

第 11 章 静电场中的导体和电介质

第 10 章我们研究了真空中的静电场，讨论了静电场的基本性质和规律。实际的电场中往往存在着各种实物介质。其中，金属、电解质是典型的导体；玻璃、陶瓷、塑料则是不导电的，称为绝缘体（insulator）或电介质（dielectric）；导电性介于导体与电介质之间的物质（如硅、锗、砷化镓）称为半导体。这些物质导电性能的差别主要是因为它们具有不同的微观结构，当它们处于静电场中时，它们与静电场之间的相互作用也是不一样的。本章仅研究静电场中的导体和电介质，讨论静电场与导体和电介质在相互作用过程中所遵循的基本规律，建立静电平衡条件下导体和电介质的电荷分布、电场分布和能量分布特性。

§ 11.1 静电场中的导体

11.1.1 导体的静电平衡

1、什么是静电感应

以金属为例，金属是由大量的带负电的自由电子和带正电的晶格组成的。一块没有带电的导体，在没有外电场时，自由电子在导体内部只做无规则热运动并均匀分布，自由电子的负电荷与晶格的正电荷在宏观上处处相等，所以整个导体呈现出电中性状态，对外不显电性。若把金属导体放在外电场中，导体内部的自由电子将受到电场力的作用，除热运动外，还要做定向漂移运动，从而造成导体上的电荷重新分布，最终在导体表面产生宏观的电荷分布，这称为**静电感应**（electrostatic induction），因静电感应在导体表面出现的电荷称为**感应电荷**（induced charge），如图 11.1（a）所示。

导体表面的感应电荷也会产生电场，一方面要影响导体外电场的分布，另一方面在导体内会产生一个附加电场 \mathbf{E}' ，称为内建电场（built-in field），由于该电场是感应电荷所产生，所以又称为**感应电场**（induced field）。感应电场 \mathbf{E}' 的方向与外电场 \mathbf{E}_0 的方向相反，如图 11.1(b)所示。导体内部的总电场 \mathbf{E} 是外电场 \mathbf{E}_0 和感应电场 \mathbf{E}' 的矢量和。刚开始，附加电场 \mathbf{E}' 比较小。但随着自由电子不断地定向漂移，导体表面的感应电荷越积越

多，内建电场也随之增大，直到 $\mathbf{E}' = -\mathbf{E}_0$ 时，导体内自由电子的定向运动才会停止，此时导体内的合场强 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}' = 0$ ，如图 11.1(c) 所示。人们将导体内部和表面上所有自由电荷都只有热运动，没有定向漂移运动时，导体的状态称为导体的**静电平衡** (electrostatic equilibrium)。通常，导体建立静电平衡所需的时间极短，一般小于 10^{-9}s ，几乎在瞬间完成。

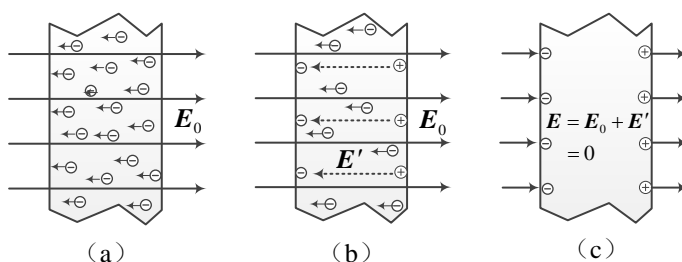


图11.1 导体的静电平衡

从上述分析可知，导体达到静电平衡状态必须满足如下两个条件：

- (1) 导体内部的电场强度必处处为零（否则导体内部电子的定向漂移运动就不会停止）。
- (2) 导体表面的场强必处处垂直于导体表面（否则导体表面的电子将会在场强沿导体表面分量作用下做定向漂移运动）。

此外，从导体的静电平衡条件出发，利用电势与电场强度的积分关系，还可直接导出以下两点推论：

- (1) 导体内的电势处处相等，导体是个等势体。
- (2) 导体表面的电势处处相等，导体表面是个等势面。

这是因为在静电平衡时导体内部的电场强度处处为零 ($\mathbf{E} = 0$)，所以导体内任意两点 A 和 B 间的电势差 $U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ，即： $V_A = V_B$ ，导体内部任意两点的电势都相等。

同理，导体表面上任意两点 A 和 B 间的电势差 $U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ ，由于导体表面场强处处垂直于表面，所以当积分路径在导体表面上时， $\mathbf{E} \perp d\mathbf{l}$ ，因此 $U_{AB} = 0$ ，即导体表面各点电势相等，导体表面是等势面。

11.1.2 静电平衡时导体上的电荷分布

当导体处于静电平衡时，导体上的电荷分布规律要分三种不同的情况分析。

1. 实心导体——导体内部处处没有净电荷，电荷只能分布在导体的表面上

这一结论，可以用高斯定理给予证明。假设在导体内部作一个任意闭合曲面 S ，如图 11.2 所示。由于导体处于静电平衡时其内部场强处处为零，故 $\Phi = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$ ，而

$$\Phi = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

所以导体内部任意闭合曲面 S 内的净电荷

$\sum q = 0$ 。因此，导体内部处处都没有未抵消的净电荷，导体所带的电荷（包括感应电荷）只能分布在导体的表面上。

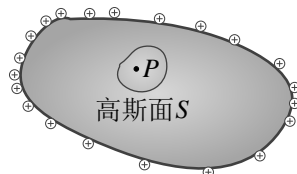


图11.2 导体内无净电荷

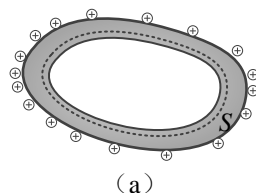
2. 空腔导体，腔内无电荷时——导体内部、及空腔内表面处处没有净电荷，电荷只能分布在空腔的外表面上

上面已经证明了静电平衡时导体内部的净电荷处处为零。这里只需证明空腔内表面上也处处没有净电荷。在导体内部作一个包围内表面的闭合曲面，如图 11.3 中虚线所示，由于静电平衡时导体内场强处处为零，根据高斯定理有

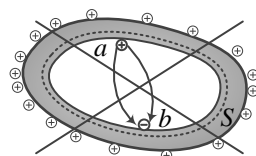
$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q = 0$$

由此得到，在空腔内表面上电荷的代数和为零，即 $\sum q = 0$ 。

显然这里可能会有两种情况：一种是内表面上处处没有净电荷；另一种是，内表面上有净电荷分布，但其代数和为零。那么，后一种情况可能存在吗？不妨假设空腔内表面上分布有等量异



(a)



(b)

图11.3 空腔导体腔内无电荷

号的电荷，分别位于内表面上的 a 、 b 两点，如图 11.3 (b) 所示，则在空腔内部一定有电场分布，有电场线起于 a 点而止于 b 点。这样一来， a 、 b 两点之间就会有电势差，于是整个空腔导体不再是个等势体。显然，这与导体静电平衡时的性质相矛盾。因此，当空腔内无带电体时，空腔内表面上一定处处没有净电荷，电荷只能分布在空腔导体的外表面上。

3. 空腔导体，腔内有带电体的情况——若空腔导体自身带电荷 Q ，腔内有电荷 q 为带电体，则静电平衡时，空腔内表面上出现感应电荷 $-q$ ，外表面上的净电荷为 $Q+q$ 。

这一结论同样可以用高斯定理给予证明。在导体内作一个包围内表面的闭合曲面，如图 11.4 中虚线所示，并假设空腔内表面上的电荷量 q' ，由于静电平衡时导体内部场强处处为零，根据高斯定理有

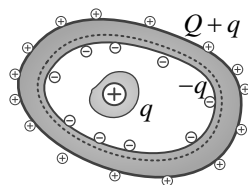


图11.4 空腔导体腔内有电荷

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q = \frac{1}{\epsilon_0} (q + q') = 0$$

所以： $q' = -q$ ，即空腔内表面上出现感应电荷 $-q$ 。由于空腔原本带电荷为 Q ，于是根据电荷守恒定律，空腔外表面的电荷量为 $Q+q$ 。

11.1.3 导体表面附近的场强 尖端放电

导体表面附近的电场强度，其方向处处垂直于导体表面，其大小 E 与该处表面电荷面密度 σ 的关系可写为

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (11.1)$$

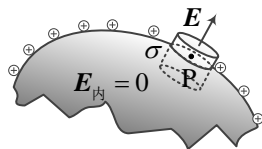


图11.5 导体表面的场强

这一结论同样可以用高斯定理给予证明。如图 11.5 所示，在导体表面任一点 P 处，取一足够小的面元 ΔS ，以至于该面元上的电荷面密度 σ 可认为是均匀的，围绕 P 点作一个底面积为 ΔS 的闭合圆柱面，使圆柱面的侧面垂直于导体表面，它的两个底面一个在导体外部，紧靠 P 点、并与导体表面平行，另一个在导体内部。由于导体内部场强处处为零，导体表面外附近的场强与表面垂直，所以通过该闭合圆柱面的电通量只有来自导体外底面上的贡献，即

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{\text{外底}} \mathbf{E}_{\text{外}} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{内底}} \mathbf{E}_{\text{内}} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{侧面}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{\text{外底}} \mathbf{E}_{\text{外}} \cdot d\mathbf{S} = E \Delta S$$

由高斯定理得

$$E \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\epsilon_0}$$

即

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

上式表明当导体处于静电平衡时，导体表面附近的场强 E 的大小与该处的电荷面密度 σ 的大小成正比。由于导体表面附近的场强处处与导体的表面垂直，于是当 $\sigma > 0$ 时，场强方向垂直导体表面向外；当 $\sigma < 0$ 时，场强方向垂直导体表面指向导体内部。一般来讲，电荷在导体表面上的分布不仅与导体的自身形状有关，而且还与外界条件有

