

Modéliser l'écoulement d'un fluide

I - La poussée d'Archimède

Définition : Tout corps totalement immergé dans un fluide au repos est soumis à une force (dite poussée) verticale, dirigée vers le haut et égale à l'opposé du poids du volume de fluide déplacé.

On a alors la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$:

$$\vec{\Pi} = -\rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{fluide déplacé}} \times \vec{g}$$

Donc : $\Pi = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{déplacé}} \times g$.

II - Fluide en écoulement

A) Hypothèses de travail Certaines hypothèses permettent de simplifier les équations :

- Un fluide parfait est un fluide dans lequel les forces de frottements au sein du fluide sont négligées.
- Un fluide incompressible et homogène est un fluide où sa masse volumique est constante au sein du fluide (avec ρ en kg.m^{-3}).
- L'écoulement est supposé non tourbillonnaire, i.e. qu'il n'y a pas de mouvement de rotation à l'intérieur du fluide.
- L'écoulement est supposé en régime permanent (ou stationnaire), i.e. que la vitesse et la pression en tout point du fluide sont indépendantes du temps.

B) Conservation du débit volumique

On a :

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} \quad \text{avec } V \text{ le volume en } \text{m}^3$$

Donc

$$D_v = S \times v$$

où S est la section de la conduite perpendiculaire à l'écoulement (m^2) et v la vitesse en m.s^{-1} .

Si l'écoulement est supposé en régime permanent, et si le fluide est incompressible alors le débit se conserve.

On a donc :

$$D_v(A) = D_v(B)$$

où A et B sont deux points de la conduite non confondus.

C) Relation de Bernoulli

Si le fluide en écoulement vérifie les hypothèses vues précédemment, alors on a :

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g z + p = \text{constant},$$

avec ρ la masse volumique en kg.m^{-3} et p la pression.

Ou

$$\frac{1}{2}\rho_A v_A^2 + \rho_A g z_A + p_A = \frac{1}{2}\rho_B v_B^2 + \rho_B g z_B + p_B$$

D) Effet Venturi

Définition : Dans une conduite horizontale de section S_A , possédant un étranglement de section $S_B \ll S_A$, une dépression est observée au voisinage de l'étranglement.

En outre,

$$S_B < S_A \implies p_A > p_B \quad \text{et} \quad v_B > v_A$$