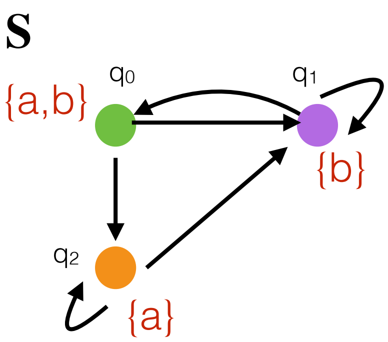
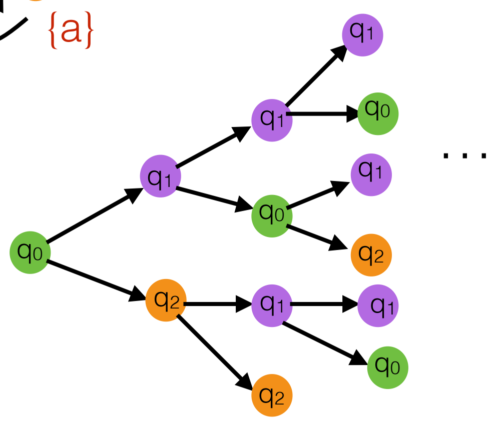
CTL
Computation Tree Logic

idée: ne plus voir le système comme un ensemble d'exécutions linéaires… être plus proche du STE.



A tout moment le système est dans *un* état et il peut évoluer de plusieurs manières.



—> un arbre d'exécution.

CTL

Formules de CTL

$\varphi,\psi ::= P \mid \neg\varphi \mid \varphi\vee\psi \mid \mathbf{EX}\varphi \mid \mathbf{AX}\varphi \mid \mathbf{E}\varphi\mathbf{U}\psi \mid \mathbf{A}\varphi\mathbf{U}\psi$

avec $P \in AP$

+ Abréviations :

$\top, \bot, \wedge, \Rightarrow$

$\mathbf{F}\varphi = \top\ \mathbf{U}\ \varphi$: "eventually",

$\mathbf{G}\ \varphi = \neg\ \mathbf{F}\ \neg\varphi$: "always"

$\varphi\mathbf{W}\ \psi = \varphi\mathbf{U}\ \psi \vee \mathbf{G}\ \varphi$: "weak until"

$\mathbf{EF}\varphi \quad \mathbf{AF}\varphi$

$\mathbf{EG}\varphi \quad \mathbf{AG}\varphi$

$\mathbf{E}\varphi\mathbf{W}\psi \quad \mathbf{A}\varphi\mathbf{W}\psi$

CTL - sémantique

$\mathbf{S} = (Q, Act, \rightarrow, q_{init}, AP, L)$

Exec(q) = ens. des exécutions infinies partant de q.

$\pi \in Exec(q)$: $\pi = q_0 q_1 q_2 q_3 q_4 \ldots$ avec $q_0=q$ et $q_i \rightarrow q_{i+1}$

Notation: $\pi(i) = q_i \quad \forall\ i \geq 0$

On interprète les formules de CTL sur des états de **S**.

$q \models P$ iff $P \in L(q)$

$q \models \mathbf{EX}\varphi$ iff $\exists\ q \rightarrow q'$ t.q. $q' \models \varphi$

$q \models \mathbf{AX}\ \varphi$ iff $\forall\ q \rightarrow q'$, on a: $q' \models \varphi$

$q \models \mathbf{E}\varphi\mathbf{U}\psi$ iff $\exists \pi \in Exec(q)$ t.q. $\exists\ i \geq 0$ t.q. ($\pi(i) \models \psi$ et ($\forall\ 0 \leq j < i$: $\pi(j) \models \varphi$))

$q \models \mathbf{A}\varphi\mathbf{U}\psi$ iff $\forall\ \pi \in Exec(q)$, $\exists\ i \geq 0$ t.q. ($\pi(i) \models \psi$ et ($\forall\ 0 \leq j < i$: $\pi(j) \models \varphi$))

