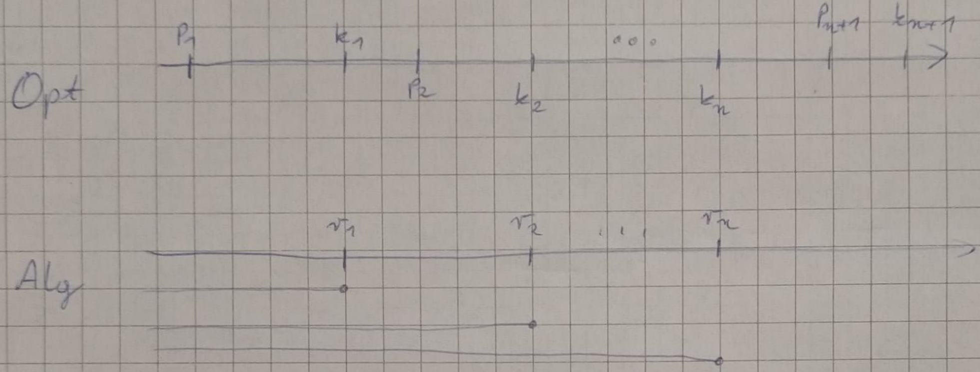
2

Posortuj rosnąco po k_j

Przeglądamy posortowane krawędzie

Jeżeli krawędź nie koliduje z wynikowym zbiorem

Dodaj krawędź do wyniku



3 $a \leq b$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n}$$

Powtarzaj dopóki $r > 0$

Weź największy ułamek $\frac{1}{c} \leq \frac{a}{b}$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{b} - \frac{1}{c} + r$$

$$\frac{a}{b} \leftarrow r$$

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{13}{42} = \frac{1}{4} + \frac{5}{84} = \frac{1}{4} + \frac{1}{17} + \boxed{}$$

$$\frac{1}{x} \leq \frac{a}{b} < \frac{1}{x-1}$$

$\frac{1}{x} \leq \frac{a}{b}$ $\qquad$ $\frac{a}{b} < \frac{1}{x-1}$

$\frac{b}{a} \leq x$ $\qquad$ $x < \frac{b}{a} + 1$

$\lceil \frac{b}{a} \rceil \leq x$ $\qquad$ $x \leq \lfloor \frac{b}{a} + 1 \rfloor$

1° $\frac{b}{a} \in \mathbb{Z}$

$c \leq x < c+1$

$c = x = \lceil \frac{b}{a} \rceil$

2° $\frac{b}{a} \notin \mathbb{Z}$

$\lceil \frac{b}{a} \rceil \leq x \leq \lceil \frac{b}{a} + 1 \rceil$

$\lceil \frac{b}{a} \rceil \leq x \leq \lceil \frac{b}{a} \rceil + 1 - 1$

$x = \lceil \frac{b}{a} \rceil$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\lceil \frac{b}{a} \rceil} + r$$

$1°$ $\frac{b}{a} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b}$

$2°$ $\frac{b}{a} \notin \mathbb{Z}$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\lceil \frac{b}{a} \rceil} + r \qquad b = a \cdot k + q \ ; \ k \in \mathbb{N} \ , \ q \in (0, a)$$

$$r = \frac{a}{b} - \frac{1}{\lceil \frac{b}{a} \rceil} = \frac{a}{ak+q} - \frac{1}{\lceil \frac{ak+q}{a} \rceil} = \frac{a}{ak+q} - \frac{1}{k+1} = \frac{a(k+1) - (ak+q)}{(ak+q)(k+1)} =$$

$$= \frac{a-q}{b(k+1)} = \frac{a - b \% a}{b \cdot \lceil \frac{b}{a} \rceil}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\lceil \frac{b}{a} \rceil} + \frac{a - b \% a}{b \cdot \lceil \frac{b}{a} \rceil}$$

4 Rozpatrujemy ścieżki liść - liść bo

nie zachodzi dla ~~dla~~ jakiejś ścieżki

$\Updownarrow$

nie zachodzi dla ścieżki liść liść

Dopóki $k \geq 2$:

pokoloruj liście

usuń liście

$k = k - 2$

Jeżeli $k == 1$

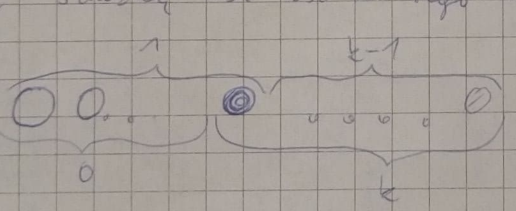
pokoloruj dowolny wierzchołek

Zakończ

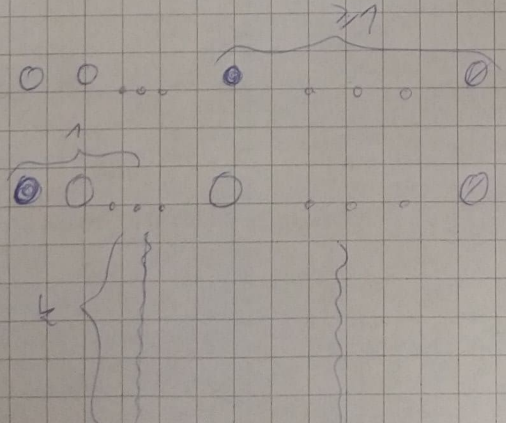
Pokażemy że istnieje opt postaci wyniku naszego algorytmu

Weźmy rozwiązanie opt, t.z. jakiś liść nie jest pokolorowany

Weźmy ścieżkę liść-liść z tego liścia



Weźmy najbliższy pokolorowany wierzchołek i go zamieńmy



6

Istnieje dokładnie jedno MST $e = \{a, b\}$

Czy algorytm Kruskala ma a i b w jednej spójnej przed rozpatrzeniem e?

T $\rightarrow$ $e \notin MST$

N $\rightarrow$ $e \in MST$

Istnieje ścieżka z a do b wykorzystująca krawędzie $e_i < e$

$\Updownarrow$

W algorytmie Kruskala a i b są w jednej spójnej przed rozpatrzeniem e

($\Uparrow$)

Skoro są w jednej spójnej to istnieje ścieżka

Skoro jesteśmy przed rozpatrzeniem e to wszystkie $e_i < e$

($\Downarrow$)

Skoro istnieje ścieżka a-b wykorzystująca $e_i < e$ to wszystkie te krawędzie były rozpatrywane przed e

DFS z a, bierzemy pod uwagę tylko krawędzie lżejsze od e

```
Jeżeli b odwiedzone
    return Fałsz
return Prawda
```