波动光学

之

光的干涉

北京邮电大学
理学院物理系

本章内容

§1　光是电磁波

§2　光波的叠加

§3　分波前干涉

§4　分振幅干涉

§1 光是电磁波

1. 电磁波特征

1）电磁波的产生

凡作加速运动的电荷或电荷系都是发射电磁波的波源.

$$\oint_L \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = -\frac{\mathrm{d}\phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

变化磁场可以激发涡旋电场

$$\oint_{\mathrm{L}} \vec{H}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_{\mathrm{S}} (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t})\cdot \mathrm{d}\vec{S}$$

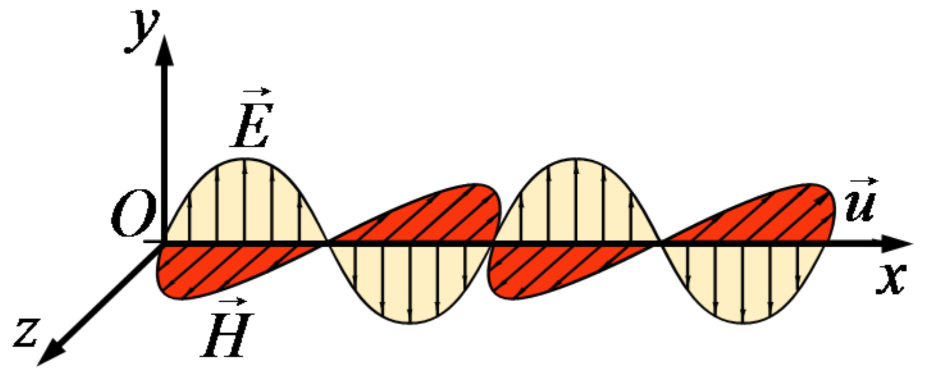
传导电流和变化电场可以激发涡旋磁场

2）平面简谐电磁波

波函数表示的平面电磁波

$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_0 \cos\omega(t - \dfrac{x}{u}) \\ \vec{H} = \vec{H}_0 \cos\omega(t - \dfrac{x}{u}) \end{cases}$$

◆电磁波是横波



$$\vec{E} \perp \vec{u} \qquad \vec{H} \perp \vec{u} \qquad \vec{E} \perp \vec{H} \qquad \vec{E} \times \vec{H} // \vec{u}$$

◆$\vec{E}$ 和 $\vec{H}$同相位，幅值成比例

$$\sqrt{\varepsilon} E = \sqrt{\mu} H$$

3）电磁波的波速

电磁波的波动方程

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2}=\frac{1}{\mu\varepsilon}\nabla^2 H$$

则电磁波的传播速度

$$u=\sqrt{\frac{1}{\varepsilon\mu}}$$

电磁波在真空中的传播速度

$$c=\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}=\sqrt{\frac{1}{8.8542\times10^{-12}\times4\pi\times10^{-7}}}\mathrm{m\cdot s^{-1}}=2.9979\times10^{8}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

介质折射率

$$n=\frac{c}{u}=\sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}}=\sqrt{\varepsilon_\mathrm{r}\mu_\mathrm{r}}\approx\sqrt{\varepsilon_\mathrm{r}}$$

4）电磁波的能量

电磁波能量密度 $w=\dfrac{1}{2}\varepsilon E^{2}+\dfrac{1}{2}\mu H^{2}$

电磁波能流密度 $S=wu=\dfrac{1}{2}(\varepsilon E^{2}+\mu H^{2})\sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon\mu}}=EH$

能流密度矢量（坡印廷矢量）

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}\xrightarrow{\text{平面简谐波}}\vec{S}=\vec{E}_{0}\times\vec{H}_{0}\cos^{2}\omega(t-\frac{x}{u})$$

平面电磁波平均能流密度(波的强度)

$$I=\bar{S}=<S>=\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}S\mathrm{d}t=\frac{1}{T}\int_{t}^{t+T}E_{0}H_{0}\cos^{2}\omega(t-\frac{x}{u})\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_{0}^{2}$$

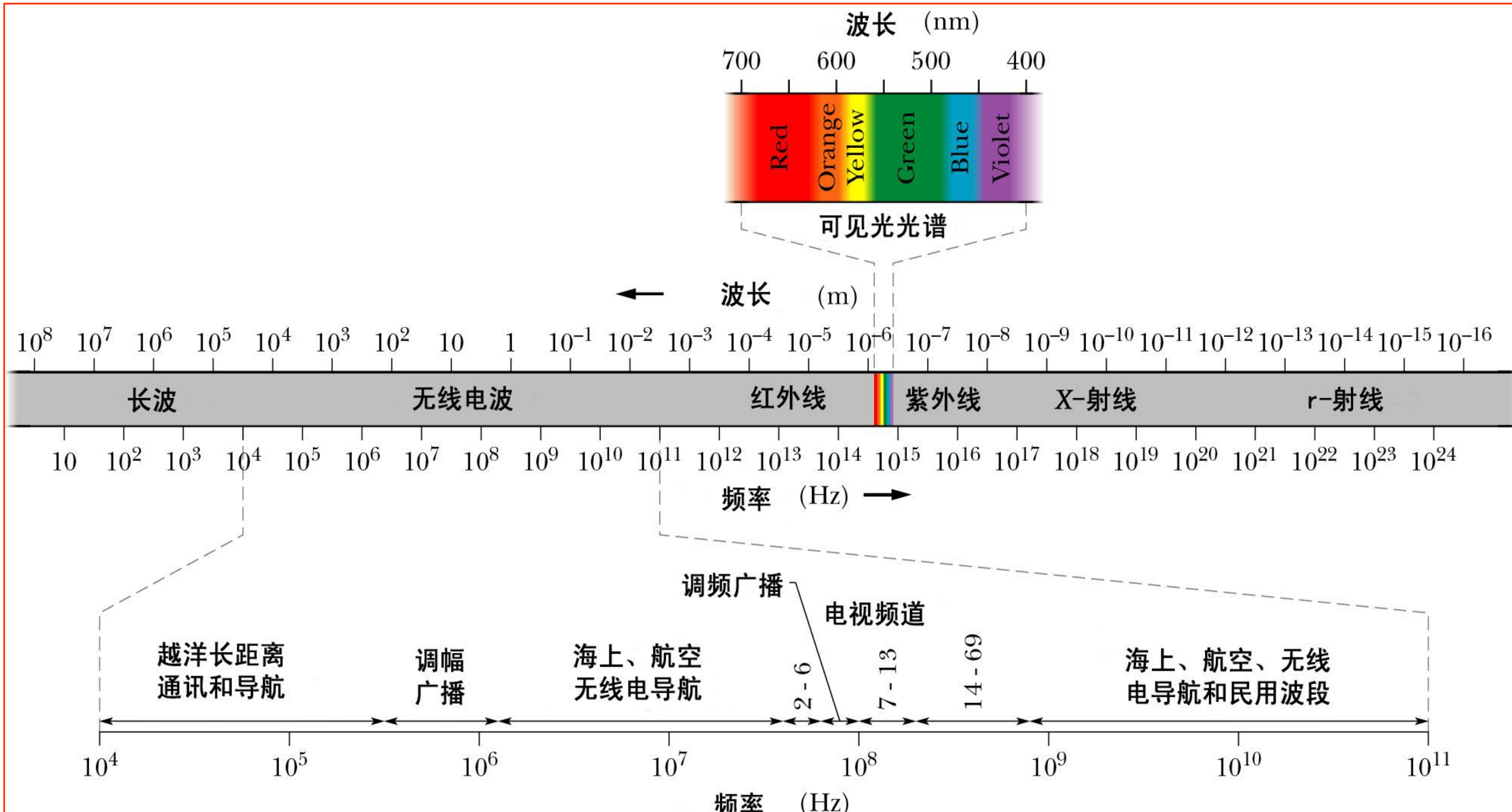
在同种介质中时，电磁波的强度也可表示为 $I=\dfrac{1}{2}E_{0}^{2}$

2. 光是电磁波

1）可见光七彩颜色的波长和频率范围

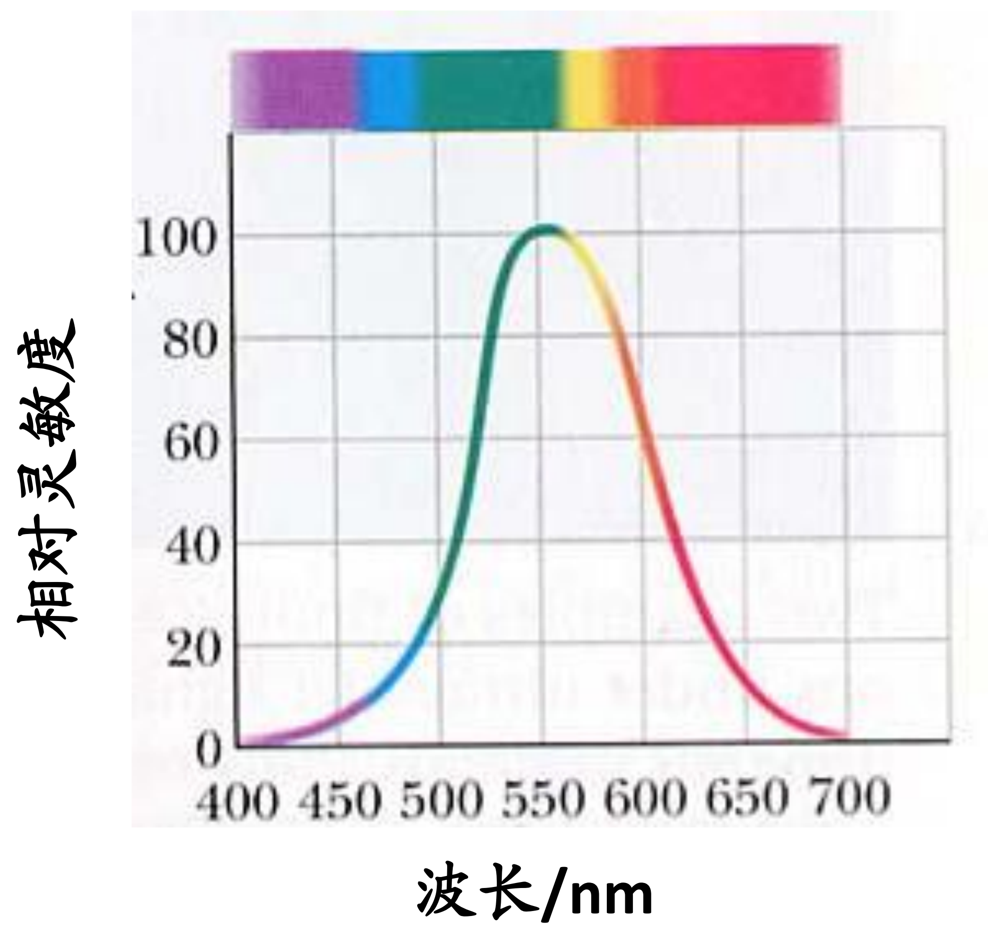
光色	波长/nm	频率/Hz	中心波长/nm
红	760~622	$3.9\times10^{14}\sim4.8\times10^{14}$	660
橙	622~597	$4.8\times10^{14}\sim5.0\times10^{14}$	610
黄	597~577	$5.0\times10^{14}\sim5.4\times10^{14}$	570
绿	577~492	$5.4\times10^{14}\sim6.1\times10^{14}$	540
青	492~470	$6.1\times10^{14}\sim6.4\times10^{14}$	480
兰	470~455	$6.4\times10^{14}\sim6.6\times10^{14}$	460
紫	455~400	$6.6\times10^{14}\sim7.5\times10^{14}$	430

◆ 电磁波谱



波长 (nm)
700
600
500
400
Red
Orange
Yellow
Green
Blue
Violet
可见光光谱
波长 (m)
10^8 10^7 10^6 10^5 10^4 10^3 10^2 10 1 10^{-1} 10^{-2} 10^{-3} 10^{-4} 10^{-5} 10^{-6} 10^{-7} 10^{-8} 10^{-9} 10^{-10} 10^{-11} 10^{-12} 10^{-13} 10^{-14} 10^{-15} 10^{-16}
长波
无线电波
红外线
紫外线
X-射线
r-射线
10 10^2 10^3 10^4 10^5 10^6 10^7 10^8 10^9 10^{10} 10^{11} 10^{12} 10^{13} 10^{14} 10^{15} 10^{16} 10^{17} 10^{18} 10^{19} 10^{20} 10^{21} 10^{22} 10^{23} 10^{24}
频率 (Hz)
调频广播
电视频道
越洋长距离
通讯和导航
调幅
广播
海上、航空
无线电导航
2 - 6
7 - 13
14 - 69
海上、航空、无线
电导航和民用波段
10^4 10^5 10^6 10^7 10^8 10^9 10^{10} 10^{11}
频率 (Hz)

2）人眼对不同光的灵敏度.



