

Exercice 1

Écrire les tableaux de Karnaugh des fonctions suivantes :

$$a\bar{b}; \quad a + b; \quad \bar{a} + b; \quad a \Leftrightarrow b; \quad a \oplus b; \quad a(a + b); \quad a + ab;$$

$$a\bar{b}\bar{d} + ac + \bar{a}b\bar{c}; \quad \bar{a} + bd + a\bar{b}d; \quad a\bar{b}c + \bar{d} + cd.$$

Trouver si possible une expression plus simple grâce au tableau.

Exercice 2

Donner les expressions booléennes les plus simples possibles déduites des tableaux de Karnaugh donnés ci-dessous.

B_1		cd			
		00	01	11	10
ab	00	1	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	0	1	1	0
	10	0	1	1	0

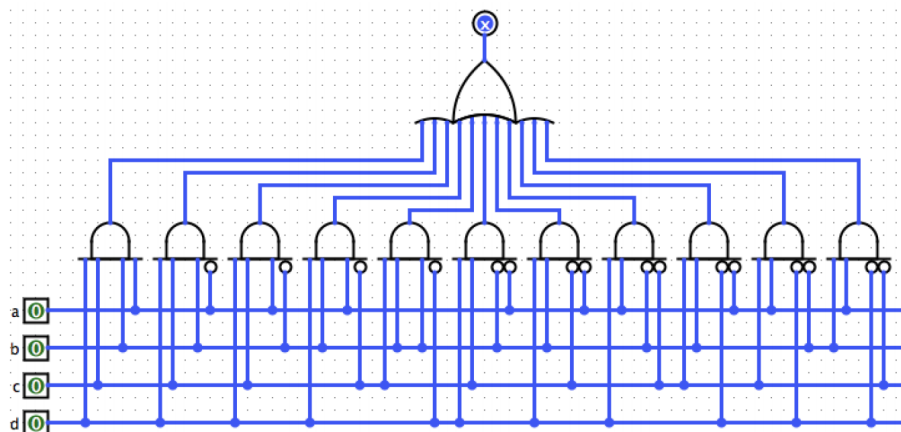
B_2		cd			
		00	01	11	10
ab	00	1	0	0	1
	01	0	1	1	0
	11	0	1	1	0
	10	1	0	0	1

B_3		cd			
		00	01	11	10
ab	00	1	0	0	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	0	0
	10	0	0	0	0

B_4		cd			
		00	01	11	10
ab	00	0	1	1	0
	01	1	0	0	1
	11	1	0	0	1
	10	0	1	1	0

Exercice 3

Soit le circuit suivant dont les entrées sont notées a , b , c et d et dont la sortie est notée s .



1. Donner une formule exprimant la fonction booléenne calculée par ce circuit.
2. Construire un tableau de Karnaugh pour cette fonction.
3. Simplifier la formule à l'aide du tableau de Karnaugh.
4. En déduire un circuit simplifié n'utilisant que des portes à deux entrées.

Nous allons travailler avec le logiciel **Logisim**. Pour cela, il faut télécharger le fichier

logisim-generic-2.7.1.jar

disponible sur le site Web de Logisim (le lien est publié sur Moodle), puis émettre la commande suivante dans la console.

```
java -jar logisim-generic-2.7.1.jar
```

Exercice 1

Dessiner les circuits (les plus simples possibles) pour les fonctions booléennes suivantes.

1. OU : $f_1(a, b, c) = 1$ si l'un au moins des trois paramètres vaut 1 ;
2. TOUS ÉGAUX : $f_2(a, b, c) = 1$ ssi $a = b = c$;
3. $f_3(a, b, c) = (a + b) \oplus (bc)$;
4. UN SEUL : $f_4(a, b, c) = 1$ ssi exactement un paramètre parmi a, b, c vaut 1 ;
5. IMPARITÉ : $f_5(a, b, c) = 1$ ssi un nombre impair de paramètres parmi a, b, c valent 1 ;
6. MAJORITÉ : $f_6(a, b, c) = 1$ ssi au moins deux des paramètres valent 1 ;
7. $f_7(a, b, c) = (a + b)(a + c)(b + c)$.

Exercice 2

On souhaite construire des circuits permettant de comparer deux nombres.

1. On travaille tout d'abord sur deux nombres a et b sur **1** bit.
 - (a) Écrire les circuits testant $a < b$, $a \leq b$, $a = b$, $a > b$ et $a \geq b$.
 - (b) On suppose qu'on dispose (de plusieurs exemplaires) d'un circuit CMP_1 prenant a et b comme entrées et ayant deux sorties : $a < b$ et $a \leq b$ (et de portes NOT).
Comment construire les trois autres fonctions $a = b$, $a > b$ et $a \geq b$?
2. On s'intéresse maintenant à des nombres sur **2** bits.
 - (a) Écrire le tableau de Karnaugh des fonctions $a < b$ et $a \leq b$.
 - (b) En déduire les circuits LT_2 et LE_2 correspondants, puis le circuit comparateur CMP_2 .
3. Comment cette construction pourrait se généraliser pour des nombres à n bits ?