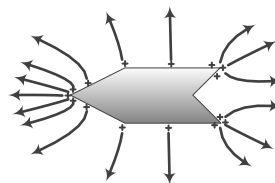


图11.6 尖端导体表面的场强及电荷分布

关。实验表明，孤立导体的电荷分布由其自身的形状及电荷的总量决定。其表面向外突出的地方（曲率为正）电荷面密度较大；比较平坦的地方电荷面密度较小；向里凹进的地方（曲率为负）电荷最稀疏。导体尖端的曲率最大，因而尖端处具有最大的电荷面密度。但应注意，孤立导体表面的电荷密度 σ 与曲率之间并不存在单一的函数关系

由于导体表面附近的场强大小取决于导体表面的电荷面密度，而在尖端处电荷面密度很大，所以尖端附近的电场很强。图 11.6 给出了导体表面不同曲率处的电荷分布和电场分布。

当尖端附近的电场足够强时，空气中残存的电子或离子就会在电场力的作用下做剧烈的加速运动，获得足够大的动能。这些具有很大动能的带电粒子与空气分子碰撞时，就会使空气分子电离成电子和离子。这些新的电子和离子与其它空气分子相碰，又会产生新的带电粒子。如此连锁反应，会在空气中产生大量的带电粒子。与尖端上电荷异号的带电粒子受到吸引而趋于尖端，并与尖端上的电荷中和；与尖端上电荷同号的带电粒子受到排斥而飞向远方。这称为**尖端放电**现象。

尖端放电时，在它周围的空气变得具有较强的导电性。在强电场的作用下，急速运动的带电粒子流形成“电风”，可将蜡烛的火焰吹向一侧，甚至吹灭蜡烛，也可以将一个转筒吹得急速旋转起来。

尖端放电时，在它周围往往隐隐地笼罩着一层光晕，称为电晕。这是因为急速运动的带电粒子与空气分子碰撞时，会使分子受到激发而发光。这种光晕在黑暗中看得比较明显，在夜间高压输电线附近往往会看到这种情况。

此外，尖端放电时，飞向尖端的带电粒子会与尖端上的电荷中和，导致高压电极上的电荷丢失，使高压输电线的能量损耗。尖端放电产生的电波还会干扰无线电信号，损

坏电子元器件。因此，在高压输电线路中，为避免尖端放电，导线的表面必须做得很光滑，并将高压电极做成直径较大的光滑球面。

在很多情况下尖端放电也有可利用之处，避雷针就是一个典型的例子。大块的雷雨云接近地面时，由于静电感应而使地面带上异种电荷。这些电荷集中地分布在地面的凸起物上，如高层建筑、烟囱、大树等物体上，电荷面密度很大。因而在这些凸起物和雷雨云之间将会产生很强的电场。当电场足够强时，就会引起雷雨云与这些凸起物之间的放电，放电电流可达数千安培，这就是雷击现象。为了防止雷击，可为建筑物安装避雷针。避雷针是接地良好的导体，其尖端高耸于建筑物之上，因而放电总在避雷针与雷雨云之间发生，产生的电流通过导体（而不是建筑物本身）在不造成破坏的情况下导入大地。显然，避雷针实际上是一个“引雷针”。雷雨时空旷地面上的大树也会起“引雷针”的作用，因此，大树底下躲避雷雨是很危险的。此外，雷雨时在空旷的平地上打伞也是很危险的，因为伞尖就是“引雷针”。

例 11.1 半径为 R 的导体球原来不带电，将它放在点电荷 $+Q$ 的电场中，球心与点电荷相距为 L 。

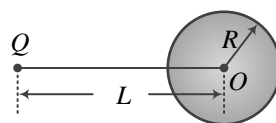


图11.7 例11.1图

(1) 求导体球的电势；

(2) 若将导体球接地，求导体球表面感应电荷的总电量 Q' 。

解：(1) 由导体的静电平衡条件可知：导体球是等势体，导体球内部无电荷分布，所以只需计算点电荷 $+Q$ 和导体球表面的感应电荷在球心 O 点的电势。

由静电感应现象可知，当导体球自身不带电时，在离点电荷 $+Q$ 较近和较远的表面上分别会有电量为 $-q$ 和 $+q$ 的感应电荷，如图 11.8 所示。由电势叠加原理可知，球心 O 点的电势应是点电荷 $+Q$ 和导体球表面上的感应电荷 $\pm q$ 共同产生，即

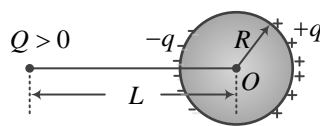


图11.8 例11.1解图

$$V_O = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} + \int_{-q} \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 R} + \int_{+q} \frac{dq'}{4\pi\epsilon_0 R}$$

上式中第一项是点电荷 $+Q$ 在 O 点产生的电势。第二、三项是导体球表面感应电荷 $+q$ 和 $-q$ 在球心 O 点产生的电势，因 $+q$ 和 $-q$ 都分布在球面上，所以有

$$V_o = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L}$$

(2) 若导体球接地, 则导体球的电势为零, 同时导体上远离点电荷 $+Q$ 一侧表面上的感应电荷被导入大地 (或被中和), 球面上只剩靠近 $+Q$ 一侧的感应电荷, 设其电量为 Q' 。根据电势叠加原理, 球心 O 点的电势为

$$V_o = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} + \int_{Q'} \frac{dQ'}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{Q'}{4\pi\epsilon_0 R}$$

令 $V_o = 0$, 可得

$$Q' = -\frac{R}{L}Q$$

例 11.2 两块形状、大小相等的金属平板 A、B 在真空中平行放置, 如图 11.9 所示。设两板间距为 d , 两板面积均为 S , 且 $d \ll \sqrt{S}$ (即可以忽略电场的边缘效应)。当两板上分别带有 q_A 和 q_B 的电荷时, 试求两块金属平板上每个表面的电荷面密度。

解: 由于 $d \ll \sqrt{S}$, 电场的边缘效应可忽略, 因此可近似把两块板都看成是“无限大”的, 且两块板的四个表面上电荷都均匀分布。设四个表面上电荷面密度依次为 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 σ_4 。根据高斯定理, 每个“无限大”均匀带电平面单独存在时产生的场强大小为

$$E_i = \frac{\sigma_i}{2\epsilon_0} \quad (i=1,2,3,4)$$

取水平向右为正方向, 由场强叠加原理及导体的静电平衡条件可得在 A 板内任意一点 P_1 的合场强为

$$E_{P_1} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

即

$$\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_4 = 0$$

同理, 在 B 板内任意一点 P_2 的合场强为

$$E_{P_2} = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} + \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma_4}{2\epsilon_0} = 0$$

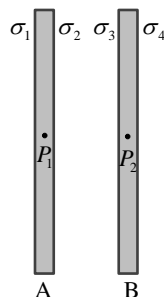


图11.9 两块无限大均匀带电平板

即

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \sigma_4 = 0$$

故

$$\sigma_1 = \sigma_4, \quad \sigma_2 = -\sigma_3 \quad (11.2)$$

由式(11.2)知, 两无限大导体平板相对的两个内表面上带等量异号电荷, 相背的两面则带等量同种电荷。又由题意可得

$$q_A = \sigma_1 S + \sigma_2 S, \quad q_B = \sigma_3 S + \sigma_4 S$$

把上面两式相加、减, 并与式(11.2)联立, 可得

$$\sigma_1 = \sigma_4 = \frac{q_A + q_B}{2S}, \quad \sigma_2 = -\sigma_3 = \frac{q_A - q_B}{2S}$$

特别是当 $q_A = -q_B$ 时

$$\sigma_1 = \sigma_4 = 0, \quad \sigma_2 = -\sigma_3 = q_A / S$$

这表明, 当两导体板带等量异号电荷时, 电荷全部分布在两导体板相对的两个内表面上, 这是一种很重要的特殊情况。

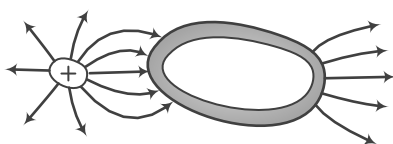
12.1.3 静电屏蔽

前面已经证明, 空腔导体处于静电平衡时, 如果空腔内部没有电荷, 则空腔内表面上处处无电荷分布, 空腔内部各处的电场强度都等于零; 如果空腔内部有带电体、带电量 q , 则在空腔内表面上会出现感应电荷 $-q$, 于是在空腔内部就会

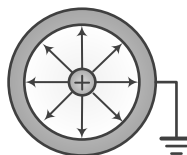


图11.11 高压带电作业

出现由带电体 q 和内表面上的感应电荷 $-q$ 所决定的电场, 这个电场与空腔外的其他外电场或带电体无关。也就是说, 当空腔导体处于静电平衡时, 无论空腔内部是否有带电体, 空腔外部的电场或带电体只会影响空腔外部的电场分布和空腔外表面的电荷分布, 不会影响空腔内部的电场分布, 这种现象叫做**静电屏蔽**, 如图 11.10 (a) 所示。在电子仪器中, 为了使电路不受外电场的干扰, 常把电路部份封闭在金属壳内, 或用金属网罩代替全封闭的金属壳。传送微弱电信号的导线, 通常要用金属丝编成的网包起来, 或做成同轴电缆, 也是起屏蔽的作用, 称为屏蔽线。在高压带电作业中, 工人师傅穿上用金属丝编织成的屏蔽衣服鞋帽就可以安全地实施等电势高压带电作业, 如图 11.11 所示。



(a) 无论腔内是否有电荷
腔外电场对腔内无影响



(b) 接地的空腔
腔内电场对腔外无影响

11.10 静电屏蔽

当空腔内部有带电体时，由于静电感应，在空腔的外表面会感应出等量的同号电荷，腔外电场将由导体表面的电荷分布决定，与腔内的电荷分布无关。如果将腔内电荷放在不同的位置上，只会影响空腔内表面上的电荷分布和腔内的场强分布，绝不会影响空腔外表面上的电荷分布和腔外电场。如果将空腔导体接地，如图 11.10 (b) 所示，则导体外表面上的电荷因接地而被中和，腔外电场随之消失，于是就消除了腔内电荷对腔外电场的影响。这是静电屏蔽的另一种情况。比如，数十千伏的高压设备，对于其周围的操作人员和其它电气设备会造成很大的危险，但如果把它置于接地的金属壳或金属网内，即可屏蔽其高压电场对外部的影响。

