

chapitre 3 Applications des GRI

Section 1 Dissémination

Fabien de Montgolfier
fm@irif.fr

25 février 2022

Étude du *Science Post*, journal américain



Étude du *Science Post*, journal satirique américain



Qui choisit ce que vous regardez ?

Ce que vous aimez/pensez/croyez est influencé par

- ▶ les posts que vous voyez sur Facebook
- ▶ les vidéos que proposent YouTube, TikTok etc.
- ▶ vos "amis" des réseaux sociaux **réels ou suggérés** ?

Des algorithmes qui choisissent

- ▶ Vous ne payez pas le service. Il faut le monétiser.
- ▶ Publicité, donc générer de l'audience
- ▶ Identification de vos centres d'intérêt
- ▶ **Isolation dans une bulle de croyance** par **auto-renforcement**

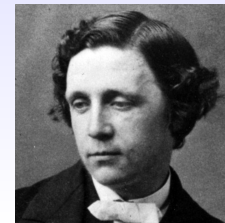
Exemple : élection présidentielle américaine de 2016

1. *Trending Topics* : choix personnalisé des sujets d'actualité affichés sur son fil Facebook
2. le camp Trump l'accuse de favoriser les *news* pro-Clinton
3. Mark Zuckerberg en supprime tous les journalistes : seul un «algorithme» décide «objectivement» sans filtre de véracité. Refus d'être éditeur.
4. L'utilisateur Facebook se retrouve enfermé dans sa bulle de vérité. Les suggestions Facebook le renforcent dans ses croyances
5. Trump est élu (avec deux millions de voix *de moins* que Clinton)
6. L'audition de Mark Zuckerberg au Sénat se concentre davantage sur les publicités russes et Cambridge Analytica
7. En juin 2018 *Trending Topics* est supprimé

Qu'est-ce que la vérité ?

- ▶ Charles Lutwidge Dodgson, aka Lewis Carroll (1832–1898)

1. Photographe d'art
2. Logicien et mathématicien. Étude langues naturelles
3. auteur de nombreux puzzles logiques.
4. bégaiement → concept de mot-valise (*portmanteau word*)
5. système de vote (*Dodgson's method*)
6. Littérature enfantine : Alice aux pays des merveilles
7. Poète nonsense. *The Hunting of the Snark* commence par :



"Just the place for a Snark!" the Bellman cried,
As he landed his crew with care;
Supporting each man on the top of the tide
By a finger entwined in his hair.
"Just the place for a Snark! I have said it twice:
That alone should encourage the crew.
Just the place for a Snark! I have said it thrice:
What I tell you three times is true."

Propagation dans les réseaux

Ce qui se propage

- ▶ Une maladie (covid, grippe, sida...)
- ▶ Un virus informatique (le *worm* de Robert Morris de 1988, ...)
- ▶ Des croyances ou opinions
- ▶ Des posts, applications ou vidéos sur Internet

Exemples de problématiques

- ▶ Taux de couverture vaccinale vs propagation du covid
- ▶ 4,6 milliards de vues sur YouTube de Despacito en six mois seulement en 2017 alors que Johnny Hallyday n'a vendu que 110 millions de disques en plus d'un demi-siècle ?
- ▶ SHS : de l'histoire des religions... aux théories du complot

Questions que nous pourrions résoudre

- ▶ Va-t-on toucher 1% du réseau ? 50% ? 99% ? 100% ?
- ▶ À quelle vitesse ?
- ▶ Influence du patient 0 (ou *des* patients initiaux) ?

Un cadre théorique pour traiter ces questions :

les **opérateurs de convexité** sur les graphes.

Opérateur de clôture

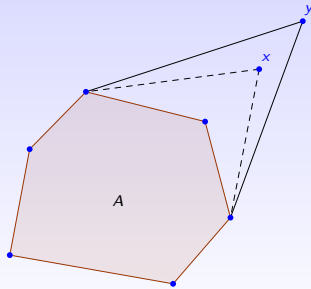
application $\sigma : 2^V \rightarrow 2^V$ entre des sous-ensemble de V qui vérifie quatre axiomes :

1. $\sigma(\emptyset) = \emptyset$
2. $\forall X \subseteq V, X \subseteq \sigma(X)$.
3. $\forall X, Y \subseteq V$ tels que $X \subseteq Y$, on a $\sigma(X) \subseteq \sigma(Y)$.
4. $\forall X \subseteq V, \sigma(\sigma(X)) = \sigma(X)$.

