Part Ⅰ 逻辑代数OK

2023Lecture 02 逻辑代数

逻辑代数：是一个封闭的**代数系统**，由**逻辑变量**、**逻辑常量**0和1，以及“与”、“或”、“非”三种基本**逻辑运算**所构成。

该系统应满足下列**公理**：

公理 1（交换律）：对任意逻辑变量A、B，

有：$A+B=B+A$；　$A\cdot B=B\cdot A$

公理 2（结合律）：对任意逻辑变量A、B、C，有：$(A+B)+C=A+(B+C)$；

$(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$

公理 3（分配律）：对任意逻辑变量A、B、C，有：$A+(B\cdot C)=(A+B)\cdot(A+C)$；

$A\cdot(B+C)=(A\cdot B)+(A\cdot C)$

公理 4（0-1 律）：对任意逻辑变量A，有：

$A+0=A$；$A\cdot 1=A$；$A+1=1$；$A\cdot 0=0$

公理 5（互补律）：对任意逻辑变量A，存在唯一的$\overline{A}$，使得：$\overline{A}+A=1$；$\overline{A}\cdot A=0$

一、逻辑运算

"与"运算表

A	B	F
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

（一）基本逻辑运算

1、“与”运算

两变量A、B的“与”可记作：$F = A \cdot B$

2、“或”运算

两变量A、B的“或”可记作：$F = A + B$

“或”运算表

A	B	F
0	0	0
0	1	1
1	0	1

3、“非”运算

“非”运算表

A	F
0	1
1	0

A的“非”可记作：$F = \bar{A}$

（二）复合逻辑运算

1、**“与非”运算**变量A、B的“与非”可记作：$F = \overline{AB}$。使用“与非”可以实现“与”、“或”、“非”三种基本运算：

“与”： $F = AB = \overline{\overline{AB}} = \overline{\overline{AB}\cdot 1}$

“或”： $F = A + B = \overline{\overline{A}} + \overline{\overline{B}} = \overline{\overline{A}\,\overline{B}} = \overline{\overline{A\cdot 1}\,\overline{B\cdot 1}}$

“非”： $F = \overline{A} = \overline{A\cdot 1}$

2、“或非”运算

变量A、B的“或非”可记作：$F = \overline{A+B}$。

同样，“或非”逻辑也可以实现“与”、“或”、“非”3 种基本逻辑：

“与”： $F = AB = \overline{\overline{A}}\,\overline{\overline{B}} = \overline{\overline{A}+\overline{B}} = \overline{\overline{A+0}+\overline{B+0}}$

“或”： $F = A+B = \overline{\overline{A+B}} = \overline{\overline{A+B}+0}$

“非”： $F = \overline{A} = \overline{A+0}$

3、“与或非”运算

变量 A、B、C、D 的“与或非”可记作：

$$F = \overline{AB+CD}$$ 。

4、“异或”运算两变量A、B的“**异或**”可记作：

$$F = A \oplus B = \overline{A}B + A\overline{B}$$

根据“异或”的定义，可知：

$$A \oplus 0 = A \quad A \oplus 1 = \overline{A} \quad A \oplus A = 0 \quad A \oplus \overline{A} = 1$$

“异或”运算满足交换律、结合律。

例如： $F = A \oplus B \oplus C \oplus D$

$$= (A \oplus B) \oplus (C \oplus D)$$

$$=\left[(A\oplus B)\oplus C\right]\oplus D$$

说明：在进行“异或”运算的多个变量中，若有奇数个变量的值为 1，则运算结果为 1；若有偶数个变量的值为 1，则运算结果为 0。

5、“同或”运算

两变量 A、B 的“**同或**”可记作：

$$F = A \odot B = \bar{A}\bar{B} + AB$$

根据“同或”的定义，可知：

$$A \odot 0 = \bar{A} \quad A \odot 1 = A \quad A \odot A = 1 \quad A \odot \bar{A} = 0$$