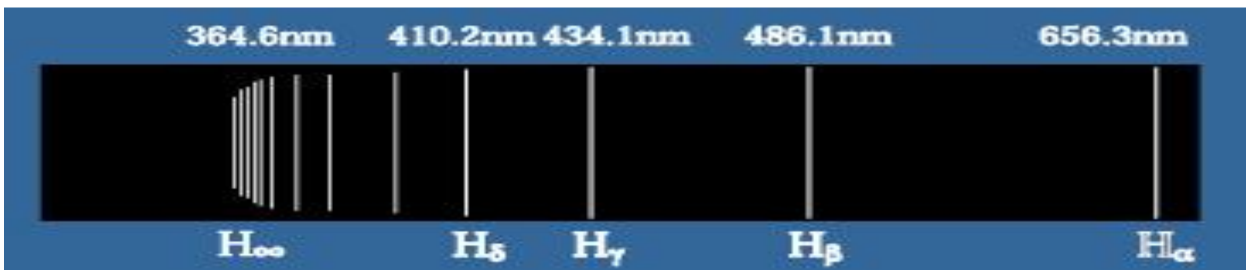
3. 光源

◆光源：任何发光的物体都可以称为光源.

光谱：使光波中不同频率的光分开，形成光谱.

1）按光谱分类

a) 线谱光源



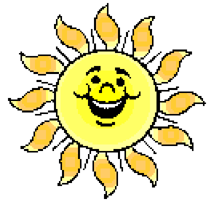
氢原子的巴耳末线系照片

b) 连续谱光源

2）按激发方式分类

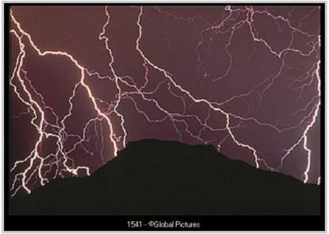
a) 热辐射

例如：太阳，白炽灯.



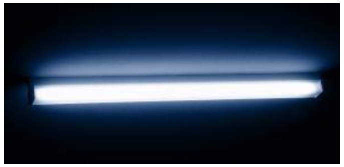
b) 电致发光

例如：闪电，霓虹灯，LED等.



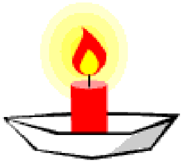
c) 光致发光

例如：日光灯，磷光物质.



d) 化学发光

例如：燃烧，磷自燃，萤火虫.

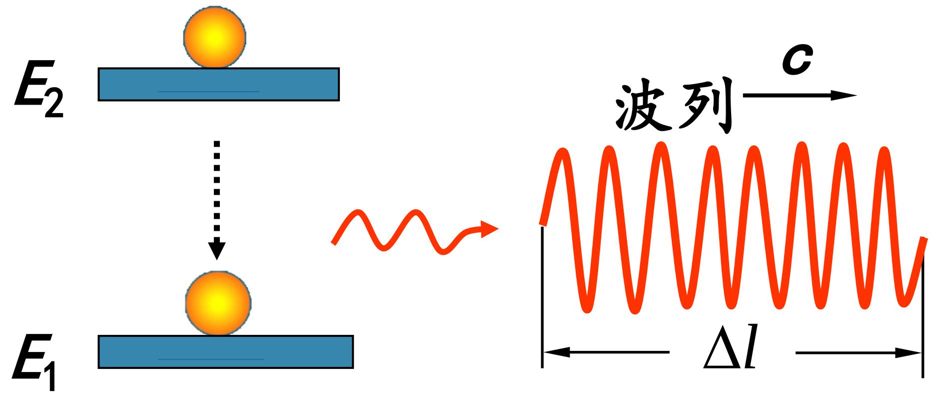


3）光源的发光机理

◆ 普通光源——自发辐射

发光频率 $\nu = \left(E_2 - E_1\right)/h$

光波列长度 $\Delta l = c\Delta t$



原子中一次量子跃迁的持续发光时间的数量级为10^{-8}s

普通光源发光的特点

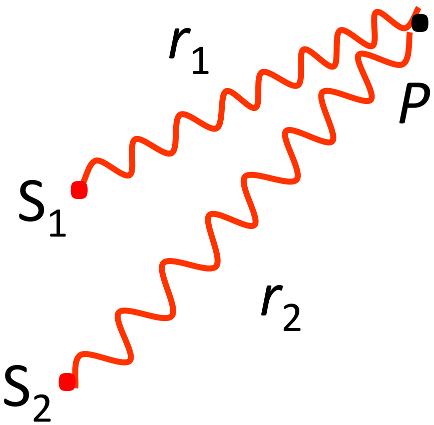
- 间歇性：各原子发光是断断续续的，平均发光时间τ 约为10^{-8}秒，所发出的是一段长为 $L = c\Delta t$ 的光波列。
- 随机性：每次发光是随机的，所发出各波列的振动方向和振动初相位都不相同。

◆ 激光光源——受激辐射

§2光波的叠加

1. 任意光波的叠加

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{E}_{01}\cos(\omega_1 t - \dfrac{\omega_1 r_1}{c} + \varphi_1) \\ \vec{E}_2 = \vec{E}_{02}\cos(\omega_2 t - \dfrac{\omega_2 r_2}{c} + \varphi_2) \end{cases}$$



$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \longrightarrow E_P^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 \qquad \left(I = \frac{1}{2}E^2 \right)$$

$$\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = \frac{1}{2}\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02}\{\cos[(\omega_1 + \omega_2)t + (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{c}]$$

$$+\cos[(\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2}{c}]\}$$

*P*点合光强为 $I_P = I_1 + I_2 + 2 < \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 >$ 干涉项

2. 非相干叠加

1） $\vec{E}_1 \perp \vec{E}_2 \longrightarrow \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2 = 0 \longrightarrow <\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2> = 0$

2） $\omega_1 \neq \omega_2$

$$<\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2> = \frac{1}{2T}\int_t^{t+T} \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \{\cos[(\omega_1+\omega_2)t + (\varphi_1+\varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 + \omega_2 r_2}{c}]$$

$$+\cos[(\omega_1-\omega_2)t + (\varphi_1-\varphi_2) - \frac{\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2}{c}]\}\mathrm{d}t = 0$$

3） $(\varphi_1 - \varphi_2)$不恒定 $\longrightarrow <\vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2> = 0$

➢结论

两叠加光波的光矢量相互垂直或频率不相等或相位差不恒定，光波为非相干叠加，*P*点合光强为

$$I_P = I_1 + I_2$$

3. 相干叠加

如果两光波频率相同；相位差恒定；光矢量振动方向平行，则

$$<\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2>=\frac{E_{01}E_{02}}{2T}\int_t^{t+T}\{\underline{\cos[2\omega t+(\varphi_1+\varphi_2)-\frac{\omega(r_1+r_2)}{c}]}$$

$$+\cos[(\varphi_1-\varphi_2)-\frac{\omega(r_1-r_2)}{c}]\}\mathrm{d}t$$

其中 $\int_t^{t+T}\{\cos[2\omega t+(\varphi_1+\varphi_2)-\frac{\omega(r_1+r_2)}{c}]=0$

$$<\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2> \;=\frac{E_{01}E_{02}}{2T}\int_t^{t+T}\cos[(\varphi_1-\varphi_2)-\frac{\omega(r_1-r_2)}{c}]\mathrm{d}t$$

$$=\frac{E_{01}E_{02}}{2}\cos[(\varphi_1-\varphi_2)-\frac{\omega(r_1-r_2)}{c}]$$

两光波叠加区域*P*点的光强为

$$I_P=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\cos[(\varphi_1-\varphi_2)-\frac{\omega(r_1-r_2)}{c}]$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ \cos\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - \frac{\omega(r_1 - r_2)}{c}$$

- 讨论

(1) 相长干涉(明纹)

$$\Delta\varphi = \pm 2k\pi\ (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$I = I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

如果 $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I = 4I_0$

(2) 相消干涉(暗纹)

$$\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi\ (k = 0, 1, 2, \cdots)$$

$$I = I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

如果 $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I = 0$

4. 光波的相干条件

(1) 光波的频率相同；

(2) 光矢量振动方向平行，且振幅相差不大；

(3) 光波之间的相位差恒定.

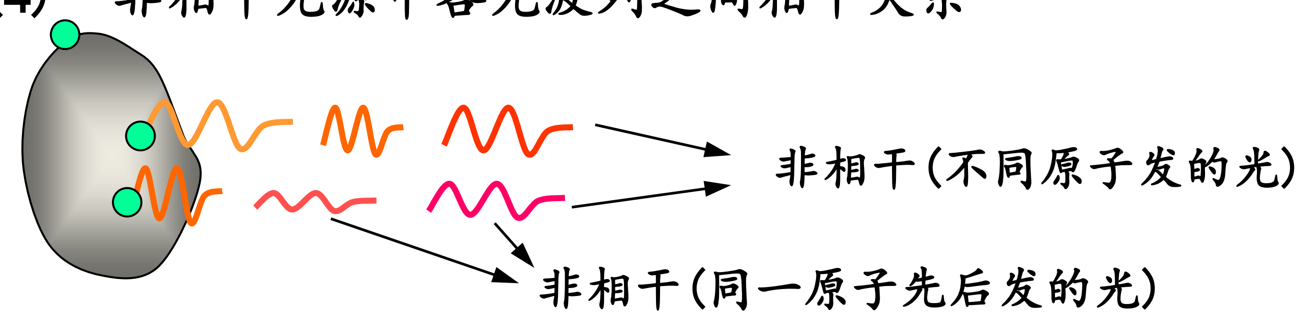
➢ 说明

(1) 各光波的频率相同是任何波动叠加产生干涉的必要条件.

(2) 对光矢量振动方向平行条件，一般只要叠加光波的振动方向存在平行分量即可.

(3) 光波之间的相位差恒定是保证干涉图样稳定所必须的.

(4) 非相干光源中各光波列之间相干关系



只有相遇的光波来自于同一光波列才满足光波相干条件.

5. 光程

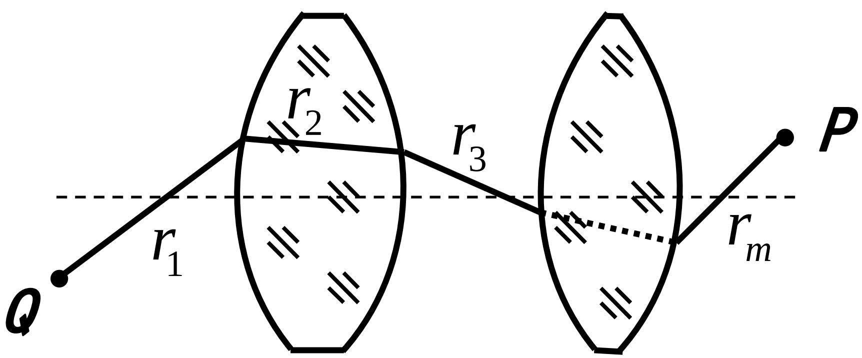
1）目的：便于研究同一光波在几种不同介质中传播或者计算几个经过不同介质的干涉光相遇时的相位差.

