

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
ENGENHARIA MECATRÔNICA**

HEBERT ALAN KUBIS

**CONTROLE DE PROFUNDIDADE DE VEÍCULO SUBAQUÁTICO  
AUTÔNOMO (AUV)**

Joinville  
2025

HEBERT ALAN KUBIS

**CONTROLE DE PROFUNDIDADE DE VEÍCULO SUBAQUÁTICO  
AUTÔNOMO (AUV)**

Trabalho apresentado ao Centro Tecnológico de Joinville - CTJ da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito parcial para a disciplina EMB5641 - Sistemas de Controle.

Prof. Alexandre Garro Brito

Joinville  
2025

## **Resumo**

Ainda tenho que escrever o trabalho para poder resumir

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Definição do sistema</b>	<b>4</b>
2.1	Considerações . . . . .	4
2.2	Fontes de dados . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Modelamento do sistema</b>	<b>4</b>
3.1	Variaveis do sistema . . . . .	4
3.2	Equilibrio de forças . . . . .	5
3.3	Parametros do sistema . . . . .	6
3.4	Análise do sistema . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Controlador</b>	<b>8</b>
4.1	Requisitos de desempenho . . . . .	8
4.2	Análise do lugar das raízes . . . . .	9
4.3	Projeto do controlador . . . . .	10
4.4	Resposta em frequência . . . . .	10
<b>5</b>	<b>Implementação</b>	<b>10</b>
5.1	Discretização do controlador . . . . .	10
5.2	Aplicação no sistema . . . . .	10
5.3	Testes e resultados . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>10</b>

## **1. INTRODUÇÃO**

No presente relatório será descrito o processo de modelamento do sistema de controle de profundidade de um AUV (Veículo Autônomo Submarino, do inglês Autonomous Underwater Vehicle). O processo de modelamento desse sistema se dá pela união entre duas necessidades, uma é a realização do trabalho avaliativo de Sistemas de controle e a outra é a necessidade de um controle de profundidade preciso para o veículo Yvy da equipe Terra Competition da Universidade Federal de Santa Catarina, campus Joinville.

## 2. DEFINIÇÃO DO SISTEMA

O sistema a ser controlado é um AUV (Autonomous Underwater Vehicle) que utiliza 6 motores, 4 para controle no plano xOy e 2 para controle no eixo Z (vertical). Outra característica é que este veículo possui 2 cilindros em seu interior. Um deles está posicionado encostado na parte de cima ao longo do eixo X, sendo que neste fica toda a eletrônica responsável por controlar o veículo, e um cilindro menor na mesma orientação encostado na parte inferior do veículo, sendo que esse é o cilindro responsável por abrigar a bateria.

Dado essa descrição do veículo, pode-se definir o objetivo do sistema de controle: **estabilizar o veículo em uma dada profundidade**.

### 2.1. CONSIDERAÇÕES

Para o modelamento do sistema serão feitas as seguintes considerações:

- Será avaliado somente o movimento vertical do veículo, assumindo que o peso dele está homogeneamente distribuído ao longo dos outros eixos;
- Será assumido que os dois motores que controlam o movimento vertical estão equidistantes ao longo do eixo Y em relação à origem e estão sobre a origem em X. Desta forma, não será considerado o torque gerado pelos motores superiores sobre os eixos X e Y caso estes estejam desalinhados;
- O eixo Z positivo é direcionado para baixo no veículo;
- O veículo está completamente submerso.

### 2.2. FONTES DE DADOS

Para controlar o veículo são necessárias fontes de dados para saber como atuar na malha. Com isso, os sensores disponíveis para analisar o comportamento do veículo são:

- Sensor de profundidade, fonte precisa de dados de pressão;
- Pixhawk PX4, fonte de dados precisa de aceleração;
- Cruzamento dos dados desses dois sensores, por integração e derivação numérica, para obter a velocidade.