“同或”和“异或”既互为**相反**，又互为**对偶**：$\overline{A \odot B} = \overline{\bar{A}\bar{B} + AB} = \overline{\bar{A}\bar{B}} \cdot \overline{AB} = (A+B)(\bar{A}+\bar{B})$

$$= A\bar{A} + A\bar{B} + B\bar{A} + B\bar{B} = \bar{A}B + A\bar{B} = A \oplus B$$

$$(A \odot B)' = (\bar{A}\bar{B} + AB)' = (\bar{A} + \bar{B})(A + B)$$

$$=\overline{A}B+A\overline{B}=A\oplus B$$

说明：当多个变量进行“同或”运算时，若有奇数个变量的值为 0，则结果为 0；反之，若有偶数个变量的值为 0，则结果为 1。

数字系统中，实现以上逻辑运算的电路称为**“门”**，以下是它们的**逻辑符号**：

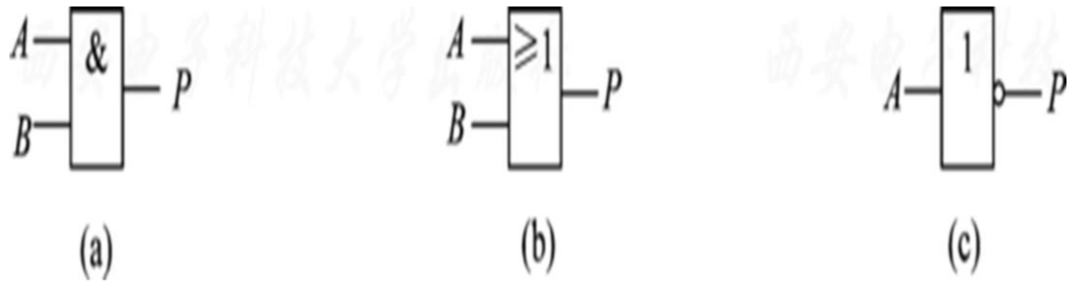


图2.2.4 与门、 或门、 非门
逻辑符号
(a) 与门； (b) 或门； (c) 非门

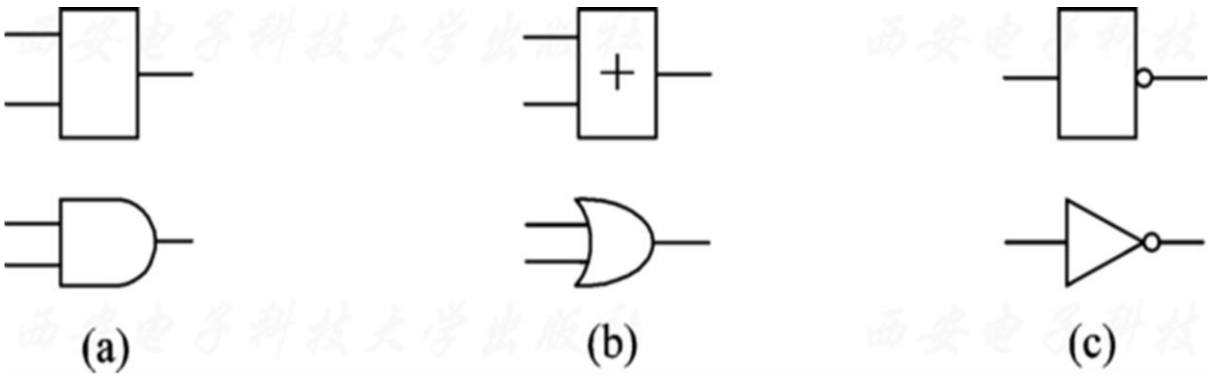


图2.2.5 国内沿用和国外常用与、 或、 非门
逻辑符号
(a) 与门； (b) 或门； (c) 非门

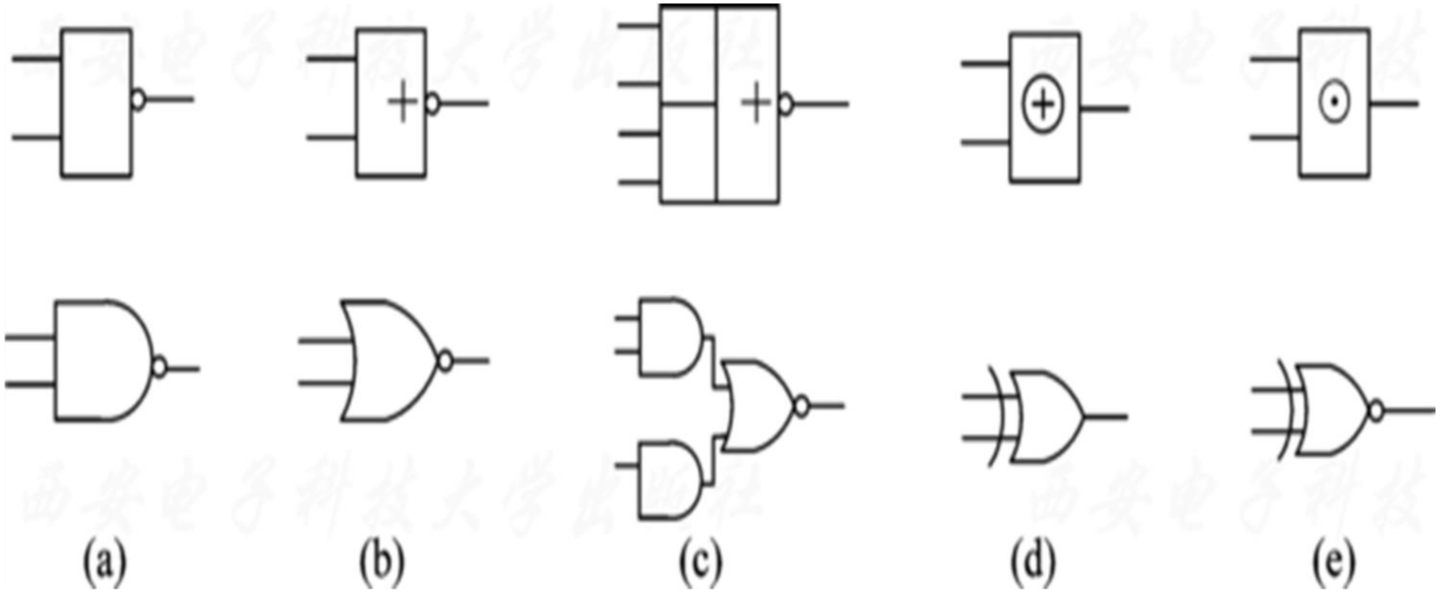


图2.2.11 国内沿用和国外常用的逻辑门符号

(a) 与非门；(b) 或非门；(c) 与或非门；(d) 异或门；(e) 同或门

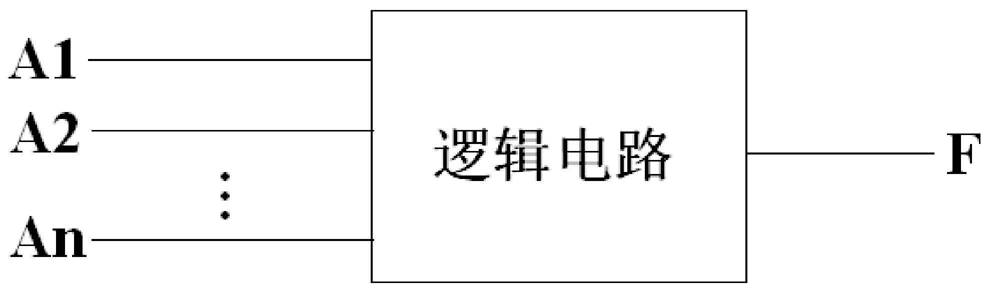
其中：与非门、或非门可以作为**通用门**。

二、逻辑函数

（一）逻辑函数的概念

逻辑函数：逻辑量之间的函数关系

设某**逻辑电路**的输入逻辑变量为A_1、A_2、…、A_n，输出逻辑变量为F，如下图所示：



广义的逻辑电路

图中，F 就是 A_1、A_2、$\cdots$、A_n 的**逻辑函数**，记为：

$$F = f(A_1, A_2, \cdots, A_n)$$

逻辑电路**输出函数**的取值是由逻辑变量的取值和电路本身的结构决定的。

逻辑函数相等：逻辑函数和普通代数中的函数一样存在是否相等的问题。

设有两个相同变量的逻辑函数

$$F_1 = f_1(A_1, A_2, \cdots, A_n), \quad F_2 = f_2(A_1, A_2, \cdots, A_n)$$

