UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO TECNOLÓGICO DE JOINVILLE - CTJ

GABRIEL ANDREA CARVALHO, GABRIELLA ARÉVALO MARQUES, HEBERT ALAN KUBIS, JEIEL SANTOS ARAÚJO OLIVEIRA, JOÃO VITOR FRANQUE GOETZ, JOHANNA CAMILA REY

PROJETO DE CAME MÁQUINA DE COSTURA

Joinville
2025

1. INTRODUÇÃO

2. REQUISITOS DE PROJETO

Os requisitos de projeto são os especificados:

- Raio de base: 19mm
- Raio do seguidor (rolete) = 6mm
- Altura máxima de deslocamnteo da agulha: 12mm
- Subida: 12mm em 50º
- Espera superior: em 10mm por 20º
- Descida: 12mm em 50º
- Repete-se essa sequência até completar 360º
- Velocidade de rotação: $\omega = 150$ rpm

3. EQUACIONAMENTO

Para uma curva polinomial a expressão geral é dada por:

$$s = c_0 + c_1 \cdot \theta + c_2 \cdot \theta^2 + c_3 \cdot \theta^3 + ... + c_n \cdot \theta^n \tag{1}$$

Onde:

- s = deslocamento do seguidor
- θ = angulo de rotação do Came
- c_i = constantes (i = 1, 2, 3, ...)
- n - a ordem do polinomio

Como pedido no trabalho, o polinomio a ser utilizado deve ser um 3-4-5, ou seja:

$$s(\theta) = c_0 + c_1 \cdot \theta + c_2 \cdot \theta^2 + c_3 \cdot \theta^3 + c_4 \cdot \theta^4 + c_5 \cdot \theta^5 \tag{2}$$

$$\frac{ds(\theta)}{d\theta} = c_1 + 2 \cdot c_2 \cdot \theta + 3 \cdot c_3 \cdot \theta^2 + 4 \cdot c_4 \cdot \theta^3 + 5 \cdot c_5 \cdot \theta^4 \tag{3}$$

$$\frac{d^2s(\theta)}{d\theta^2} = 2 \cdot c_2 + 6 \cdot c_3 \cdot \theta + 12 \cdot c_4 \cdot \theta^2 + 20 \cdot c_5 \cdot \theta^3 \tag{4}$$

Ou na forma normalizada:

$$s(\theta) = h \cdot [10 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^5] \tag{5}$$

$$\frac{ds(\theta)}{d\theta} = h \cdot 30 \cdot [(\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^3 + (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^4] \tag{6}$$

$$\frac{d^2s(\theta)}{d\theta^2} = h \cdot 60 \cdot [(\frac{\theta - \theta_i}{\beta}) - 3 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - \theta_i}{\beta})^3] \tag{7}$$

3.1. POSIÇÃO

Para calcular encontrar as equações da posição, velocidade e aceleração, deve-se usar o parametro β que é diferente para cada um dos três trechos. O β é definido como:

$$\beta = \theta_f - \theta_i \tag{8}$$

Assim, tem-se:

- Trecho 1 (subida): β = 50º - 0º = 50º = 0.873rad
- Trecho 2 (espera): β = 70º - 50º = 20º = 0.349rad
- Trecho 3 (descida): β = 120º - 70º = 50º = 0.873rad

Deste modo, a posição para o trecho 1 é dada por:

$$s(\theta) = 12 \cdot [10 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^5] \tag{9}$$

Para o trecho 2:

$$s(\theta) = 12 \tag{10}$$

E para o trecho 3, que possui uma pequena diferença por ser de descida, sendo que aqui a expressão anterior entra subtraindo de 1:

$$s(\theta) = 12 \cdot [1 - (10 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^5)] \tag{11}$$

Com isto, o trecho de 0º a 120º pode ser representado. Ajustando os valores de θ_i tambem pode-se determinar as equações para o resto da rotação. Para 120º $< \theta <$ 240º:

$$s(\theta) = 12 \cdot [10 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^5] \tag{12}$$

$$s(\theta) = 12 \tag{13}$$

$$s(\theta) = 12 \cdot [1 - (10 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^5)] \tag{14}$$

Para 240º $< \theta <$ 360º:

$$s(\theta) = 12 \cdot [10 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^5] \tag{15}$$

$$s(\theta) = 12 \tag{16}$$

$$s(\theta) = 12 \cdot [1 - (10 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^3 - 15 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^4 + 6 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^5)] \tag{17}$$

Assim, plotando o grafico da posição:

