**武汉大学2017-2018学年第二学期期末考试高等数学A2试题（A）**

1、（9分）设是由方程所确定的隐函数，其中可微，求证.

2、（9分）设，计算二重积分.

3、（9分）设为圆周曲线，计算曲线积分.

4、（9分）已知，试在轴上求一点，使的面积最小。

5、（8分）3、设，求和

6、（9分）求过直线并在轴和轴上有相同的非零截距的平面方程。

7、（8分）设是任意二阶可导函数，并设满足方程，试确定的值.

8、（8分）在椭球面上求一点，使函数在该点沿曲线在点处的切线方向的方向导数最大。

9、（9分）计算曲线积分, 其中有向曲线弧：，方向从点到点.

10、（8分）已知**，**证明级数收敛，并求其和。

11、（8分）求，其中曲面是由空间曲线，绕轴旋转而成的旋转曲面，其法向量与轴正向的夹角为锐角。

12、（6分）设，为任意常数，在的邻域内具有二阶连续导数，且



试讨论级数的敛散性。

**武汉大学2017-2018学年第二学期期末考试高等数学A2试题（A）参考解答**

1、（9分）设是由方程所确定的隐函数，其中可微，求证.

解 令 则

 则

2、（9分）设，计算二重积分.

解 

3、（9分）设为圆周曲线，计算曲线积分.

解 

4、（9分）已知，试在轴上求一点，使的面积最小。

解：设， 

由，当时的面积最小。

5、（8分）设，求和

解.  ( 或 ) 

 ( 或 ) 

当时，

 ( 或 ) 

当时，

 ( 或 ) 

 ( 或 ) 

 ( 或 ) 

6、（9分）求过直线并在轴和轴上有相同的非零截距的平面方程。

解 设经过直线的所有平面方程为：

即 ,

有题设知点在所求平面上（为非零实数），故有

 从而有

故所求平面方程为：

7、（8分）设是任意二阶可导函数，并设满足方程，试确定的值.

解：令 ，则 ，，，，，代人得 ，

即 ，解得或.

8、（8分）在椭球面上求一点，使函数在该点沿曲线在点处的切线方向的方向导数最大。

解： 由曲线在点处的法线方向向量为：

其单位向量为：

函数的方向导数的表达式为。

其中 因此 。

于是，按照题意，即求函数在条件下的最大值。设

，

令 ,解之得  

，得S上的点为，此时

，得S上的点为，此时,

所以，所求的S上的点为

9、（9分）计算曲线积分, 其中有向曲线弧：，方向从点到点.

解 添加直线段，构成闭合曲线，使用格林公式.记所围域为

，，故





10、（8分）已知**，**证明级数收敛，并求其和。

解 由 ****而

由比较判别法知，级数收敛

又，

且 所以级数的和.

11、（8分）求，其中是曲面夹在两平面与之间的部分，其法向量与轴正向的夹角为锐角。

解 **解法一.** 曲面： 

在平面上的投影为



 **( 5分) **

因在平面上的投影为 所以



**故** 

**解法二.**  取 法线向量与轴正方向相反；

取 法线向量与轴正方向相同。由高斯公式，得



而 



**故** 

12、（6分）设，为任意常数，在的邻域内具有二阶连续导数，且，试讨论级数：

的敛散性。

解 由得：，再由知：当时，，是单调增函数，且，故单调减且趋于0，所以收敛 。

当时，级数，收敛。

当时，



**, 不存在，**

**由（1）知存在，不存在，级数发散。**