若对应于逻辑变量A_1、A_2、⋯、A_n的任何一组取值，F_1和F_2的值都相同，则称函数F_1和F_2相等，记作$F_1 = F_2$。

问题：如何判断两个逻辑函数是否相等？

办法：真值表法、代数法、卡诺图法。

（二）逻辑函数的表示法

逻辑函数的常用表达方式有表达式、真值表、卡诺图 3 种。

1、表达式

（逻辑代数）**表达式：**由逻辑变量、逻辑常量以及“与”、“或”、“非”3 种逻辑运算以及括号所构成的式子。

例如： $F = f(A,B) = \overline{A}B + A\overline{B}$

函数F和变量A、B的关系是：当变量A、B取值不同时，函数F的值为“1”； A、B取值相同时，函数F的值为“0”。

逻辑表达式的简写：

①“非”运算符下可不加括号，如$\overline{A \cdot B}$，$\overline{A+B}$等。

②“与”运算符一般可省略，如$A \cdot B$可写成AB。

③在一个表达式中，如果既有“与”运算又有“或”运算，则按先“与”后“或”的规则进行运算，可省去括号，如$(AB)+(CD)$可写为$AB+CD$。

注意：$(A+B)(C+D)$不能省略括号，即不能写成$A+BC+D$！

运算优先法则：$() \to - \to \cdot \to \oplus \to +$

④$(A+B)+C$或者$A+(B+C)$可用$A+B+C$代替；$(AB)C$或者$A(BC)$可用ABC代替。

2、真值表

真值表：依次列出一个逻辑函数的输入变量的所有取值组合及其相应函数值的表格。

n个变量的逻辑函数F，其真值表有2^n行。

例如：$F = A\overline{B} + \overline{A}C$

函数 $F = A\overline{B} + \overline{A}C$ 的真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

真值表由两部分组成：左边列出变量的所有取值组合，为了不发生遗漏，通常各变量取值组合按二进制数码顺序给出；右边为逻辑函数值。

3、卡诺图

卡诺图：由表示逻辑变量所有取值组合的小方格所构成的平面图。

这种用图形描述逻辑函数的方法，在逻辑函数化简中十分有用，将在后面结合函数化简问题进行详细介绍。

逻辑函数的各种表达方式可以互相转换。

三、逻辑代数的基本定律、公式和规则

（一）基本定律

定律 1：$\overline{0}=1$，$\overline{1}=0$

$$0\cdot 0=0，\ 0\cdot 1=0，\ 1\cdot 0=0，\ 1\cdot 1=1$$

$$0+0=0，\ 0+1=1，\ 1+0=1，\ 1+1=1$$

