# 2018-2019 第二学期大物 B（上）期中试题答案

一（25 分）、解：（1）$\omega=\dfrac{d\theta}{dt}=6t^2$ rad/s，$\beta=\dfrac{d\omega}{dt}=12t$ rad/s²，--------------------------（6 分）

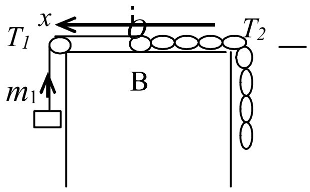
$a_\tau=\beta R=2.4t$ m/s，$a_n=\omega^2 R=7.2t^4$ m/s²，----------------------------------------（6 分）

当 t=4s，$\omega=96$ rad/s，$\beta=48$ rad/s²，$a_\tau=9.6$ m/s，$a_n=1843.2$ m/s²---　（4 分）

（2）由 $a_\tau=\dfrac{1}{2}\sqrt{{a_\tau}^2+{a_n}^2}$，代入 $a_\tau=\beta R=2.4t$ 和，$a_n=\omega^2 R=7.2t^4$ ---------（3 分）

得 $t^3=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ---------------------------------（3 分）

代入 $\theta=1+2t^3$ 得 $\theta=1+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ -----------------------------------（3 分）




二（25 分）、解：在地面参考系（惯性系）下，设 t=0 时刻，链条 B 端的位置为坐标原点 O，x 轴沿着水平桌面，向左为正方向。设 $T_1$ 是绳上的张力，$T_2$ 是链条上在边缘处的张力，N 为桌面给链条的支撑力。

将系统分为三部分：$m_1$，　桌面上的链条 $m_{(0.2+x)}$，和未到达桌面的链条 $m_{(0.2-x)}$

则对各部分受力分析有（g=10m/s²）：

对 $m_1$,，$m_1 g-T_1=m_1(a+a_0)$　　（1）------------------------------------------（3 分）

对 $m_{(0.2+x)}$，水平方向上：$T_1-T_2-\mu N=m_{(0.2+x)}a$　（2）---------------------------------（2 分）

竖直方向上：$m_{(0.2+x)}g-N=m_{(0.2+x)}a_0$　（3）---------------------------------（2 分）

对 $m_{(0.2-x)}$，$T_2-m_{(0.2-x)}g=m_{(0.2-x)}(a-a_0)$　（4）-----------------------------（3 分）

将（1）-（4）联立，

得 $a=\dfrac{1}{2}(g-a_0)(1-\dfrac{(0.2-x)}{0.4}-\dfrac{(0.2+x)}{0.4}\mu)=(1.5+7.5x)\ m/s^2$ ---------------------（3 分）

$a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$，　$v\,\mathrm{d}v=a\,\mathrm{d}x=(1.5+7.5x)\,\mathrm{d}x$ -------------（3 分）

两边积分 $\int_0^{v} v\,\mathrm{d}v=\int_0^{x}(1.5+7.5x)\,\mathrm{d}x$ -------------（3 分）

得 $v=\sqrt{3x+7.5x^2}(m/s^2)$ ，0<$x$<0.1 m -------------（3 分）

（2）因为 $a=\frac{1}{2}(g-a_0)(1-\frac{(0.2-x)}{0.4}\pm\frac{(0.2+x)}{0.4}\mu)$，当 $\mathrm{t}=0,\ \mathrm{x}=0,\ \mu=0.25$

若要使得 $a=0$，只有当 $a_0=g$（即完全失重状态下）才能成立。-------------（3 分）

注明*若用非惯性系下，设 $m_1$ 向下运动为正方向，则有

对 $m_1$,，$m_1g-m_1a_0-T_1=m_1a$ （1）------------------------------------------（3 分）

对链条，$T_1-m_{(0.2-x)}(g-a_0)-m_{(0.2+x)}(g-a_0)\mu=ma$ （2）--------------------（7 分）