2）定义：若时间 t 内光波在介质中传播的路程为 r，则相应在真空中传播的路程应为

$$x = ct = \frac{cr}{u} = nr$$

光程

可见：光程是一个折合量，将光波在介质中传播的路程折合为同一时间内在真空中通过的相应路程。

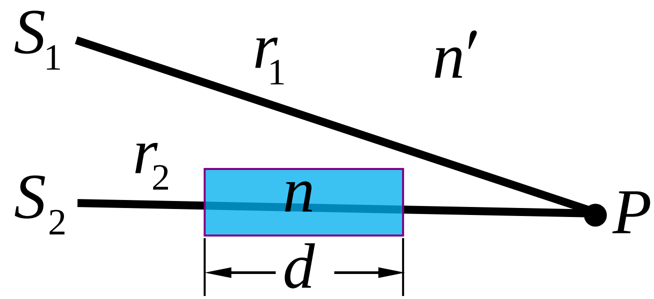


$$L = \sum_i n_i r_i$$

6. 光程差

1） 光程差

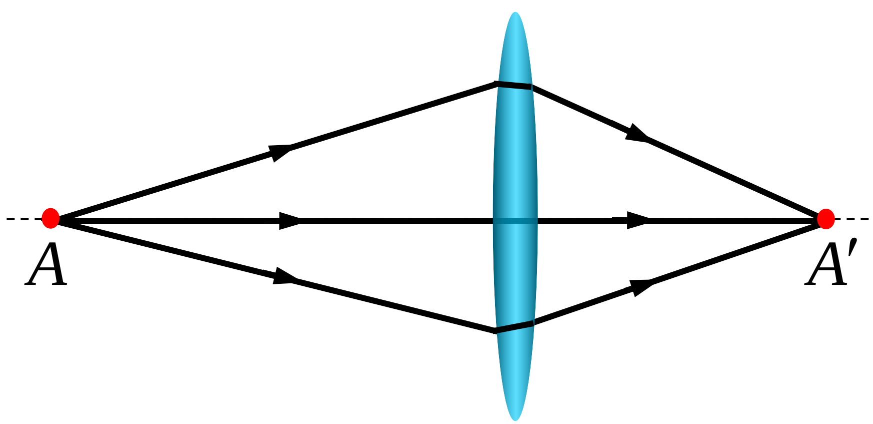
$$\delta = [n'(r_2 - d) + nd] - n'r_1$$



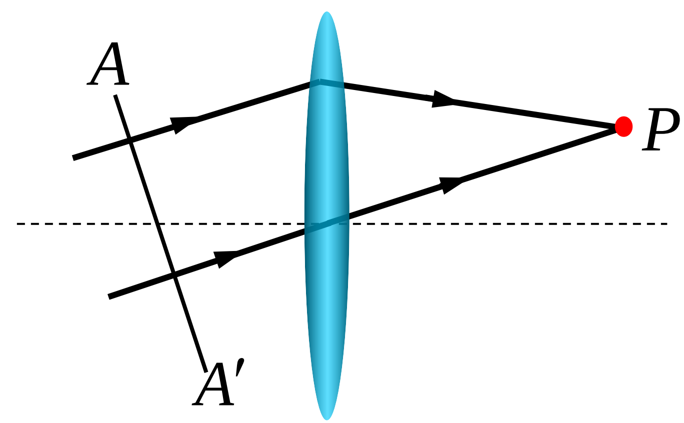
2） 相位差与光程差关系 $\Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \delta$

真空中的波长

3）凸透镜的等光程性



物点到象点之间
各光线的光程差为零



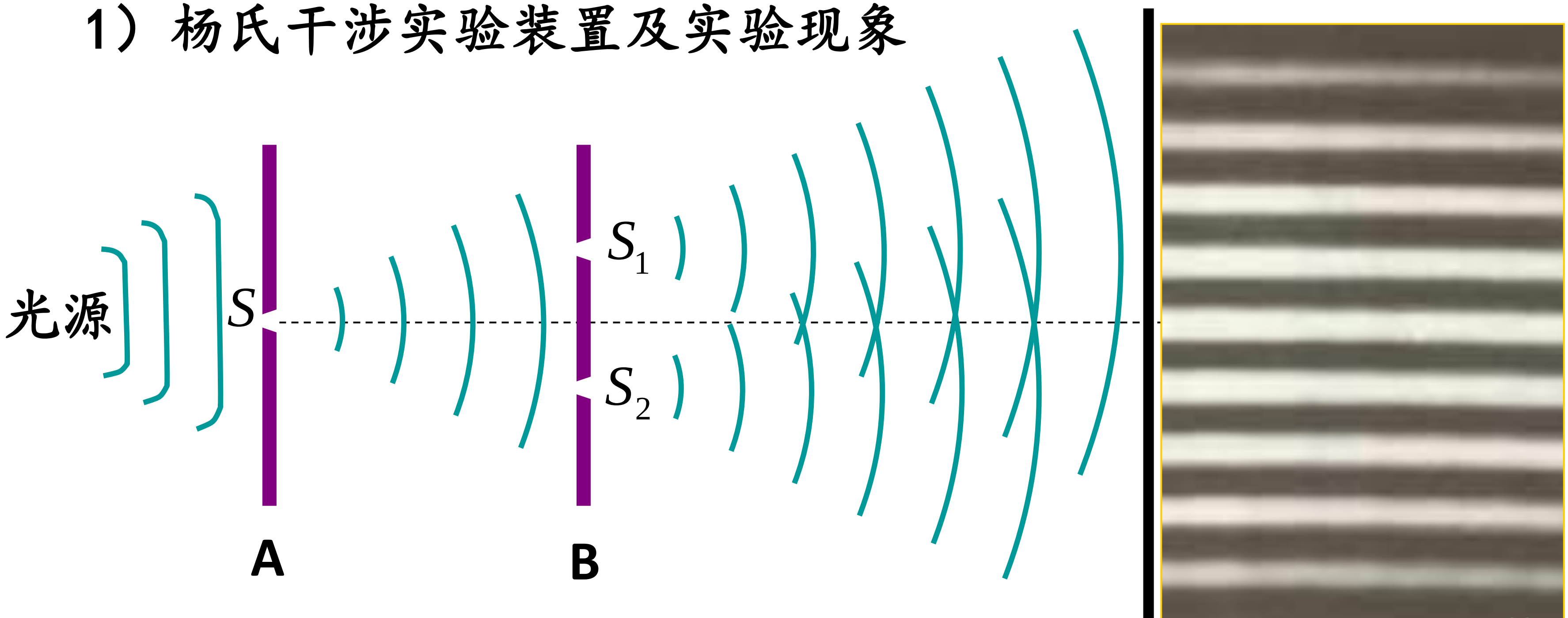
平行光截面到焦点之间
各光线的光程差为零

§3 分波前干涉

1. 杨氏干涉实验

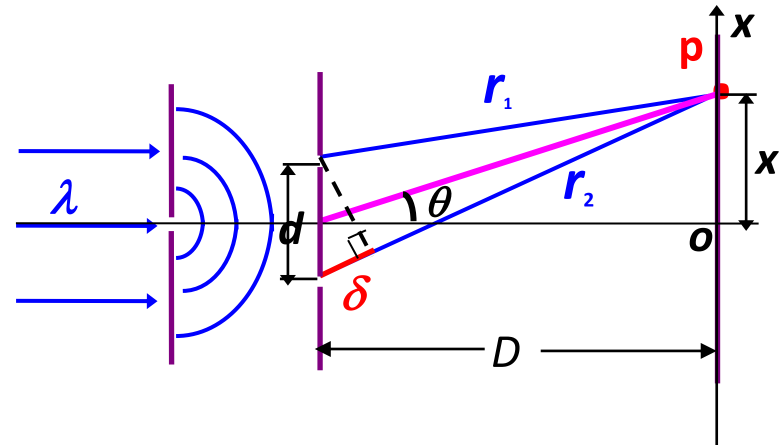
思路：通过一些技术方法（例如：通过并排的两个小孔）从一个光源发出的同一光波列的波前上取出两个子波源，该获得相干光的方法为分波前法.

1）杨氏干涉实验装置及实验现象



2）干涉图样

◆ 极值位置



$$\begin{cases} r_1^2 = D^2 + (x - \frac{d}{2})^2 \\ r_2^2 = D^2 + (x + \frac{d}{2})^2 \end{cases}$$

由上式得 $r_2^2 - r_1^2 = 2xd$

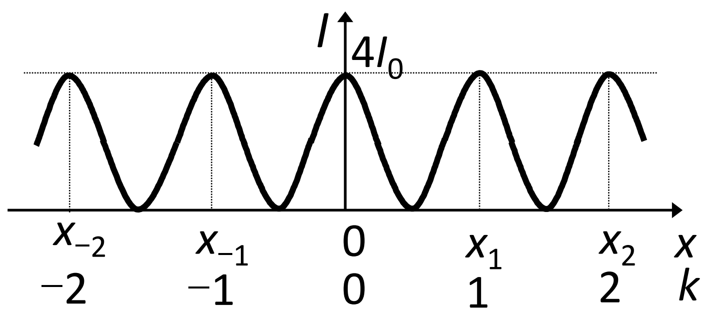
$$\delta = r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1} \approx \frac{xd}{D}$$

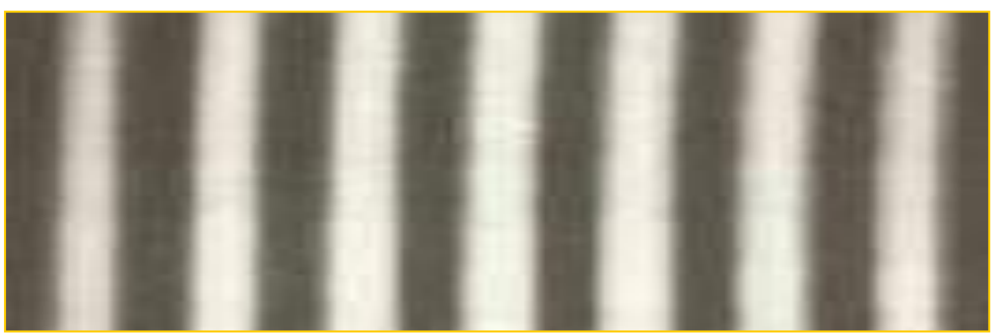
在实际的干涉实验中 **$d << D$**，只在z轴附近观察 $x << D$

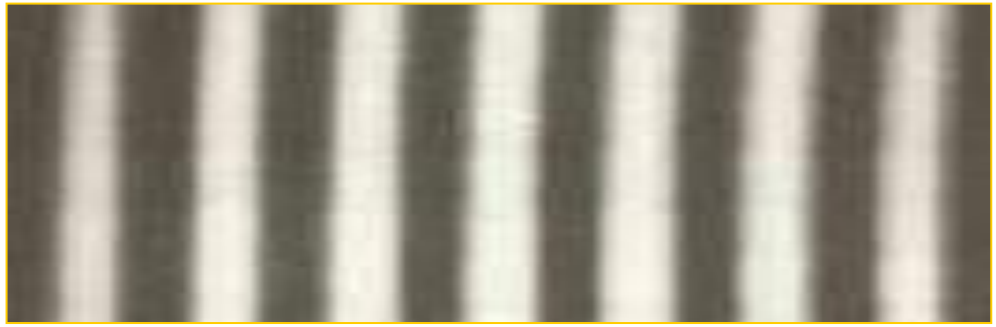
$$\begin{cases} \delta = \frac{xd}{D} = \pm 2k \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 0,1,2,\cdots & \text{光强极大位置} \\ \delta = \frac{xd}{D} = \pm (2k-1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad k = 1,2,\cdots & \text{光强极小位置} \end{cases}$$

◆ 光强分布图

$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ \cos\Delta\varphi \\ \Delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\lambda}\cdot\delta \end{cases}$$







➢ 讨论

(1) 屏上z轴附近分布着一系列平行、等间距、等强度的条纹.