CTL

Définition alternative (équivalente !!):

Formules d'état:

φ,ψ ::= P | $\neg\varphi$ | $\varphi \vee \psi$ | $\mathbf{E}\ \varphi_p$ | $\mathbf{A}\ \varphi_p$

P $\in$ AP

Formules de chemin:

φ_p,ψ_p ::= $\mathbf{X}\ \varphi$ | $\varphi\ \mathbf{U}\ \psi$

$\mathbf{E}\ \varphi_p$ = « il existe un chemin vérifiant φ_p »

$\mathbf{A}\ \varphi_p$ = « tous les chemins vérifient φ_p »

CTL - sémantique

Définition alternative (équivalente !!):

$q \models P$ iff $P \in L(q)$

$q \models \mathbf{E}\ \varphi_p$ iff $\exists\ \pi \in Exec(q)$ t.q. $\pi \models \varphi_p$

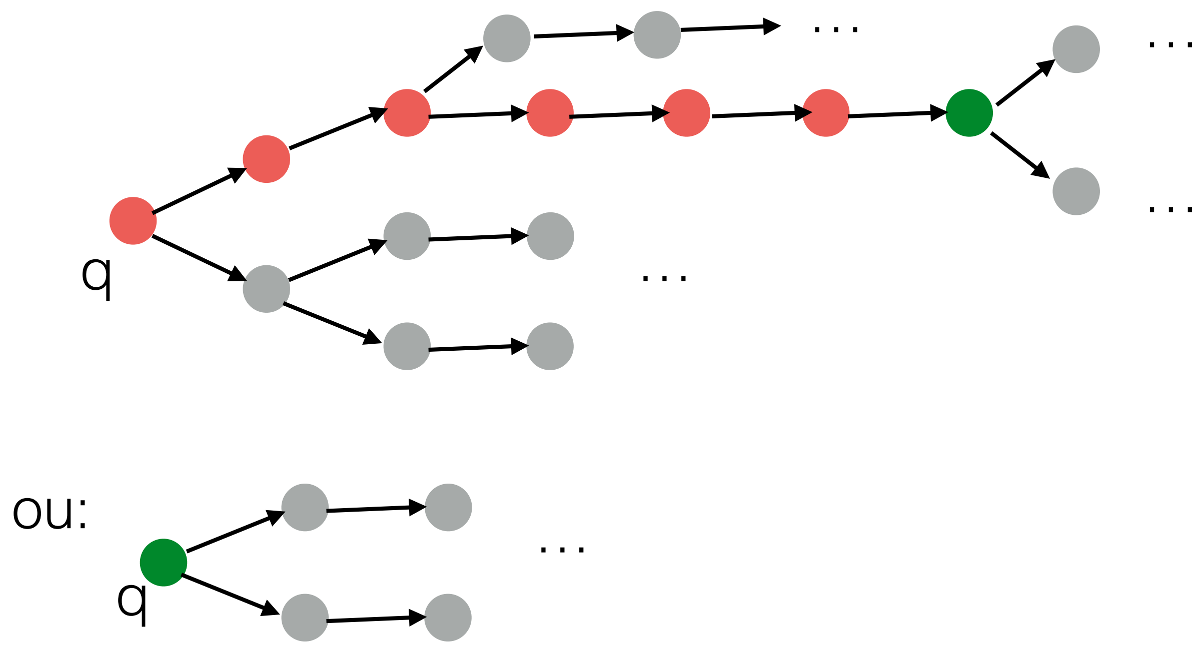
$q \models \mathbf{A}\ \varphi_p$ iff $\forall\ \pi \in Exec(q)$, $\pi \models \varphi_p$

$\pi \models \mathbf{X}\ \varphi$ iff $\pi(1) \models \varphi$

$\pi \models \varphi\ \mathbf{U}\ \psi$ iff $\exists\ i \geq 0$ ($\pi(i) \models \psi$ et ($\forall\ 0 \leq j < i$: $\pi(j) \models \varphi$))

