

武汉大学 2006—2007 学年第二学期《高等数学 B》(5 学分) 考试试题
(A 卷)

一、(12 分) 试解下列各题:

1、求证幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$ 在收敛域内的和函数为: $f(x) = (1+x)e^x$

2、求函数 $g(x) = x+1$ ($-2 < x < 2$) 的傅立叶级数系数。

二、(15 分) 讨论函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}; & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0)$ 处的偏导数存在性、方向导数的存在性、可微性。

三、(10 分) 验证变换 $x = e^t$ 可将微分方程 $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2x \frac{dy}{dx} + 2y = x \ln x$ 变换为微分方程

$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3 \frac{dy}{dt} + 2y = te^t$; 并求微分方程 $\frac{d^2 y}{dt^2} - 3 \frac{dy}{dt} + 2y = te^t$ 的通解。

四、(12 分) 设有函数 $f(x, y, z) = ze^{-(x^2+y^2+z^2)}$

1、求 $\frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial^3 f}{\partial y \partial z \partial x}$;

2、求三重积分 $\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dv$, 其中 $\Omega: 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, y \geq 0, z \geq 0$ 。

五、(15 分) 设有旋转抛物面方程: $z = 2 - (x^2 + y^2)$

1、在旋转抛物面位于第一卦限部分上求一点, 使该点处的切平面与三坐标面围成的四面体的体积最小;

2、设 $V = \ln(4-z)^3 - 24(\ln x + \ln y)$, 其中 $x = x(y, z)$ 由方程 $z + x^2 + y^2 = 2$ 所确定,

求 $\frac{\partial V}{\partial z} \Big|_{(1,1,1)}$ 。

六、(20 分) 设有旋转抛物面 S_1 的参数方程为: $\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}$ 其中 u, v 为参数,

曲面 S_2 的方程为: $x^2 + (y-1)^2 = 1$

1、验证曲面 S_1 的直角坐标方程为 $z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$;

2、求曲面 S_2 介于 xoy 面与曲面 S_1 之间的那部分曲面面积;

3、求曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} xz dy dz + 2zy dx dz + 3xy dx dy$ 其中 Σ 为曲面 S_1 ($0 \leq z \leq 2$) 部分的下侧。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

七、(10 分) 试确定函数 $g(x)$ 使曲线积分 $\int_L [g''(x) + 9g(x) + 2x^2 - 5x + 1] y^2 dx + 7g''(x) dy$ 与路径无关,

$g(x)$ 在全平面上三阶导数连续, L 为单连通域 G 内自点 $(0, 0)$ 到点 $(1, 1)$ 的任意一条光滑曲线, 并求此曲线积分。

八、(6 分) 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 且单调增加, 试证: $\iint_D (e^x f(y) + y - x) d\sigma \geq (e-1) \int_0^1 f(y) dy$

其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ 。

武汉大学 2007—2008 学年第二学期《高等数学 B₂》(180 学时) 考试试题
(A 卷)

一、(36 分) 试解下列各题:

- 1、求通过直线 $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 4x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$ 且平行于直线 $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ 的平面方程;
- 2、在两边向量为 $\overline{AB} = \{0, 4, -3\}$, $\overline{AC} = \{4, -5, 0\}$ 的 $\triangle ABC$ 中, 求 AB 边上的高 h ;
- 3、求曲面 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的切平面和法线方程;
- 4、设 $z = e^{xy} + y^2 \ln x$, 求二阶偏导数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$;
- 5、计算二重积分 $\iint_D xy dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}$;
- 6、交换积分次序 $\int_1^0 dx \int_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy$.

