



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«МИРЭА – Российский технологический университет»

РТУ МИРЭА

Методические указания к выполнению практических работ

Моделирование информационно-аналитических систем

Практическая работа 3

| | | | |
|--|---|---|--|
| | <i>(наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом)</i> | | |
| Уровень | специалитет | | |
| | <i>(бакалавриат, магистратура, специалитет)</i> | | |
| Форма обучения | очная | | |
| | <i>(очная, очно-заочная, заочная)</i> | | |
| Направление(-я) подготовки | 10.05.04 | Информационно-аналитические системы безопасности, специализации: специализация №1 "Автоматизация информационно-аналитической деятельности"; специализация №3 "Технологии информационно-аналитического мониторинга". | |
| | <i>(код(-ы) и наименование(-я))</i> | | |
| Институт | Кибербезопасности и цифровых технологий | | |
| | <i>(полное и краткое наименование)</i> | | |
| Кафедра | Информационно-аналитические системы кибербезопасности (КБ-2) | | |
| | <i>(полное и краткое наименование кафедры, реализующей дисциплину (модуль))</i> | | |
| Лектор | к.т.н., доцент Лебедев Владимир Владимирович | | |
| | <i>(сокращенно – ученая степень, ученое звание; полностью – ФИО)</i> | | |
| Используются в данной редакции с учебного года | 2022/23 | | |
| | <i>(учебный год цифрами)</i> | | |
| Проверено и согласовано «___» _____ 20__ г. | | | |
| | <i>(подпись директора Института/Филиала с расшифровкой)</i> | | |

Москва 20__ г.

Практическое занятие №3
Разработка моделей случайных процессов в стохастических
системах методами имитационного моделирования.

Тема: Стационарные случайные процессы с непрерывными и дискретными распределениями.

Цель: Решение задач и закрепление навыков имитационного моделирования.

Стационарным случайным процессом называют случайный процесс, устойчивый во времени.

В частности, если его характеристики, такие как математическое ожидание и дисперсия его значений постоянны на каждом срезе модельного времени, то мы имеем дело со стационарным случайным процессом.

Функция распределения значений одномерного стационарного случайного процесса не зависит от времени.

В работе предлагается решить 2 задачи.

1-я задача моделирования:

Требуется создать имитационную модель нормализованных нормальных чисел $N(0,1)$ методом ЦПТ. Попутно мы генерируем выборки псевдослучайных чисел генератора.

Числа моделируем по алгоритму: $N(0,1) = [\sum_{j=1}^{12} r_{pp}(0;1)_j] - 6$

Алгоритм ЦПТ включает процедуру суммирования 12-ти чисел генератора псевдослучайных чисел, а затем нормирование чисел суммы путём вычитания числа 6, т.к. $m[\sum_{j=1}^{12} r_{pp}(0;1)_j] = \frac{12}{2} = 6$, а

$\sigma[\sum_{j=1}^{12} r_{pp}(0;1)_j] = \sqrt{\frac{12}{12}} = 1$. Нормирование необходимо для получения нормализованных чисел, распределённых по нормальному закону с параметрами: $m = 0$ – математическое ожидание; $\sigma = 1$ – среднеквадратическое отклонение (СКО).

Задание:

- 1). Разработать программу расчёта.
- 2). Получить выборки ГПСЧ $r_{pp}(0; 1)$ и $N(0,1)$ объёмом 200 значений.
- 3). Оценить выборочные характеристики:
- 4). Выполнить частотный анализ выборок:
- 5). Построить гистограмму частотного распределения по выборкам.
- 6). Сделать сравнительный анализ по выборкам и сформулировать

ВЫВОДЫ.

