limits_{(x,y)\to(\infty,\infty)}\dfrac{x^2+y^2}{x^4+y^4}=$______。

4. 曲面 $F(x,y,z)=x^2+xy^2+y^3+z+1=0$，在点 M $(2,-3,4)$ 处的切平面方程为________________。

5. 设周期为 6 的函数 $f(x)$ 在 $[-3,3]$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}x+1 & -3\le x<0\\ 0 & 0\le x<3\end{cases}$，它的傅里叶级数的和函数为 $S(x)$，则 $S(-7)=$______ 。

二、求解下列各题（每小题 7 分）

1．求微分方程 $y^2dx-(y^2+2xy-x)dy=0$ 的通解。

2．函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin xy}{x^2+y^2} & (x,y)\ne(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$， 其在点 $(0,0)$ 处是否连续？是否偏导数存在？

3. 求曲线积分 $\int_L -y^2dx+x^2dy$，其中 L 是曲线 $y=x(1-x)$ 上从点 $(0,0)$ 到点 $(1,0)$ 的一条曲线段。

4. 计算二重积分 $\int_0^2\int_{-1}^1\sqrt{|y-x^2|}dxdy$ 。

5．设 $\Omega=\{(x,\ y,\ z):\ 0\le x^2+y^2\le1,\ \sqrt{x^2+y^2}\le z\le1\}$，计算三重积分 $\iiint\limits_{\Omega}x^2dxdydz$ 。

三、设方程$F(x+\frac{z}{y},\ y+\frac{z}{x})=0$ 确定了隐函数$z=z(x,\ y)$，求$x\frac{\partial z}{\partial x}+y\frac{\partial z}{\partial y}$。（9 分）

四、在曲面 $a\sqrt{x}+b\sqrt{y}+c\sqrt{z}=1\ \ (a>0,b>0,c>0)$上做切平面，使得切平面与三坐标平面所围成的体积最大，求切点的坐标。（9 分）

五、计算$\iint_{\Sigma} xdydz+ydxdz+zdxdy, \Sigma: x^2+y^2+z^2=a^2, z\geq 0$的上侧。（10 分）

六、设 $f(x)$为二阶可导函数，且 $f(x)=\sin x+\int_0^x (x-t)f(t)dt$，试求 $f(x)$。（10 分）

七、设函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$ 证明： $f_{xy}(0,0)\neq f_{yx}(0,0)$。（7 分）