二、(10 分) 求函数 $z = x + y + \frac{1}{xy}$ ($x > 0, y > 0$) 的极值。

三、(12 分) 设函数 $g(x)$ 具有连续导数, 曲线积分 $\int_L [e^x + g(x)] y dx - g(x) dy$ 与路径无关,

- 1、求满足条件 $g(0) = -\frac{1}{2}$ 的函数 $g(x)$;
- 2、计算 $\int_{(0,0)}^{(1,1)} [e^x + g(x)] y dx - g(x) dy$ 的值。

四、(12 分) 证明级数 $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} + \frac{7}{16} + \dots$ 收敛, 并求其和。

绩小铺QQ: 1433397577 搜集整理(不易), 资料自用就好, 谢谢! 的二阶偏导数 $f_{xy}(0, 0)$;

- 2、问微分方程 $y''' - y'' - 2y' = 0$ 的哪一条积分曲线 $y = y(x)$ 通过点 $(0, -3)$, 在这点处有倾角为 $\arctan 6$ 的切线, 且 $y''|_{x=0} = f_{xy}(0, 0)$ 。

六、(15 分) 试求向量 $\vec{F} = \vec{i} + z\vec{j} + \frac{e^z}{\sqrt{x^2 + y^2}} \vec{k}$ 穿过由 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 1$, $z = 2$ 所围成区域的外侧面 (不包含上、下底) 的流量。

武汉大学 2008—2009 学年第二学期《高等数学 B2》试题

$e^{\ln x}$

(A 卷)

一、(30 分) 试解下列各题:

1、(6 分) 求解微分方程 $\frac{dx}{y} + \frac{dy}{e^x} = 0$ 满足 $y|_{x=0} = 2$ 的特解。

2、(6 分) 求曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 12$ 在点 $(1, -2, 1)$ 处的切平面方程。

3、(6 分) 已知级数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 在 $x = -1$ 处收敛, 试讨论此级数在 $x = 2$ 处的敛散性。

4、(6 分) 计算 $\iint_D x^2 dx dy$, 其中 D 由 $y = 2 - x^2, y = x^2$ 所围成的区域。

5、(6 分) 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{2^n}$ 的敛散性。若收敛, 是条件收敛还是绝对收敛?

二、(10 分) 函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $x - az = \sin(y - bz)$ 所确定, a, b 是不全为零的常数, 证明:

$$a \frac{\partial z}{\partial x} + b \frac{\partial z}{\partial y} = 1.$$

三、(12 分) 设 $z = x^2 f(u)$, 而 $u = \frac{y}{x}$, 其中 $f(u)$ 二阶可导, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

四、(10 分) 试将函数 $f(x) = x \arctan x$ 展成 x 的幂级数。

五、(10 分) 设 $f(x, y, z) = x^3 - xy^2 - z$

(1) 求 $f(x, y, z)$ 在点 $P_0(1, 1, 0)$ 处的梯度及方向导数的最大值;

(2) 问: $f(x, y, z)$ 在哪些点的梯度垂直于 x 轴。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

六、(10 分) 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} 2xz^2 dy dz + y(z^2 + 1) dz dx + (9 - z^3) dx dy$, 其中 Σ 为曲面

$z = x^2 + y^2 + 1$ ($1 \leq z \leq 2$), 取下侧。

七、(10 分) 设函数 $\varphi(x)$ 具有连续的二阶导数, 并使曲线积分 $\int_L [3\varphi'(x) - 2\varphi(x) + xe^{2x}]y dx + \varphi'(x)dy$ 与路径无关, 求函数 $\varphi(x)$ 。

八、(8 分) 将正数 a 分为正数 x, y, z 之和, 使得 $u = x^m y^n z^p$ 最大 (其中 m, n, p 为已知正数)。

3

武汉大学 2009-2010 学年第二学期

《高等数学 B2》考试试卷

一、计算下列各题：(48 分，每题 8 分)

1、设向量 $\vec{a}+3\vec{b}$ 与 $7\vec{a}-5\vec{b}$ 垂直， $\vec{a}-4\vec{b}$ 和 $7\vec{a}+2\vec{b}$ 垂直，求非零向量 \vec{a}, \vec{b} 之间的夹角。