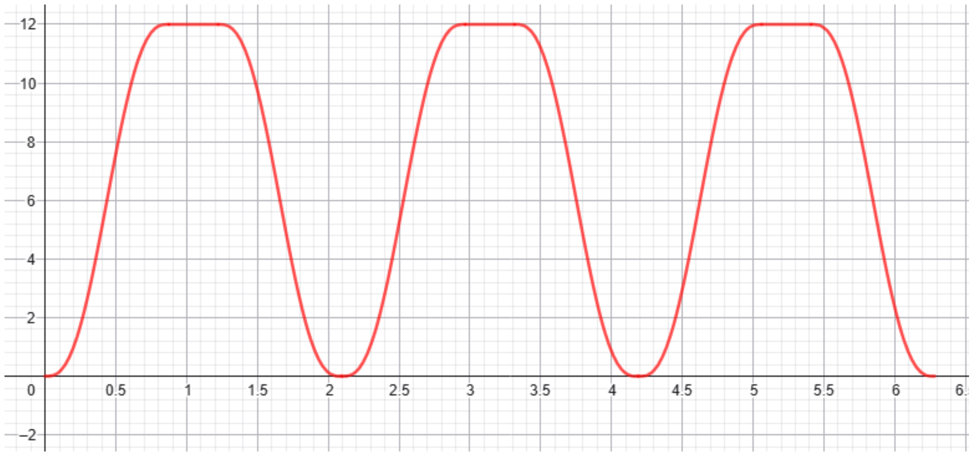

Figura 1: Deslocamento do seguidor em função de θ.

3.2. VELOCIDADE

Para a velocidade os valores de β continuam os mesmos. Assim, a equação da velocidade para o trecho 1 é:

$$v(\theta) = 360 \cdot \frac{15.708}{0.873} \cdot [(\frac{\theta}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^3 + (\frac{\theta}{0.873})^4] \tag{18}$$

Para o trecho 2:

$$v(\theta) = 0 \tag{19}$$

Para o trecho 3:

$$v(\theta) = -360 \cdot \frac{15.708}{0.873}[(\frac{\theta - 1.222}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^3 + (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^4] \tag{20}$$

Para $120^{\underline{o}} < \theta < 240^{\underline{o}}$:

$$v(\theta) = 360 \cdot \frac{15.708}{0.873} \cdot [(\frac{\theta - 2.094}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^3 + (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^4] \tag{21}$$

$$v(\theta) = 0 \tag{22}$$

$$v(\theta) = -360 \cdot \frac{15.708}{0.873}[(\frac{\theta - 3.316}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^3 + (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^4] \tag{23}$$

Para $240^{\underline{o}} < \theta < 360^{\underline{o}}$:

$$v(\theta) = 360 \cdot \frac{15.708}{0.873} \cdot [(\frac{\theta - 4.189}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^3 + (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^4] \tag{24}$$

$$v(\theta) = 0 \tag{25}$$

$$v(\theta) = -360 \cdot \frac{15.708}{0.873}[(\frac{\theta - 5.411}{0.873})^2 - 2 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^3 + (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^4] \tag{26}$$

Assim, o gráfico da velocidade é:

Figura 2: Velocidade do seguidor em função de θ.

Do gráfico da velocidade, fazendo os cálculos pelo geogebra, obtém-se que a velocidade máxima ocorre em $\theta = 0.44rad$ e tem valor de:

$$v(0.44) = 404.79mm/s = 0.4047m/s \tag{27}$$

3.3. ACELERAÇÃO

Para a aceleração no trecho 1 tem-se:

$$a(\theta) = 720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2 \cdot [(\frac{\theta}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^3] \tag{28}$$

Para o trecho 2:

$$a(\theta) = 0 \tag{29}$$

Para o trecho 3:

$$a(\theta) = -720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2[(\frac{\theta - 1.222}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - 1.222}{0.873})^3] \tag{30}$$

Para $120^{\circ} < \theta < 240^{\circ}$:

$$a(\theta) = 720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2 \cdot [(\frac{\theta - 2.094}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - 2.094}{0.873})^3] \tag{31}$$

$$a(\theta) = 0 \tag{32}$$

$$a(\theta) = -720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2[(\frac{\theta - 3.316}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - 3.316}{0.873})^3] \tag{33}$$

Para $240^{\text{o}} < \theta < 360^{\text{o}}$:

$$a(\theta) = 720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2 \cdot [(\frac{\theta - 4.189}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - 4.189}{0.873})^3] \tag{34}$$

$$a(\theta) = 0 \tag{35}$$

$$a(\theta) = -720 \cdot (\frac{15.708}{0.873})^2[(\frac{\theta - 5.411}{0.873}) - 3 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^2 + 2 \cdot (\frac{\theta - 5.411}{0.873})^3] \tag{36}$$

Assim, o gráfico da velocidade é:

Figura 3: Aceleração do seguidor em função de θ.