Пример кода программы:

```
Sub Norm_()  
  For t = 1 To 200  
    v = 0  
    Cells(245 + t, 1) = t  
    For j = 1 To 12  
      Randomize  
      r = Rnd()  
      If j = 1 Then  
        Cells(245 + t, 2) = r  
      End If  
      v = v + r  
    Next j  
    Z = v - 6  
    Cells(245 + t, 3) = Z  
  Next t  
End Sub
```

Например получены выборки ГПСЧ $r_{pp}(0; 1)$ и $N(0,1)$:

| № | $r_{pp}(0,1)$ | $N(0,1)$ |
|-------|---------------|----------|
| 1 | 0,865 | 1,312 |
| 2 | 0,861 | -0,343 |
| 3 | 0,207 | -2,122 |
| 4 | 0,508 | 0,848 |
| 5 | 0,595 | -0,448 |
| 6 | 0,027 | -1,702 |
| 7 | 0,871 | 1,126 |
| 8 | 0,173 | 0,253 |
| 9 | 0,557 | 0,302 |
| ----- | ----- | ----- |

продолжение табл.

| ----- | ----- | ----- |
|-------|-------|--------|
| 191 | 0,377 | -1,853 |
| 192 | 0,944 | -0,352 |
| 193 | 0,030 | -1,914 |
| 194 | 0,466 | -1,602 |
| 195 | 0,717 | 1,368 |
| 196 | 0,611 | 0,931 |
| 197 | 0,728 | 1,305 |
| 198 | 0,662 | 0,541 |
| 199 | 0,381 | 0,244 |
| 200 | 0,683 | 0,258 |

1). Оценка выборочных характеристик:

| | | |
|-------------------|-------|-------|
| Ср. знач. | 0,515 | 0,080 |
| Дисп. выб. | 0,082 | 1,076 |

2). Данные для частотного анализа выборок:

| | | |
|-------------|----------|--------|
| Мин | 0,002 | -2,400 |
| Макс | 0,999 | 2,770 |
| К | 15 | 15 |
| h | 0,071197 | 0,3693 |

3). Частотный анализ выборок:

ГПСЧ $r_{pp}(0; 1)$:

| | | | | | | | | | |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| Интервалы | 0,002 | 0,073 | 0,145 | 0,216 | 0,287 | 0,358 | 0,429 | 0,501 | |
| Частоты | 1 | 13 | 12 | 14 | 15 | 10 | 15 | 14 | |
| Интервалы | 0,572 | 0,643 | 0,714 | 0,785 | 0,857 | 0,928 | 0,999 | | |
| Частоты | 17 | 15 | 13 | 13 | 18 | 17 | 13 | 0 | |

$N(0,1)$:

| | | | | | | | | | |
|------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|--|
| Интервалы | -2,400 | -2,031 | -1,662 | -1,292 | -0,923 | -0,554 | -0,184 | 0,185 | |
| Частоты | 1 | 3 | 5 | 12 | 13 | 23 | 26 | 23 | |
| Интервалы | 0,554 | 0,924 | 1,293 | 1,662 | 2,031 | 2,401 | 2,770 | | |
| Частоты | 33 | 16 | 20 | 12 | 7 | 3 | 3 | 0 | |

Графики гистограмм изображены на рис. 1.

Числа ГПСЧ распределены равномерно $r_{pp}(0; 1)$, нормализованная сумма 12-ти значений ГПСЧ – это нормализованное число $N(0,1)$, что

подтверждает гистограмма их частотного распределения.