定律 2：$A+A=A$，$A\cdot A=A$

定律 3：$A+AB=A$，$A\cdot(A+B)=A$

定律 4：$A+\bar{A}B=A+B$， $A\cdot(\bar{A}+B)=AB$

定律 5：$\bar{\bar{A}}=A$

定律 6：$\overline{A+B}=\bar{A}\cdot\bar{B}$， $\overline{A\cdot B}=\bar{A}+\bar{B}$

定律 7：$AB+A\bar{B}=A$， $(A+B)\cdot(A+\bar{B})=A$

定律 8：$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

$$(A+B)\cdot(\bar{A}+C)\cdot(B+C)=(A+B)\cdot(\bar{A}+C)$$

（二）重要规则

1、代入规则

代入规则：任何一个含有变量A的逻辑等式，如果将所有出现A的位置都代之以同一个逻辑函数F，则等式仍然成立。

例如，将逻辑等式$A(B+C)=AB+AC$中的C都用$C+D$代替，该逻辑等式仍然成立，即：

$$A(B+C+D)=AB+A(C+D)$$

意义：利用代入规则可以将逻辑代数公理、定律中的变量用任意函数代替，从而推导出更多的等式。这些等式可直接当作公式用，无需另加证明。

注意：使用代入规则时, 必须将等式中所有出现同一变量的地方均以同一函数代替，否则代入后的等式将不成立。

2、反演规则

反演规则：将逻辑函数表达式F中所有的“**与**”变成“**或**”，“**或**”变成“**与**”，“0”变成“1”，“1”变成“0”，**原变量变成反变量，反变量变成原变量**，并保持原函数中的运算顺序不变，所得到的新函数为**原函数**F的**反函数**$\bar{F}$。

例如：$F=\bar{A}\cdot B+C\cdot\bar{D}$，$\bar{F}=(A+\bar{B})\cdot(\bar{C}+D)$。

注意：使用反演规则时，应保持原函数式中运算符号的优先顺序不变！

例如：已知函数$F=\bar{A}+\bar{B}\cdot(C+D\bar{E})$，根据反演规则得到的反函数应该是：

$$\bar{F}=A\cdot(B+\bar{C}\cdot(\bar{D}+E)),$$

而不是：$\bar{F}=A\cdot B+\bar{C}\cdot\bar{D}+E$。

3、对偶规则

对偶式：将逻辑函数表达式F中所有的**“与”变成“或”，“或”变成“与”，“0”变成“1”，“1”变成“0”，并保持原函数中的运算顺序不变**，所得到的新函数表达式称为函数F的**对偶式**，记作F'。