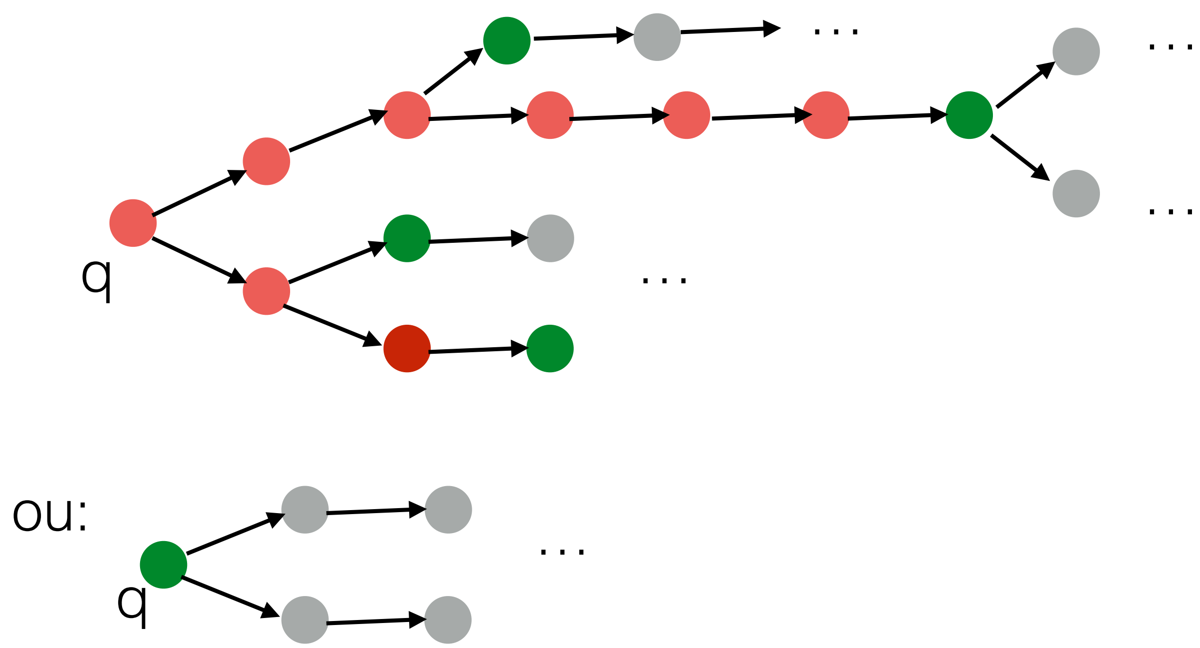
CTL - sémantique

q ⊨ **E** **rouge** **U** **vert**



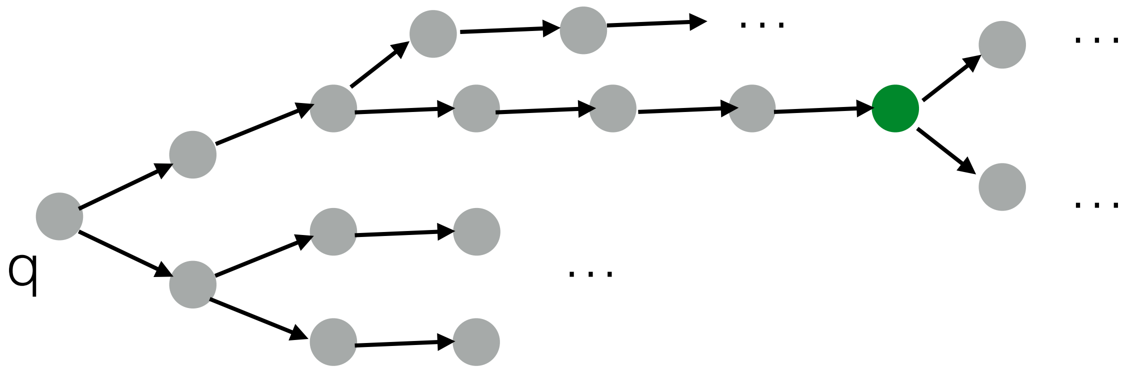
CTL - sémantique

q ⊨ **A** **rouge** **U** **vert**

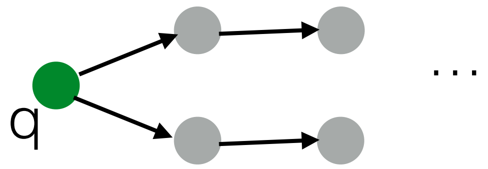