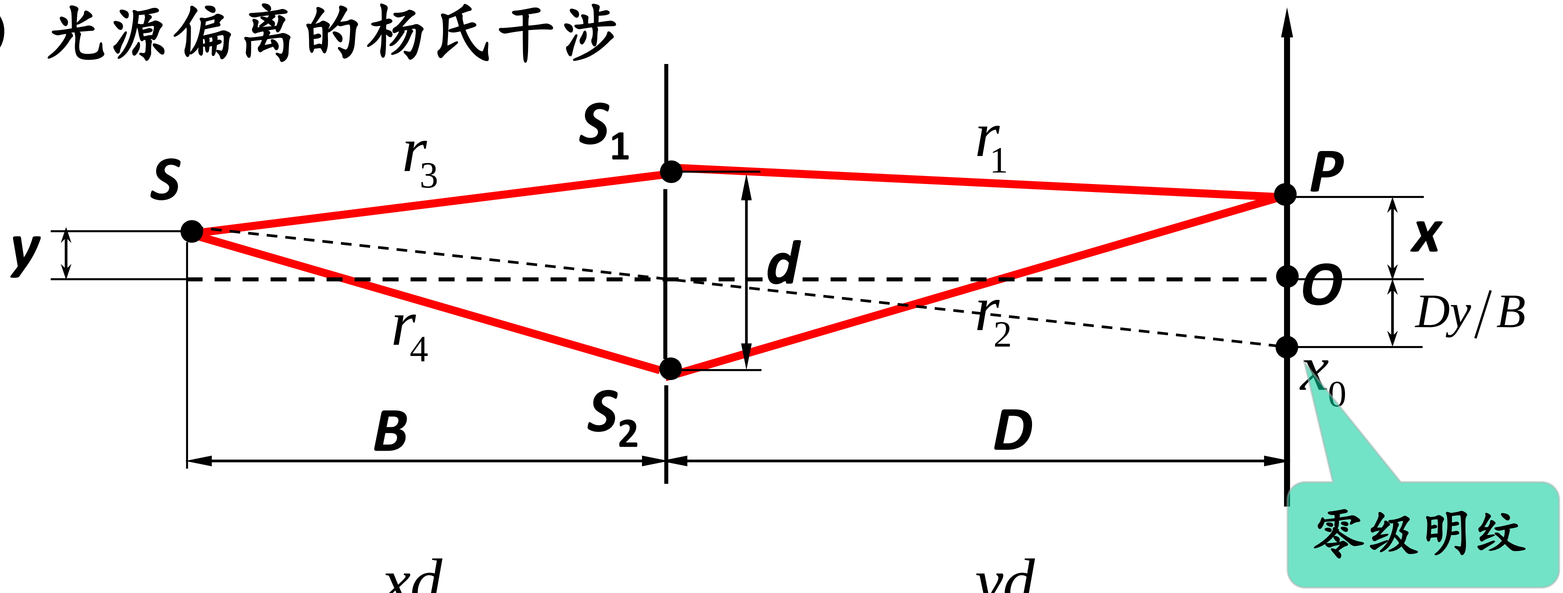
条纹间距 $\Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$

(2) 干涉条纹中，在极大与极小值之间，光强逐渐过渡变化，且是非线性的变化.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\ \cos\Delta\varphi \qquad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot\delta$$

若 $I_1 = I_2 = I_0$ 有 $I = 4I_0\cos^2(\dfrac{\pi d}{D\lambda}\cdot x)$

（3）光源偏离的杨氏干涉



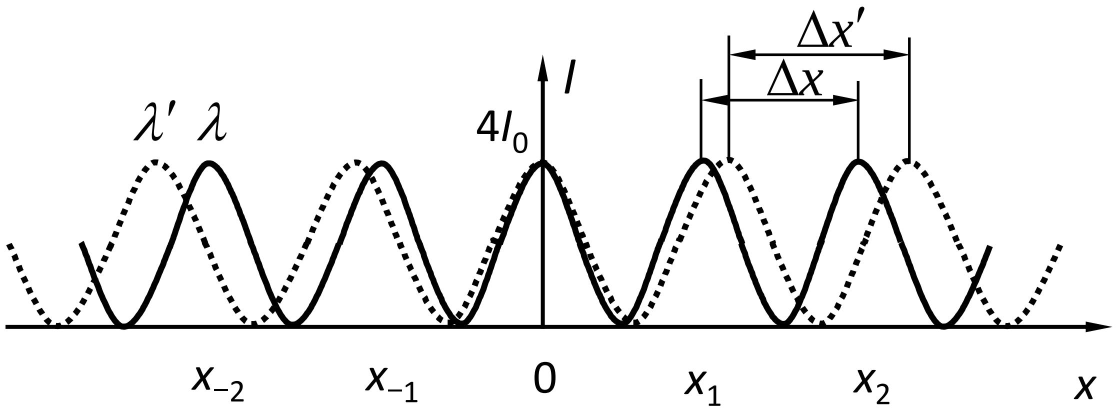
$$r_2 - r_1 \approx \frac{xd}{D} \qquad \text{同理} \quad r_4 - r_3 \approx \frac{yd}{B}$$

光程差 $\delta = (r_4 + r_2) - (r_3 + r_1) \approx \dfrac{xd}{D} + \dfrac{yd}{B}$

对零级亮条纹，有 $\delta = 0$

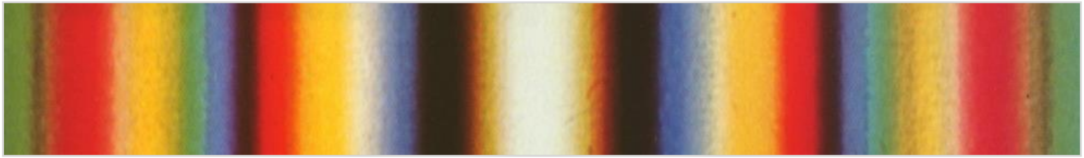
$$x_0 = -\frac{Dy}{B}$$

(4) 间距与波长关系



由于 $\Delta x = \dfrac{D\lambda}{d}$ ，当**d**和**D**保持不变时，$\Delta x \propto \lambda$

(5) 当用白光作为光源时，在中央零级白色条纹两边对称地排列着几条彩色条纹. 同级条纹由中心向两侧的色序为 紫⟶红.



例 波长为 600 nm 的平行光垂直入射在间距为 0.2 mm 的双缝上时，在缝后 1m 处的像屏上形成干涉条纹.

求 （1）第十级明纹中心的位置和第十级明纹的宽度

（2）波长改为 400~760 nm 的白光时，第二级谱线宽度、第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度和重叠部分各波长范围.

解 (1)明条纹中心条件为 $\frac{xd}{D}=\pm k\lambda \Rightarrow x=\pm k\frac{D}{d}\lambda$

$$x_{10}=10\frac{D}{d}\lambda=10\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times600\times10^{-9}\,\mathrm{m}=3\times10^{-2}\,\mathrm{m}$$

相邻条纹间距为 $\Delta x=\frac{D\lambda}{d}$

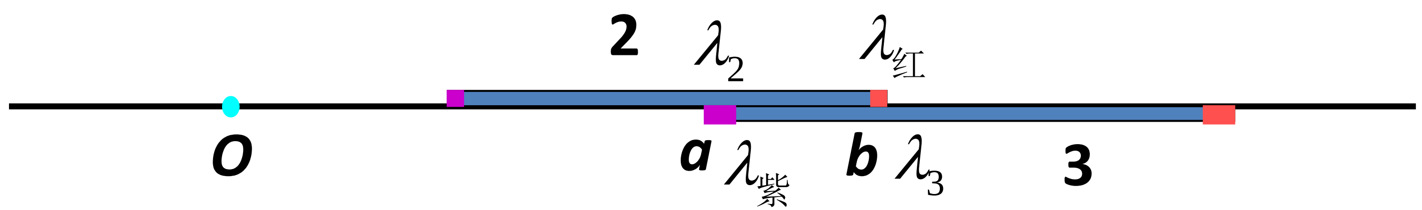
第十级明纹的宽度 $\Delta x=\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times600\times10^{-9}\,\mathrm{m}=3\times10^{-3}\,\mathrm{m}$

(2) 明条纹中心条件

$$\frac{xd}{D} = \pm k\lambda \Longrightarrow x = \pm k\frac{D}{d}\lambda$$

第二级谱线的宽度为

$$\Delta x_2 = 2\frac{D}{d}\Delta\lambda = 2\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times(760-400)\times10^{-9}\,\mathrm{m} = 3.6\times10^{-3}\,\mathrm{m}$$



第二级谱线与第三级谱线重合，即 $x_2 = x_3$

$$2\lambda_2 = 3\lambda_{紫} \Longrightarrow \lambda_2 = \frac{3}{2}\lambda_{紫} = \frac{3}{2}\times400\mathrm{nm} = 600\mathrm{nm}$$

同理有： $2\lambda_{红} = 3\lambda_3 \Longrightarrow \lambda_3 = \frac{2}{3}\lambda_{红} = \frac{2}{3}\times760\mathrm{nm} = 507\mathrm{nm}$

第二级谱线与第三级谱线重叠部分各波长范围为

$$k=2:600\rightarrow 760\text{nm};$$

$$k=3:400\rightarrow 507\text{nm}$$

第二级谱线与第三级谱线重叠部分的宽度为

$$\Delta x=k\frac{D}{d}\Delta\lambda$$

$$=3\times\frac{1}{0.2\times10^{-3}}\times(507-400)\times10^{-9}\text{m}$$

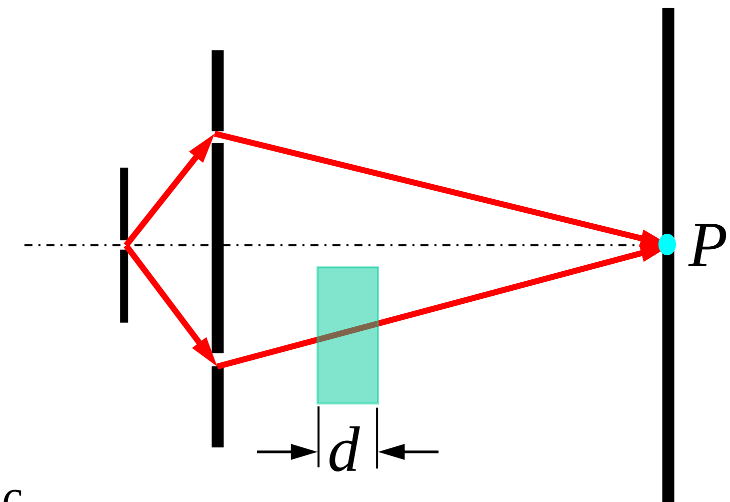
$$=1.6\times10^{-3}\text{m}$$

例 用折射率 n =1.58 的很薄的云母片覆盖在双缝实验中的一条缝上，这时屏上的第七级亮条纹移到原来的零级亮条纹的位置上。如果入射光波长为 550 nm.

求 此云母片的厚度.