Un ensemble tel que $\sigma(X) = X$ est dit **convexe**.

x est un point **extrême** d'un convexe X si $X - x$ est convexe

Une hiérarchie d'inclusion



Propriété d'anti-échange
Si $x, y \notin \sigma(A)$ et $x \in \sigma(A + y)$,
alors $y \notin \sigma(A + x)$

Formalisons l'épidémie

La propriété caractéristique π

Soit π une propriété définie sur les sommets du réseaux.

- $\pi(x)$ signifie que x est infecté par un virus.
- ou bien $\pi(x)$ signifie que x croit une opinion

Les modèles mathématiques de propagation ne devraient pas être tout à fait identiques pour un virus ou une croyance...

La fonction épidémie σ

- On part d'un ensemble de sommets X_0 qui possèdent π
- L'épidémie peut être vue comme un opérateur de clôture σ
- Que vaut $\sigma(X_0)$? A-t-on $\sigma(X_0) = X_0$ (aucune propagation) ou $\sigma(X_0) = V$ (infection totale)?

La P_3 -convexité : définition itérative

Règle 1

si x au moins **deux** voisins qui possèdent π , alors à l'étape suivante $\pi(x)$ est vraie.

Une étape

$P_3(S) = S \cup \{x \notin S \text{ tel que } x \text{ admet } \geq 2 \text{ voisins dans } S\}$

caractérisons les P_3 -convexes

Un ensemble $S \subset V$ est P_3 -convexe : $\sigma(S) = S$

\iff La coupe de S est sans P_3 ayant leurs extrémités en S

\iff tout sommet de $V - S$ a au plus un voisin dans S .

Extensions

Modifier la règle 1

- Pourquoi 2 voisins?
 - Si 1 voisin alors P_2 -convexité = connexité
 - Si k voisins alors $K_{1,k}$ -convexité
 - On peut aussi être contaminé si une certaine fraction (par exemple 50%) des voisins est contaminée
- Rendre la règle probabiliste : à l'étape i , si on est contaminable, alors on est contaminé avec proba p .
 - Cela ne change rien à la convexité si $p > 0$! Seul le temps de propagation est ralenti, le résultat demeure...

Extensions

Utiliser la règle 2 : guérison

Si $\pi(x)$ =vrai depuis t_g étapes alors $\pi(x)$ =faux.

Utiliser la règle 3 : immunité

Si $\pi(x)$ =faux au temps i mais $\pi(x)$ vrai au temps j avec $i - j \leq t_i$
 $\pi(x)$ doit rester faux au temps $i + 1$ malgré règle 1 éventuelle.

t_g est le temps mis pour guérir et t_d la durée de l'immunisation

Le modèle S,I,R

Un modèle à trois états :

- S Sain (ou plutôt Susceptible de recevoir)
- I Infecté : peut transmettre
- R Résistant (ou vacciné)

Trois règles

les trois transitions $S \rightarrow I$, $I \rightarrow R$ et $R \rightarrow S$

Et trois paramètres :

- p probabilité de transmission à un voisin
- t_g temps durant lequel on reste I (puis transition vers R)
- t_i temps durant lequel on reste R (puis transition vers S)

Retour aux questions

Questions à se poser

1. Taille min d'un ensemble X_0 dont le convexe est $\sigma(X_0) = V$
2. Vitesse de propagation.
3. Complexité de calcul d'un tel X_0 : temps P ou NP-complet?

Pour la P_2 convexité (un seul voisin contamine) alors clairement $|X_0|$ doit toucher un sommet (quelconque) par composante connexe et le temps est le diamètre.

Exercices

1. Taille minimale pour infecter une grille $n \times m$ en P_3 -convexité?
2. Avec l'infection par la majorité des voisins, taille minimale de X_0 pour infecter un graphe (le plus favorable possible) à n sommets?

Diffusion dans les arbres (*branching process*)

- On suppose qu'une personne transmet la maladie avec une probabilité p à ses descendants dans l'arbre.
- Racine contaminée. Arbre régulier de degré k .
 1. Si $p.k < 1$ alors avec une probabilité 1, la maladie arrête sa diffusion en un temps fini.
 2. Dans le cas contraire, avec une probabilité > 0 la maladie persiste en affectant au moins une personne par niveau.
- phénomène de seuil lié à la probabilité de transmission.
- Ceci est constaté dans le cas de certaines maladies virales telles que : méningites, Ebola, grippe...
- Selon le cas on parle de **pandémie** ou de diffusion **endémique**
- Diffusion endémique des virus informatiques ou des idées aussi...

Conclusion

Des questions philosophiques à se poser

- Pourquoi aucune pandémie n'a-t-elle éradiquée l'humanité?
(réponse selon le **principe anthropique** : parce que sinon, on ne serait pas là pour en parler...)
- Pourquoi les idées sur le réchauffement climatique ou la finitude de la planète ne percolent-elles pas?