2、求曲面 $z = \frac{x^2}{2} + y^2$ 平行于平面 $2x+2y-z=0$ 的切平面方程。

3、计算二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2+y^2} d\sigma$ ，其中 $D = \{(x,y) | 0 \leq y \leq x, x^2+y^2 \leq 2x\}$ 。

4、设 $z = f(x,y)$ 由 $z - y + xe^{z-y-x} = 0$ 所确定，求 dz 。

5、将函数 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 展开成 x 的幂级数。

6、计算 $\iiint_{\Omega} x^2 dx dy dz$ ，其中 Ω 是由三个坐标面与平面 $x+y+z=1$ 围成的闭区域。

二、(10 分) 计算曲线积分 $\int_L (x + e^{\sin y}) dy - (y - \frac{1}{2}) dx$ ，其中 L 是由位于第一象限中的直线段 $x+y=1$ 与位于第二象限中的圆弧 $x^2+y^2=1$ 构成的曲线，逆时针方向。

三、(10 分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (2x+z) dy dz + z dx dy$ ，其中 Σ 为有向曲面 $z = x^2 + y^2$ ($0 \leq z \leq 1$)，其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角。

四、(10 分) 判断级数 $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$ 的敛散性，若收敛，请说明是绝对收敛还是条件收敛。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

五、(10 分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的收敛域及和函数 $S(x)$ 。

六、(12 分) 求 $f(x,y) = x^2 - y^2 + 3$ 在椭圆域 $D = \{(x,y) | x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1\}$ 上的最大值和最小值。

武汉大学 2010-2011 学年第二学期

《高等数学 B2》考试试卷 (A 卷)

一、 计算题: (每题 7 分, 共 63 分)

1. 设一平面过原点及点 $(6, -3, 2)$, 且与平面 $4x - y + 2z = 8$ 垂直, 求此平面的方程.

2. 设 $z = f(xy, yg(x))$, 其中 f 具有连续二阶偏导数, 函数 $g(x)$ 可导且在 $x = 2$ 处取得极值 $g(2) = 1$. 求

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \Big|_{x=2, y=1}.$$

3. 设 $z = z(x, y)$ 是由 $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2yz - z^2 + 18 = 0$ 确定的函数, 求 $z = z(x, y)$ 的极值点和极值.

4. 设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 并设 $\int_0^1 f(x) dx = A$, 求 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x)f(y) dy$.

5. 设 $f(u)$ 具有连续导数, 求 $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{\pi t^4} \iiint_{x^2+y^2+z^2 \leq t^2} f(\sqrt{x^2+y^2+z^2}) dx dy dz$.

6. 计算曲面积分 $\iint_S z dx dy + x dy dz + y dx dz$, 其中 S 为圆柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 被 $z = 0, z = 3$ 截的表面外侧.

7. 将函数 $f(x) = 2 + |x|$ ($-1 \leq x \leq 1$) 展成以 2 为周期的傅里叶级数.

8. 计算二重积分 $I = \iint_D \frac{1+xy}{1+x^2+y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0\}$.

9. 求方程 $(1 + e^{\frac{x}{y}}) dx + e^{\frac{x}{y}} (1 - \frac{x}{y}) dy = 0$ 的通解.

二、(8 分) 判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n - \ln n}$ 的收敛性, 若收敛, 请指出是条件收敛还是绝对收敛.

三、(10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内具有一阶连续导数, L 是上半平面 ($y > 0$) 内从 (a, b) 到 (c, d) 的有向分段

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

光滑曲线, 记 $I = \int_L \frac{1}{y} [1 + y^2 f(xy)] dx + \frac{x}{y^2} [y^2 f(xy) - 1] dy$.

(1) 证明: 曲线积分 I 与路径 L 无关.

(2) 当 $ab = cd$ 时, 求 I 的值.

四、(9 分) 求幂级数 $1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n}$ 的和函数 $f(x)$ 及其极值.

