

Introduc°

Un algorithme est une suite finie d'instruc° q prend des données en entrée et donne en sortie un résultat, en un tps fini.

↳ un algo est correcte, s'il donne la bonne solu° pour chaque instance du pb

Un programme est une suite d'instruc° écrits dans un langage. Il décrit un algo

Efficacité d'un algo

- Complexité en tps : nb d'op. élémentaire
 - ↳ (assignation, comparaisons, accès à un élément d'un tableau)
 - ↳ peut varier : traducteur, environnement (mémoire, système, optimisations...)
- Complexité spatiale : l'espace mémoire requis par le calcul
 - ↳ pratique : mesure précise pour un modèle donné de machine
 - ↳ théorique : ordre de grandeur des coûts
- un algo est efficace si sa complexité est au plus un polynôme en n (taille données en entrée)

Les triés

- Par sélection : $n \leftarrow t.length$
pour $i \leftarrow 0$ à $n-2$ faire
 $min \leftarrow i$
 pour $j \leftarrow i+1$ à $n-1$ faire
 si $T[min] > T[j]$ alors
 $min \leftarrow j$
 échanger $T[i]$ et $T[min]$

⇒ trouver le min et le placer au début de la liste triée : $O(n^2)$

- un algo de tri est stable, s'il préserve l'ordonnement initial des éléments égaux
- en place, s'il effectue directement dans la structure initiale de données et l'espace supplémentaire ne dépend pas de la taille du tableau

Par insertion :

- fonc° triPartiel(T, i)
 $j \leftarrow i$
 tant que $j > 0$ et $T[j] < T[j-1]$ faire
 échanger $T[j]$ et $T[j-1]$
 $j \leftarrow j-1$
- fonc° triParInsertion(T)
 $n \leftarrow t.length$
 pour $i \leftarrow 1$ à $n-1$ faire
 triPartiel(T, i)

⇒ On garde le début du tableau trié et y insère les éléments qui arrivent

- dans le pire des cas : $O(n^2)$
- dans le meilleur des cas : $O(n)$

Fonc° recursive

- factorielle(n)
 si $n = 0$ alors : retourner 1
 sinon retourner $n \times \text{factorielle}(n-1)$
- logarithme(n)
 si $n \leq 1$ alors : retourner 0
 sinon : retourner $1 + \text{logarithme}(n/2)$

une fonc° recursive terminale : la dernière instruction est un appel récursif

Dichotomie

- fonc° dich(t, x, g, d)
 si $g \leq d$
 $m = (g+d)/2$
 si $t[m] = x$ retourner m
 si $t[m] > x$ retourner dich($t, x, g, m-1$)
 else retourner dich($t, x, m+1, d$)
 else retourner -1
- Complexité : $O(\log n)$
 • chaque tour : $\frac{n}{2}$
 ⇒ $\frac{n}{2^k}$
 ⇒ $1 \leq \frac{n}{2^k} \Leftrightarrow 2^k \leq n$
 ⇒ $k \leq \log_2 n$

Listes chaînées

- taille flexible mais accès difficile au $i^{\text{ème}}$ élément

insérer à l'avant (L, x)

```

c ← new cell()
c.key ← x
c.next ← L.head
L.head ← c
  
```

pointeur vers la 1^{ère} cellule

remove_head(L)

```

c ← L.head
if c ≠ null
  L.head ← c.next
return c
  
```

doublement chaîné

Supprimer(L, x)

```

si x.prev ≠ null
  x.prev.next ← x.next
sinon
  L.head ← x.next
si x.next ≠ null
  x.next.prev ← x.prev
  
```

insérer(L, x, y)

```

y.next ← x.next
y.prev ← x
si x.next ≠ null
  x.next.prev ← y
x.next ← y
  
```

Filaire

- premier entré, premier sorti

empty(L)

```
return L.head == null
```

get(L)

```

c ← L.head.x, null
L.head ← L.head.next
L.head.prev ← null
return c
  
```

put(L, x)

