

TD n°11

Automates à pile et grammaires algébriques

Exercice 1 *Donnez un automate à pile qui reconnaît le langage $\{a^i b^j c^k \mid i + k = j\}$.*

Exercice 2 *Montrer que l'ensemble des langages algébriques est clos par*

- étoile,
- miroir.

Plus précisément, si L est un langage algébrique, montrer que L^ et \tilde{L} sont aussi algébriques.*

Rappel : Lemme d'itération pour les langages algébriques :

Soit L un langage algébrique. Alors il existe un $p \geq 1$ tel que tout mot $s \in L$ avec $|s| \geq p$ peut être décomposé en $s = uvwxy$ avec :

- $|vwx| \leq p$
- $|vx| \geq 1$
- $uv^i wx^i y \in L$ pour tout $i \geq 0$

Exercice 3 *Montrer en utilisant le lemme d'itération pour les langages algébriques que le langage $\mathcal{L}_0 = \{w \in \{a, b, c\}^* \mid |w|_a = |w|_b = |w|_c\}$ n'est pas algébrique.*

Exercice 4 *Lesquels des langages suivant sont algébriques ? Justifier.*

- $\mathcal{L}_1 = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_2 = \{a^n b^m c^n d^m \mid n, m \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_3 = \{a^{n^2} \mid n \geq 0\}$
- $\mathcal{L}_4 = \{a^n b^m c^r \mid r = n * m\}$