例 11.3 半径为 R_1 的导体球 A 带有电荷 q ，球外有一个内、外半径分别为 R_2 和 R_3 的同心导体球壳 B，带有电荷 Q ，如图 11.12 所示。若选无限远处为电势零点，试求：

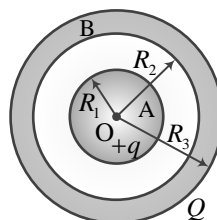


图11.12 例题11.3图

- (1) 导体球 A 和球壳 B 的电势 V_A 和 V_B 及两球的电势差 U_{AB} ；
- (2) 若用导线将导体球 A 和球壳 B 相连，则 V_A 和 V_B 及两球的电势差 U_{AB} 又分别是多少；
- (3) 若使导体球接地，情况又如何？

解：(1) 首先确定电荷在导体球及球壳上的分布情况。根据静电平衡时导体上的电荷分布规律，以及 A、B 同心放置的情况，可知导体球 A 所带的电荷 q 均匀分布在 A 的表面上。球壳 B 相当于一个空腔导体，所以内表面上出现感应电荷 $-q$ ，外表面上带电荷 $q+Q$ ，且分别均匀分布于 B 的内、外表面上。由静电平衡条件可知导体内部的场强处处为零，根据高斯定理可求得导体外部的场强分布为

$$E = \begin{cases} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & (R_1 < r < R_2) \\ \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & (r > R_3) \end{cases}$$

所以球壳 B 的电势为

$$V_B = \int_{R_3}^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{R_3}^{\infty} \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

导体球 A 的电势为

$$\begin{aligned} V_A &= \int_{R_1}^{\infty} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr + \int_{R_3}^{\infty} \frac{Q+q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 R_3} \end{aligned}$$

两球的电势差为

$$U_{AB} = V_A - V_B = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

(2) 如果用导线将导体球 A 和球壳 B 相连, 则球壳内表面和导体球表面上的电荷会完全中和, 使这两个表面都不再带电 (实际上, 用导线相连后它们构成了一个空腔导体), 所有电荷只能分布在球壳 B 的外表面上。所以球壳的外表面上的电荷仍保持为 $q+Q$, 且均匀分布于表面上, 这时空间的场强分布为

$$E = 0 \quad (r < R_3)$$

$$E = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (r > R_3)$$

电势分布为

$$V_A = V_B = \frac{q+Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$U_{AB} = V_A - V_B = 0$$

(3) 若使导体球接地, 则 $V'_A = 0$ 。当球壳 B 带电量 Q 不变时, 那么导体球 A 所带的电荷量必定要改变。设接地后导体球 A 带电量为 q' , 则球壳 B 内表面上感应电荷的电量应为 $-q'$, 外表面带电量应为 $q'+Q$, 重复 (1) 中的计算, 有

$$V'_A = \frac{q'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) + \frac{q' + Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

$$V'_B = \frac{q' + Q}{4\pi\epsilon_0 R_3}$$

再令 $V'_A = 0$ ，可解得

$$q' = \frac{QR_1R_2}{R_1R_3 - R_1R_2 - R_2R_3}$$

$$V'_B = \frac{q' + Q}{4\pi\epsilon_0 R_3} = \frac{Q(R_1 - R_2)}{4\pi\epsilon_0 (R_1R_3 - R_1R_2 - R_2R_3)}$$

$$U'_{AB} = V'_A - V'_B = -V'_B = -\frac{Q(R_1 - R_2)}{4\pi\epsilon_0 (R_1R_3 - R_1R_2 - R_2R_3)}$$

§ 11.2 电容和电容器

11.2.1 孤立导体的电容

假设某导体附近没有其它带电体或导体，则该导体称为孤立导体。这里，我们来考察孤立导体携带电荷的能力。为简单起见，我们首先以孤立导体球为例进行分析。假设孤立导体球的半径为 R ，带电量为 q ，则导体球的电势为

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

这表明，孤立导体球所带的电量与其电势的比值 $\frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0 R$ 只与导体球的半径有关。这

一比值的大小反映了孤立导体球能够携带（或容纳）电荷的本领，人们称之为**电容**（capacity），并用符号 C 表示，即

$$C = \frac{q}{V} \quad (11.3)$$

由此可知：孤立导体球的电容只与导体球的半径有关，即 $C_{\text{球}} = 4\pi\epsilon_0 R$ 。在一般情况下，孤立导体的电容只与导体自身的几何结构有关，与其所带的电荷量和电势无关。

电容的单位是法拉，用 F 表示，即： $1F = 1C \cdot V^{-1}$ 。法拉是很大的单位，通常用微法或皮法作为电容的单位，分别记作 μF 和 pF

$$1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{F}, \quad 1 \text{pF} = 10^{-12} \text{F}$$

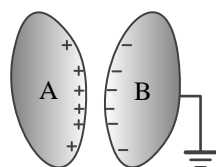
已知地球半径为 $R = 6370\text{km}$ ，若将地球看作一个孤立导体球，则地球的电容为

$$C_{\text{地球}} = 4\pi\epsilon_0 R = 7.08 \times 10^{-4} \text{F} = 708 \mu\text{F}。$$

11.2.2 电容器

电容器 (capacitor) 是储存电荷和电能的元器件。理想的孤立导体是不存在的，当导体附近有其它导体存在时，其电势就会发生变化，从而引起电容的变化。

假设在带电导体 A 旁边放置一个不带电的导体 B，由于静电感应，在导体 B 上相对 A 的远近两侧将会出现等量异号的感应电荷，导体 A 上的电荷也会向导体 B 方向移动。同时，导体 B 上与 A 上异号的电荷更接近 A，使 A 的电势比孤立时有所降低。这样一来，由于 B 的存在，要使 A 保持相同电势，就需带上更多的电荷，即由于 B 的存在，A 的电容增大了。如果再使 B 导体接地，则 B 上与 A 同号的电荷会沿接地线流入大地，或被大地上的异号电荷中和，如图 11.13 所示，这样 A 的电势又会进一步下降。所以单个导体的电容是不稳定的，容易受周围其它导体的影响。



11.13 电容器

实际上，上述两块导体 A、B 构成了一个导体组。

在实际应用中，人们常常设计一种导体组合，一方面使其具有较大的、稳定的、不受外界影响的电容值，同时又具有较小的体积，这样的一种导体组合就称为电容器。组成电容器的两块导体 A、B 通常称为电容器的两个极板。在使用时，电容器总是串联在电路中，电容器带电后，两极板上总是分别带等量异号电荷。电容器的电容定义为一个极板上所带的电量 q （指它的绝对值）和两极板间的电势差 $U = V_1 - V_2$ 的比值，即



各类电容器的实物照片

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{V_1 - V_2} \quad (11.4)$$

为了使电容器的电容完全不受周围其它导体或带电体的影响，通常将电容器的两个极板做成板状并使其非常靠近。同时，为了进一步增大电容器的电容并提高其耐压值，还可在两极板间插入电介质。通常，电容器的电容取决于极板的形状、大小、相对位置

以及两极板间填充的电介质，而与电容器所带的电量无关，与两极板间的电势差无关。电容器作为一个储存电荷和电能的元件，已被广泛应用于各种电路中。

11.2.3 几种常见的电容器

1. 平行板电容器

平行板电容器是由两块靠得很近的平行金属板组成的。设极板的面积为 S ，内表面之间的距离为 d ，如图 11.14 所示。假设极板的长、宽均远大于两极板的间距（即 $S \gg d^2$ ），因此可忽略边缘效应。当两极板带等量异号电荷时，由例题 11.2 的结论可知，电荷将均匀地分布在两极板相对的两个表面上，两极板间的电场为均匀电场。

当两极板 A、B 分别带电量 $+q$ 和 $-q$ 时，则两极板内表面上的电荷面密度分别为 $\pm\sigma = \pm q/S$ 。于是极板间的场强为 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ ，电势差为

$$U = V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = Ed = \frac{\sigma d}{\epsilon_0} = \frac{qd}{\epsilon_0 S}$$

因此平行板电容器的电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad (11.5)$$

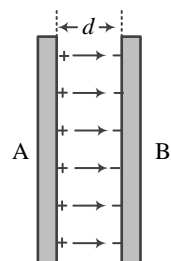


图11.14 平行板电容器

可见，平板电容器的电容只与极板面积和极板间距有关，与所带电量无关。为了获得较大的电容，可以增大极板面积，或减小极板间距，实际的电容器的板间距都非常小。

电容器是一种基本的电子元件，在各种电子设备上都有应用。比如，计算机的电容式键盘就是一系列平板电容器。当按下某个键时，就是减少该键对应的电容器的板间距，从而增大其电容，这个电容的增量达到一定的数值，就可以被计算机的电路所探知。

当今许多电子产品以触屏代替键盘，触屏的背后往往也是一系列电容，每个电容都由两层导电膜构成，操作时，手指与导电膜层形成一个新的电容，电子电路通过检测这个附加的电容，即可获得触点的位置。

2. 圆柱形电容器

圆柱形电容器由两个同轴的金属圆筒组成，如图 11.15 所示。设筒的长度为 L ，内筒

的外半径和外筒的内半径分别为 R_1 、 R_2 ，设两极板相距很小（即 $R_2 - R_1 \ll R_1$ 、且 $R_2 - R_1 \ll L$ ），则两端的边缘效应可忽略不计，计算两极间场强时可认为圆筒是无限长的。

