

# L2 informatique - Année 2020-2021

# TD d'Éléments d'Algorithmique n° 10

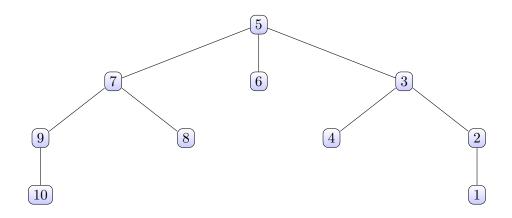
(\*) Exercices à faire à la maison.

#### Exercice 1. Parcours.

Dessiner l'arbre général dont le résultat des parcours préfixe et suffixe sont respectivement [1, 2, 4, 6, 3, 5] et [4, 6, 2, 5, 3, 1].

### Exercice 2. Codage de Prüfer.

Donner le codage de Prüfer de l'arbre suivant



### Exercice 3. Encore codage de Prüfer.

On considère un arbre général dont les sommets sont numérotés bijectivement sur  $\{1, 2, ..., 16\}$  et dont le code de Prüfer est [5, 4, 5, 9, 12, 4, 1, 14, 5, 9, 10, 14, 1, 1, 9].

- 1. Quelle est l'étiquette du sommet de l'arbre? Quelles sont les étiquettes de ses feuilles?
- 2. Construire l'arbre général correspondant à ce codage.
- 3. \* Coder l'algorithme (dans votre langage favori) qui prend en entrée un entier n, et un codage de Prüfer, et renvoie l'arbre correspondant à ce codage qui contient les sommets  $\{1, \ldots, n\}$ .

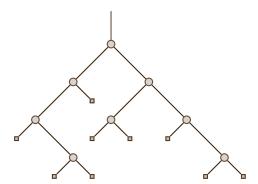
#### Exercice 4. Vers les arbres binaires.

- 1. Donner l'image de l'arbre de l'exercice du codage de Prüfer par la fonction f ("arbres généraux  $\rightarrow$  arbres binaires sans sous-arbre droit") vue en cours.
- 2. Donner un exemple d'arbre binaire qui n'a pas d'antécédent par cette fonction.
- 3. Prouver par récurrence sur la hauteur d'un arbre général, que l'ordre préfixe est conservé pour tout arbre général. On peut pour ça étendre la fonction f aux forêts
- 4. \* Prouver de même que l'ordre suffixe (ou postfixe), devient l'ordre infixe.

### \* Exercice 5. Canopée d'un arbre binaire.

Soit t un arbre binaire. La canopée de t est un mot binaire codant l'orientation des feuilles de t considérées de gauche à droite, tel que si la feuille est orientée vers la gauche (c'est-à-dire est fille gauche d'un nœud) on la code par 0 et si la feuille est orientée vers la droite (c'est-à-dire est fille droite d'un nœud) on la code par 1.

Par exemple, l'arbre binaire



a pour canopée 001101001.

Écrire une fonction canop paramétrée par un arbre binaire  $\mathfrak t$  qui renvoie la liste de 0 et de 1 correspondant à la canopée de  $\mathfrak t$ .

## \* Exercice 6. Arbres binaires équilibrés.

Un arbre binaire  $\mathfrak{t}$  est équilibré si et seulement si pour tout nœud interne x de  $\mathfrak{t}$ ,

$$|\text{Hauteur}(\text{SAG}(x)) - \text{Hauteur}(\text{SAD}(x))| \le 1.$$

Écrire une fonction  $est\_equilibre$  paramétrée par un arbre binaire  $\mathfrak t$  qui teste si  $\mathfrak t$  est équilibré.