北京邮电大学 2017—2018 学年第 2 学期

《大学物理 B》期中答案

一、（25 分）解　(1) 卫星与地球之间的万有引力提供卫星作圆周运动的向心力，由牛顿定律可得

$$G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{(3R_{\mathrm{E}})^2}=m\frac{v^2}{3R_{\mathrm{E}}}\qquad（5分）$$

则

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{1}{2}mv^2=G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{6R_{\mathrm{E}}}\qquad（5分）$$

(2) 取卫星与地球相距无限远($r\to\infty$)时的势能为零,则处在轨道上的卫星所具有的势能为

$$E_{\mathrm{P}}=-G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{3R_{\mathrm{E}}}\qquad（10分）$$

(3) 卫星的机械能为

$$E=E_{\mathrm{k}}+E_{\mathrm{P}}=G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{6R_{\mathrm{E}}}-G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{3R_{\mathrm{E}}}=-G\frac{m_{\mathrm{E}}m}{6R_{\mathrm{E}}}\qquad（5分）$$

二、（25 分）解：(1) 设当人以速率 v 沿相对圆盘转动相反的方向走动时，圆盘对地的绕轴角速度为ω，则人对与地固联的转轴的角速度为 $\omega'=\omega-\dfrac{v}{\frac{1}{2}R}=\omega-\dfrac{2v}{R}$　①　（5 分）

人与盘视为系统，所受对转轴合外力矩为零，系统的角动量守恒．　（5 分）

设盘的质量为 M，则人的质量为 $M/10$，有：

$$\left[\frac{1}{2}MR^2+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\right]\omega_0=\frac{1}{2}MR^2\omega+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\omega'\quad②\qquad（5 分）$$

将①式代入②式得：$\omega=\omega_0+\dfrac{2v}{21R}$　③　（5 分）

(2) 欲使盘对地静止，则式③必为零．即$\omega_0+2v/(21R)=0$　得：　$v=-21R\omega_0/2$　（5 分）

式中负号表示人的走动方向与上一问中人走动的方向相反，即与盘的初始转动方向一致.

三、（25 分）解　每个的电矩为 $\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{b}$，方向从$-q$指向$+q$．　（5 分）

两带电板间的电场 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}=\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$，方向从$-Q$指向$+Q$．　（5 分）

合外力矩大小为

$$M=2pE\sin\theta=\frac{2bqQ}{\varepsilon_0 S}\sin\theta$$

其中θ为电矩 $\boldsymbol{p}$ 与电场线之夹角.　（5 分）

正方形框对 OO' 轴的转动惯量为 $J = 4m\left(\frac{b}{2}\right)^2 = mb^2$，（5 分）

由转动定律 $M = J\alpha$ 知，当电矩 $\boldsymbol{p}$ 与电场线之夹角为 θ 时，角加速度为

$$\alpha = \frac{M}{J} = -\frac{2bqQ}{\varepsilon_0 Smb^2}\sin\theta = -\frac{2qQ}{\varepsilon_0 Smb}\sin\theta \qquad （5 分）$$

四、（25 分）解：（1）以 O 点为坐标原点，沿均匀带电细线的方向为 x 轴，

均匀带电球面在球面外的场强分布为：$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$（$r > R$）（5 分）

取细线上的微元：$dq = \lambda dl = \lambda dr$，有：$d\vec{F} = \vec{E}\,dq$（5 分）

$\therefore \vec{F} = \int_{r_0}^{r_0+l} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\lambda d\vec{r} = \frac{\lambda q l \hat{\vec{r}}}{4\pi\varepsilon_0 r_0 (r_0 + l)}$（$\hat{\vec{r}}$ 为 $\vec{r}$ 方向上的单位矢量）（5 分）

（2）均匀带电球面在球面外的电势分布：$U = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$（$r > R$，$\infty$ 为电势零点）（5 分）

对细线上的微元 $dq = \lambda dr$，所具有的电势能为：$dW = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\cdot\lambda dr$

$$\therefore W = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_0}^{r_0+l}\frac{\lambda dr}{r} = \frac{q\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_0 + l}{r_0} \qquad （5 分）$$