后面评分标准与上面一致。

三（25 分）、

**解 （1）设均质细杆质量为 $m$，在子弹射入细杆的过程中，子弹与细杆组成的系统角动量守恒，则有**

$$\frac{1}{9}mv\frac{3}{4}L=\left[\frac{1}{9}m\left(\frac{3}{4}L\right)^2+\frac{1}{3}mL^2\right]\omega$$ -----------------------（8 分）

**代入 $v=10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，解上式可得子弹与杆碰撞后共同运动的角速度为**

$$\omega=\frac{4v}{19L}=2.10\ \mathrm{rad\cdot s^{-1}}$$ -----------------------（2 分）

**（2）子弹射入后，在子弹与杆共同摆动过程中，系统机械能守恒，设杆摆动能达到的最大角度为 $\theta$，取子弹入射点为势能零点，则有**

$$\frac{1}{2}\left[\frac{1}{9}m\left(\frac{3}{4}L\right)^2+\frac{1}{3}mL^2\right]\omega^2+\frac{1}{4}Lmg$$ -----------------------（6 分）

$$=\frac{1}{9}mg\frac{3}{4}L(1-\cos\theta)+mg\frac{L}{2}(1-\cos\theta)+\frac{1}{4}Lmg$$ ----------（6 分）

**解此式，得** $\cos\theta=1-\frac{2v^2}{133\ Lg}=0.846\ 6$ -----------------------（3 分）

**摆动可达到的最大角度为** $\theta=32.16°$

四（25 分）、解：将题中的电荷分布看作为面密度为$\sigma$的大平面和球面，面密度为－$\sigma$的圆盘的叠加的结果．-------------------------------------------------------------------------------------（3 分）

选 $x$ 轴垂直于平面，坐标原点 O 在圆盘中心，

（1）大平面在 $x$ 处产生的电场的场强为：

$$\vec{E}_1=\frac{\sigma x}{2\varepsilon_0|x|}\vec{i}$$ --------------------------------（3 分）

圆盘在该点产生的电场的场强为 ：

$$\vec{E}_2=\frac{-\sigma x}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{|x|}-\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}\right)\vec{i}$$ ----------------------------（3 分）

球面在该点产生的电场的强度为：

$$\left.\begin{aligned}&\vec{E}_3=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}\hat{i}=\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2}\hat{i}，\ x>R\\&\vec{E}_3=0，\ x<R\end{aligned}\right\}$$（4 分）

∴总场强： x<R， $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2=\dfrac{\sigma x}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}\vec{i}$ ------------------------（2 分）

x>R， $\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3=(\dfrac{\sigma x}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}+\dfrac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 x^2})\ \vec{i}$ --------------------（2 分）

（2）首先电势零点不能选在无穷远处，选在有限位置处即可。------（4 分）

若选在球面和 x 轴的交点为电势零点

球内 x 点的电势为$U_{球内}=\displaystyle\int_x^R\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2}R-\sqrt{R^2+x^2}\right)$ ----------------（2 分）

球外 x 点的电势为

$$U_{球外}=\int_x^R\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{R^2+x^2}}+\frac{2R^2}{x^2}\mathrm{d}x)=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2}R-\sqrt{R^2+x^2}+\frac{2R^2}{x}-2R\right)$$------（2 分）

若 x=0 的位置为电势零点

$$U_{球内}=\int_x^0\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(R-\sqrt{R^2+x^2}\right)$$

$$U_{球外}=\int_R^0\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{R^2+x^2}}+\int_x^R\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(\frac{x\,\mathrm{d}x}{\sqrt{R^2+x^2}}+\frac{2R^2}{x^2}\mathrm{d}x)$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2}R-\sqrt{R^2+x^2}+\frac{2R^2}{x}-2R\right)+\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(R-\sqrt{2}R\right)$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\sqrt{R^2+x^2}+\frac{2R^2}{x}-R\right)$$