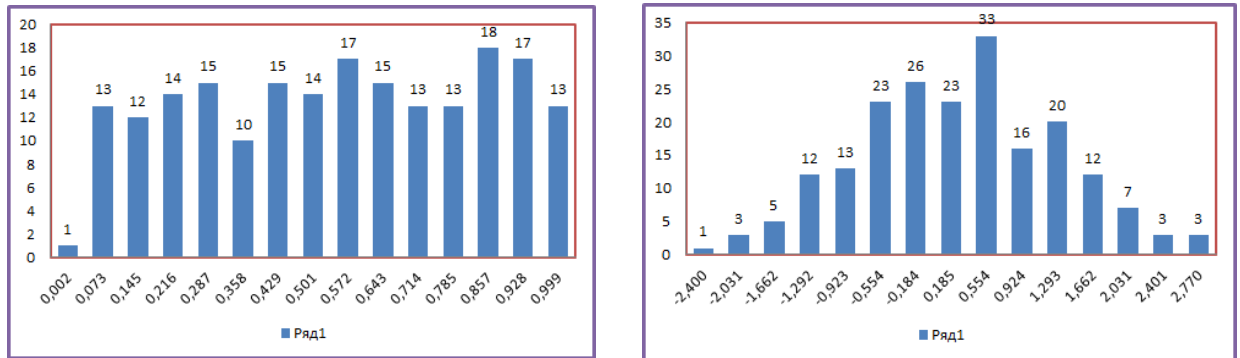


Рисунок 1. Гистограмма чисел ГПСЧ (слева) и нормализованных чисел, распределённых по нормальному закону

Сделайте выводы по результатам моделирования. Дайте сравнительный анализ равномерно распределённых чисел и чисел, распределённых по нормальному закону.

2-я задача моделирования:

Разработать имитационную модель случайного процесса изменения состояния дискретной системы, заданного графом, см. рис. 2.

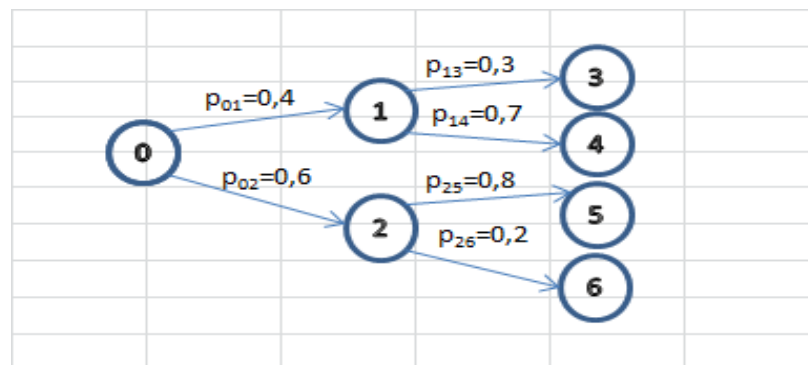


Рисунок 2. Граф состояний дискретной стохастической системы

Процесс запускается из состояния 0, переходы системы из состояния в состояние происходят в дискретные моменты модельного времени. На втором шаге система будет находиться в одном из состояний 3, 4, 5, 6.

Разметка условных вероятностей переходов $\{p_{01}; p_{02}; p_{13}; p_{14}; p_{25}; p_{26}\}$ в системе производится генератором вариантов задания.

Задание:

- 1). Разработать программу имитационной модели дискретного случайного процесса по методу «жребия» на разметке.
- 2). Данные для частотного анализа – выборку объемом 200 значений получить в численном эксперименте по программе.
- 3). Оценить частоту (вероятность) попадания системы в эти состояния по данным этого численного эксперимента.
- 4). Сделать анализ результатов и выводы.

Например, для разметки графа на рис. 29 заданы параметры модели:

| $P_{01}=$ | $P_{02}=$ | $P_{13}=$ | $P_{14}=$ | $P_{25}=$ | $P_{26}=$ |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 0,4 | 0,6 | 0,31 | 0,7 | 0,8 | 0,2 |

Для имитационного моделирования методом «жребия» используем разметку отрезка $[0;1]$, см. рис. 31. В качестве жребия выступает генератор псевдослучайных чисел $r_{pp}(0;1)$. Он «играет» на разметке, осуществляя случайный выбор отрезков разметки и связанных с ними исходов.

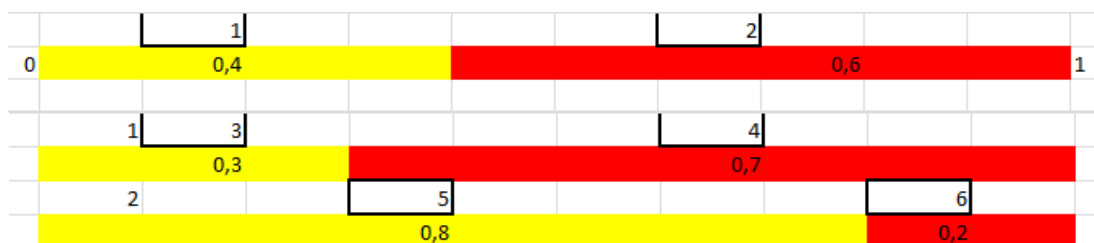


Рисунок 31 Разметка отрезка $[0,1]$ для розыгрыша «жребием»