当内、外圆筒形极板上带电量分别为 $+Q$ 和 $-Q$ 时，由高斯定理可知，两圆筒之间距离轴线为 r 处的电场强度为

$$E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

场强的方向垂直于轴线而沿径向。这时两圆柱形电极间的电势差为

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

因此圆柱形电容器的电容为

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)} \quad (11.6)$$

可见，圆柱形电容器的电容同样仅与它的几何结构有关。

在式 (11.6) 中，如果极板间距 d 很小，即 $d = R_2 - R_1 \ll R_1$ ，则

$$\ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left(1 + \frac{d}{R_1} \right) \approx \frac{d}{R_1}$$

代入式 (11.6)，可得

$$C \approx \frac{2\pi\epsilon_0 L R_1}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

式中 $S = 2\pi L R_1$ 为极板面积。此电容与平板电容器的电容表达式 (11.5) 相同。

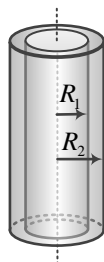
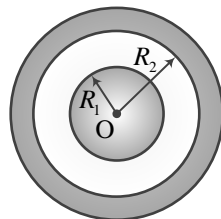


图11.15 圆柱形电容器

3. 球形电容器

球形电容器是由两个同心的金属球壳组成的，这两个同心球壳就是电容器的两个电极。设两个球形电极的半径分别为 R_1 和 R_2 ，分别带电荷 $+q$ 和 $-q$ ，如图 11.16 所示，由高斯定理可知，两球壳之间的电场强度为

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (R_1 < r < R_2)$$



11.16 球形电容器

方向沿矢径方向。这时两球壳之间的电势差为

$$U = V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

因此球形电容器的电容为

$$C = \frac{q}{U} = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (11.7)$$

上式中，如果令 $R_2 \rightarrow \infty$ ，则 $C = 4\pi\epsilon_0 R_1$ ，这就是孤立导体球的电容。

如果两个球形电极之间的距离 $d = R_2 - R_1$ 很小，则 $R_1 R_2 \approx R_1^2$ ， $4\pi R_1^2 = S$ 为极板面积，于是

$$C \approx \frac{4\pi\epsilon_0 R_1^2}{d} = \frac{\epsilon_0 S}{d}$$

这也与平板电容器的电容表达式 (11.5) 相同。

分析上述三种电容器电容的求解过程，可以总结出计算任意形状电容器电容的一般方法是：首先假设两极板带等量异号电荷 $\pm Q$ ，然后求出两极板之间的场强分布，再由电势差的定义 ($U = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$) 求出两极板间的电势差，最后由电容的定义 ($C = \frac{Q}{U}$) 求出电容器的电容。

例 11.4 设有两根半径都为 R 的平行长直导线，它们中心轴间相距为 d ，且满足 $d \gg R$ ，试求：单位长度上两导线间的电容。

解：由于两导线相距较远，可认为两根导线外表面均匀带电，设电荷的线密度分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ，坐标原点 O 取在导线 A 的轴线上，取垂直于导线方向为 x 轴，如图 11.17 所示。

设两导线间任一点 P 到导线 A 的中心轴的距离为 x ，由高斯定理可知导线 A、B 在点 P 的场强分别为

$$E_A = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 x}, \quad E_B = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 (d-x)}$$

方向均沿 x 轴正方向，由场强叠加原理，点 P 的合场强为

$$E = E_A + E_B = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\lambda}{d-x} \right)$$

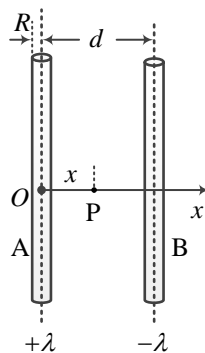


图11.17 例11.4图

由导体的静电平衡条件，导线内部的场强 $E=0$ ，于是导线 A、B 之间的电势差为

$$U = \int_R^{d-R} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_R^{d-R} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{\lambda}{x} + \frac{\lambda}{d-x} \right) dx = \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d-R}{R}$$

由于 $d \gg R$ ，上式可近似表示为

$$U \approx \frac{\lambda}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d}{R}$$

因此单位长度上两导线间的电容为

$$C = \frac{\lambda}{U} \approx \frac{\pi\epsilon_0}{\ln \frac{d}{R}}$$

11.2.3 电容器的串联和并联

1. 电容器的串联

将电容器的极板首尾相联接，称为电容器的串联。图 11.18 表示了电容分别为 C_1 、 C_2 、 \dots 、 C_n 的 n 个电容器的串联。显然，充电后，由于静电感应，每电容器的两个极板都带有等量异号的电量 $+q$ 和 $-q$ ，这时每个电容器极板间的电势差分别为

$$U_1 = \frac{q}{C_1}, U_2 = \frac{q}{C_2}, \dots, U_n = \frac{q}{C_n}$$

组合电容器两端的总电势差为

$$U_{AB} = U_1 + U_2 + \dots + U_n = q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} \right)$$

假设组合电容器的等效总电容为 C ，则： $U_{AB} = \frac{q}{C}$ ，

比较可得

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i} \quad (11.8)$$

上式表明： n 个电容器串联时，等效总电容的倒数等于各电容器电容的倒数之和。

2. 电容器的并联

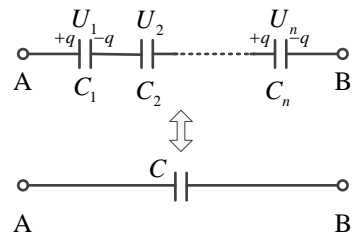


图11.18 电容器的串联

把多个电容器按图 11.19 所示的方式联接起来, 称为电容器的并联。假设图 11.19 中各电容器的电容值分别为 C_1 、 C_2 、 \cdots 、 C_n 。充电后, 根据并联电路的特点, 每个电容器两极板间的电势差都等于 U_{AB} , 但每个电容器极板上的电量不相等。若设电容器 C_1 、 C_2 、 \cdots 、 C_n 极板上的电量分别为 q_1 、 q_2 、 \cdots 、 q_n , 则

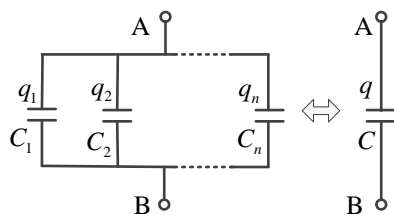


图11.19 电容器的并联

$$q_1 = C_1 U_{AB}, \quad q_2 = C_2 U_{AB}, \quad \cdots, \quad q_n = C_n U_{AB}$$

组合电容器的总电量为

$$q = q_1 + q_2 + \cdots + q_n = (C_1 + C_2 + \cdots + C_n) U_{AB}$$

由此得组合电容器的等效总电容为

$$C = \frac{q}{U_{AB}} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i \quad (11.9)$$

上式表明 n 个电容器并联时, 等效总电容等于各个电容器的电容之和。

式 (11.8) 和式 (11.9) 说明, 电容器并联时总电容增大, 串联时总电容减小。实用中可根据需要选择并联或串联。为了增大电容, 收音机的调谐电容器由很多平行板电容器并联而成, 纸介质电容器则用两张长条形锡箔夹以薄纸卷成, 相当于许多圆柱形电容器的并联, 如图 11.20 所示。电容器串联后总电容虽然减小了, 但总电压被分配在各电容器上, 因而利用电容器的串联可以提高电容器的耐压能力。

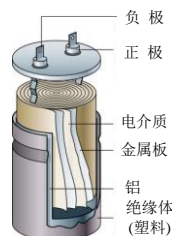


图11.20电容器结构图

§ 11.3 静电场中的电介质

凡是绝缘的物质都可称为**电介质** (dielectric)。从物质的电结构特点来看, 电介质与导体完全不同, 电介质的内部没有自由电子。组成电介质的原子或分子中, 电子和原子核的结合力很强, 所有电子都处于束缚状态。一般情况下, 电子难以挣脱原子核的束缚成为自由电子, 因此电介质 (即绝缘体) 是不导电的。但是当电介质处于外电场中时, 电介质表面也会出现电荷分布, 并影响电场分布; 当电容器内部插入电介质时, 可以使电容增大, 这些是什么原因呢? 下面我们先从电介质的极化说起。

11.3.1 电介质的极化

电介质分子由带负电的电子和带正电的原子核组成，它们分布在线度为 10^{-10} m 的体积内，整个分子呈电中性。一般情况下，正、负电荷在分子中并不是集中于一点，但在远离分子的地方，分子中全部正电荷（或负电荷）的影响和一个单独的正点电荷（或负点电荷）等效，等效点电荷的位置称为该分子的正电荷（或负电荷）中心。当外电场不存在时，有些电介质（如 H_2 、 He 、 N_2 、 CO_2 、 CH_4 ）的分子具有对称的电荷分布，即分子的正、负电荷中心是重合的，这类分子称为**无极分子**（nonpolar molecule）。在另一类电介质中，如 HCl 、 H_2O 、 CO 、 H_2S 、 SO_2 ，即使不存在外电场，其分子的正、负电荷中心也不重合。彼此有一定距离的正负电荷中心可以视作电偶极子，具有一定的电偶极矩，称为分子的**固有电矩**（intrinsic electric moment），这类分子称为**有极分子**（polar molecule）。下面分别讨论这两种分子组成的电介质在外电场中的极化特征。

1. 无极分子电介质的位移极化

在没有外电场时，无极分子没有电矩，所以电介质是电中性的。有外电场后，在电场力的作用下，分子中正负电荷的中心会发生微小的相对位移，使分子具有了电偶极矩，如图 11.21（a）所示，该电偶极矩的方向沿外电场方向，称为**感生电矩**（induced electric moment）。

把一块均匀的无极分子电介质放在静电场中，则每一个分子的正、负电荷中心在电场力作用下发生微小相对位移，形成感生电矩。这时，电介质内部各处仍是电中性的，但在与外电场垂直的两个端面上，一端出现负电荷，另一端出现正电荷，如图 11.21（b）所示。这种在外电场的作用下，电介质表面出现正负电荷的现象叫做电介质的**极化**（polarization）。由于这种极化是由正负电荷中心发生相对位移引起的，所以称为**位移极化**（displacement polarization）。电介质表面因极化出现的电荷称为**极化电荷**（polarization charge）。极化电荷与导体中的自由电荷不同，它们不能在电介质中自由运动，也不能通过传导或接地的方式离开电介质，因而又称为**束缚电荷**（bound charge）。