解 设云母片厚度为d . 无云母片时，零级亮纹在屏上P点，则到达P点的两束光的光程差为零. 加上云母片后，到达P点的两光束的光程差为

$$\delta=(n-1)d$$

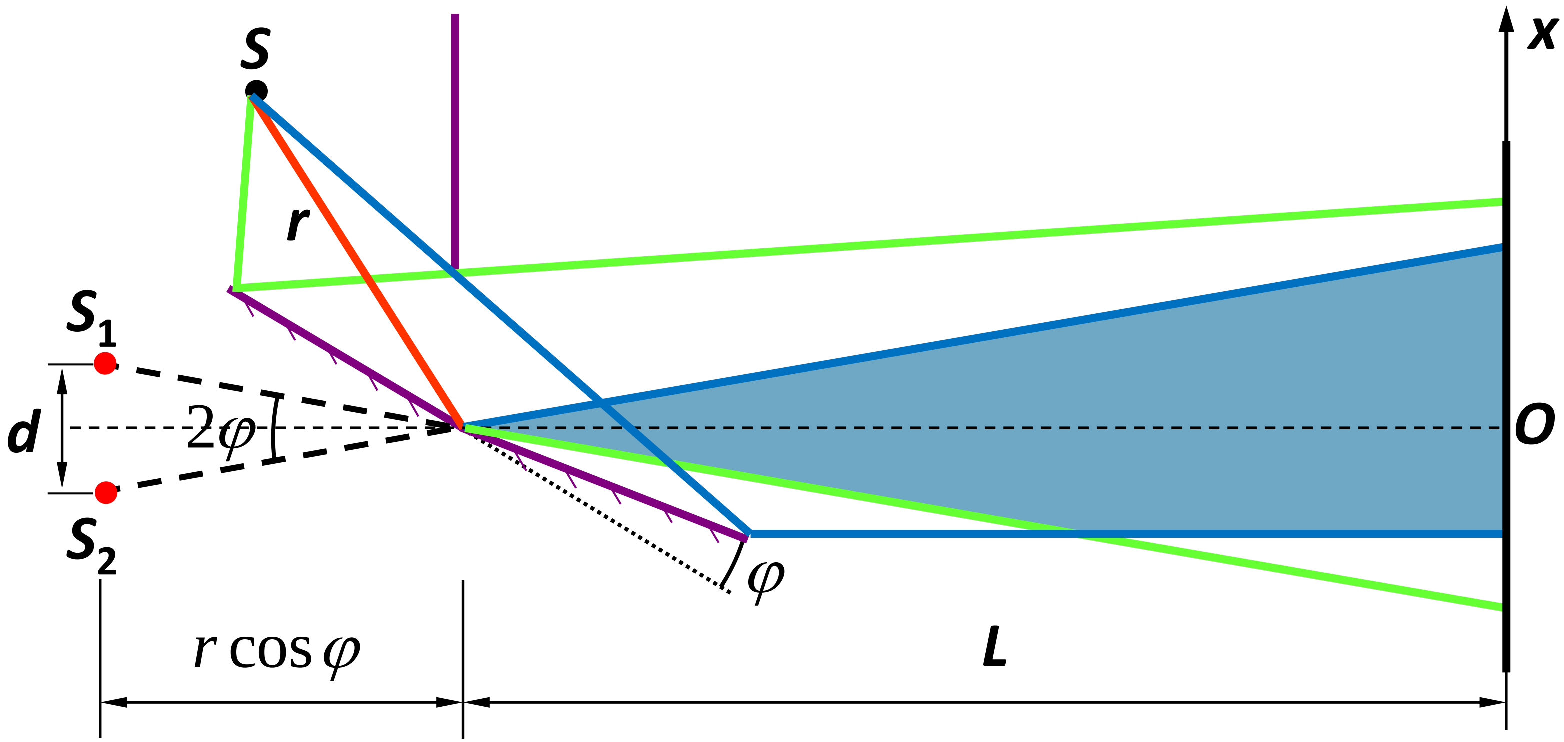


当P 点为第七级明纹位置时

$$\delta=7\lambda$$

$$d=\frac{7\lambda}{n-1}=\frac{7\times550\times10^{-6}}{1.58-1}\mathrm{mm}=6.6\times10^{-3}\mathrm{mm}$$

2. 菲涅耳双面镜实验

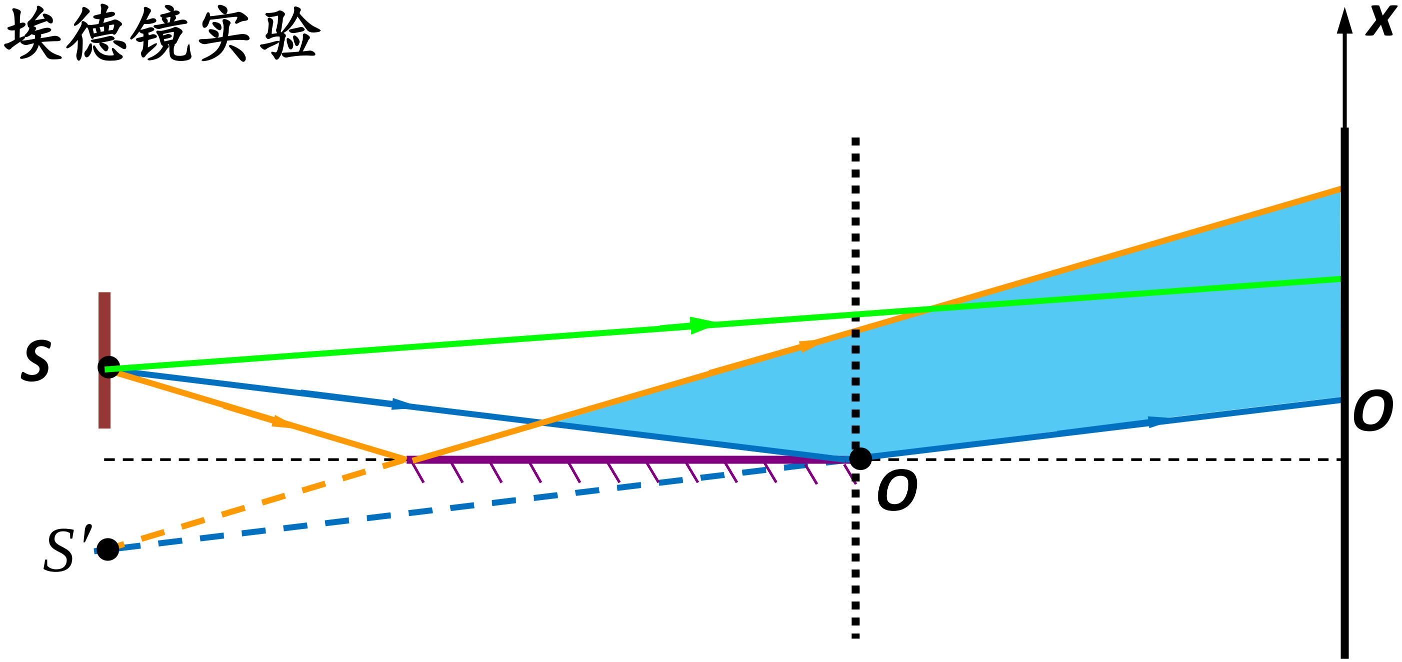


➢说明

（1） 调节两平面镜之间的夹角 φ ，可改变S_1和S_2间距，从而改变屏幕上干涉条纹的疏密程度.

（2） φ 必须很小，否则干涉条纹过密，将观察不到明显的干涉现象.

3. 劳埃德镜实验



- 接触处，屏上O点出现暗条纹 ⟹ 半波损失
- 半波损失：光波从折射率小的光疏介质向折射率大的光密介质入射时，在掠射或垂直入射两种情况下，反射光要产生数值为 π 的相位突变. 这相当于反射光波多走了(或少走了)半个波长.

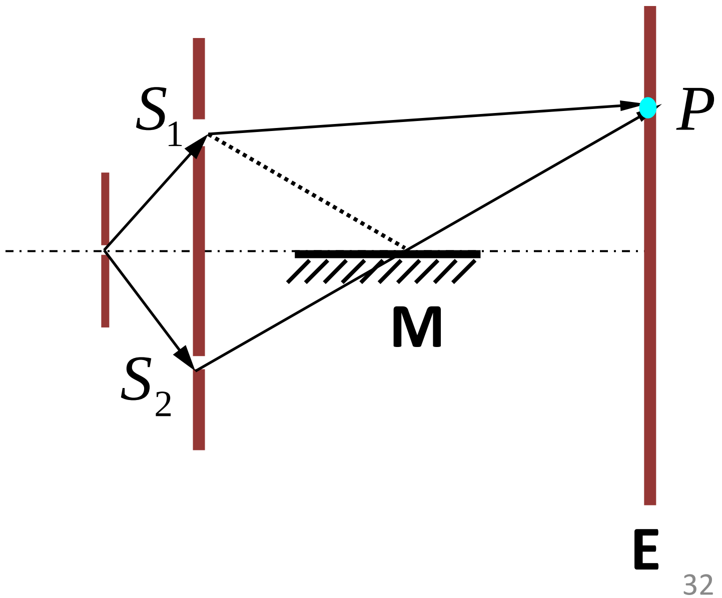
例　在双缝干涉实验中，屏幕 E 上的 P 点处是明条纹. 若将缝 S_2 盖住，并在 S_1S_2 连线的垂直平分面处放一反射镜 M，如图所示，则此时

(A)　P 点处仍为明条纹.

(B)　P 点处为暗条纹.

(C)　不能确定 P 点处是明条纹还是暗条纹.

(D)　无干涉条纹.



解　由于在原来光程差上多(少)了半个波长，所以 P 点处为暗条纹.

4. 干涉条纹的可见度

可见度（描述条纹清晰度的物理量）

$$V=\frac{I_{\max}-I_{\min}}{I_{\max}+I_{\min}} \Rightarrow \begin{cases} I_{\min}=0 & V=1 \\ I_{\max}=I_{\min} & V=0 \end{cases}$$

两束相干光波叠加时，光强分布为

$$I=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2}\ \cos\Delta\varphi \Rightarrow \begin{cases} I_{\max}=I_1+I_2+2\sqrt{I_1I_2} \\ I_{\min}=I_1+I_2-2\sqrt{I_1I_2} \end{cases}$$

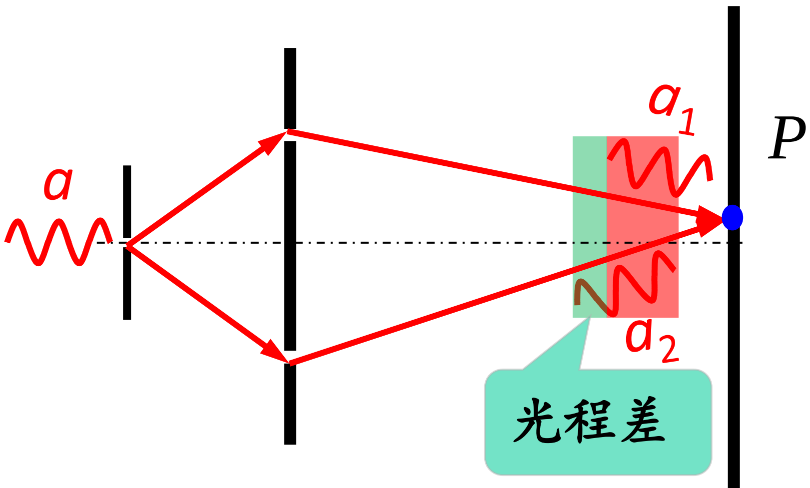
则 $$V=\frac{4\sqrt{I_1I_2}}{2(I_1+I_2)}=\frac{2\sqrt{I_2/I_1}}{1+I_2/I_1}$$

- 结论

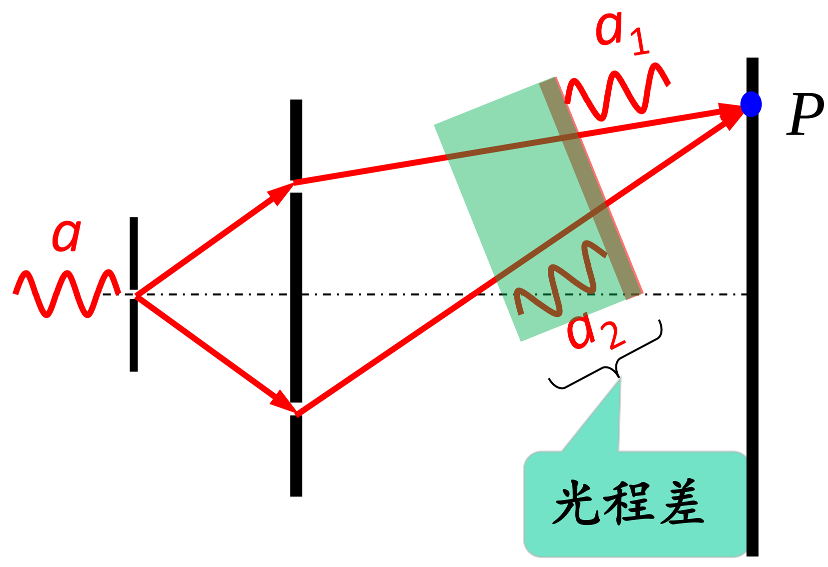
两束光波的强度越接近，可见度越大，干涉条纹就越清晰.