Do mesmo modo que para a velocidade, pelo geogebra, obtem-se que a aceleração máxima ocorre em $\theta = 0.18rad$ tendo como valor máximo:

$$a(0.18) = 11209.76mm/2^2 = 11.2098m/s^2 \tag{37}$$

4. ÂNGULO DE PRESSÃO

Para calcular o gráfico do ângulo de pressão, é necessário levar em conta o raio de base do came $R_b = 19mm$, a posição $S(\theta)$ do came e a velocidade $\frac{ds(\theta)}{d\theta}$. Com estes dados, o angulo de pressão é dado por:

$$\phi(\theta) = \arctan \frac{\frac{ds(\theta)}{d\theta}}{R_b + s(\theta)} \tag{38}$$

Aplicando esta fórmula para cada trecho do deslocamento do came tem-se o seguinte gráfico do angulo de pressão:

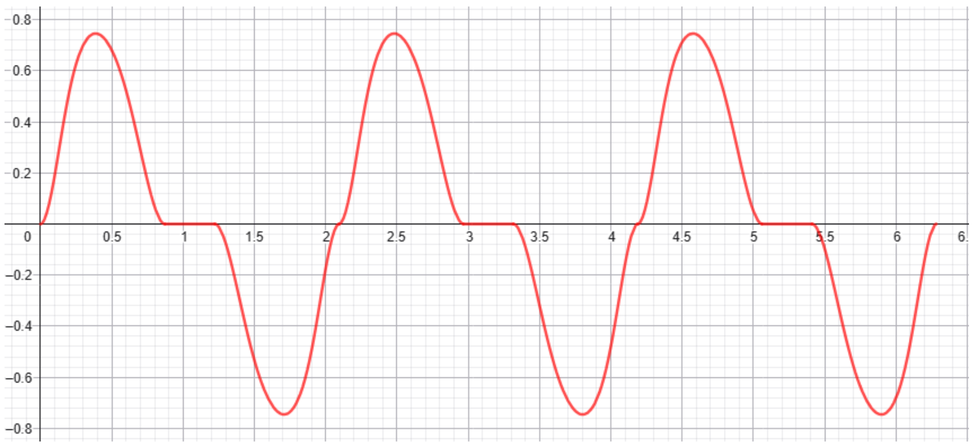

Figura 4: Angulo de pressão em função de θ.

Sendo que no gráfico o ângulo está dado em radianos. Com o grafico plotado e usando a função intercect no geogebra é possivel encontrar que o primeiro valor máximo de ângulo de pressão ocorre em $\theta = 0.39rad = 22.35°$ e que o valor deste ângulo de pressão é:

$$\phi(0.39) = 0.75rad = 42.73° \tag{39}$$

Com este valor pode-se verificar que é um valor ruim para utilização, pois as forças laterais no seguidor serão muito grandes causando desgaste excessivo nas peças, portanto para que o projeto fosse viável seria necessário aumentar o raio de base para um valor que tornasse ϕ_{max} menor que 30°.

Analisando o primeiro trecho para um polinomio 4-5-6-7, tem-se que o a posição e a velocidade são dados por:

$$s(\theta) = 12 \cdot [15 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^4 - 24 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^5 + 10 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^6] \tag{40}$$

$$v(\theta) = 720 \cdot \cdot [(\frac{\theta}{0.873})^3 - 2 \cdot (\frac{\theta}{0.873})^4 + (\frac{\theta}{0.873})^5] \tag{41}$$

Calculando o ângulo de pressão a partir desse trecho, derivando e igualando a 0 pode-se determinar que o ângulo de pressão aumentou para $\approx 45°$. Logo, apesar de melhorar a questão dos solavancos no seguidor nas extremidades, o problema do ângulo de pressão alto não se corrige somente aumentando o grau do polinomio, deve-se também mexer nas dimensões do came.

REFERÊNCIAS

[1] J. Maria, J. M. Barbosa. *Curvas de elevação*. Universidade Federal de Pernanbuco, 2022. Disponível em: `https://mecanismos.net.br/cames-introducao/` Acesso em: 09 de novembro de 2025.

[2] J. Maria, J. M. Barbosa. *Ângulo de pressão*. Universidade Federal de Pernanbuco, 2022. Disponível em: `https://mecanismos.net.br/angulo-de-pressao/` Acesso em: 09 de novembro de 2025.