## 3. MODELAMENTO DO SISTEMA

### 3.1. VARIAVEIS DO SISTEMA

Para modelar o sistema de controle de profundidade do AUV alguns dados precisam ser considerados, sendo que muitos, e talvez todos, podem sofrer alterações. Para modelar um sistema que permita controlar o veículo mesmo com a alteração de suas características, será consideradas variáveis no lugar dos dados do veículo. O seguintes dados serão usados:

- $M_t$  - Massa do veículo;
- $V_t$  - Volume do veículo;
- $h_p$  - Distância que o sensor de pressão está do topo do AUV;

### 3.2. EQUILIBRIO DE FORÇAS

Para modelar o sistema de controle de profundidade do AUV, primeiramente é necessário analisar as forças que atuam sobre o veículo. As forças que atuam sobre o veículo são:

- Força peso,  $F_p$ ;
- Força de empuxo,  $F_e$ ;
- Força gerada pelos motores,  $F_m$ ;
- Força de arrasto,  $F_d$ .

Fazendo o somatorio das forças que atuam sobre o veículo e aplicando a segunda Lei de Newton tem-se:

$$\sum F = F_p - F_e + F_m - F_d = m \cdot a \quad (1)$$

Onde  $a$  é a aceleração do veículo ao longo do eixo Z, ou seja,  $a = \frac{d^2z}{dt^2}$ .

Substituindo as forças na equação acima:

$$M_t \cdot \frac{d^2z}{dt^2} = M_t \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_t + F_m - B_d \cdot \frac{dz}{dt} \quad (2)$$

Assumindo que o AUV se encontra numa posição que é seu ponto de equilibrio  $z_0$  mais uma perturbação  $\Delta z$ , ou seja,  $z = z_0 + \Delta z$ . Com isso, a equação 2 fica:

$$M_t \cdot \frac{d^2(z_0 + \Delta z)}{dt^2} = (M_t \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_t) + F_{me} + \Delta F_m - B_d \cdot \frac{d(z_0 + \Delta z)}{dt} \quad (3)$$

Onde  $F_{me}$  é a força dos motores no ponto de equilibrio e  $\Delta F_m$  é a variação dessa força. Sabendo que a derivada de uma constante é nula, ou seja,  $\frac{dz_0}{dt} = 0$  e  $\frac{d^2z_0}{dt^2} = 0$ , tem-se:

$$M_t \cdot \frac{d^2\Delta z}{dt^2} = (M_t \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_t) + F_{me} + \Delta F_m - B_d \cdot \frac{d\Delta z}{dt} \quad (4)$$

Da equação 2 sabe-se que no ponto de equilibrio a parcela  $\frac{d^2z}{dt^2} = 0$  e  $\frac{dz}{dt} = 0$ , logo:

$$0 = M_t \cdot g - \rho \cdot g \cdot V_t + F_{me} \quad (5)$$

$$F_{me} = \rho \cdot g \cdot V_t - M_t \cdot g \quad (6)$$

Substituindo a equação 6 na equação 4 tem-se:

$$M_t \cdot \frac{d^2\Delta z}{dt^2} = \Delta F_m - B_d \cdot \frac{d\Delta z}{dt} \quad (7)$$

Isolando os termos:

$$M_t \cdot \frac{d^2\Delta z}{dt^2} + B_d \cdot \frac{d\Delta z}{dt} = \Delta F_m \quad (8)$$

Agora, assumindo condições iniciais nulas, ou seja,  $\Delta z(0) = 0$  e  $\frac{d\Delta z(0)}{dt} = 0$ , aplicando a Transformada de Laplace na equação acima tem-se:

$$M_t \cdot s^2 \cdot \Delta Z(s) + B_d \cdot s \cdot \Delta Z(s) = \Delta F_m(s) \quad (9)$$

Reorganizando a equação para obter a função de transferência:

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta F_m(s)} = \frac{1}{M_t \cdot s^2 + B_d \cdot s} \quad (10)$$

Como o sistema encontrado é de segunda ordem, divide-se o numerador e o denominador por  $M_t$  para obter a forma padrão da função de transferência:

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta F_m(s)} = \frac{\frac{1}{M_t}}{s^2 + \frac{B_d}{M_t} \cdot s} \quad (11)$$

Com isto é possível analisar que o sistema encontrado é de 2ª ordem do tipo 1, pois o maior grau do denominador é 2 e, reorganizando os termos, é possível visualizar que possui um polo na origem, que torna o erro em estado estacionário nulo para uma entrada degrau.