5. 时间相干性

只有相遇的光波来自于同一光波列才满足光波相干条件.



$\delta < L$



$\delta > L$

相干长度 $\delta_{\max} = L$ ；相干时间 $\Delta t = \dfrac{L}{c}$

§4 分振幅干涉

思路：

一束光在界面上反射和折射时，
它携带的能量也被反射和折射.

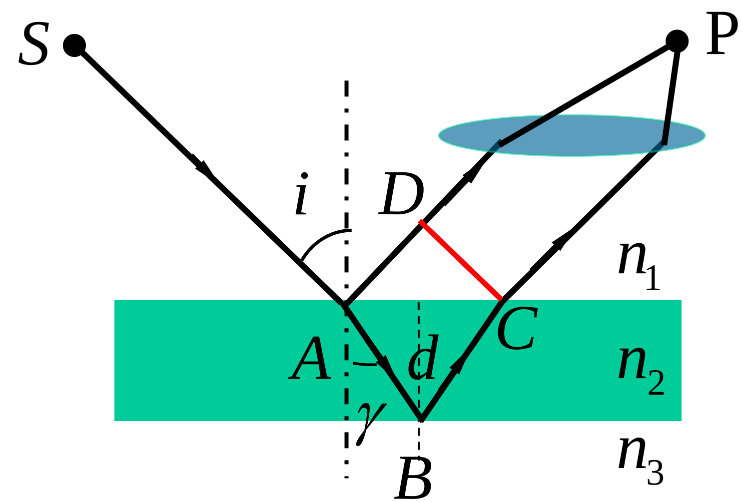
由于 $I=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}E_0^2$

这种光波分割法称为**分振幅法**.

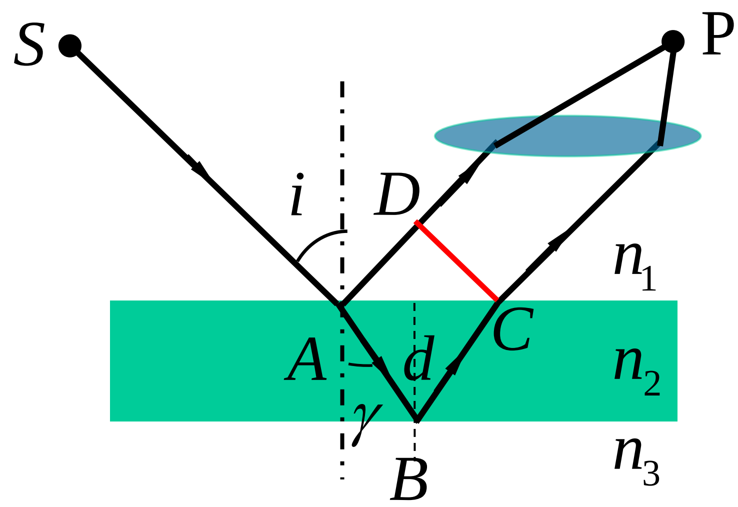
1. 薄膜干涉

两束光线的光程差

$$\delta=n_2\left(AB+BC\right)-n_1AD$$



$$\begin{cases} AB = BC = \dfrac{d}{\cos\gamma} \\ AD = AC\sin i = 2d\tan\gamma\cdot\sin i \\ n_1\sin i = n_2\sin\gamma \end{cases}$$



$$\delta = 2n_2 AB - n_1 AD$$

$$= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} = 2n_2 d\cos\gamma$$

考虑上下界面反射的半波损失，可写为

$$\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k = 1,2,3,\cdots\text{干涉相长} \\ (2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k = 0,1,2,\cdots\text{干涉相消} \end{cases}$$

2. 薄膜的等厚干涉

当保持n_2，γ不变时，可见 δ 仅仅是 d 的函数。同一条纹对应的薄膜厚度相同，这种干涉——薄膜等厚干涉，相应的干涉条纹——等厚条纹.

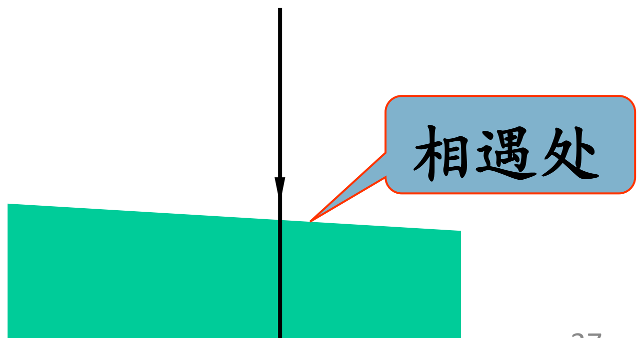
- 讨论

(1) 光垂直入射薄膜表面 $i=\gamma=0$

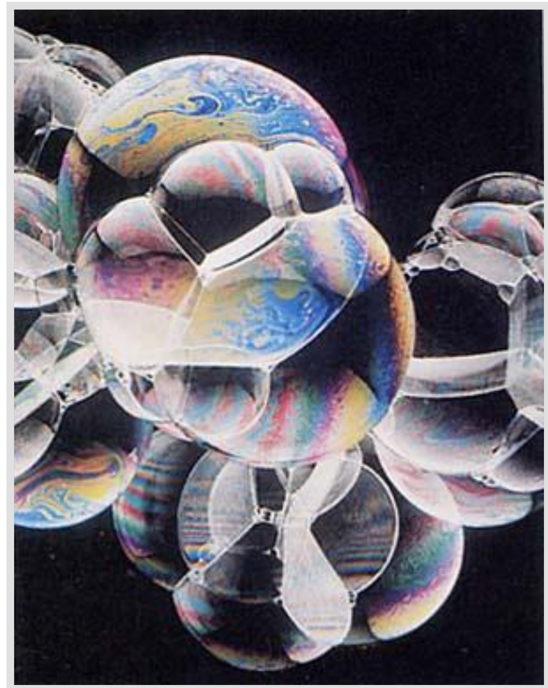
$$\delta = 2n_2 d + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k=1,2,3,\cdots \text{干涉相长} \\ (2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\cdots \text{干涉相消} \end{cases}$$

(2) 注意两相干涉光相遇位置.

(3) 是否存在半波损失要具体考虑.



(4) 若光源是非单色的，则在薄膜表面形成色彩斑斓的条纹.



(5) 通过在基底上镀薄膜改变透射光和反射光的强度.

增透膜：使反射光相干相消.

增反膜：使反射光相干相长.

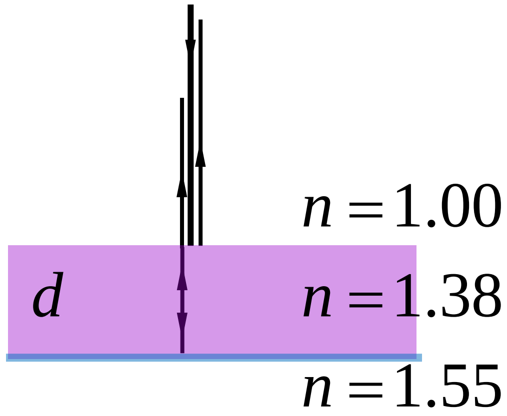
例：波长550 nm黄绿光对人眼和照像底片最敏感。要使照像机对此波长反射小，可在照像机镜头上镀一层氟化镁薄膜，已知氟化镁的折射率 n=1.38 ，玻璃的折射率n=1.55.

求：氟化镁薄膜的最小厚度.

解：根据题意，不需考虑半波损失.

两条反射光干涉减弱条件

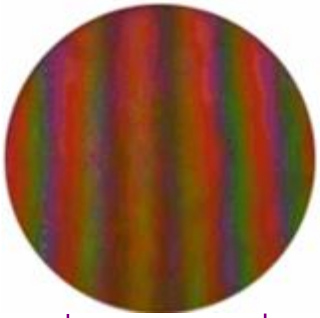
$$2nd=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \qquad k=0,1,2,\cdots$$

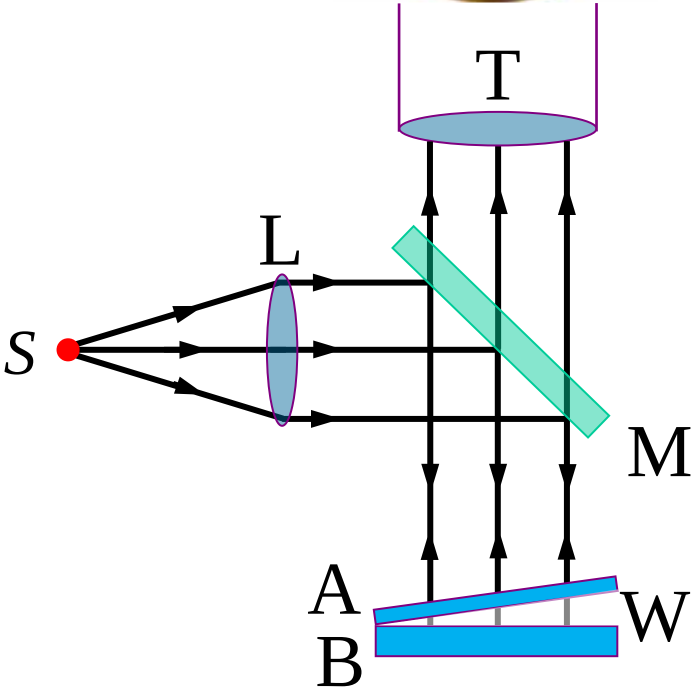


增透膜的最小厚度为

$$d=\frac{\lambda}{4n}=\frac{550}{4\times1.38}\mathrm{nm}\approx100\mathrm{nm}$$

1）劈尖干涉





- 条纹特征

(1) 劈尖棱处是一个暗条纹.

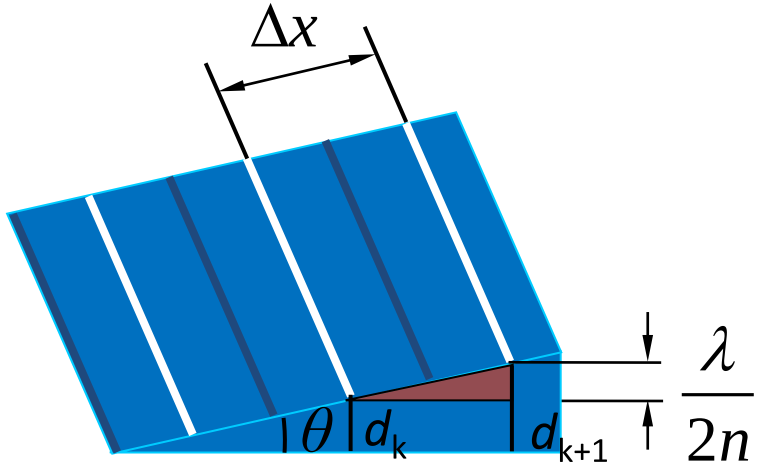
(2) 劈尖干涉的等厚条纹是一些平行于棱的等间距直条纹.

(3) 两相邻明条纹(或暗条纹)对应的厚度差.

劈尖内介质折射率为n，则两相邻明条纹满足条件：

$$\left.\begin{aligned} 2nd_k+\frac{\lambda}{2}&=k\lambda \\ 2nd_{k+1}+\frac{\lambda}{2}&=(k+1)\lambda \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\Delta d=d_{k+1}-d_k=\frac{\lambda}{2n}}$$



(4) 两相邻明条纹(或暗条纹)的间距.

$$\left.\begin{aligned} d_{k+1}-d_k&=\frac{\lambda}{2n} \\ \Delta x\cdot\theta&=d_{k+1}-d_k \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{\Delta x=\frac{\lambda}{2n\theta}}$$

(5) 薄膜整体厚度的变化导致条纹发生变化.