例如：$F = AB + \overline{B}(C+0)$，$F' = (A+B)(\overline{B}+C\cdot 1)$

注意：求逻辑表达式的对偶式时，同样要保持原函数的运算顺序不变。

对偶规则：若两个逻辑函数表达式F和G相等，则其对偶式F'和G'也相等。WHY？

意义：根据对偶规则，当已证明某两个逻辑表达式相等时，即可知道它们的对偶式也相等。

例如：已知$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

根据对偶规则，对等式两端的表达式取对偶式，即可得到等式

$$(A+B)\cdot(\bar{A}+C)\cdot(B+C)=(A+B)\cdot(\bar{A}+C)$$

显然，利用对偶规则可以使定律、公式的证明减少一半。

（三）常用公式

公式 1（定律 3）：

$$A+AB=A,\quad A\cdot(A+B)=A$$

公式 2（定律 7）：

$$AB+A\overline{B}=A，\ (A+B)\cdot(A+\overline{B})=A$$

公式 3（定律 4）：

$$A+\overline{A}B=A+B，\ A\cdot(\overline{A}+B)=AB$$

公式 4（定律 8）：

$$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$$

$$(A+B)\cdot(\overline{A}+C)\cdot(B+C)=(A+B)\cdot(\overline{A}+C)$$

四、逻辑函数的标准形式

任何一个逻辑函数，其表达式的形式都不是唯一的，常用的**两种基本形式是：“与-或”式、“或-与”式**。

例如：$F=\overline{A}B+A\overline{B}C+\overline{C}$

“**与项**”有时又被称为“**积项**”，相应地“与-或”式又称为“**积之和**”表达式。

再如： $F=(\bar{A}+B)(B+\bar{C})(A+\bar{B}+C)D$

“**或项**”有时又被称为“**和项**”，相应地“或-与”式又称为“**和之积**”表达式。

逻辑函数可以表示成任意的**混合形式**，例如：

$$F=(A\bar{B}+C)(A+B\bar{C})+B$$

逻辑函数的**基本形式不是唯一**的，例如：

$$F=AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$$

逻辑函数表达式的**标准形式**是建立在最小项和最大项的基础之上的。

（一）最小项和标准“与-或”式

1、最小项

最小项：一个n变量的函数的“与项”包含全部n个变量，每个变量都以原变量或反变量形式出现一次，且仅出现一次。

有时又将最小项称为**标准“与项”**。

数目：n个变量可以构成2^n个最小项。

例如，3个变量A、B、C可以构成8个最小项：$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$、$\bar{A}\bar{B}C$、$\bar{A}B\bar{C}$、$\bar{A}BC$、$A\bar{B}\bar{C}$、$A\bar{B}C$、$AB\bar{C}$、ABC。

简记：用m_i表示最小项，下标i的取值规则是：按照变量顺序将最小项中的原变量用 1 表示，反

变量用 0 表示，由此得到一个二进制数，与该二进制数对应的十进制数即下标i的值。

例如，3 变量A、B、C构成的最小项$A\bar{B}C$可用m_5表示，即$m_5 = A\bar{B}C$。

最小项具有如下 4 条性质：

①任意一个最小项，其相应变量有且仅有一种取值组合使这个最小项的值为 1。并且，最小项

不同，使其值为 1 的变量取值组合不同。

在由n个变量构成的各种“与项”中，使得最小项的值为 1 的变量取值组合数是最少的，这也就是最小项名字的由来。

②相同变量构成的两个不同最小项相“与”为 0。

因为任何一种变量取值组合都不可能使两个

不同最小项同时为 1，故相“与”为 0，即：

$$m_i m_j = 0 \ (i \neq j)$$

③n个变量的全部最小项相“或”为 1。

通常借用数学中的累加符号“Σ”，将其记为：

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$$。

④n个变量构成的任意一个最小项有n个相邻

最小项。

相邻最小项：是指除一个变量互为反变量外，其余部分均相同的最小项。

例如：三变量最小项ABC和$A\bar{B}C$相邻。

2、标准“与-或”式

标准“与-或”式：由若干最小项相“或”构成的逻辑表达式，也叫做**最小项表达式**。

例如：$F(A,B,C)=\bar{A}\bar{B}C+\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+ABC$