Por conta da natureza do sistema a ser controlado percebe-se que o controlador a ser implementado deve ser um P ou PD caso seja necessária uma resposta mais rápida.

### 3.3. PARAMETROS DO SISTEMA

Para fazer a análise do sistema é necessário definir os parâmetros que o compõem, e como este é um veículo real os parâmetros dele são os seguintes:

- Massa do veículo,  $M_t = 19$  kg;
- Volume do veículo,  $V_t = 0.014$  m<sup>3</sup>;
- Coeficiente de arrasto,  $B_d = 42$  kg/s;
- Densidade da água de piscina,  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>;
- Aceleração da gravidade,  $g = 9.81$  m/s<sup>2</sup>.

A massa do veículo foi medida com uma balança no Laboratório de Interação Fluido-Estrutura (LIFE) da Universidade Federal de Santa Catarina. Já o volume foi obtido a partir do modelo CAD do veículo, que foi feito no SolidWorks.

Para obter o coeficiente de arrasto foi assumido que o AUV é um cubo de lado 0.4 m já que suas dimensões são de 0.38 x 0.4 x 0.38 m. Assim, calculando o número de Reynolds para  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\mu = 0.001$  Pa.s,  $v = 0.1$  m/s e  $L = 0.4$  m tem-se:

$$Re = \frac{\rho \cdot v \cdot L}{\mu} = \frac{1000 \cdot 0.1 \cdot 0.4}{0.001} = 40000 \quad (12)$$

Com este valor que é  $Re > 10^4$  o coeficiente de arrasto para um cubo é  $C_d = 1.05$  [3]. Mas, como é possível ver na equação 2 não é de  $C_D$  que se necessita, mas sim do coeficiente  $B_d$  que é usado para tratar o arrasto de forma linear. Assim, para obter  $B_d$  é necessário definir uma velocidade de operação do veículo, que foi assumida como 0.5 m/s para os cálculos se baseando em velocidades de operação de outros AUVs, como o BlueROV2 da BlueRobotics [2] e o BBAUV 4.5 da Bumblebee [1] que podem se mover até 1.5 m/s.

Com isso, o coeficiente  $B_d$  é obtido a partir da formula do arrasto:

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{op}^2 \cdot C_d \cdot A \quad (13)$$

Onde  $A$  é a área de seção transversal do veiculo, que é  $0.16 \text{ m}^2$  ( $0.4 \times 0.4 \text{ m}$ ),  $v_{op}$  é a velocidade de operação ( $0.5 \text{ m/s}$ ),  $\rho$  é a densidade do fluido ( $1000 \text{ kg/m}^3$ ) e  $C_d$  é o coeficiente de arrasto (1.05). Assim, unindo isto a formula do arrasto linear:

$$F_d = B_d \cdot v_{op} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{op}^2 \cdot C_d \cdot A \quad (14)$$

Isolando  $B_d$  tem-se:

$$B_d = \frac{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{op}^2 \cdot C_d \cdot A}{v_{op}} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{op} \cdot C_d \cdot A \quad (15)$$

Substituindo os valores conhecidos:

$$B_d = \frac{1}{2} \cdot 1000 \cdot 0.5 \cdot 1.05 \cdot 0.16 = 42 \text{ kg/s} \quad (16)$$

É importante ressaltar que o coeficiente de arrasto  $B_d$  assumido é válido em torno da velocidade de operação escolhida, e que uma velocidade maior fara com que o controlador seja atue de maneira lenta no sistema, ja que o arrasto será maior do que previsto. Ja se a velocidade for menor o controlador atuará de maneira mais agressiva, podendo causar oscilações no sistema.