五、(10 分) 在变力 $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$ 的作用下, 质点由原点沿直线运动到椭球面 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 上第一卦限

的点 $M(x_0, y_0, z_0)$, 问当 x_0, y_0, z_0 取何值时, 力 \vec{F} 所作的功最大, 并求出最大值.

15

武汉大学 2011-2012 学年第二学期期末考试

高等数学 B2 (A 卷答题卡)

姓名

班级

[1]

填涂 样例	正确填涂	注意 事项	1.答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚,并填涂相应的考号信息点。 2.选择题必须使用 2B 铅笔填涂;解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写,不得用铅笔或圆珠笔作解答题;字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答题无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破。
	错误填涂		

考 生 学 号													
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、(8') 已知 $\vec{a} = \vec{i}, \vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}, \vec{c} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, 求一单位向量 \vec{m} , 使 $\vec{m} \perp \vec{c}$, 且 \vec{m} 与 \vec{a}, \vec{b} 共面。

二、(11') 设 $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 y}$, 问 $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点: (1) 是否连续? (2) 偏导数是否存在? (3) 是否可微?

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

三、(8') 设函数 $y = y(x)$ 由方程组 $\begin{cases} y = f(x, t) \\ t = F(x, y) \end{cases}$ 所确定, 求 $\frac{dy}{dx}$ (假定隐函数定理条件满足)。

四、(8') 设 $z = u(x, y)e^{ax+by}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$, 试确定常数 a, b 使 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} + z = 0$ 。

五、(10') 求函数 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 在条件 $a_1 x + a_2 y + a_3 z = 1$ ($a_i > 0, i = 1, 2, 3$) 下的最小值。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

六、(8') 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} x^3 y^2 z dV$, Ω 为马鞍面 $z = xy$ 与平面 $y = x, x = 1, z = 0$ 所包围的空间区域。

七、(8') 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{1}{2^n} + (-2)^n](x+1)^n$ 的收敛域。

八、(8') 求二重积分 $I = \iint_D |x^2 + y^2 - 4| dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 16\}$.

九、(10') 计算曲面积分 $\iint_S (2x+z) dy dz + z dx dy$, 其中 S 为有向曲面 $z = x^2 + y^2 (0 \leq z \leq 1)$, 其法向量与 z 轴正向的夹角为锐角。

绩小铺QQ: 433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

十、(11') 已知 L 是第一象限中从点 $O(0,0)$ 沿圆周 $x^2 + y^2 = 2x$ 到点 $A(2,0)$, 再沿圆周 $x^2 + y^2 = 4$ 到点 $B(0,2)$ 的曲线段, 计算曲线积分 $I = \int_L 3x^2 y dx + (x^3 + x - 2y) dy$.

十一、(10') 将函数 $f(x) = 1 - x^2$ ($0 \leq x \leq \pi$) 展开成余弦级数, 并求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

武汉大学 2012-2013 学年第二学期期末考试

高等数学 B2 (A 卷答题卡)

姓名

班级

考 生 学 号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

注意事项

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、学号填写清楚, 并填涂相应的考号信息点。
2. 解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写, 不得用铅笔或圆珠笔作解答题; 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答题无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卷面清洁, 不要折叠、不要弄破。

一、(9 分) 已知三个向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 其中 $\vec{a} \perp \vec{c}, \vec{b} \perp \vec{c}$, 又 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 且 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1, |\vec{c}|=3$, 求 $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$.

二、(9 分) 求 A, B , 使平面 $\pi: Ax + By + 6z - 7 = 0$ 与直线 $l: \frac{x-4}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$ 垂直。

三、(9 分) 设 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^2 - y^2 = 2[z - \varphi(x + y - z)]$ 所确定的函数,

其中 φ 具有二阶导数, 且 $\varphi' \neq -1$, 求 (1) dz ; (2) 记 $u(x, y) = \frac{1}{x+y} \left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} \right)$, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}$.