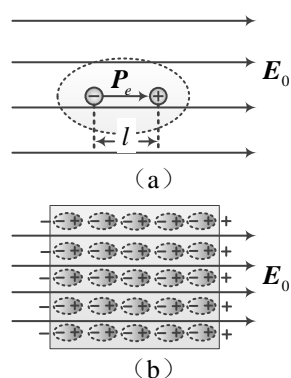


图11.21 无极分子电介质的位移极化

2. 有极分子的取向极化

有极分子电介质的每个分子都具有固有电矩,但由于分子的无规则热运动,在没有外电场时,各个分子的固有电矩的排列是杂乱无章的,如图 11.22 (a) 所示。因此整个电介质中分子的固有电矩的矢量和为零。即使在电介质中取一宏观小体积元,由于其中仍含有大量的分子,宏观小体积元中分子的固有电矩的矢量和也为零,电介质对外呈现电中性。

当电介质置于外电场中时,则每个分子电矩都受到一个力矩的作用,如图 11.22 (b) 所示,使分子电矩转向外电场的方向,这种现象叫有极分子的**取向极化**(orientation polarization)。显然,这时电介质中所有分子电矩的矢量和不是零了。由于分子热运动的存在,这种取向可能不完全一致;外电场越强,分子电矩排列得越整齐。于是,在整个电介质中,在与外电场垂直的两个端面上,也会出现一些极化电荷,如图 11.22 (c) 所示。

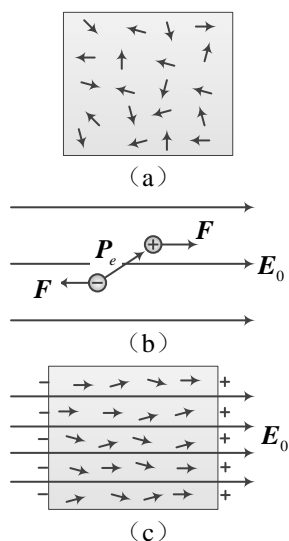


图11.22 有极分子电介质的取向极化

表 11.1 几种电介质的相对介电常数和室温下的击穿场强

电介质	相对介电常数 ϵ_r	击穿场强/ $\text{KV} \cdot \text{mm}^{-1}$
真空	1	
空气(0°C)	1.00059	3
水	80.4	
变压器油	2.2~2.5	12
纸	2.5	5~14
聚四氟乙烯	2.1	60
聚乙烯	2.26	50
氯丁橡胶	6.60	12
硼硅酸玻璃	5~10	14
云母	5.4	160
陶瓷	6	4~25

应当指出, 分子的位移极化在任何电介质中都存在, 而取向极化只是有极分子

电介质所独有的。一般来说，感生电矩比分子的固有电矩小得多，约为后者的 10^{-5} ，因而在有极分子电介质中取向极化是主要的。

由上述分析可知，尽管两种电介质极化的微观机制是不同的，但产生的宏观效果是一样的，都是使电介质内分子电矩的矢量和不再为零，同时使电介质表面出现极化电荷，因此在以后的讨论中将不再区分两类电介质。

当外电场不太强时，它只能使电介质极化，不破坏电介质的绝缘性能。如果外加电场很强，电介质分子中的正负电荷有可能被拉开，从而变成可以自由移动的电荷。当这种自由电荷大量产生时，电介质的绝缘性能就会受到破坏而变成导体，这种现象称为电介质的**击穿**（breakdown）。电介质击穿之前所能承受的最大电场强度称为**电介质的击穿场强**。不同电介质的击穿场强是不一样的，表 11.1 给出了几种典型电介质的击穿场强和相对介电常数。

值得注意的是，水的相对介电常数高达 80.4，但是并不用水作为电容器的绝缘介质。这是因为只有纯水才是绝缘体，具有很高的介电常数。水是很好的溶剂，溶于水的离子很容易在水中移动，使之成为弱的离子导体。与此相反，变压器油的介电常数虽然远低于水，却具有稳定的介电性能（击穿场强达 12MV/mm），因而在变压器设备中得到广泛应用。

11.3.2 电极化强度矢量

当电介质处于极化状态时，其体内任一宏观小体积元 ΔV 内分子电矩的矢量和不为零，而且与外电场 E 方向相同；极化程度越高，这个矢量和越大。因此可以用这个矢量和来描述电介质的极化状态。为了定量描述电介质内各点的极化程度，我们引入**电极化强度矢量**，并用符号 \mathbf{P} 表示。它的定义是：**电介质中单位体积内分子电矩的矢量和**，即

$$\mathbf{P} = \frac{\sum \mathbf{p}_i}{\Delta V} \quad (11.10)$$

上式中 \mathbf{p}_i 是 ΔV 体积元中第 i 个分子的电偶极矩。在国际单位制中，电极化强度的单位是：库伦·米⁻²（C·m⁻²），与电荷面密度的单位相同。

如果电介质中各点电极化强度矢量的大小和方向均相同，则介质的极化是均匀的，否则极化就是不均匀的。真空可以看作电介质的特例，其中各点的 \mathbf{P} 均为零。

当电介质处于极化状态时，一方面在它体内出现未抵消的电偶极矩，表现为电极化

强度矢量 $\mathbf{P} \neq 0$ ；另一方面，在电介质的某些部位将会出现未被抵消的极化电荷。电介质被极化的宏观效果正是在电介质端面出现极化电荷，因此，电介质的电极化强度矢量 \mathbf{P} 与电介质端面的极化电荷必有定量关系。

以位移极化为例。假设电介质处于极化状态，它的每个分子的正、负电荷中心相对位移的大小为 l ，用 q 表示分子中正负电荷中心的电量，则每个分子电矩 $\mathbf{p} = ql$ 。设单位体积内有 n 个分子，则电极化强度矢量为 $\mathbf{P} = n\mathbf{p} = nql$ 。

在极化的电介质内取一面元矢量 $d\mathbf{S} = dS\mathbf{n}$ ，其中 \mathbf{n} 为面元 $d\mathbf{S}$ 的法向单位矢量。如图 11.23 所示，取一个以 $d\mathbf{S}$ 为底，作长度为 L 的斜柱体。设 L 与 \mathbf{n} 的夹角为 θ ，则此斜柱体的高为 $L\cos\theta$ ，体积为 $LdS\cos\theta$ 。假设底面 $d\mathbf{S}$ 上的极化电荷密度为 σ' ，此时斜柱体内所有分子电矩的矢量和，在宏观上相当于一个电偶极子，其电偶极矩为

$$\sum p_i = \sigma' dSL$$

由电极化强度矢量的定义

$$\mathbf{P} = \frac{\sum p_i}{\Delta V} = \frac{\sigma' dSL}{dSL\cos\theta}$$

由此得

$$\sigma' = P\cos\theta = P_n = \mathbf{P} \cdot \mathbf{n} \quad (11.11)$$

上式表明，均匀电介质表面的极化电荷面密度，在数值上等于该处电极化强度矢量在表面法线方向上的分量。当 $0 \leq \theta < 90^\circ$ 时， $\sigma' > 0$ ，表面极化电荷为正；当 $90^\circ < \theta \leq 180^\circ$ 时， $\sigma' < 0$ 表面极化电荷为负；当 $\theta = 90^\circ$ 时， $\sigma' = 0$ 表面极化电荷为零。此外，还可以证明（略）：电极化强度矢量 \mathbf{P} 对于任意闭合曲面的通量等于该闭合曲面所包围的极化电荷总量的负值，即

$$\oiint_S \mathbf{P} \cdot d\mathbf{S} = - \sum_{(SP_i)} q' \quad (11.12)$$

电介质的极化是外电场和电介质分子相互作用的过程。外电场使电介质极化，而电介质极化后出现的极化电荷也要产生电场，并改变原电场的分布，重新分布后的电场反过来又影响电介质的极化，直至达到静电平衡，此时电介质才处于一个稳定的极化状态。可见，电介质中任一点的电极化强度矢量 \mathbf{P} 与该点的总电场强度 \mathbf{E} 有关。

实验表明，当外电场不太强时，对于大多数各向同性的电介质，电介质中任一点的电极化强度矢量 \mathbf{P} 与该点的总电场强度 \mathbf{E} 成正比，即

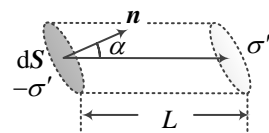


图11.23 极化电荷面密度

$$P = \chi_e \epsilon_0 E \quad (11.13)$$

式中 χ_e 叫做电介质的电极化率，它是反映电介质材料介电性质的物理量。对于各向同性的电介质， χ_e 的大小只与电介质的种类有关，而且是一个常数，与电介质中的电场强度无关。

*11.3.3 铁电体 压电体

上面已经指出，在各向同性的电介质中，电极化率 χ_e 为一常数，因此电极化强度矢量 \mathbf{P} 与电介质中的电场强度 \mathbf{E} 成正比， \mathbf{P} - \mathbf{E} 关系为一直线，如图 11.24 (a) 所示。在微观上，这意味着有外电场作用时电介质中的分子电矩平行于外电场，当外电场撤去后分子电矩的取向即恢复无规则状态，这类电介质称为顺电 (paraelectric) 材料。

