L 3.7 PIOTR GUNIA

$w(x) = x + x^{-1}$ $\quad$ x jest liczbą maszynową

Algorytm:

$u = x$

$v = 1/x$

Return $(u+v)$

Dla każdego działania dopisujemy błąd (niewielki)

$$w(x) = \left(x + (1/x)(1+\varepsilon_1)\right)(1+\varepsilon_2) = x + x\varepsilon_2 + \frac{(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}{x} =$$

$$= x(1+\varepsilon_2) + \frac{(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2)}{x} =$$

Skoro $(1+\varepsilon_1) \approx 1 \wedge (1+\varepsilon_2) \approx 1$

$\Downarrow$

$(1+\varepsilon_1)(1+\varepsilon_2) \approx 1 \approx (1+\varepsilon_3)$

$$= x(1+\varepsilon_2) + \frac{1}{x} \cdot (1+\varepsilon_3) \approx$$

$$\approx \boxed{x(1+\varepsilon_2) + \frac{1}{x(1+\varepsilon_3)}}$$

Skoro $(1+\varepsilon_3) \approx 1$

$\Downarrow$

$\left(\frac{1}{1+\varepsilon_3}\right) \approx$

Dokładny wynik $w(x)$ przy uwzględnieniu błędów to: $x(1+\varepsilon_2) + \frac{1}{x(1+\varepsilon_3)}$

Algorytm jest numerycznie poprawny ponieważ jego wynik możemy interpretować jako dokładny wynik dla lekko zaburzonych danych $\left(x(1+\varepsilon_2), x(1+\varepsilon_3)\right)$