四、(9分) 计算二重积分 $\iint_D e^{\cos x + y^2} dx dy$, 其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ 。

五、(9分) 求三重积分 $I = \iiint_{\Omega} z dv$, 其中 Ω 是由平面 $x + y + z = 2$ 与三个坐标平面围成的区域。

六、(9分) 已知 $\int_C \varphi(x)y dy + xy^2[\varphi(x)+1]dx$ 在全平面上与路径无关, 其中 $\varphi(x)$ 具有连续的一阶导数, 并当 C 是起点在 $(0,0)$, 终点为 $(1,1)$ 的有向曲线时, 该曲线积分值为 $1/2$, 试求函数 $\varphi(x)$ 。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

七、(9分) 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (xy+z) dS$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在柱体 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 内的部分。

八、(7分) 试求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot 4^n} x^{n+1}$ 的收敛域及和函数 $S(x)$ 。

九、(9分) 求曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 上平行于平面 $x + 4y + 6z = 0$ 的切平面方程。

十、(7分) 设函数 $u = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}y^4 + z^3 - 3z$ ，求向量场 $\vec{A} = \text{grad } u$ 穿过曲面 S 流向外侧的通量，其中 S 是曲面 $z = 1 - x^2 - y^2$ ($z \geq 0$) 的上侧。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

十一、(8分)试在曲面 $S: 2x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 上求一点, 使得函数 $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ 沿着点 $A(1, 1, 1)$ 到点 $B(2, 0, 1)$ 的方向导数具有最大值。

十二、(6分) 设正项数列 $\{a_n\}$ 单调减少, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 发散, 试问级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{a_n + 1} \right)^n$ 是否收敛? 并说明理由。

小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

武汉大学 2013-2014 学年第二学期期末考试

高等数学 B2 (A 卷答题卡)

姓名

班级

考生学号

填涂
样例

正确填涂
■
错误填涂
× [] [] []

注意
事项

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、学号填写清楚, 并填涂相应的考号信息点。
2. 解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写, 不得用铅笔或圆珠笔作解答题; 字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答题无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁, 不要折叠、不要弄破。

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

一、(8 分) 利用二重积分的性质, 比较积分 $I_1 = \iint_D \ln(x^2 + y^2) d\sigma$ 与 $I_2 = \iint_D [\ln(x^2 + y^2)]^2 d\sigma$ 的大小, 其中 $D: e \leq x^2 + y^2 \leq 2e$.

二、(8 分) 设 $z = f(xy, \frac{x}{y}) + \sin y$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

三、(8 分) 求过点 $M(1, -2, 3)$ 的平面, 使它与平面 $\pi: x + y - z - 3 = 0$ 垂直, 且与直线 $L: x = y = z$ 平行.

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

四、(8 分) 设函数 $z = z(x, y)$ 是由方程 $xyz = \arctan(x + y + z)$ 所确定的隐函数, 求全微分 dz 在点 $(0, 1, -1)$ 处的值..

五、(10 分) 计算曲线积分 $\int_L (2a - y)dx + xdy$, 式中 L 是从原点 $O(0, 0)$ 沿曲线 $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} (a > 0)$ 到点 $A(2\pi a, 0)$ 的弧段.

六、(10 分) 设 Ω 是由曲面 $z^2 = x^2 + y^2, z = 2$ 所围的闭区域, 试计算 $\iiint_{\Omega} z^2 dV$.

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

七、(10分) 计算曲面积分 $\iint_S (x^3 + z^2)dydz + (y^3 + x^2)dzdx + (z^3 + y^2)dxdy$, 其中 S 是上半球面 $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ 的上侧.

八、(8分) 求曲线 $x = \sin^2 t$, $y = \sin t \cos t$, $z = \cos^2 t$ 在对应于 $t = \frac{\pi}{4}$ 的点处的切线和法平面方程.

九、(8分) 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数, 它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为 $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x < 0, \\ 1, & 0 \leq x < \pi, \end{cases}$ 将它展开

成 Fourier 级数, 并求数项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ 的和.