另有一些电介质，在外电场撤除后，分子电矩的取向并不是同步地恢复到无规则状态，而是滞后于电场的变化，这称为电滞现象。在初始阶段，电极化强度随着电场的增大而增大，在更大的电场下趋于饱和，此时电介质中所有分子电矩都平行于电场方向。但是，当电场减小时，电极化强度并不是可逆地减小，而且当 $E=0$ 时仍为一个非零的数值，称为剩余电极化强度。当电场进一步反向变化时，电极化强度依次达到零、负的饱和电极化强度和负的剩余电极化强度，如图 11.24 (b) 所示，形成所谓“电滞回线”。这一现象称为铁电效应 (ferroelectric effect)。典型的铁电材料有钛酸钡 (BaTiO_3) 和锆钛酸铅 ($\text{PbZr}_{1-x}\text{Ti}_x\text{O}_3$)。若以正、负剩余电极化状态为二进制中的“0”和“1”，由此形成的器件称为铁电存储器。

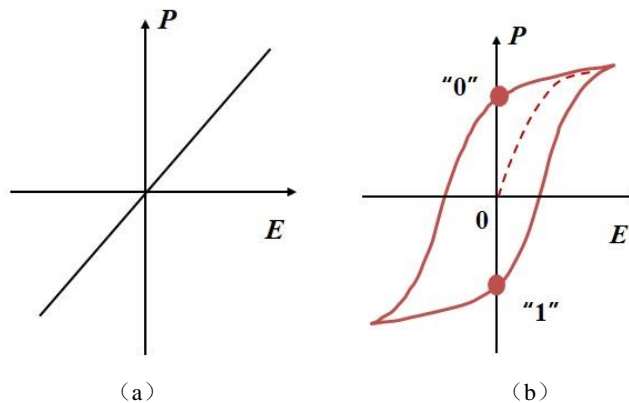


图 11.24 顺电材料 (a) 和铁电材料 (b) 的电极化强度随电场的变化

有些离子晶体 (如石英、钛酸钡、酒石酸钾钠) 受到拉伸或压缩时，也能产生电极化，通常是在受压晶体的两个表面上出现正负电荷，形成一定的电势差，这称为压电效应 (piezoelectric effect)。如果给压电材料施加的压力是高频振动，则可产生高频电压或电流，由此可把机械振动变成电振动，制成高频振荡器。这在无线电技术中已经得到了广泛应用。

另一方面，当压电晶体带有电荷或处于电场中时，晶体会在电场作用的方向伸长或缩短，这称为**电致伸缩**（electrostriction），它是压电效应的逆效应。显然，电致伸缩可以把电振动变成机械振动，比如石英晶片可在高频电压作用下产生声波、超声波，这一现象已被应用于电声器件（如扬声器、耳麦）、超声全息等技术领域。

11.3.4 电介质对电容器电容的影响

电介质被极化后，电介质表面产生了极化电荷。显然，极化电荷也会产生电场，这一电场与外电场方向相反。但该电场不能把介质内的外电场完全抵消，因此电介质中的总场强受到削弱，但不等于零。于是当电容器内部插入电介质后，由于电容器内部场强减小，导致两极板间的电势差减小，电容器的电容增大。

实验表明，在电容器极板上电量 q 不变的前提下，两极板间为真空时的电压 U_0 是充满电介质时电压 U 的 ε_r 倍，即

$$U_0 = \varepsilon_r U$$

所以电容器中充满电介质后的电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{U_0/\varepsilon_r} = \varepsilon_r \frac{q}{U_0} = \varepsilon_r C_0 \quad (11.14)$$

式中， ε_r 称为该电介质的**相对电容率**（relative permittivity），亦称为**相对介电常数**。它是表征电介质自身特性的物理量。在真空中， $\varepsilon_r = 1$ ，除真空外，其他各种电介质的 ε_r 均大于 1。表 11.1 给出了几种常见电介质的相对电容率。

式（11.14）表明，电容器中充满某种电介质后，其电容是真空电容器电容的 ε_r 倍。

§ 11.4 有电介质存在时的高斯定理

如前所述，当电场中存在电介质时，由于电介质的极化，将在电介质表面产生极化电荷，而极化电荷产生的场强与外电场的方向相反，使介质中的总场强受到削弱。假设外电场由自由电荷激发，用 \mathbf{E}_0 表示自由电荷所产生的场强， \mathbf{E}' 表示极化电荷产生的场强，则空间任一点处的合场强 \mathbf{E} 应该是上述两种电荷产生的场强的矢量和，即

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$$

由于极化电荷不能把电介质内的电场完全抵消，只是削弱原电场，因此在讨论电介质

的问题时，介质内部需要由两个物理量 \mathbf{E} 和 \mathbf{P} 来描述。问题是由电荷分布求场强 \mathbf{E} 时，必须要同时知道自由电荷的分布和极化电荷的分布，而极化电荷的分布取决于 \mathbf{P} ， \mathbf{P} 又取决于 \mathbf{E} ，这似乎形成了计算上的循环。在这种情况下，需要寻找一个绕开极化电荷的方法，通过静电场的基本定理来研究电场的分布情况。

11.4.1 有电介质存在时的高斯定理

高斯定理是建立在库仑定律的基础上的，极化电荷也满足库仑定律，因此，有电介质存在时，高斯定理也成立。只不过在计算电通量时，应把自由电荷 q_0 和极化电荷 q' 同时考虑在内。如图 11.25 所示，在一个平行板电容器内部充满了某种均匀电介质，在电容器内部任取一个闭合圆柱面，其上底面在极板内部，下底面在介质内，根据高斯定理有

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{S'_{\text{内}}} q = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{S'_{\text{内}}} q_0 + \sum_{S'_{\text{内}}} q' \right)$$

考虑到式 (11.12)，可将上式改写为

$$\oiint_S (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}) \cdot d\mathbf{S} = \sum_{S'_{\text{内}}} q_0 \quad (11.15)$$

为使问题简化，讨论方便，引入一个辅助性的物理量 \mathbf{D} ，定义为

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (11.16)$$

\mathbf{D} 称为电位移矢量。则式 (11.15) 可简化为

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum_{S'_{\text{内}}} q_0 \quad (11.17)$$

式 (11.17) 称为有电介质存在时的高斯定理。它表明，在静电场中，通过任意闭合曲面的电位移通量，等于该闭合曲面所包围的自由电荷的代数和。真空可以看作电介质的特例，因其 $\mathbf{P} = 0$ ，所以由式 (11.16) 可知在真空中 $\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E}$ ，将之代入式 (11.17)，可以还原为真空中的高斯定理。

电位移矢量 \mathbf{D} 的单位是：库伦·米⁻² (C·m⁻²)。

11.4.2 电位移矢量 \mathbf{D} 和总场强 \mathbf{E} 的关系

电位移矢量的定义式为

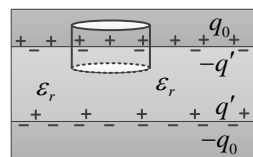


图11.24 有电介质存在时的高斯定理

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

对于各向同性的电介质，由于 $\mathbf{P} = \chi_e \varepsilon_0 \mathbf{E}$ ，将它代入上式中，可得

$$\mathbf{D} = (1 + \chi_e) \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (11.18)$$

式 (11.18) 就是在各向同性的均匀电介质中电位移矢量 \mathbf{D} 和电介质中总电场强度 \mathbf{E} 的关系。它表明，在各向同性的均匀电介质内，任一点的 \mathbf{D} 与该点的 \mathbf{E} 方向相同，大小成正比。其中比例系数

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon_0 (1 + \chi_e) \quad (1.19)$$

称为电介质的**绝对电容率**，或**绝对介电常量**， $\varepsilon_r = 1 + \chi_e$ 称为电介质的**相对电容率**，或**相对介电常量**。

例 11.5 在半径为 R 的金属球外包裹了一层内半径为 R 、外半径为 $2R$ 的电介质球壳，如图 11.26 所示。已知金属球带电量为 Q ，介质的相对电容率为 ε_r 。试求：

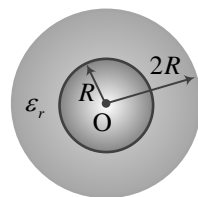


图11.25 例11.5图

- (1) 电介质内外 \mathbf{D} 和 \mathbf{E} 的分布；
- (2) 电介质外表面的极化电荷面密度；
- (3) 导体球的电势和介质内外表面的电势差。

解：(1) 根据导体的静电平衡条件，导体内部的场强处处为零，所以只需讨论金属球外的场强分布。由题意可知，本题中电场分布具有球对称性。为此取一个半径为 r 的同心球面为高斯面，根据高斯定理

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 4\pi r^2 D = Q$$

所以金属球外任意一点的电位移矢量的大小为

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$$

方向沿径向。再由 $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$ ，可得介质内外场强分布为

$$\text{介质内 } (R < r < 2R): \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$$

$$\text{介质外 } (r > 2R): \quad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 r^2}$$

- (2) 因为介质内电极化强度矢量的大小为

$$P = \chi_e \varepsilon_0 E = (\varepsilon_r - 1) \varepsilon_0 E = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{4\pi\varepsilon_r r^2}$$

方向与电场方向一致，沿径向。所以，在电介质的外表面（ $r=2R$ ）上，极化电荷面密度为

$$\sigma' = P|_{r=2R} = \frac{(\varepsilon_r - 1)Q}{16\pi\varepsilon_r R^2}$$

(3) 以无限远处为零电势点，则导体球的电势为

$$\begin{aligned} V &= \int_R^\infty \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_R^{2R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} dr + \int_{2R}^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2R} \right) + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(2R)} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R} + \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 R} \end{aligned}$$

介质球壳内外表面的电势差为

$$U = \int_R^{2R} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_R^{2R} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} dr = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R}$$

例 11.6 设空气平行板电容器的极板面积为 S ，间距为 d ，充电后极板上的电荷面密度为 σ_0 。今在两极板间平行插入一面积相同、厚度为 δ （ $\delta < d$ ）、相对介电常量为 ε_r 的电介质板，如图 11.27 所示。求两极板间的场强分布及电容器的电容（不计电容器中电场的边缘效应）。