Пример полученной выборки случайных данных для последующего частотного анализа:

| № | 12 | R | 3456 |
|-------|-------|----------|-------|
| 1 | 2 | 0,315069 | 5 |
| 2 | 1 | 0,253776 | 3 |
| 3 | 2 | 0,0158 | 5 |
| 4 | 2 | 0,035183 | 5 |
| ----- | ----- | ----- | ----- |
| 197 | 1 | 0,857076 | 4 |
| 198 | 1 | 0,689975 | 4 |
| 199 | 1 | 0,225925 | 3 |
| 200 | 1 | 0,96558 | 4 |

Вычисленная по данным выборки частота исходов:

| | | | |
|----|----|----|----|
| 3 | 4 | 5 | 6 |
| 34 | 59 | 93 | 14 |

Сумма всех частот дискретных исходов 3,4,5 и 6 по нижней строке равняется: 200: $34+59+93+14=200$.

Частотное распределение, получаемое по выборке на основании таблицы данных частотного анализа представлена в форме гистограммы на графике ниже, см. на рис. 3.

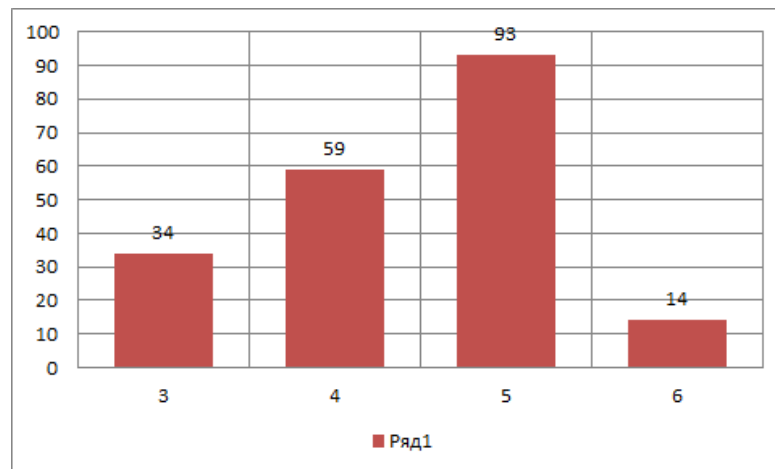


Рисунок 3. Гистограмма частотного распределения наблюдаемых исходов

Вероятность появления состояний системы оцениваемая по данным статистического анализа.

Частость исходов:

| | | | |
|--------|--------|--------|-------|
| 3 | 4 | 5 | 6 |
| 17,00% | 29,50% | 46,50% | 7,00% |

Полный непараметрический анализ данных включает:

1. Упорядочивание выборки по возрастанию от минимального значения до максимального — от 3 до 5.

Упорядоченная выборка представляет порядковую статистику. Каждый член этого ряда есть порядковая статистика.

2. Строят полиномы распределения частоты и накопительный полином, см. рис. 4 и рис. 5:

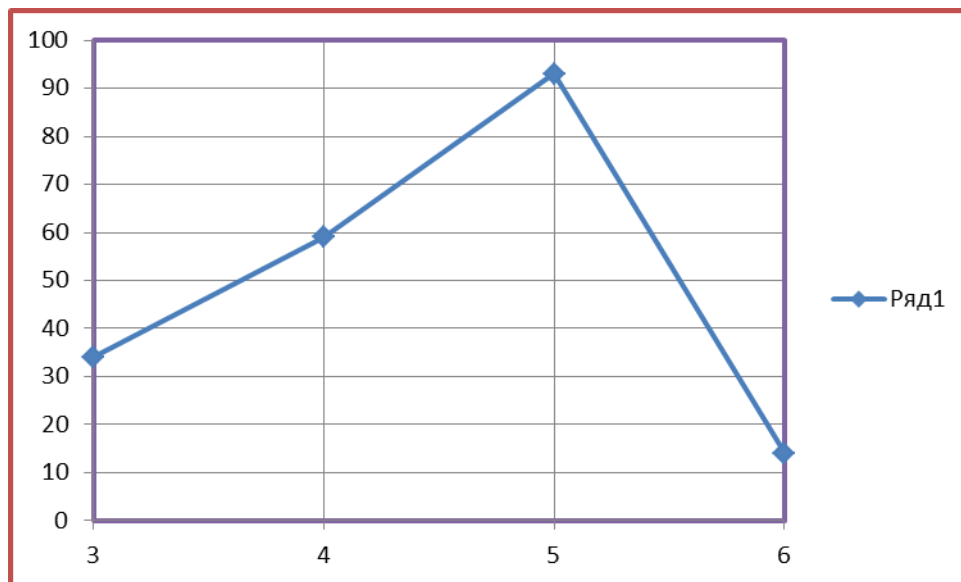


Рисунок 4. Полином частоты

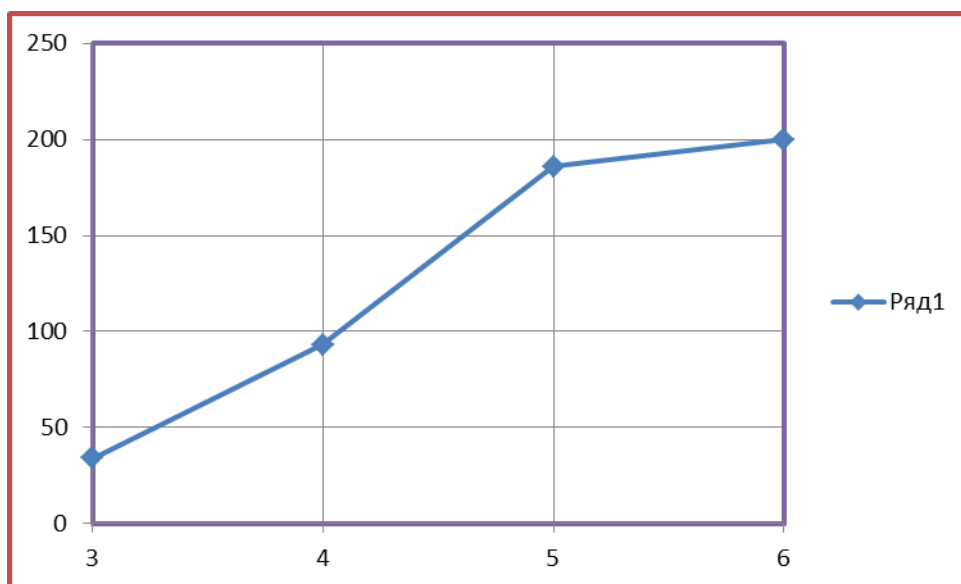


Рисунок 5. Накопительный полином

Первый полином представляет функцию распределения частоты, а второй – функцию накопительной вероятности слева, смысл которой – определить вероятность появления случайных значений слева от указанного значения.

2. Группирование – выборка разбивается на 4 группы:

1-я группа включает 34 значения 3; 2-я группа включает 59 значений 4; 3-я группа включает 93 значения 5; 4-я группа включает 14 значений 6.

3. Веса групп в выборке определяются частотой исходов:

1-я – 0,170; 2-я – 0,295; 3-я – 0,465; 4-я – 0,07.