简写为：$F(A,B,C)=m_1+m_2+m_4+m_7$

或：$F(A,B,C)=\sum m(1,2,4,7)$

（二）最大项和标准“或-与”式

1、最大项

最大项：一个n变量函数的“或项”包含全部

n个变量，每个变量都以原变量或反变量形式出现一次，且仅出现一次。

有时又将最大项称为**标准“或项”**。

数目： n个变量可以构成2^n个最大项。

例如：3 个变量A、B、C可以构成 8 个最大项：

$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}$、$\bar{A}+\bar{B}+C$、$\bar{A}+B+\bar{C}$、$\bar{A}+B+C$

$A+\bar{B}+\bar{C}$、$A+\bar{B}+C$、$A+B+\bar{C}$、$A+B+C$

简记：用M_i表示最大项，下标i的取值规则是：将最大项中的原变量用 0 表示，反变量用 1 表示，由此得到一个二进制数，与该二进制数对应的十进制数即下标i的值。

例如，3 变量A、B、C构成的最大项$\overline{A}+B+\overline{C}$可用$M_5$表示。

最大项具有如下四条性质：

①任意一个最大项，其相应变量有且仅有一种取值组合使得这个最大项的值为 0。并且，最大项不同，使其值为 0 的变量取值组合也不同。

在由n个变量构成的各种“或项”中，使得最大项的值为 1 的变量取值组合数是最多的，因而将其称为最大项。

②相同变量构成的两个不同最大项相“或”为 1。

因为任何一种变量取值组合都不可能使两个不同最大项同时为 0，故相“或”为 1，即：

$$M_i + M_j = 1 \; (i \neq j)$$

③n个变量的全部最大项相“与”为 0。

通常借用数学中的累乘符号“Π”将其记为：$\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 0$。

④n个变量构成的每个最大项都有n个相邻最大项。

相邻最大项：是指除一个变量互为相反外，其余变量均相同的最大项。

例如：三变量最大项$A+B+C$和$A+\bar{B}+C$就是相邻最大项。

两变量最小项、最大项的真值表如下：

2变量最小项、最大项真值表

变 量		最 小 项				最 大 项			
A	B	$\overline{A}\cdot\overline{B}$	$\overline{A}B$	$A\overline{B}$	AB	$A+B$	$A+\overline{B}$	$\overline{A}+B$	$\overline{A}+\overline{B}$
		m_0	m_1	m_2	m_3	M_0	M_1	M_2	M_3
0	0	1	0	0	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1	1	1	0

真值表反映了最小项、最大项的有关性质。

2、标准“或-与”式

标准“或-与”式：由若干最大项相“与”构

成的逻辑表达式，也叫做**最大项表达式**。

例如：

$$F(A,B,C)=(A+B+\overline{C})(\overline{A}+B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})$$

简写：$F(A,B,C)=M_1M_5M_7$

或：$F(A,B,C)=\prod M(1,5,7)$

（三）最小项和最大项的关系

在同一问题中，下标相同的最小项和最大项互为反函数。或者说，**相同变量构成的最小项m_i和最大项M_i之间存在互补关系**，即

$$\overline{m_i} = M_i \quad 或 \quad \overline{M_i} = m_i$$

例如，3 变量A、B、C构成的最小项m_3和最大项M_3之间有

$$\overline{m_3} = \overline{\bar{A}BC} = A + \bar{B} + \bar{C} = M_3$$

$$\overline{M_3} = \overline{A+\bar{B}+\bar{C}} = \bar{A}BC = m_3$$

（四）标准表达式的求法

将一个任意逻辑函数表达式转换成标准表达式有**两种常用方法**。

1、代数转换法

代数转换法：利用逻辑代数的公理、定律和规则进行逻辑变换，将函数表达式从一种形式变换为另一种形式。

（1）求标准“与-或”式

第一步：将函数表达式变换成一般“与-或”式。

第二步：反复使用$X = X(\bar{Y} + Y)$将表达式中所

有不是最小项的“与项”扩展成最小项。

例如： 将$F(A,B,C)=\overline{(A\overline{B}+B\overline{C})\overline{AB}}$转换成标准“与–或”式。

