武汉大学 2020-2021 学年第二学期

大学物理 C1（上）期末试卷 （A 卷）

参考答案

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1-5：CDABD　　　　6-10：　CCBBD

二、填空题（每小题 3 分，共 21 分）

11．$-m\omega^2(a\cos\omega t\,\vec{i}+b\sin\omega t\,\vec{j})$

12．$\dfrac{R+h_1}{R+h_2}v_1$　2 分　，　$\dfrac{1}{2}mv_1^2-G\dfrac{Mm}{R+h_1}$　1 分

13．$\dfrac{2}{3}m_0c^2$

14．ba^3

15．$2.0\times10^{-2}\cos\left(4\pi t-\dfrac{\pi}{3}x+\pi\right)$　2 分，　$x=3k$（$k=0,1,2,\cdots$）　1 分

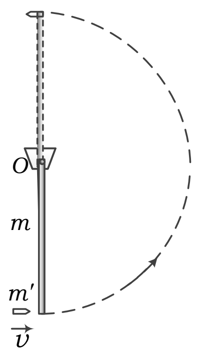
16．　0　1 分，$\dfrac{\sqrt{2}q}{\pi\varepsilon_0a^2}$　1 分，水平向右　1 分

17．$\dfrac{Qq}{36\pi\varepsilon_0R^2}$　2 分，　由 O 点指向 P 点　1 分

三、计算题（5 小题，共 49 分）

18.（本题 10 分）解：把子弹和竿看作一个系统。子弹射入竿的过程系统角动量守恒，有：

$$m'vl=(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2)\omega \qquad 4\text{ 分}$$



子弹射入竿后，以子弹、竿和地球为系统，系统机械能守恒，有

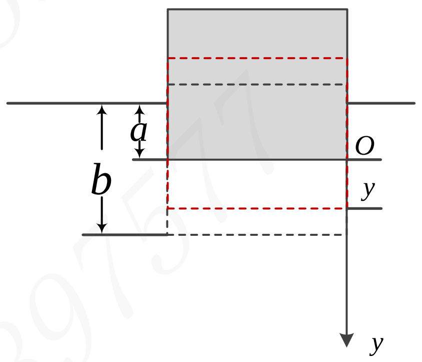
$$\frac{1}{2}(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2)\omega^2=2m'gl+mgl \qquad 4\text{ 分}$$

联立得：

$$\omega=\sqrt{\frac{6(m+2m')g}{(m+3m')l}}=\sqrt{\frac{5g}{l}} \qquad 1\text{ 分}$$

$$v=\frac{1}{m'}\sqrt{\frac{2(m+2m')(m+3m')}{3}lg}=2\sqrt{5lg} \qquad 2\text{ 分}$$

19.（本题 10 分）解：1.（10 分）设水的密度为 ρ，物块质量为 m，物块平行水面的横截面积为 s，由题意有



$$mg=\rho gsa \qquad 1\text{ 分}$$

建立如图坐标轴，设 t 时刻，物块底面坐标为 y，此时物块所受合力为

$$f=mg-\rho gs(a+y)=-\rho gsy \qquad 2\text{ 分}$$

可见物块受线性回复力作用，做简谐振动，其运动方程为

$$y=A\cos(\omega t+\varphi) \qquad 2\text{ 分}$$

其中　$\omega^2=\dfrac{\rho gs}{m}=\dfrac{g}{a}$

或者，由牛顿第二定律有

$$f=mg-\rho gs(a+y)=-\rho gsy=m\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}=\rho sa\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$

化简得：　$\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}=-\dfrac{g}{a}y=-\omega^2y$

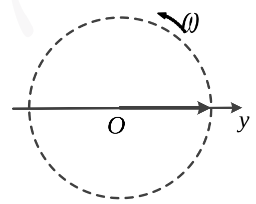
其中　$\omega^2=\dfrac{g}{a}$

解此微分方程得　$y=A\cos(\omega t+\varphi)$　2 分

由初始条件，t=0 时有

$$y_0=A\cos\varphi=b-a,\quad v_0=A\sin\varphi=0$$

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}}=b-a \qquad 2\text{ 分}$$



由旋转矢量图可知，$\varphi=0$　2 分

代入得物块的运动方程　$y=(b-a)\cos\sqrt{\dfrac{g}{a}}t$（SI）　1 分

20.（本题 9 分）解： (1) 从列车上观察，隧道的长度缩短，其长度为

$$L'=L\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=60\text{ m} \qquad 3\text{ 分}$$

(2) 从列车上观察，隧道以速度 v 经过列车，它经过列车全长所需时间为

$$t'=\frac{L'}{v}+\frac{l_0}{v}=\frac{L\sqrt{1-(v/c)^2}+l_0}{v}=1.0\times10^{-6}\text{ s} \qquad 3\text{ 分}$$