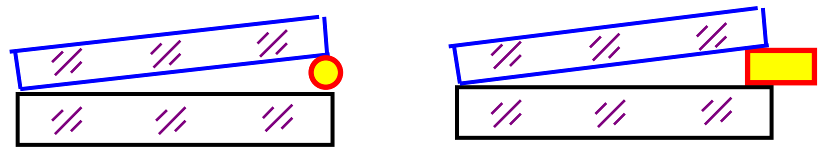
- 劈尖干涉的应用

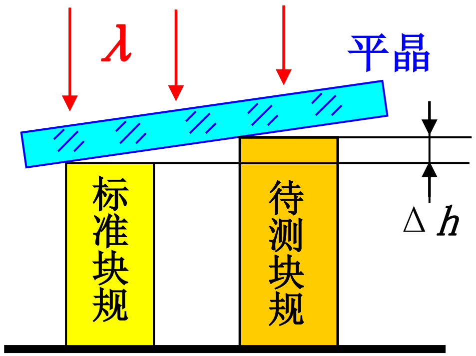
$$\boxed{\Delta x = \frac{\lambda}{2n\theta}}$$

(1) 测波长：已知θ、n，测 L可得 λ

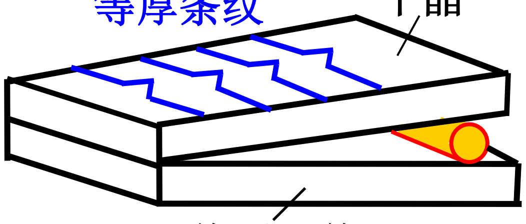
(2) 测折射率：已知θ、λ，测 L可得 n

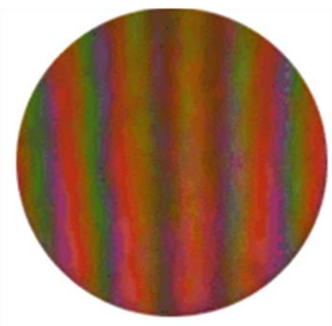
(3) 测细小直径、厚度、微小变化



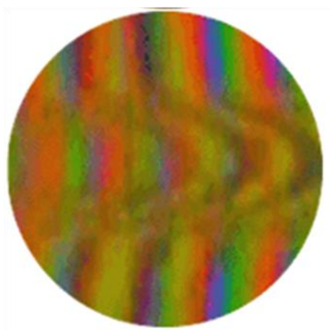


(4) 检验平面镜工作表面是否平整.



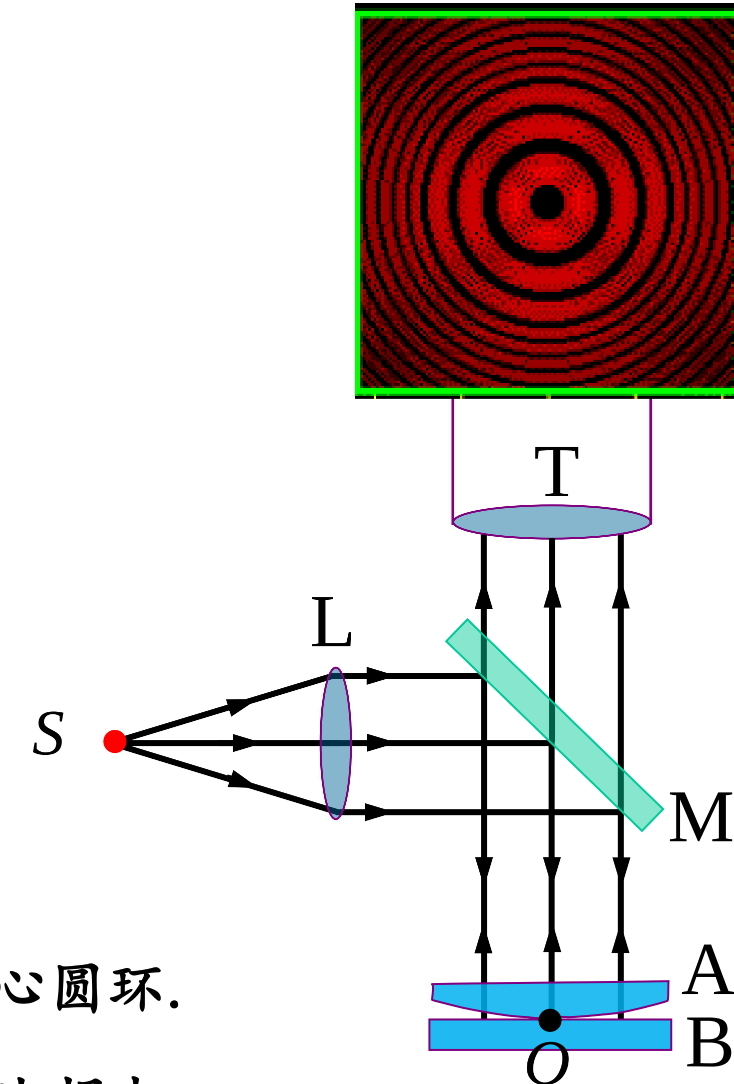


平整



局部不平整

2）牛顿环



➢ 条纹特征

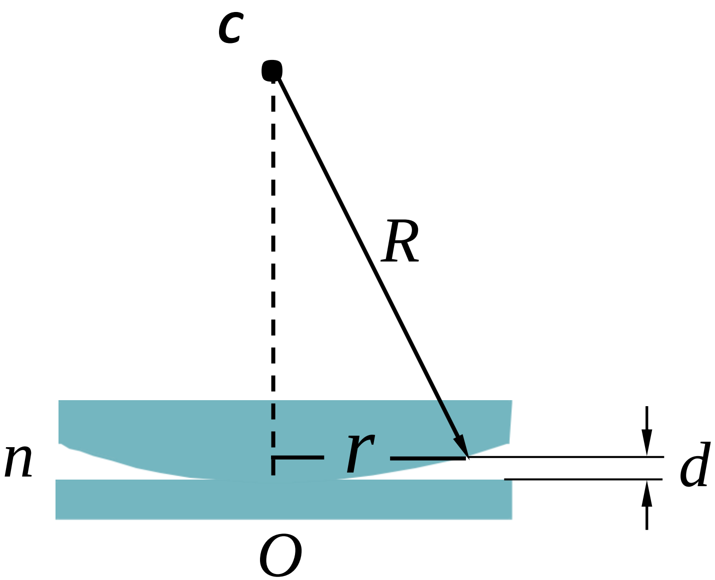
（1） 以接触点O为中心的内疏外密同心圆环.

（2） 若接触良好，中央为暗纹——半波损失.

（3） 由中心向外，干涉级次k 增大.

- 相关参数之间的关系

光程差 $\delta = 2nd + \dfrac{\lambda}{2}$ **(1)**



由几何关系得

$$R^2 = r^2 + (R-d)^2 \approx r^2 + R^2 - 2Rd$$

$$d \approx \frac{r^2}{2R} \qquad \textbf{(2)}$$

将(2)代入(1)得 $\delta = 2n \cdot \dfrac{r^2}{2R} + \dfrac{\lambda}{2}$

牛顿环明、暗纹条件分别为

$$\begin{cases} 2n \cdot \dfrac{r^2}{2R} + \dfrac{\lambda}{2} = 2k\dfrac{\lambda}{2} & k = 1, 2, 3, \cdots \\ 2n \cdot \dfrac{r^2}{2R} + \dfrac{\lambda}{2} = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} & k = 0, 1, 2, \cdots \end{cases}$$

牛顿环明、暗半径分别为

$$r_k = \sqrt{(2k-1)\cdot\frac{R\lambda}{2n}} \qquad k = 1, 2, 3, \cdots \text{明纹}$$

$$r_k = \sqrt{k\lambda R/n} \qquad k = 0, 1, 2, \cdots \text{暗纹}$$

***k*级和*k*+*N*级暗纹半径分别为**

$$\begin{cases} r_{k+N}^2 = (k+N)\lambda R/n \\ r_k^2 = k\lambda R/n \end{cases} \longrightarrow \boxed{R = \frac{n\left(r_{k+N}^2 - r_k^2\right)}{N\lambda}}$$

可见，只要测出任意两条暗环的半径*r*，数出它们之间的级数差*N*，就可以计算该透镜的曲率半径.

思考：牛顿环条纹疏密随介质折射率如何变化？

例 在牛顿环装置的透镜与玻璃板之间充满某种液体的过程中中，第十个亮环直径由原来**1.40cm**变为**1.27cm** .

求 该液体的折射率.

解 牛顿环明纹半径 $$r^2=(2k-1)R\frac{\lambda}{2n}$$

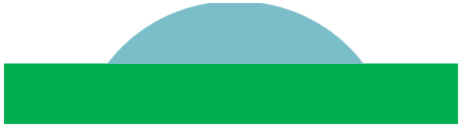
空气中 $$r_1^2=(2k-1)R\frac{\lambda}{2}$$

介质中 $$r_2^2=(2k-1)R\frac{\lambda}{2n}$$

该液体的折射率 $$n=\frac{r_1^2}{r_2^2}=\frac{1.40^2}{1.27^2}=1.21$$

例 用白光垂直照射玻璃片上的油滴，如图所示. 油折射率 n=1.20，玻璃折射率 n=1.50.

求 (1) 油滴外围最薄处对应亮区还是暗区？



(2) 从油滴边缘数起，第三级波长为480nm的蓝色区域油层的厚度.

(3) 为什么干涉图样的色彩随着油层变厚而逐渐消失？

解 (1) 根据题意，不需考虑半波损失.

干涉极大条件 $2nd = k\lambda \quad k = 0,1,2,\cdots$

干涉极小条件 $2nd = (2k+1)\dfrac{\lambda}{2} \quad k = 0,1,2,\cdots$

油滴外围最薄处($d = 0$)，满足干涉极大条件，对应亮区.

(2) 第三个蓝区，即

$$\left.\begin{array}{r} k=3 \\ 2nd=k\lambda \end{array}\right\} \Longrightarrow d=\frac{k\lambda}{2n}=3\times\frac{480}{2\times1.20}\mathrm{nm}=600\mathrm{nm}$$

(3) 油膜厚到一定程度时，其上下表面反射光的光程差接近或大于光源的相干长度，干涉条纹消失，色彩消失.