CTL - sémantique

q ⊨ **EF** **vert**

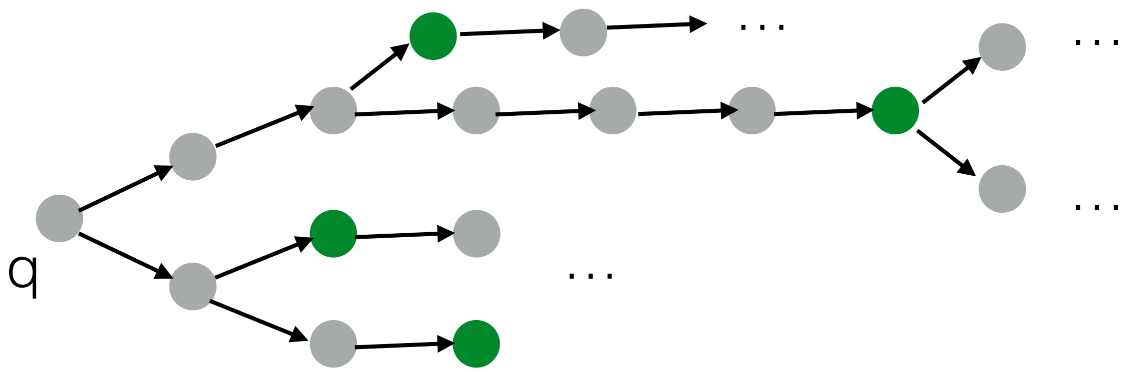


ou:

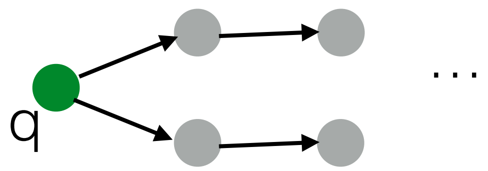


CTL - sémantique

q ⊨ **AF** **vert**

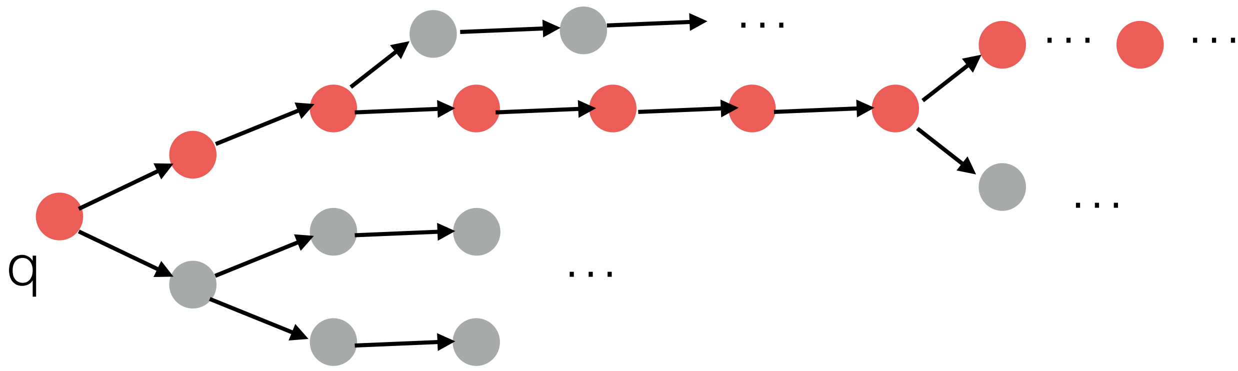


ou:



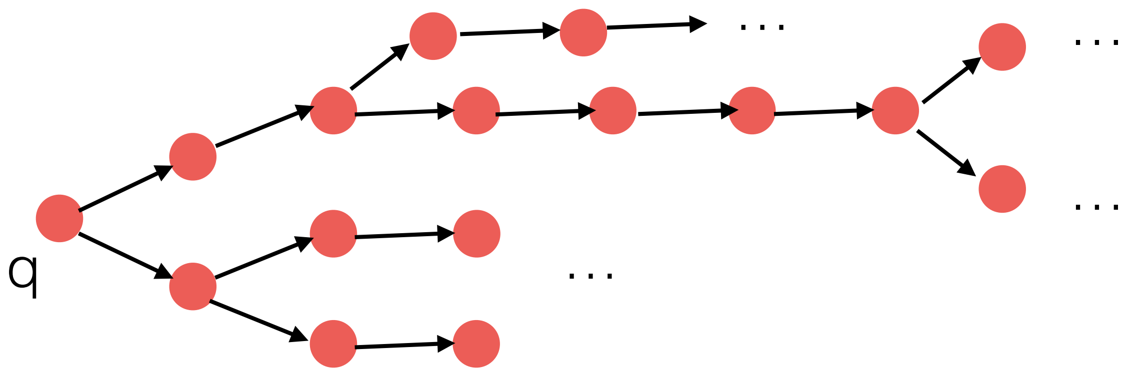
CTL - sémantique

q ⊨ **EG rouge**



CTL - sémantique

q ⊨ **AG rouge**



Tout ce qui est accessible depuis q est rouge.

Exemples

AG (problème $\Rightarrow$ **AF** alarme)

« tout état accessible qui vérifie problème est suivi inévitablement, un jour, par un état vérifiant alarme »

AG (**EX** a)

« tout état accessible a un successeur immédiat vérifiant a »

E (**EX** a) **U** b

« il est possible d'atteindre un état vérifiant b le long d'un chemin où tout état a un successeur immédiat vérifiant a »

AG (**EF** a)

« Depuis tout état accessible, il est possible d'atteindre un état vérifiant a »

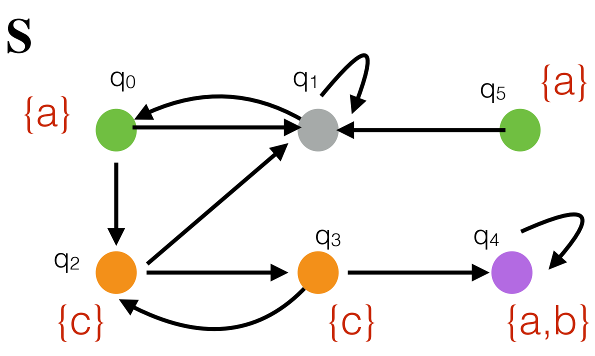
Comment évaluer une formule de CTL sur un état d'un STE?

$\varphi = \mathbf{AG}\ (a \Rightarrow \ \mathbf{E}\ (\mathbf{EX}\ c)\ \mathbf{U}\ b\ )$

$q_0 \models \varphi$?

Les sous-formules de φ :

φ, a , $a \Rightarrow$ **E** (**EX** c) **U** b ,
E (**EX** c) **U** b , **EX** c , b , c



	a	b	c	**EX** c	**E** (**EX** c) **U** b	$a \Rightarrow \ldots$	φ
q_0	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
q_1	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$
q_2	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
q_3	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$	$\top$
q_4	$\top$	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\top$	$\top$	$\top$
q_5	$\top$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$	$\bot$

Quelle logique choisir ?

Quelle est la « meilleure »? CTL* ? LTL ? CTL ? …

Plusieurs critères:

- L'expressivité
- La complexité des procédures de décision
- Les outils (model-checkers...)
- …

Comparer l'expressivité de LTL et CTL