这也即列车全部通过隧道所需的时间。

（3）根据洛伦兹变换，从 S 系测得两事件的时间和空间间隔满足

$$\Delta t=\frac{\Delta t'+\upsilon\Delta x'/c^2}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}\qquad \Delta x=\frac{\Delta x'+\upsilon\Delta t'}{\sqrt{1-(v/c)^2}}\qquad 2\text{ 分}$$

由题意， $\Delta t'=0$， $\Delta x'=180\,\text{m}$

可得

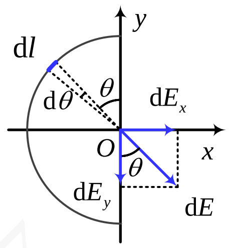
$$\Delta t=\frac{\upsilon\Delta x'/c^2}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}=8.0\times10^{-7}\,\text{s}\qquad 1\text{ 分}$$

$$\Delta x=\frac{\Delta x'}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}}=300\,\text{m}$$

21.（本题 10 分）解： 因电荷面密度分布只与 θ 有关，所以可将该半圆柱面看成是由沿轴线分布的无限长均匀带电“细”直线组成的。任取一条宽为 $\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$ 的均匀带电“细”直线，如图所示。则该带电“细直线”单位长度上所带电量为

$$\mathrm{d}\lambda=\sigma\mathrm{d}l=\sigma_0\sin\theta R\mathrm{d}\theta\qquad 1\text{ 分}$$

它在轴线上 O 点产生的场强大小为



$$\mathrm{d}E=\frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}=\frac{\sigma_0\sin\theta}{2\pi\varepsilon_0}\mathrm{d}\theta\qquad 3\text{ 分}$$

$\mathrm{d}\boldsymbol{E}$ 在 x、 y 轴上的分量分别为

$$\mathrm{d}E_x=\mathrm{d}E\sin\theta=\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\sin^2\theta\mathrm{d}\theta\qquad 1\text{ 分}$$

$$\mathrm{d}E_y=-\mathrm{d}E\cos\theta=-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\qquad 1\text{ 分}$$

对上述两式同时积分，可得

$$E_x=\int_0^{\pi}\mathrm{d}E_x=\int_0^{\pi}\frac{\sigma_0\sin^2\theta}{2\pi\varepsilon_0}\mathrm{d}\theta=\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{1-\cos2\theta}{2}\mathrm{d}\theta=\frac{\sigma_0}{4\varepsilon_0}\qquad 2\text{ 分}$$

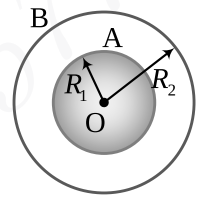
$$E_y=\int\mathrm{d}E_y=\int_0^{\pi}-\frac{\sigma_0}{2\pi\varepsilon_0}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta=0\qquad 1\text{ 分}$$

所以轴线上 O 点的场强为 $\boldsymbol{E}=E_x\boldsymbol{i}=\dfrac{\sigma_0}{4\varepsilon_0}\boldsymbol{i}$ 1 分

上式表明场强的方向沿 x 轴的正向。

22.（本题 10 分）解：（1）达到静电平衡后，球 A 的外表面带电 Q，薄球壳 B 带电荷为 $-Q$，且电荷在球面上均匀分布。球 A 内部电场强度处处为零。即

$$E_1=0\qquad r<R_1\qquad 1\text{ 分}$$



由高斯定理可求得电场强度的分布为

$$E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\qquad R_1<r<R_2\qquad 2\text{ 分}$$

$$E_3=0\qquad r>R_2\qquad 1\text{ 分}$$

场强的方向均沿径向。

（2）由电势的定义式可得，当 $r<R_1$ 时

$$V_1=\int_r^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_r^{R_1}\boldsymbol{E}_1\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{R_1}^{R_2}\boldsymbol{E}_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{R_2}^{\infty}\boldsymbol{E}_3\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

$$=0+\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r+0=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\qquad 2\text{ 分}$$

当 $R_1<r<R_2$ 时 $V_2=\int_r^{\infty}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_r^{R_2}\boldsymbol{E}_2\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}+\int_{R_2}^{\infty}\boldsymbol{E}_3\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

$$=\int_r^{R_2}\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2}\right)\qquad 1\text{ 分}$$

当 $r>R_2$ 时 $V_3=\int_r^{\infty}\boldsymbol{E}_3\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$ 1 分

（3）储存在电场中的能量为

$$W_e=\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{2}\varepsilon_0E^2\cdot4\pi r^2\mathrm{d}r=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\qquad 2\text{ 分}$$

或 ， 该结构就是一球形电容器，储存在电场中的能量为

$$W_e=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}Q\int_{R_1}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\qquad 2\text{ 分}$$