

Exercice 1

Chacune des affirmations suivantes est soit vraie, soit fausse :

Anne : "Trois consonnes et deux voyelles constituent Jhura"

Baptiste : "La surface de la France est deux fois celle des États-Unis."

Claire : "12 et 13 font 31 pour au moins une base".

Daniel : "Fausse est la phrase prononcée par Baptiste".

Eugène : "Seule une des quatre phrases précédentes est vraie".

Déterminer les nombres d'affirmations vraies et fausses.

Exercice 2

La réciproque d'une implication est une proposition échangeant la prémisse et la conclusion. La contraposée d'une implication "si A alors B" est l'implication "si non B alors non A. Énoncer la réciproque et la contraposée de l'implication "si b et u sont multiples de 4 alors la valeur décimale de $(7u)_b$ aussi". Comparer et commenter. Énoncer aussi sa négation. Illustrer également ces notions en construisant une implication (de valeur vraie) à partir des trois éléments p : "être premier", q : "être impair" et r : "être égal à 2".

Exercice 3

Montrer que chacune des formules suivantes est une tautologie :

- | | | |
|--------------------------------------|--|---|
| 1. $p \Rightarrow p$ | 3. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow ((q \Rightarrow r) \Rightarrow (p \Rightarrow r))$ | 5. $(\neg p \Rightarrow p) \Rightarrow p$ |
| 2. $p \Rightarrow (q \Rightarrow p)$ | 4. $(p \Rightarrow q) \Rightarrow (((p \Rightarrow r) \Rightarrow q) \Rightarrow q)$ | 6. $\neg p \Rightarrow (p \Rightarrow q)$ |

Exercice 4

Déterminer comment *distribuer* l'implication dans les formules suivantes :

- | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|
| 1. $p \Rightarrow (q \wedge r)$ | 2. $p \Rightarrow (q \vee r)$ | 3. $(p \wedge q) \Rightarrow r$ | 4. $(p \vee q) \Rightarrow r$ |
|---------------------------------|-------------------------------|---------------------------------|-------------------------------|

Exercice 5

Simplifier les expressions suivantes :

- | | | | |
|--|-------------------------------|--|---|
| 1. $\overline{(\bar{a} + b)(a + \bar{b})}$ | 2. $a\bar{b} + \bar{a}b + ab$ | 3. $(a + b) \Rightarrow (a + \bar{b} + c)$ | 4. $(a + b + c)\overline{(ab + ac + bc)}$ |
|--|-------------------------------|--|---|

Exercice 6

Soit l'expression $\psi = a \wedge \neg b \Rightarrow \neg(c \Rightarrow (\neg a \vee b))$.

- Récrire l'expression ψ avec des parenthèses.
- Dessiner son arbre syntaxique.
- En déduire ses écritures préfixée et postfixée.
- Expliquer comment obtenir efficacement
 - les valeurs des variables pour lesquelles l'expression s'évalue en \perp ;
 - les valeurs des variables pour lesquelles l'expression s'évalue en \top .