08. 11. 21

ALS - TD7 Algo de Kruskal

Exercice 1

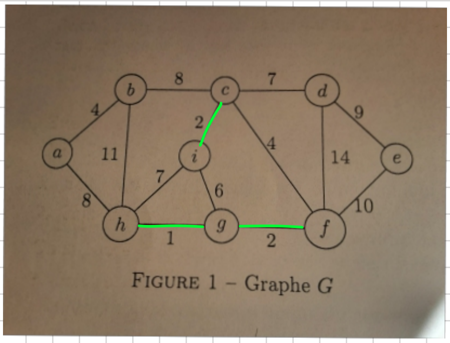


FIGURE 1 – Graphe G

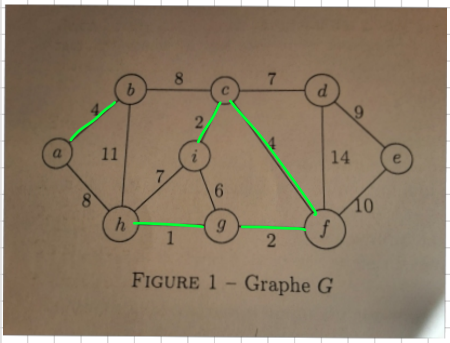


FIGURE 1 – Graphe G

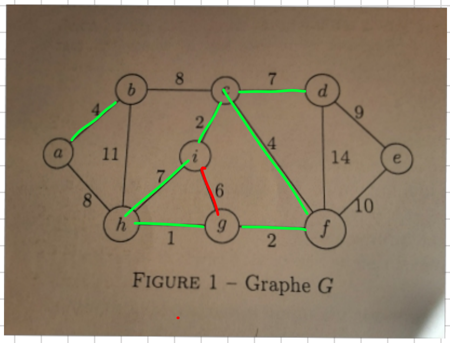


FIGURE 1 – Graphe G

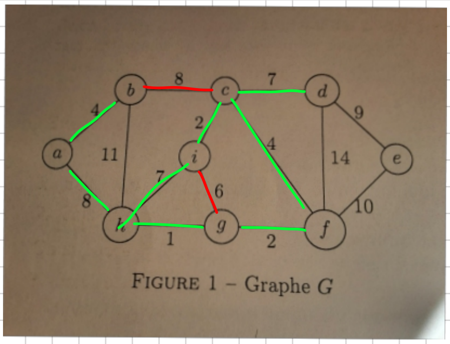


FIGURE 1 – Graphe G

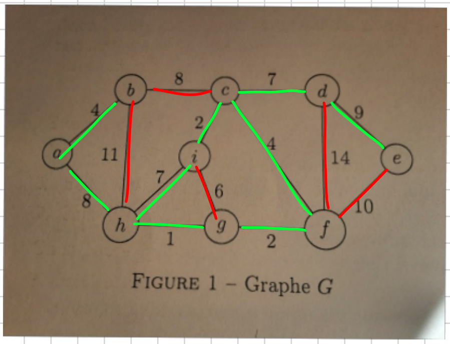


FIGURE 1 – Graphe G

L'ACM est en vert.

