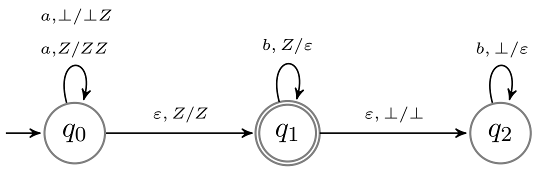
UFR d'Informatique — Grammaires et analyse syntaxique
L3 Informatique, Math-Info et Japonais-Info — Année 2021-2022

TD n°10

Automates à pile et grammaires algébriques

Exercice 1 (Échauffement et rappel des notions de base) *On considère l'automate à pile* $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, q_0, \Gamma, \perp, \delta)$ *avec l'alphabet d'entrée* $\Sigma = \{a, b\}$ *; l'ensemble d'états* $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$*, l'état initial* q_0*, l'alphabet de pile* $\Gamma = \{\perp, Z\}$*, le symbole de pile initial* $\perp$*, l'ensemble d'états acceptants* $F = \{q_1\}$*, et la relation de transition* $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times \Gamma \times Q \times \Gamma^*$ *représentée par le diagramme suivant :*



Par exemple, l'étiquette $a, \perp/Z\perp$ *sur la flèche de* q_0 *à* q_0 *signifie que, dans l'état* q_0*, si le symbole au sommet de la pile est un* $\perp$ *et le symbole lu dans le mot d'entrée est un* a*, alors l'automate peut rester dans l'état* q_0 *et remplacer le symbole* $\perp$ *au sommet de la pile par le mot* $\perp Z$ *(écrit du bas vers le haut). Cela revient donc à empiler un* Z*.*

1. *Lesquels des mots suivants sont acceptés par pile vide ? d'acceptation ?*

$$\varepsilon, \quad a, \quad b, \quad aa, \quad ab, \quad ba, \quad bb, \quad aab, \quad abb, \quad aabb, \quad aabbb$$

2. *Quel est le langage* $L_\varepsilon(\mathcal{A})$ *reconnu par* $\mathcal{A}$ *en mode d'acceptation par pile vide ?*
3. *Quel est le langage* $L(\mathcal{A})$ *reconnu par* $\mathcal{A}$ *en mode d'acceptation par états d'acceptation ?*

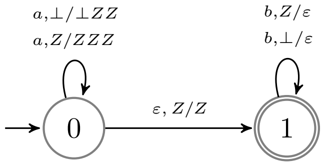
Justifiez vos réponses.

Exercice 2 (Des langages aux automates) *Pour chacun des langages suivants, construisez un automate à pile qui le reconnaît (dans le mode d'acceptation de votre choix).*

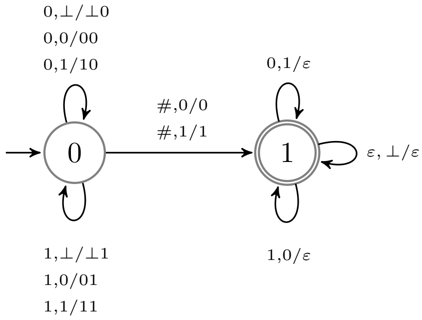
— $L_1 = \{a^n b^p c^p d^n \mid n, p \geq 0\}$
— $L_2 = \{a^n b^p \mid n, p \geq 0 \wedge n \neq p\}$
— $L_3 = \left\{ w \in \left\{ \boxed{(}, \boxed{)} \right\}^* \,\middle|\, w \text{ est bien parenthésé} \right\}$
— $L_4 = \left\{ w \in \left\{ \boxed{(}, \boxed{)}, \boxed{\{}, \boxed{\}} \right\}^* \,\middle|\, w \text{ est bien parenthésé} \right\}$
— $L_5 = \{w \in A^* \mid |w|_a = |w|_b\}$

Exercice 3 (Des automates aux langages) *Pour chacun des automates à pile suivants, décrivez le langage qu'il reconnaît, en mode d'acceptation par états d'acceptation et en mode d'acceptation par pile vide.*

— $\mathcal{A}_1 = \langle\{a,b\},\{0,1\},0,\{\perp,Z\},\perp,\delta,\{1\}\rangle$ *décrit par :*



— $\mathcal{A}_2 = \langle\{0,1,\#\},\{0,1\},0,\{\perp,0,1\},\perp,\delta,\{1\}\rangle$ *décrit par :*



Exercice 4

1. *Construisez l'automate à pile avec acceptation par pile vide pour la grammaire suivante :*

$$A \to aA \mid b$$

Analysez le mot aaab. Cet automate est-il déterministe ?

2. *Faites de même avec la grammaire*

$$A \to Aa \mid b$$

Analysez le mot baaa et répondez à la même question.

Exercice 5 *Transformez l'automate à pile $\mathcal{A}_1$ avec acceptation par pile vide de l'exercice 3 en un automate à pile avec acceptation par état acceptant qui reconnaît le même langage.*