L 3. 7. x – liczba maszynowa

$$w(x) = \Big(x + \underbrace{\tfrac{1}{x}(1+\varepsilon_1)}_{\text{błąd dzielenia}}\Big)\underbrace{(1+\varepsilon_2)}_{\text{błąd dodawania}}$$

Chcemy przedstawić $w(x)$ jako lekko zaburzony wynik dla dokładnych danych, czyli

$$w(x) = \left(x+\tfrac{1}{x}(1+\varepsilon_1)\right)(1+\varepsilon_2) = \left(x+\tfrac{1}{x}\right)(1+y) \quad \text{gdzie } |y| \lesssim k\cdot 2^{-t}$$

dla niewielkich k

rozbijamy $(1+y)$ na $(1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon')$

musimy oszacować $|\varepsilon'|$

$$\left(x+\tfrac{1}{x}(1+\varepsilon_1)\right)(1+\varepsilon_2) = \left(x+\tfrac{1}{x}\right)(1+\varepsilon_2)(1+\varepsilon')$$

$$x+\tfrac{1}{x}(1+\varepsilon_1) = \left(x+\tfrac{1}{x}\right)(1+\varepsilon')$$

$$x+\frac{1}{x}+\frac{\varepsilon_1}{x} = x+\frac{1}{x}+\varepsilon'\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{\varepsilon_1}{x} = \varepsilon'\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}\cdot\varepsilon_1 \qquad 0 < \frac{1}{x^2+1} < 1 \text{ bo } x\neq 0$$

$$|\varepsilon'| = \frac{1}{x^2+1}|\varepsilon_1| < |\varepsilon_1| \lesssim 2^{-t}$$

Czyli z twierdzenia o kumulacji błędów $|y| \lesssim \overset{\text{małe}}{2}\cdot 2^{-t}$

Wynik algorytmu możemy zatem interpretować jako mało zaburzony wynik dla dokładnych danych.

Zatem algorytm jest numerycznie poprawny.