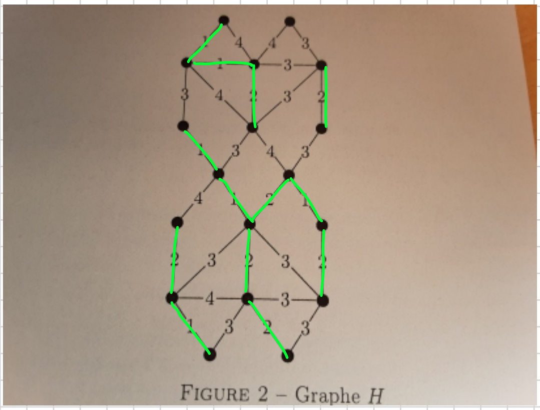


FIGURE 2 – Graphe H

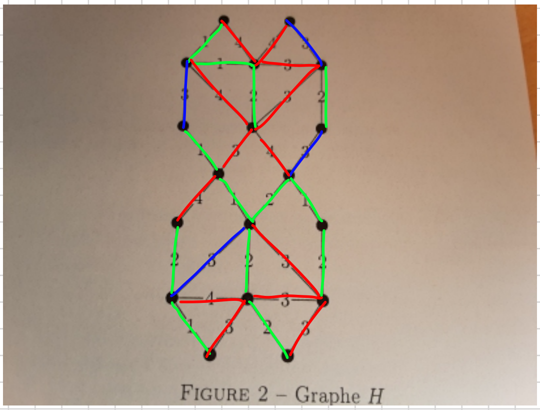


FIGURE 2 – Graphe H

Les arrêtes en bleu sont choisies arbitrairement

Les arrêtes en rouge formeraient un cycle

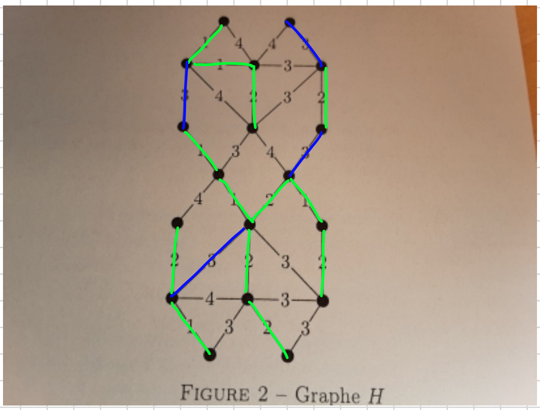


FIGURE 2 – Graphe H

ACM = arrêtes vertes et bleues.

Comment savoir si on ajoute une arrête ou pas ?

→ une arrête est OK si elle est entre 2 sommets dans des composantes ≠

⇒ faire un tableau avec le num de composante de chaque sommet

a	1
b	1
c	2
d	3
e	4
f	2
g	2
h	2
i	2

On ne peut pas ajouter (g, i)

On ré-étiquette à chaque fois qu'on ajoute une arrête

↳ pas très coûteux avec des tas.

Exercice 2

Oui : Kruskal peut trouver tous les ACM possibles si on ordonne les arrêtes différement.

Dans chaque paquet d'arrêtes de poids égal, on décide que les arrêtes dans l'arbre qu'on veut obtenir sont inférieures aux autres (qui ne sont pas dans l'arbre imposé).

Kruskal ne prendra que les arêtes de l'arbre imposé.

car si on ajoute une arête extérieure, ça crée un circuit (car l'arbre imposé est un ACM) ⇒ CONTRADICTION

Exercice 3 $G = (S, A)$ un graphe connexe

1) Soit $(u,v) \in A$. Mq il existe un arbre couvrant qui contient (u,v).

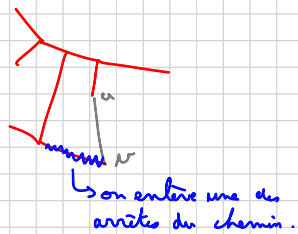
Oui.

Comment construire l'arbre:

Soit T un arbre couvrant quelconque

→ Si $(u,v) \in T \Rightarrow$ OK

→ Sinon $\exists$ un chemin de u à v dans T
On construit T' en échangeant (u,v) avec une des arêtes du chemin.



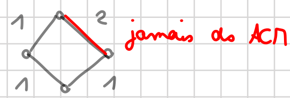
Autre méthode:

On part de (u,v) et on fait c̄ Kruskal.

On trouvera bien un AC car G est connexe.

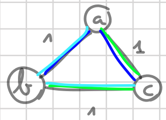
2) Non. Il faut que A' ne contienne pas de cycles (= une forêt)
Même construction à la Kruskal c̄ 1).

3) Non : dans l'exercice 1, graphe G l'arête (d,f) n'est jamais dans un ACM de G. Autre ex :



4) Oui : on peut tjs jouer sur l'ordre c̄ expliqué ds l'exercice 2 si il y a plusieurs arrête de ce poids minimal.
↳ = ici prendre cette arrête en 1er.

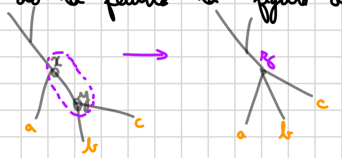
Exercice 4

1) 

admet 3 ACM

De façon générale : un cycle dont toutes les arêtes ont la même poids.

2) a) bug de la feuille : la figure a sauté.



b) → la contractO ne peut pas créer de circuit
→ tous les sommets sont tjrs couverts
⇒ reste un arbre couvrant

q° : est-il tjrs minimal ?

Oui (correctO formelle la semaine pro)