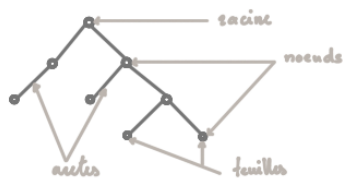
```

c ← (x, null)
si L.head == null
  L.head ← c
sinon put(L.head, c)
  
```

put($c, c1$)

```

si c.next == null
  c.next ← c1
sinon put(c.next, c1)
  
```

Arbre binaireparcours

- préfixe : on part de la racine et affiche tout ce qu'on croise [prio g > d]
- postfixe : on part de la racine et on affiche qnd il n'y a pas de feuille (ou q' ont déjà été affichés) [prio g > d]

Arbre binaire de recherche (ABR)

- val de gauche \leq val racine
- val de droite $>$ val racine

estDansABR(t, e)

si estVide(t) \Rightarrow faux
 sinon si $e = \text{Val}(t) \Rightarrow$ vrai
 sinon si $e \leq \text{Val}(t) \Rightarrow \text{estDansABR}(\text{SG}(t), e)$
 sinon $\Rightarrow \text{estDansABR}(\text{SD}(t), e)$

complexité : hauteur(t)

insert^e(t, e)

si estVide(t) \Rightarrow Noeud($e, \text{Vide}(), \text{Vide}()$)
 sinon si $e \leq \text{Val}(t) \Rightarrow \text{Noeud}(\text{Val}(t), \text{ins}(\text{SG}(t), e), \text{SD}(t))$
 sinon $\Rightarrow \text{Noeud}(\text{Val}(t), \text{SG}(t), \text{ins}(\text{SD}(t), e))$

Arbre geneaux

• Noeud($s, []$) = $\begin{array}{c} \textcircled{s} \end{array}$ • Noeud($\emptyset, \text{Noeud}(s, [])$) = $\begin{array}{c} \textcircled{\emptyset} \\ \textcircled{s} \end{array}$

• Noeud($\begin{bmatrix} s, \left[\begin{array}{c} \textcircled{4} \\ \textcircled{7} \\ \textcircled{6} \end{array}, \begin{array}{c} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \end{array} \end{bmatrix} \right]$) = $\begin{array}{c} \textcircled{s} \\ \textcircled{4} \quad \textcircled{2} \\ \textcircled{7} \quad \textcircled{3} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{2} \end{array}$

• Val($\begin{bmatrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \quad \textcircled{2} \end{bmatrix}$) = 1

• Forêt($\begin{bmatrix} \textcircled{s} \\ \textcircled{4} \quad \textcircled{2} \\ \textcircled{7} \quad \textcircled{3} \\ \textcircled{6} \quad \textcircled{2} \end{bmatrix}$) = $\begin{bmatrix} \textcircled{4} \\ \textcircled{7} \\ \textcircled{6} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \end{bmatrix}$

code de Prüfer

```

res ← []
tq (Forêt(t) ≠ [])
  x ← val feuille min
  y ← val père de x
  res ← res.y
  t ← t.sup(x)
renvoyer res

```

AB \rightarrow AB



- préfixe(t) = préfixe($t(t)$)
- suffixe(t) = infixe($t(t)$)

Arbre binaire parfait (ABP)

- arbre binaire
- toutes les rangées sont pln sauf la dernière

• $6 \rightarrow 13$
 $\uparrow \quad \uparrow$
 $P \times 2 \quad P \times 2 + 1$

Tas binaire max

- ABP
- val noeud $>$ val de ses enfants
- op : SupMax, Ajout $\Rightarrow O(\log n)$

on affiche la racine puis la remplace par la derni^{er} feuille, puis on réorganise l'arbre

triTas(T)

```

t ← tasVide()
pour i ← 0 à n-1 faire
  tasAjout(t, T[i])
pour i ← n-1 à 0 faire
  T[i] ← tasSupMax(t)
retourner t

```