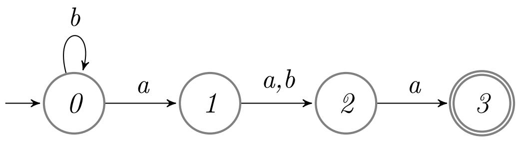
Université de Paris – UFR d'Informatique
L2 Informatique et Math-Info

Automates et analyse lexicale
Année 2020-2021

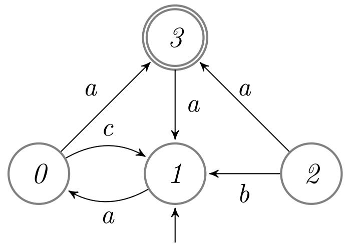
TD n°4

Constructions d'automates (1h)

Exercice 1 (Complétion d'automates) *Complétez les deux automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ sur les alphabets $\{a, b\}$ et $\{a, b, c\}$ respectivement.*



Automate $\mathcal{A}_1$



Automate $\mathcal{A}_2$

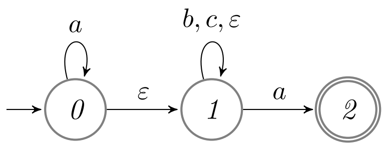
Exercice 2 (Produit d'automates) *On rappelle la définition du produit d'automates :*
Soient deux automates déterministes et complets $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, q_0, F, \delta)$ et $\mathcal{A}' = (\Sigma, Q', q_0', F', \delta')$, on définit l'automate déterministe $\mathcal{A}''$, dit automate produit, par $\mathcal{A}'' = (\Sigma, Q \times Q', (q_0, q_0'), F'', \delta")$, avec $\delta"((q, q'), a) = (\delta(q, a), \delta(q', a))$.

L'ensemble des états finaux F'' choisi dépend de ce que l'on veut calculer.

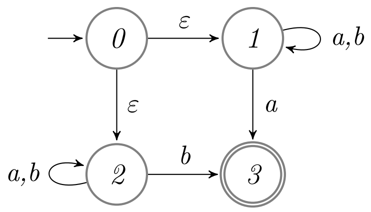
Nous considérons l'alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

1. *Dessinez un automate $\mathcal{A}_1$ déterministe et complet qui reconnaît le langage $\mathcal{L}_1$ des mots qui commencent par a. (3 états devraient suffire.)*
2. *Dessinez un automate $\mathcal{A}_2$ déterministe et complet qui reconnaît le langage $\mathcal{L}_1$ des mots qui finissent par b. (2 états devraient suffire.)*
3. *Dessinez le produit des deux automates $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$, sans vous occupez des états finaux. Éliminez le(s) état(s) non accessible(s) éventuel(s), si vous les aviez dessinés. (On dit qu'un état est accessible si on peut atteindre cet état en lisant un mot depuis un état initial).*
4. *Comment choisir les états finaux pour obtenir :*
   (a) $\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2$
   (b) $\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$
   (c) $\overline{\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2}$
5. **Bonus :** *Pour lequel de ces calculs était-il possible d'utiliser des automates déterministe non-complets pour $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$?*

Exercice 3 *Soient les automates suivants, décrivez les langages qu'ils reconnaissent, puis les déterminiser.*



Automate $\mathcal{A}_1$



Automate $\mathcal{A}_2$

Exercice 4 *Montrez que si un langage* $\mathcal{L}$ *est reconnaissable, alors le langage formé des préfixes de tous les mots de* $\mathcal{L}$ *est lui aussi reconnaissable. Est-ce vrai aussi pour les suffixes ? Les facteurs ? Les sous-mots ? Illustrez ceci dans le cas ou* $\mathcal{L} = \{tete, terre\}$.