L 3.8 PIOTR GUNIA

a) Wynik algorytmu z uwzględnieniem błędów, x_i - liczba maszynowa

$$I = ((x_1(1+\varepsilon_1)\cdot x_2)(1+\varepsilon_2)\cdot x_3)(1+\varepsilon_3)\cdot\ldots\cdot x_n(1+\varepsilon_n) \quad \{\ \varepsilon_1 = 0$$

$$I = \prod_{i=1}^{n} x_i(1+\varepsilon_i) \qquad \text{dla każdego } i \ \ x_i(1+\varepsilon_i) = y_i$$

Wtedy

$$I = \prod_{i=1}^{n} y_i$$

Wtedy I jest dokładnym wynikiem algorytmu dla y_i, które są lekko zaburzonymi danymi, bo $y_i = x_i(1+\varepsilon_i)$, ε_i niewielkie.

Algorytm jest numerycznie poprawny, ponieważ jego wynik możemy interpretować jako dokładny wynik dla lekko zaburzonych danych.

b) x_i - nie jest liczbą maszynową

Wprowadzamy dodatkowy błąd reprezentacji $(1+\alpha_i)$, α_i - niewielkie

$$I = x_1(1+\alpha_1)(1+\varepsilon_1)\cdot x_2(1+\alpha_2)(1+\varepsilon_2)\cdot\ldots\cdot x_n(1+\alpha_n)(1+\varepsilon_n) \quad \{\ \varepsilon_1 = 0$$

$$I = \prod_{i=1}^{n}\left(x_i(1+\alpha_1)(1+\varepsilon_1)\right), \qquad y_i = x_i\underbrace{(1+\alpha_i)(1+\varepsilon_i)}_{\substack{\text{niewielkie zaburzenie}\\ \text{bo oba czynniki bliskie 1}}}$$

$$I = \prod_{i=1}^{n} y_i$$

Wynik algorytmu możemy interpretować jako dokładny wynik dla mało zaburzonych danych, więc algorytm jest numerycznie poprawny