解答：

$$F(A,B,C)=\overline{(A\overline{B}+B\overline{C})\overline{AB}}$$

$$=\overline{A\overline{B}+B\overline{C}}+AB$$

$$=\overline{A\overline{B}}\,\overline{B\overline{C}}+AB$$

$$= (\bar{A} + B)(\bar{B} + C) + AB$$

$$= \bar{A}\bar{B} + \bar{A}C + BC + AB$$

$$= \bar{A}\bar{B}(\bar{C} + C) + \bar{A}(\bar{B} + B)C$$

$$+ (\bar{A} + A)BC + AB(\bar{C} + C)$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC$$

$$+ \bar{A}BC + ABC + AB\bar{C} + ABC$$

$$= \bar{A}\bar{B}\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC + AB\bar{C}$$

$$= m_0 + m_1 + m_3 + m_6 + m_7 = \sum m(0,1,3,6,7)$$

（2）求标准“或–与”式

第一步：将函数表达式转换成一般“或–与”式。

第二步：反复利用 $X = (X + \bar{Y})(X + Y)$ 把表达式中所有不是最大项的“或项”扩展成最大项。

例如： 将$F(A,B,C)=\overline{AB+\bar{A}C}+\bar{B}C$变换成标准“或–与”式。

解答：

$$F(A,B,C)=\overline{AB+\bar{A}C}+\bar{B}C$$

$$=\overline{AB}\,\overline{\bar{A}C}+\bar{B}C$$

$$=(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+\bar{B}C$$

$$=\left[(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+\bar{B}\right]\left[(\bar{A}+\bar{B})(A+\bar{C})+C\right]$$

$$=(\overline{A}+\overline{B}+\overline{B})(A+\overline{C}+\overline{B})(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{C}+C)$$

$$=(\overline{A}+\overline{B})(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$=(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$$

$$=(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})$$

$$=M_3M_6M_7=\prod M(3,6,7)$$

说明： $X+AB=(X+A)(X+B)$！

2、真值表转换法

逻辑函数的最小项表达式、最大项表达式与真值表具有一一对应的关系。

真值表转换法：根据真值表直接写出标准表达式。

（1）求标准“与-或”式

要点：真值表上使函数值为 1 的变量**取值组合**对应的最小项相“或”，即可构成这个函数的标

准“与-或”式。

例如：将函数表达式$F(A,B,C)=A\bar{B}+B\bar{C}$变换成标准“与-或”式。

解答：F的真值表：

函数$F(A,B,C)=A\bar{B}+B\bar{C}$ 的真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$F(A,B,C)=\sum m(2,4,5,6)$$

F的标准“与–或”式：

$$F(A,B,C)=\bar{A}B\bar{C}+A\bar{B}\bar{C}+A\bar{B}C+AB\bar{C}$$

（2）求标准“或–与”式

要点：真值表上使函数值为 0 的变量**取值组合**对应的最大项相“与”即可构成这个函数的标准“或–与”式。

例如：将函数$F(A,B,C)=\bar{A}C+A\bar{B}\bar{C}$表示成标

准“或–与”式。

解答： F的真值表：

函数 $F(A,B,C)=\overline{A}C+A\overline{B}\cdot\overline{C}$ 的真值表

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

$$F(A,B,C)=\prod M(0,2,5,6,7)$$

F的标准“或–与”式：

$$F(A,B,C)=(A+B+C)(A+\overline{B}+C)$$

$$\cdot(\bar{A}+B+\bar{C})(\bar{A}+\bar{B}+C)(\bar{A}+\bar{B}+\bar{C})$$

任何一个逻辑函数的两种标准形式都是唯一的。

逻辑函数表达式的唯一性给我们分析和研究逻辑问题带来了很大的方便。

例如，已知$F(A,B,C,D)=\sum m(0,3,5,6,9,10)$，

则：$F(A,B,C,D)=\prod M(1,2,4,7,8,11,12,13,14,15)$

$$\bar{F}(A,B,C,D)=\sum m(1,2,4,7,8,11,12,13,14,15)$$

$$\bar{F}(A,B,C,D)=\prod M(0,3,5,6,9,10)$$

$$F'(A,B,C,D)=\sum m(0,1,2,3,4,7,8,11,13,14)$$

$$F'(A,B,C,D)=\prod M(5,6,9,10,12,15)$$