

2021-2022 学年第二学期高等数学 B2 期中考试试题

- (10 分) 设 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 24$, 求 $[(\vec{a} + \vec{b}) \times (\vec{b} + \vec{c})] \cdot (\vec{a} + \vec{c})$.
- (10 分) 设 $\vec{a} = (2, -1, 2), \vec{b} = (1, 2, -2)$, 求 $\cos(\vec{a}, \vec{b})$ 以及 \vec{a} 在 \vec{b} 上的投影.
- (10 分) 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $2 \sin(x + 2y - 3z) = x + 2y - 3z$ 所确定的二元隐函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.
- (10 分) 设曲面 $\Sigma: z = x^2 + 4y^2 + 3$ 以及平面 $\pi: 2x + 4y - z = 0$
 - 在曲面 Σ 找一点 $p(x_0, y_0, z_0)$, 使得在此点处曲面 Σ 的切平面与平面 π 平行.
 - 求该点 $p(x_0, y_0, z_0)$ 到平面 π 的距离.

5. (10 分) 设 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq \pi\}$, 求 $\int_D (\sin x^2 \cos y^2 + x \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$.

6. (10 分) 求原点 $O(0, 0, 0)$ 到曲面 $z^2 + xy = 9$ 的距离.

7. (10 分) 设函数

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0. \end{cases}$$

- 计算 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 处的偏导数 $f_x(0, 0), f_y(0, 0)$.
- 证明 $f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 处不可微.

8. (10 分) 判断两直线

$$L_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$$

和

$$L_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{4}$$

是否在同一平面, 并求两直线的夹角.

9. (10 分) 求 $f(x, y) = 2x^2 - 6xy + 5y^2 - 2x + 2y + 3$ 的极值.

10. (10 分) 计算三重积分

$$\int \int \int_{\Omega} \min\{z, 1\} dx dy dz,$$

其中 Ω 为 $z = 2 - (x^2 + y^2)$ 与 $z = 0$ 所围成的区域.