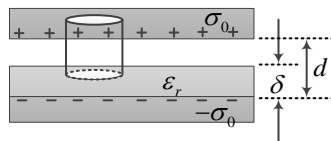


图11.26 例11.6图

解：由于不计电场的边缘效应，所以可以认为插入电介质后电介质内外的电场都是均匀电场，方向从正极板指向负极板。作一个圆柱形高斯面 S ，它的上底面在金属极板内，下底面在两极板之间，侧面垂直于极板表面（与电场线平行），如图 11.27 所示。则电位移矢量 \mathbf{D} 对该高斯面的通量只有下底面上的通量不为零，即

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{\text{上底}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{下底}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} + \iint_{\text{侧面}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \iint_{\text{下底}} \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = D \cdot \Delta S$$

根据有电介质存在时的高斯定理，

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = \sum Q = \sigma_0 S$$

于是，在两极板之间的电位移矢量的大小为

$$D = \sigma_0$$

式中 σ_0 为极板上自由电荷面密度，上述结论无论在介质内还是在介质外都成立。再由 D 与 E 的关系： $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$ ，可得两极板间电场强度的大小为

空气中
$$E_0 = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$$

介质中
$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$$

所以两极板之间的电势差为

$$U = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = E_0(d - \delta) + E_1\delta = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}(d - \delta) + \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \delta$$

电容器的电容为

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma_0 S}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\varepsilon_r(d - \delta) + \delta}$$

若 $\delta = d$ ，即在两极板之间充满了电介质，则有

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{d} = \varepsilon_r C_0$$

式中 C_0 表示电容器内部没有电介质时的电容。上式表明两极板间充满各向同性的电介质后，电容器的电容增大了 ε_r 倍。这是将 ε_r 称为相对电容率的原因。

在求电容器的电容时，本题还可以将此电容器看作是两个电容器的串联，其中一个极板间距为 $d - \delta$ 的真空电容器，另一个是极板间距为 δ 的电介质电容器，其电容分别为

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d - \delta}, \quad C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\delta}$$

所以串联后的总电容为

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r S}{\varepsilon_r(d - \delta) + \delta}$$

§ 11.5 静电场的能量

在上一章中，我们曾指出，电场是一种特殊的物质，它具有能量、质量和动量，这些都是物质的基本属性。这一节，我们将讨论电场的能量和能量密度。

11.5.1 电容器的能量

带电系统的形成过程实际上就是电荷的移动过程。由于受电场力的作用，所以在移动电荷形成带电系统的过程中，外界必须要克服电场力做功，最终外界所做的功将转换成电场的能量。这里，我们以电容器的充电过程为例来讨论电场的能量问题。

考虑一个平行板电容器，其电容为 C 。假设在其充电过程中的某一时刻 t ，两极板上带电 $\pm q$ ，两极间的电势差为 $u = \frac{q}{C}$ ，经 dt 时间后，两极板上的电量增加 $\pm dq$ ，如图 11.28 所示。在将 dq 从负极板移到正极板的过程中，外界（即电源）克服静电力做功为

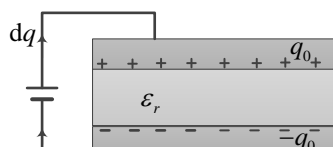


图11.27 平行板电容器的充电过程

$$dA = u dq = \frac{q}{C} dq$$

所以在整个充电过程中外界（电源）克服静电力所做的总功为

$$A = \int_0^Q u dq = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

根据能量守恒定律，电源克服静电力所做的功将全部转变为电容器充电后的静电势能，简称**静电能** W_e (electrostatic energy)，储存在电容器中。因此电容器充电后储存的能量为

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad (11.20a)$$

再利用 $Q = CU$ ，上式还可改写为

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} QU \quad (11.20b)$$

式 (11.20) 就是电容器充电后的储能公式。这表明，电容器是一个储能元件。当 U 不变时（接在电源上），电容器的电容 C 越大，储存的能量也越大。对于一个给定的电容器（ C 不变时），电容器极板上充的电量越多，储存的能量也越大。电容器储存能量的一个例子是照相机的闪光灯，当按下快门时，储存有静电能的电容器极板间距迅速减小，正负电荷在复合瞬间把电场能量转变为光能。在高压电器中，充电的电容器可能有很高的电压，通常通过接地的办法把极板上的电荷释放掉，以免造成危险。

11.5.2 静电场的能量

式(11.20a)表明, 电容器充电后, 电容器就储存了能量; 同时电荷在电容器内部还建立了电场。那么谁是能量的携带者? 是电荷还是电场? 这个能量在电容器内部是如何分布的? 对于这些问题, 在静电场中无法给出明确的答复, 因为静电场总是伴随电荷而存在的, 我们无法用实验来检验能量究竟以哪种方式存在。但是, 当麦克斯韦的电磁波理论被实验证实以后, 人们发现变化的电场可以脱离电荷而独立存在, 而且以波的形式在空间传播, 传播过程中还伴随着能量和动量的传播, 这就证明了能量存在于电场中。

对于极板面积为 S 、极板间距为 d 、两板间充满相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性电介质的平行板电容器, 该电容器的电容为 $C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d}$ 。当极板上电荷量为 Q , 或极板间的电势差为 $U = Ed$ 时, 由式(11.20)可得电容器的静电能为

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2 = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} (Ed)^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 V \quad (11.21)$$

上式表明, 电容器中的静电能可以用表征电场性质的场量 E 来表示, 而且与电场所占的体积 $V = Sd$ 成正比。此式还表明静电能贮存在电场中。由于平行板电容器内两极间的电场是均匀的, 因此电场中单位体积内电场的能量, 即静电场的**能量密度**为

$$w_e = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 = \frac{1}{2} \frac{D^2}{\epsilon_0 \epsilon_r} = \frac{1}{2} DE \quad (11.22)$$

此式表明, 静电场的能量密度与电场强度的平方成正比, 电场越强, 电场的能量密度越大。

式(11.22)虽然是从平行板电容器推导出来的, 但具有普遍意义, 可以推广到一般情况。当空间电场不均匀时, 一个指定区域中的静电能可以通过对能量密度 w_e 的体积分来求得, 即

$$W_e = \iiint_V w_e dV = \frac{1}{2} \iiint_V \epsilon_0 \epsilon_r E^2 dV = \frac{1}{2} \iiint_V DE dV \quad (11.23)$$

这是一个普遍适用的求电场能量的积分公式。

例 11.7 球形电容器的内、外球壳的半径分别为 R_1 和 R_2 , 充电后两极板所带电荷量为 $\pm Q$, 若在两球壳间充以电容率为 ϵ 的电

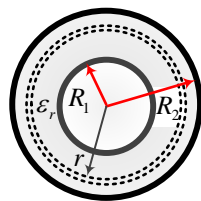


图11.28 例11.7图

介质，如图 11.29 所示。问此电容器贮存的电场能量为多少？

解：由于球形电容器中电场具有球对称分布，故取一个半径为 r 的同心球面为高斯面，由高斯定理可得，介质中电位移矢量的大小为

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad (R_1 < r < R_2)$$

球壳间的电场强度为

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \quad (R_1 < r < R_2)$$

其间的电场能量密度为

$$w_e = \frac{1}{2} \varepsilon E^2 = \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon r^4} \quad (R_1 < r < R_2)$$

为求电场的总能量，取一个半径为 r 厚度为 dr 的薄球壳，如图 11.29 所示，则该薄球壳内的电场能量为

$$dW_e = w_e dV = \frac{Q^2}{32\pi^2 \varepsilon r^4} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2} dr$$

所以电容器储存的总静电能为

$$W_e = \int dW_e = \int_{R_1}^{R_2} \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2} dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

这一结果也可以由式 (11.20) 求得。因为电容器两球壳之间的电势差为

$$U = \int_{R_1}^{R_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

所以电容器储存的能量为

$$W_e = \frac{1}{2} QU = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

显然，两种方法求得的结果是相同的。

思 考 题

11.1 有一个置于绝缘架上的金属筒，上面开一小孔，通过小孔放入一个用丝线悬挂的带正电荷的导体小球。讨论在下列几种情况下金属筒外壁带何种电荷？（1）小球与筒的内壁不接触；（2）小球与

筒的内壁接触；(3) 小球不与筒接触，但人用手触摸一下筒的外壁，松开手后再把小球移出筒外。

11.2 一个孤立导体球带有电荷 Q ，其表面附近的场强沿什么方向？当我们把另一带电体移近这个导体球时，球表面附近的场强会沿什么方向？其上电荷分布是否均匀？其表面是否等电势？电势是否有变化？球体内任一点的场强有无变化？

11.3 把一个带电体移近一个空腔导体，带电体单独在空腔导体的腔内产生的场强是否为零？

11.4 假设在封闭的金属壳内部有一带电体。

(1) 若将另一带电体从外面移近金属壳，壳内的电场是否会改变？金属壳及壳内带电体的电势是否会改变？金属壳和壳内带电体的电势差是否会改变？

(2) 若将金属壳内部的带电体在壳内移动或与金属壳接触时，壳外部的电场是否会改变？

11.5 设一带电导体表面上某点电荷面密度为 σ ，则该点附近导体表面外的场强大小为 $E = \sigma/\epsilon_0$ ，若将另一个带电体靠近该导体，则该点的场强是否改变？公式 $E = \sigma/\epsilon_0$ 是否仍然成立？

11.6 将一个带正电的导体 A 移近一个接地的导体 B 时，导体 B 是否维持零电势？其上是否带电？

11.7 若保持平行板电容器极板上电量不变（充电后切断电源），增大两极板间的距离 d ，试问：两极板间的电势差有何变化？极板间的电场强度有何变化？电容是增大还是减小？

11.8 若保持平行板电容器两极板间的电压不变（一直与电源连接），增大极板间的距离 d ，则极板上的电量、极板间的电场强度、电容器的电容有何变化？

11.9 用毛发摩擦过的梳子或玻璃棒可以吸起小纸屑，试用电介质的极化规律解释之（可假设梳子带上正电荷）。

11.10 将平行板电容器的两极板接上电源以维持电压不变，用相对介电常量为 ϵ_r 的均匀电介质填满两极板间的空间，问极板上的电量为原来的几倍？极板间的场强为原来的几倍？