### 3.4. ANÁLISE DO SISTEMA

Com os parametros definidos, a função de transferência do sistema fica:

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta F_m(s)} = \frac{\frac{1}{19}}{s^2 + \frac{42}{19} \cdot s} = \frac{0.0526}{s^2 + 2.2105 \cdot s} \quad (17)$$

Onde os valores foram arredondados para 4 casas decimais.

Com isso é possivel fazer a análise do sistema plotando o seu lugar das raízes no matlab, como mostrado na figura 1.

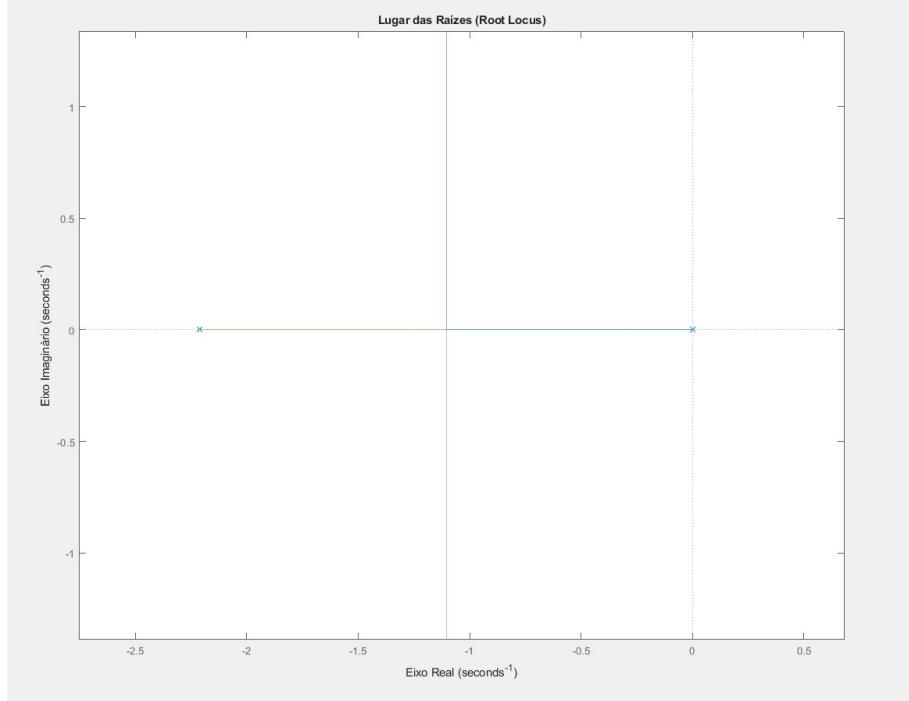


Figura 1: Lugar das raízes do sistema

Com isso é possível perceber que o sistema em malha aberta é marginalmente estável por conta do polo em zero já mencionado. Outro ponto importante é que um controlador proporcional é suficiente para estabilizar o sistema, já que os polos de malha fechada nunca cruzam para o semiplano direito, portanto isso confirma a análise anterior de que um controlador P ou PD é suficiente para controlar o sistema.

## 4. CONTROLADOR

### 4.1. REQUISITOS DE DESEMPENHO

Para o sistema de controle de profundidade do AUV é necessário definir os requisitos de desempenho do sistema controlado. Para isso, é necessário analisar o ambiente e as condições em que o AUV opera. Pensando que o AUV pode estar a 1m de profundidade e pode ser dado um comando em degrau para que ele se posicione a 5m de profundidade, um percentual de sobressinal aceitável seria algo como  $PSS = 5\%$ . A principal justificativa para limitar o Percentual de Sobressinal (PSS) é a **segurança operacional e a integridade do veículo**.