4. Используя данные анализа можно вычислить характеристики распределения такие, как среднее выборочное значение и выборочную дисперсию:

$$\bar{X} = \sum_1^4 x_j f_j = 3 \cdot 0,17 + 4 \cdot 0,295 + 5 \cdot 0,465 + 6 \cdot 0,07 = 4,435$$

$$S_x = \frac{n}{n-1} \cdot \sum_1^4 (x_j - \bar{X})^2 \cdot f_j = \frac{n}{n-1} \left[\sum_1^4 x_j^2 f_j - \bar{X}^2 \right] =$$
$$= \frac{200}{199} [(3^2 \cdot 0,17 + 4^2 \cdot 0,295 + 5^2 \cdot 0,465 + 6^2 \cdot 0,07) - 4,435^2] = 0,7294$$

Пример кода:

```
Sub Greb_()  
  For i = 1 To 200  
    Randomize  
    r = Rnd()  
    If r <= 0.4 Then  
      R1 = 1  
    Else  
      R1 = 2  
    End If  
    Randomize  
    r = Rnd()  
    If R1 = 1 Then  
      If r <= 0.3 Then  
        R2 = 3  
      Else  
        R2 = 4  
      End If  
    End If  
    If R1 = 2 Then  
      If r <= 0.8 Then  
        R2 = 5  
      Else  
        R2 = 6  
      End If  
    End If  
    Cells(12 + i, 7) = R2  
  Next i  
End Sub
```

Вопросы для самоконтроля:

1. Объясните принципы имитационного моделирования.
2. Опишите алгоритм имитационного моделирования дискретно распределённых случайных чисел. Приведите пример реализации метода «жребия».
3. Опишите алгоритм имитационного моделирования непрерывно распределённых случайных методом обратных функций.
4. Опишите алгоритм моделирования непрерывно распределённых случайных чисел методом усечения Неймана.
5. Опишите алгоритм имитационного моделирования непрерывно распределённых случайных чисел методом ступенчатой аппроксимации по гистограмме функции.
6. Алгоритм ЦПТ имитационного моделирования нормально распределённых чисел.
7. Алгоритм Бокса-Мюллера имитационного моделирования нормально-распределённых чисел.
8. Дайте определение формулы случайного процесса.
9. Что такое нормальное распределение?

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ И ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорошенко А.Н. Математическое и имитационное моделирование дискретных процессов и систем [Электронный ресурс]: учебное пособие /А. Н. Дорошенко. — М.: МИРЭА, 2018. — 151 с. Электрон, опт. диск (ISO)
2. В.В. Лозовецкий. Защита автоматизированных систем обработки информации и телекоммуникационных сетей: учебное пособие для вузов/ В.В. Лозовецкий, Е.Г. Комаров, В.В. Лебедев; под редакцией В.В. Лозовецкого. — Санкт-Петербург: Лань, 2023, -448 с: ил. — Текст: непосредственный.
3. Ермакова А.Ю. Моделирование автоматизированных систем в защищённом исполнении [Электронный ресурс]: Учебное пособие, ч.1./ Ермакова А.Ю., Лебедев В.В. — М.: МИРЭА – Российский технологический университет, 2024. — 1 электрон. опт. диск (CD-ROM)..
4. Пестриков В.М., Дудкин В.С., Петров Г.А.. Дискретная математика./Уч. пос.. – СПб.: СПб ГТУРП, 2013.- 136 с.
5. Гельгор А.Л., Горлов А.И., Попов Е.А.. Методы моделирования случайных величин и случайных процессов: уч. пос. – СПб.: Изд-во ПГПУ, 2012. — 217 с.
6. Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование систем связи: учеб, пособие. — УлГТУ, 2008 — 168 с.
7. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. — СПб.: БХВ - Петербург, 2006. — 400 с.
8. Полянский Д.И. Оценка защищённости./Уч. пос. – Владимир: изд-во Владим. гос. ун-та, 2005. – 80 с.
9. Шмидт Б. Введение в имитационное моделирование в системе Simplex3 / пер. с нем. Ю.А. Ивашкина. — М.: Наука, 2003. — 30 с.

- 10.Шмидт Б. Искусство моделирования и имитации. Введение в имитационную систему Simplex3 : пер. с нем.: SCS-Европа BVBA, Гент. Бельгия. 2003. — 550 с.
- 11.Харин Ю.С. и др. Основы имитационного и статистического моделирования. Учебное пособие – Мн.: Дизайн ПРО, 1997. – 288 с.
- 12.Шеннон Р. Имитационное моделирование систем - искусство и наука: Пер. с англ. – М.: Мир, 1978.