L 6.1 PIOTR GUNIA

Pokazać że schemat Hornera jest numerycznie poprawny

$$w(x) = ((\dots((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + \dots)x + a_1)x + a_0$$

$w'(x)$ - wielomian z uwzględnieniem błędów obliczań gołe,

$(1+\alpha_i)$ - błąd mnożenia, $(1+\beta_i)$ - błąd dodawania $\beta_n = 0$

$$w'(x) = (((a_n x(1+\alpha_n))x(1+\alpha_n) + a_{n-1})(1+\beta_{n-1})x(1+\alpha_{n-1}) + \dots)x(1+\alpha_2) + \alpha_1$$

$\cdot(1+\beta_n)$

$$+ a_1(1+\beta_1)x(1+\alpha_1) + a_0(1+\beta_0)$$

$$w'(x) = \sum_{k=0}^{n} a_k x^k \prod_{i=0}^{n-k}(1+\beta_i) \prod_{i=1}^{n-k}(1+\alpha_i)$$

$$|\alpha_i| \leq 2^{-t}, \quad |\beta_i| \leq 2^{-t}$$

$$(1+E_k) = \prod_{i=0}^{n-k}(1+\beta_i) \prod_{i=1}^{n-k}(1+\alpha_i)$$

z twierdzenia o kumulacji błędów $|E_k| \leq (2k+1)\, 2^{-t}$

$$\tilde{a}_n = a_n(1+E_n)$$

$$w'(x) = \tilde{a}_n x^n + \tilde{a}_{n-1} x^{n-1} + \dots + \tilde{a}_1 x^1 + \tilde{a}_0$$

Otrzymany wynik możemy interpretować jako dokładny wynik dla lekko zaburzonych danych.