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

十、(9分) 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{x} & x \neq 0 \\ -1 & x = 0 \end{cases}$, 试将 $f(x)$ 展开成 x 的幂级数并利用其求 $\int_0^x f(t) dt$.

十一、(6分) 设 $a_n \geq 0 (n=1, 2, \dots)$, 且数列 $\{na_n\}$ 有界, 证明: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ 收敛。

十二、(7分) 求二元函数 $f(x, y) = \cos^2 x + \cos^2 y$ 在限制条件 $x - y = \frac{\pi}{4}$ 下的极值。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢! 4

武汉大学 2014-2015 学年第二学期期末考试

高等数学 B2 (A 卷答题卡)

姓名 _____

班级 _____

考 生 学 号

[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

填涂样例	正确填涂 错误填涂 	注意事项	1.答题前,考生先将自己的姓名、学号填写清楚,并填涂相应的考号信息点。 2.解答题必须使用黑色墨水的签字笔书写,不得用铅笔或圆珠笔作解答题:字体工整、笔迹清楚。 3.请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答题无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。 4.保持卡面清洁,不要折叠、不要弄破。
-------------	----------------------	-------------	--

一. (8分) 设 $\vec{p} = 2\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{q} = k\vec{a} + \vec{b}$, 其中 $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 问: (1) k 为何值时, $\vec{p} \perp \vec{q}$?
 (2) k 为何值时, 以 \vec{p}, \vec{q} 为边的平行四边形面积为 6?

二. (8分) 求函数 $u = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ 沿曲线 $x = t, y = 2t^2, z = -2t^4$ 在点 $M(1, 2, -2)$ 的切线方向上的方向导数.

三. (6分) 函数 $z = z(x, y)$ 由方程 $z = f(x + y + z)$ 所确定, 其中 f 二阶可导, 且 $f'(u) \neq 1$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

四、(8分) 设 $u = f(x + y + z, xyz)$ 具有一阶连续偏导数, 其中 $z = z(x, y)$ 由方程 $x^2 + 2ze^{y^2} = \sin z$ 所确定, 求 du .

五、(8分) 求曲面 $z - e^z + 2xy = 3$ 在点 $M(1, 2, 0)$ 处的切平面和法线方程。

六、(10分) 设 $z = x^3 + \alpha x^2 + 2\gamma xy + \beta y^2 + \alpha\beta^{-1}(\gamma x + \beta y)$, 试证: 当 $\alpha\beta \neq \gamma^2$ 时, 函数 z 有一个且仅有一个极值, 又若 $\beta < 0$, 则该极值必为极大值。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

七、(8分) 设 $f(x, y)$ 连续, 且满足 $f(x, y) = x\sqrt{y} + \iint_D f(u, v) du dv$, 其中 D 为曲线 $y = x^2, x = y^2$ 所围成区域, 求 $f(x, y)$.

八、(8分) 设 Ω 是由锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 与半球面 $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ 围成的空间区域, S 是 Ω 的整个边界的侧, 求曲面积分 $\oiint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy$.

九、(10分) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n}$ 的收敛域与和函数.

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

十. (10 分) 确定常数 λ , 使得在右半平面 $x > 0$ 的单连通区域内, 曲线积分

$$\int_L 2xy(x^4 + y^2)^\lambda dx - x^2(x^4 + y^2)^\lambda dy = \int_L Pdx + Qdy$$

与路径无关, 并在上述条件下, 求积分 $\int_{(1,0)}^{(3,3)} Pdx + Qdy$ 之值。

十一. (10 分) 计算三重积分 $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z) dV$, 其中 Ω 是由曲线 $\begin{cases} y^2 = 4z \\ x = 0 \end{cases}$ 绕 z 轴旋转一周而成的曲面与平面 $z = 4$ 围成的立体。

绩小铺QQ: 1433397577, 搜集整理不易, 资料自用就好, 谢谢!

十二. (6 分) 设级数 $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 在 $[0, 1]$ 上收敛, 证明: 当 $a_0 = a_1 = 0$ 时, 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$ 收敛。