

2001~2002 学年第二学期 《 高等数学 》 期末考试试题 (180 学时)

专业班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

一、填空题 (每小题 4 分)

1、曲线 $\begin{cases} x^2 - y^2 + z^2 = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ 在点 $(2, 3, \sqrt{5})$ 处的切线与 Z 轴正向所成的倾角为 _____。

2、设 $f(x, y)$ 是连续函数, 改变 $\int_{-1}^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$ 的积分次序 _____。

3、L 是从 A (1, 6) 沿 $xy=6$ 至点 B (3, 2) 的曲线段, 则 $\int_L e^{x+y} (ydx + xdy) =$ _____。

4、 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - 1}$ 的和等于 _____。

5、若 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (S_{n+1} + S_{n-1} - 2S_n) =$ _____。

二、试解下列各题 (每小题 5 分)

1、设 $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$, $\vec{b} = -2\vec{j} + \vec{k}$, 求以向量 \vec{a} , \vec{b} 为边的平行四边形的对角线的长度。

2、设 $u = \sec(2y - xyz)$, 求 u_x , u_y , u_z 。

三、(10 分) 计算 $\iiint_{\Sigma} x(y-z)dydz + (x-y)dxdy$, 其中 Σ 是曲线 $z = y^2$ ($0 \leq z \leq 3$) 绕 Z 轴旋转一周而成, 且从 Z 轴正向看的下侧。

四、(10 分) 设函数 $z(x, y)$ 由方程组 $\begin{cases} x = e^{u+v} \\ y = e^{u-v} \\ z = uv \end{cases}$, (u, v 为参数) 所确定, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{\substack{x=1 \\ y=1}}$ 。

五、(10 分) 计算 $\iint_D |x^2 + y^2 - 2|dxdy$, 其中区域 D 为 $x^2 + y^2 \leq 3$ 。

六、(11 分) 有一母线平行于 Z 轴的三棱柱, 它的底是 xoy 面上以 $A(1, 0), B(1, 0), C(-1, 0)$ 为顶点的三角形, 试求此三棱柱介于平面 $z=0$ 与旋转面 $z = x^2 + y^2$ 之间的那部分体积。

七、(10 分) 计算 $\iint_{\Sigma} z^2 ds$, 其中 Σ 是柱面 $x^2 + y^2 = 4$ 介于 $0 \leq z \leq 6$ 的部分。

八、(12 分) 设 \widehat{AB} 在极坐标系下的方程为 $r = f(\theta)$, 其中 $f(\theta)$ 是 $[0, 2\pi]$ 上具有连续导数的正值函数, 且 $\theta = \alpha$ 对应点 A , $\theta = \beta$ 对应点 B ($0 < \alpha < \beta < 2\pi$)。试证明:

$$\int_{\widehat{AB}} -ydx + xdy = \int_{\alpha}^{\beta} f^2(\theta) d\theta$$

九、(7 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} x^n$ 的收敛区间及和函数。