若充电后切断电源，然后再填满相对介电常量为 ϵ_r 的均匀电介质，情况又如何？

11.11 水的相对介电常数很高，但变压器为什么不能用水做绝缘介质？

11.12 均匀带电球面和均匀带电球体均处于真空中，如果两者的半径相等，所带的电量也相等，则它们的电场能量是否也相等？为什么？

习 题

11.13 如图所示，一内半径为 a 、外半径为 b 的金属球壳带有电量 $Q > 0$ ，在球壳空腔内距离球心为 r ($r < a$) 处有一点电荷 q 。设无限远处为电势零点，试求：

(1) 球壳内、外表面上的电荷；

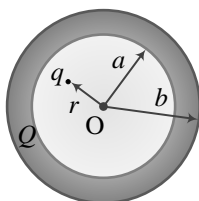
(2) 球心 O 点处由球壳内表面上电荷产生的电势；

(3) 球心 O 点处的总电势；

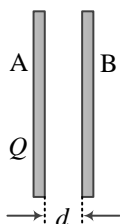
(4) 用导线先将球壳接地，然后将接地线撤去。再求球心 O 点处的电势。

11.14 半径分别为 16cm 及 10cm 的两个金属薄球壳同心放置，内球的电势为 2700V，外球带有电量为 $8.0 \times 10^{-9} \text{C}$ 。

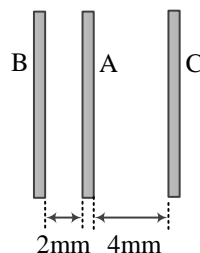
- (1) 求内球壳上所带的电量；
- (2) 现将内球和外球接触，然后再分开，求两球壳的电势各变化多少？



习题11.13图



习题11.15图



习题11.16图

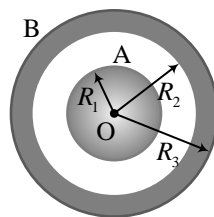
11.15 如图所示，把一块原来不带电的导体板 B 移近一块已带有电荷 $+Q$ 的导体板 A，且平行放置。设两板面积都是 S ，板间距为 d ($d \ll \sqrt{S}$)，忽略边缘效应。试求：

- (1) 两板间的电势差；
- (2) 若将 B 板接地，再求两板间的电势差。

11.16 如图所示，三块平行金属板 A、B、C 面积均为 200 cm^2 ，A、B 间相距为 2.0 mm，A、C 间相距为 4.0 mm，B 和 C 两板都接地。如果使 A 板带正电 $3.0 \times 10^{-7} \text{C}$ ，试求：

- (1) B、C 两板上的感应电荷；
- (2) A 板的电势。

11.17 如图所示，在一半径为 R_1 的金属球 A 外面套有一个同心的内、外半径分别为 R_2 和 R_3 金属球壳 B。设 A 球带有电荷 Q_A ，球壳 B 带有电荷 Q_B 。试求：



习题11.17图

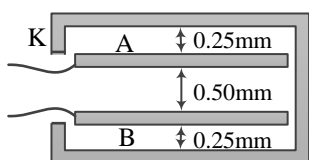
- (1) 球壳 B 内、外表面上所带的电荷以及球 A 和球壳 B 的电势；
- (2) 若先将球壳 B 接地后再断开，然后将金属球 A 接地，再求球壳 B 的电势。

11.18 某计算机键盘的每一个键都是一个平板电容器的一极，其下面的金属极板面积为 40 mm^2 ，极板间距为 0.7mm。当按下键时，电容器极板间距减小，电容增大，该电容的变化被计算机的电子电路探测，从而对按键作出响应。

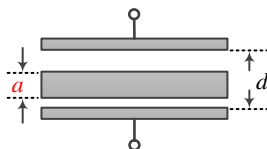
- (1) 不计电容器中电场的边缘效应，试求按键之前每个键对应的电容；
- (2) 假设计算机电路可以探测的电容变化是 0.25pF，至少需要按下多大的距离？

11.19 如图所示，由两块相距为 0.50 mm 的薄金属板 A、B 构成的空气平行板电容器，被屏蔽在一个金属盒 K 内，金属盒上、下两壁与 A、B 分别相距 0.25 mm，金属板面积为 $30 \times 40 \text{ mm}^2$ 。求

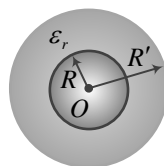
- (1) 从 A、B 两端测得被屏蔽后电容器的电容变为原来的几倍？
- (2) 将盒中电容器的一个引线与金属盒连接，问此时从 A、B 两端测得的电容又为原来的几倍？



习题11.19图



习题11.20图



习题11.21图

11.20 如图所示，平板电容器极板面积为 S ，间距为 d ，且 $d \ll \sqrt{S}$ 。

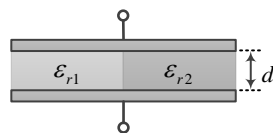
- (1) 如果在两极板之间插入一面积为 S 、厚度为 a ($a < d$) 的金属板，试求该电容器的电容；
- (2) 若以同样尺寸的电介质板代替金属板，已知电介质的相对介电常数为 ϵ_r ，试求其电容。该电容是否与电介质板的位置有关？

11.21 如图所示，在半径为 R 的金属球之外包有一层均匀电介质层，外半径为 R' （即电介质厚度为 $R' - R$ ）。设电介质的相对介电常量为 ϵ_r ，金属球的电荷量为 Q ，试求：

- (1) 介质层内、外的场强分布；
- (2) 介质层内、外的电势分布；
- (3) 金属球的电势。

11.22 如图所示的平行板电容器，极板面积为 S ，板间距为 d

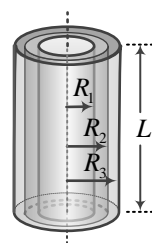
($d \ll \sqrt{S}$)，极板间各一半被相对介电常量分别为 ϵ_{r1} 和 ϵ_{r2} 的电介质充满。假设充电后两极板上带的总电量分别是 $\pm Q$ 。试求：



习题11.22图

- (1) 两层介质内电位移矢量 D 和电场强度 E 的大小；
- (2) 用两种不同的方法求此电容器的电容。

11.23 如图所示，圆柱形电容器内充满了两层均匀电介质，内层是 $\epsilon_{r1} = 4.0$ 的油纸，其内半径为 $R_1 = 20\text{mm}$ ，外半径为 $R_2 = 23\text{mm}$ ；外层是 $\epsilon_{r2} = 7.0$ 的玻璃，其外半径为 $R_3 = 25\text{mm}$ 。已知油纸的击穿场强为 12 kV/mm ，玻璃的击穿场强为 10 kV/mm 。假设电容器的长度 $L \gg R_3 - R_1$ （两极板间距）。试求：



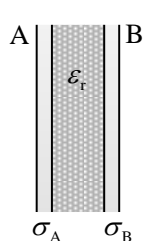
习题11.23图

- (1) 当电压逐渐升高时，哪层介质先被击穿？
- (2) 该电容器能耐多高的电压？

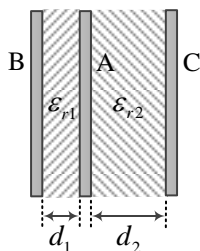
11.24 一空气平行板电容器，两极板之间距为 $d = 1.5\text{cm}$ ，当两极板间电压为 $U = 40\text{ kV}$ 时，该电容器会被击穿吗？现将一厚度为 $\delta = 0.30\text{cm}$ 的玻璃板平行地插入此电容器中，若玻璃板的相对介电常量为 $\epsilon_r = 7.0$ ，击穿场强为 $E_b = 10\text{ MV}\cdot\text{m}^{-1}$ ，这时电容器会被击穿吗？

11.25 如右图所示，两块“无限大”的带电金属平板 A、B 互相平行放置，A、B 两板单位面积上所带的电量分别为 σ_A 和 σ_B ，两板之间填满了相对介电常量为 ϵ_r 的各向同性的均匀电介质。试求每块

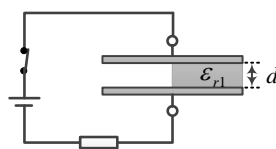
金属板左右两表面上的电荷面密度及金属板周围电场分布。



题 11.25 图



题 11.26 图



习题11.27图

11.26 如题 11.26 图所示，三块平行金属板 A、B、C 面积均为 10 cm^2 ，A、B 间相距 $d_1 = 0.50 \text{ mm}$ ，A、C 间相距 $d_2 = 1.0 \text{ mm}$ ，其中 AB 和 BC 之间分别填充了相对电容率为 $\epsilon_{r1} = 2.0$ 和 $\epsilon_{r2} = 4.0$ 的均匀电介质。现假设 B、C 两板都接地，如果使 A 板带正电荷 $3.0 \times 10^{-8} \text{ C}$ ，忽略电场的边缘效应，试求：B、C 两板上感应电荷的电量。

11.27 平行板电容器极板面积为 S ，间距为 d ，现将电容器接在端电压为 U 的电源上充电。

- (1) 问充电结束后该电容器储存的静电能是多少？
- (2) 若保持充电电压不变，在电容器内插入厚度为 d 、介电常量为 ϵ_r 的均匀电介质，并充满电容器的一半，如图所示。问在此过程中电容器的中的静电能改变了多少？

11.28 一圆柱形电容器，两极板的半径为 $R_1 = 20 \text{ mm}$ 和 $R_2 = 25 \text{ mm}$ ，长度 $L = 100 \text{ mm}$ ，两极板间充满了相对电容率 $\epsilon_r = 4.0$ 的电介质。不考虑电容器中电场的边缘效应，当极板上带电量 $Q = 1.0 \times 10^{-6} \text{ C}$ 时，试求：

- (1) 两极板间的电压；
- (2) 该电容器所储存的静电能。