O AUV Yvy pode ser comandado a operar em profundidades muito próximas do solo (seja o fundo do mar ou o piso do tanque de testes). Por exemplo, se o sistema de controle comandar uma profundidade de referência  $z_{ref} = 5,0$  m quando o solo está mapeado em  $z_{solo} = 5,1$  m, um PSS de apenas 5% já seria catastrófico. O cálculo do sobressinal seria:

$$\Delta z = z_{ref} - z_{inicial} = 5,0 \text{ m} - 1,0 \text{ m} = 4,0 \text{ m} \quad (18)$$

$$z_{pico} = z_{ref} + (\Delta z \times \frac{PSS}{100}) = 5,0 \text{ m} + (4,0 \text{ m} \times 0,05) = 5,2 \text{ m} \quad (19)$$

Neste cenário, o AUV tentaria atingir 5,2 m, colidindo com o solo em 5,1 m. Mesmo que a velocidade no pico seja momentaneamente nula, a colisão poderia

danificar sensores frágeis (como câmeras ou sonar) e levantar sedimentos, comprometendo a missão.

Portanto, um  $PSS \leq 5\%$  é definido como um requisito de segurança crítico para garantir uma margem operacional mínima, aliado a uma condição de que  $z_{ref} \leq 0.95 \cdot h_{max}$ , onde  $h_{max}$  é a profundidade máxima do ambiente onde o AUV se encontra.

Outro critério que deve ser definido é o tempo de acomodação  $T_s$  do sistema controlado, que é o tempo entre dar a entrada no sistema e ele realmente chegar à profundidade especificada. Pensando em uma diferença de profundidade de 4m, partindo de 1m e chegando em 5m, e a velocidade de operação definida como 0.5m/s, é aceitável definir um tempo de acomodação de 10s, visto que demoraria cerca de 8s para que o veículo chegue a profundidade especificada e mais 2s de espera definido arbitrariamente para que ele estabilize.

O último requisito de desempenho que o sistema controlado deve atingir é que o erro em regime permanente seja 0, ou seja, que o AUV realmente chegue na referência e fique nela. De todo modo, este requisito é garantido pelo que já foi discutido antes, o polo na origem, que se traduz como um integrador, classificando o sistema como de 2ª ordem do tipo 1, ou seja, com  $e_{ee}$  nulo para uma entrada em degrau.

#### 4.2. ANÁLISE DO LUGAR DAS RAÍZES

Na imagem 1 foi possível visualizar a estabilidade da malha para diferentes valores de  $K_p$ . Agora, com os requisitos de desempenho estabelecidos é possível definir as regiões no lugar das raízes que atendem aos requisitos. Primeiramente deve-se estabelecer a equação da malha fechada do sistema, sendo esta a seguinte ao assumir a utilização de somente um controlador  $K_p$ :

$$\frac{\Delta Z(s)}{\Delta F_m(s)} = \frac{0.0526K_p}{s^2 + 2.2105s + 0.0526K_p} \quad (20)$$

Com isso sabe-se que:

$$\omega_n^2 = 0.0526K_p \quad (21)$$

e que:

$$2\zeta\omega_n = 2.2105 \quad (22)$$

Para o requisito de tempo de subida tem-se que:

$$T_s \approx \frac{4}{|\zeta\omega_n|} \quad (23)$$

Substituindo a equação 22 em 23:

$$T_s \approx \frac{4}{|\zeta\omega_n|} < 10 \quad (24)$$

$$|\zeta\omega_n| < 0.4 \quad (25)$$

Da planta sabe-se que  $\zeta\omega_n$  é a parte real dos polos e que este termo é negativo, logo:

$$\zeta\omega_n < -0.4 \quad (26)$$

Outro ponto é

4.3. PROJETO DO CONTROLADOR

4.4. RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

## 5. IMPLEMENTAÇÃO

5.1. DISCRETIZAÇÃO DO CONTROLADOR

5.2. APLICAÇÃO NO SISTEMA

5.3. TESTES E RESULTADOS

## 6. CONCLUSÃO

## REFERÊNCIAS

[1] BlueRobotics. Bluerov2.

[2] Bumblebee. Bumblebee auv 4.5, 2025.

[3] Wikipedia. Drag coefficient, 2025.