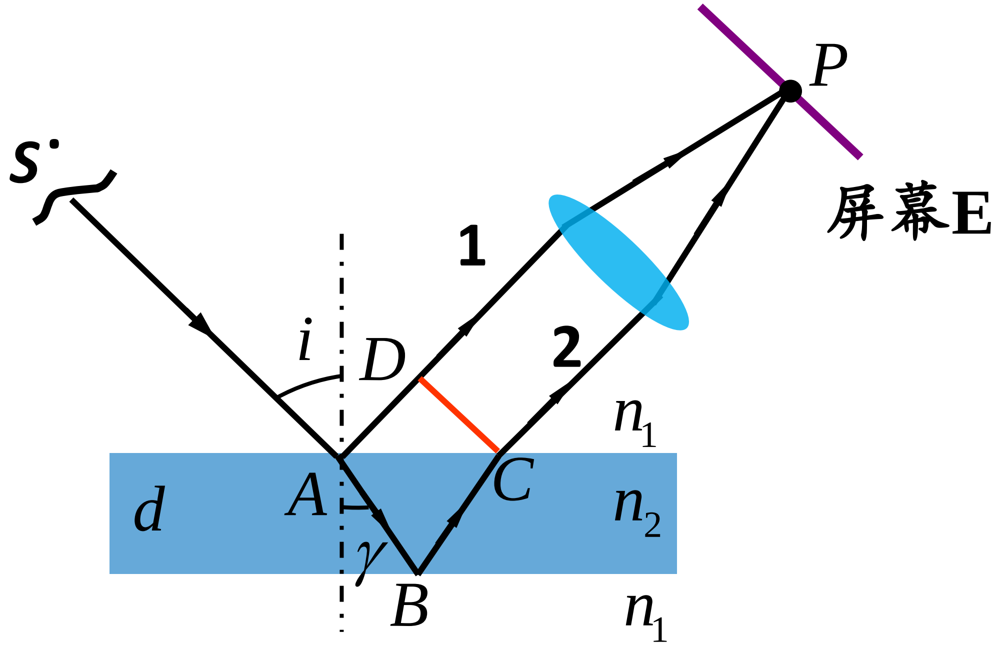
3. 薄膜的等倾干涉

两条光线的光程差

$$\delta = n_2(AB+BC) - n_1 AD$$

$$= 2d\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}$$

$$= 2n_2 d\cos\gamma$$

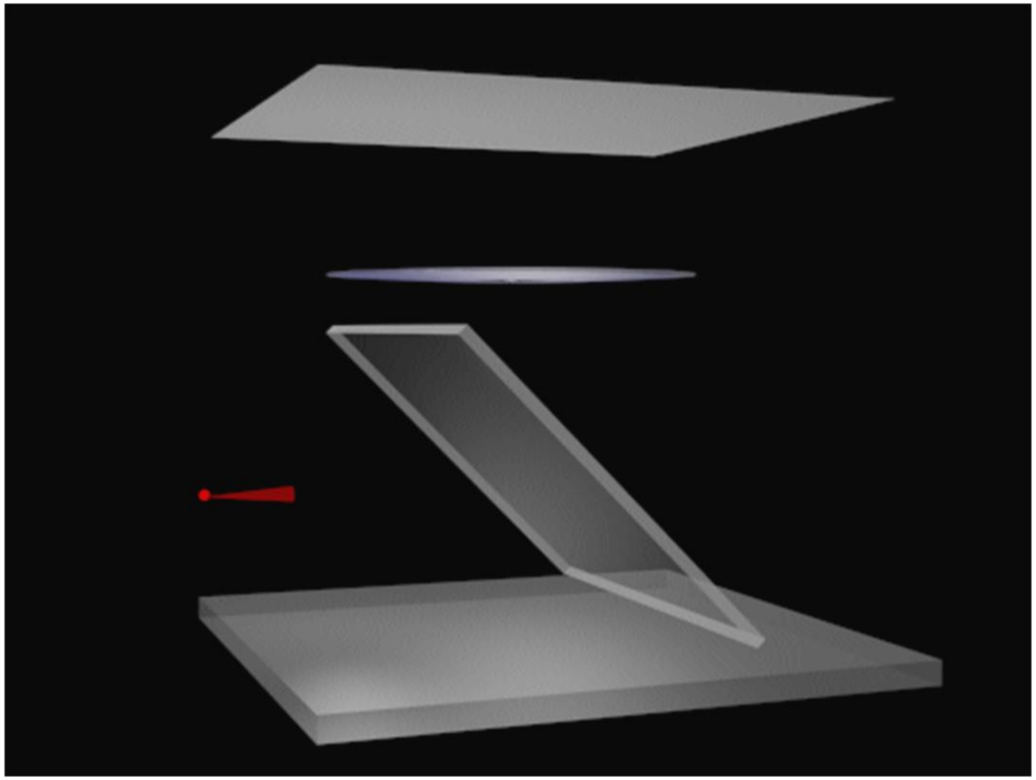


当保持n_2，d不变时，δ是 γ的函数——薄膜等倾干涉

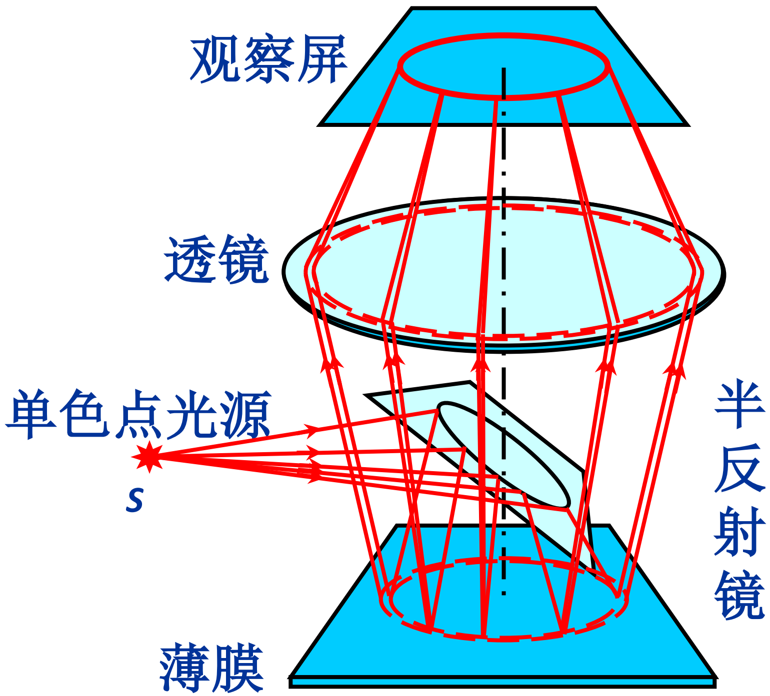
考虑到有半波损失 $\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \dfrac{\lambda}{2}$

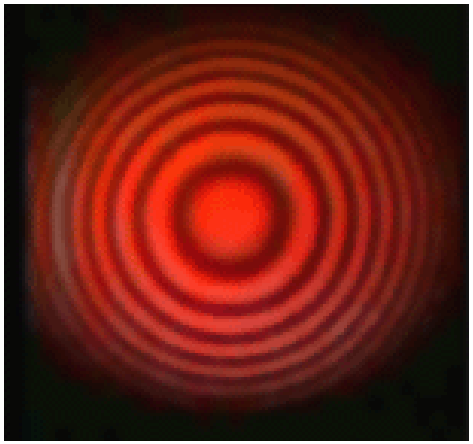
$$\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} 2k\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k=1,2,3\cdots \text{干涉相长} \\ (2k+1)\cdot\dfrac{\lambda}{2} & k=0,1,2,\cdots \text{干涉相消} \end{cases}$$

① 单色点光源照明时的等倾干涉



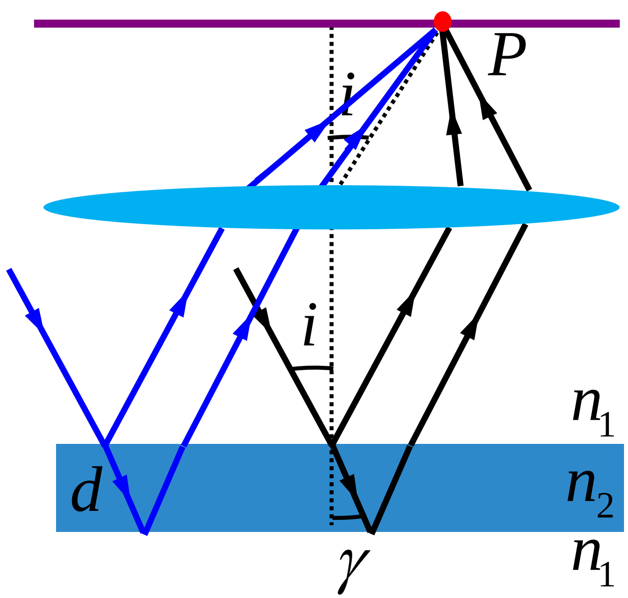
② 等倾干涉图样

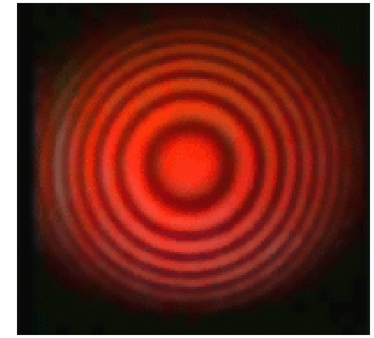


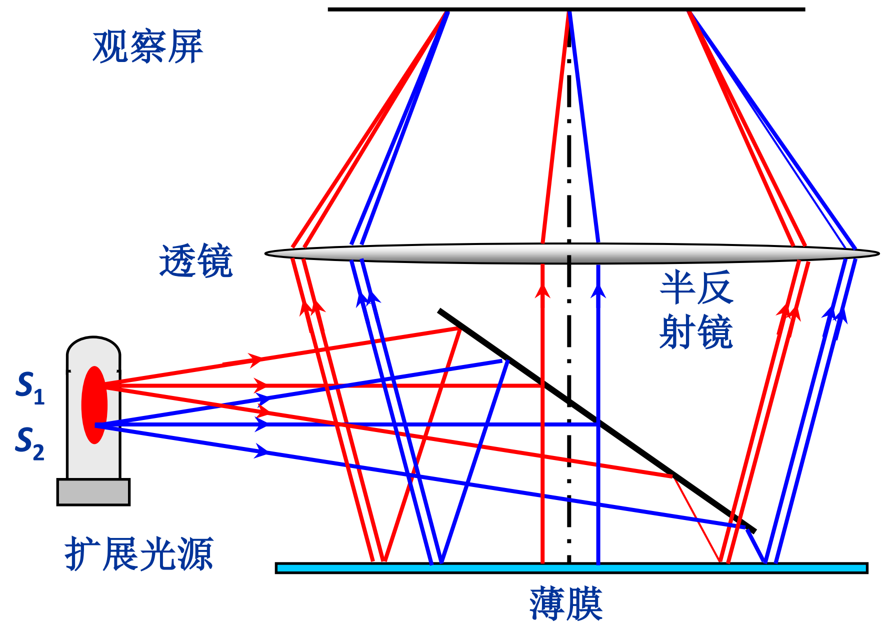


明暗相间的
同心圆环条纹

③ 单色扩展光源照明时的等倾干涉

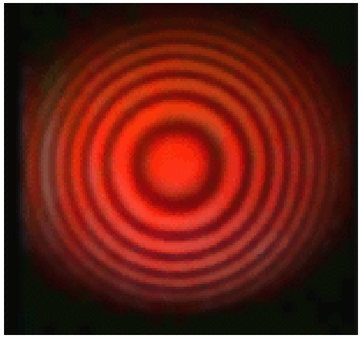






- ➢ 扩展光源中各点的等倾干涉图样完全重合。
- ➢ 扩展光源中各点的等倾干涉光强分布满足非相干叠加。
- ➢ 扩展光源能够提高等倾干涉条纹的亮度。

④ 等倾干涉条纹特性



a) 条纹形貌：明暗相间的同心圆环。

b) 条纹级次：内圆纹的级次比外圆纹的级次高。

明纹 $$\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$$

$$i\uparrow \quad \gamma\uparrow \quad \delta\downarrow \quad k\downarrow$$

c) 条纹间距：内疏外密。

$$2n_2 d\sin\gamma\left|\Delta\gamma\right| = \lambda$$

$$i\uparrow \quad \gamma\uparrow \quad \sin\gamma\uparrow \quad \left|\Delta\gamma\right|\downarrow$$

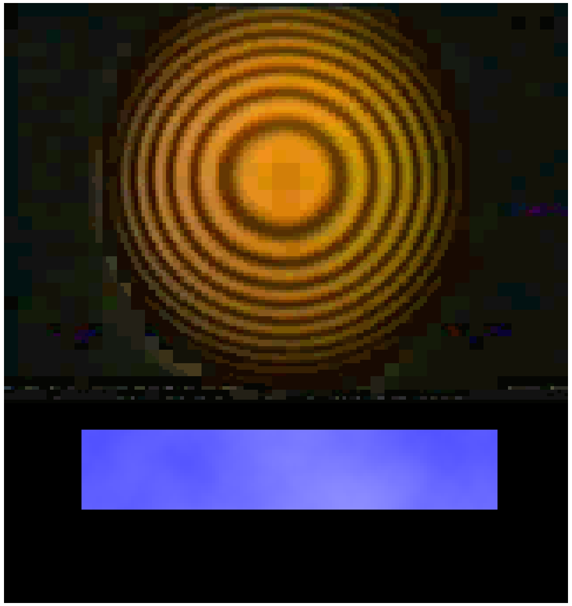
思考： 当薄膜厚度变化时，等倾干涉的条纹怎么移动？

答： 明纹条件 $\delta = 2n_2 d\cos\gamma + \dfrac{\lambda}{2} = k\lambda$

对第k级明纹，$\delta = k\lambda$ 不变。

- 当薄膜厚度d变小时，$\cos\gamma$变大，则γ 变小，i 变小，条纹内缩。

- 当薄膜厚度d变大时，$\cos\gamma$变小，则γ 变大，i 变大，条纹外扩。



4. 迈克尔逊干涉仪

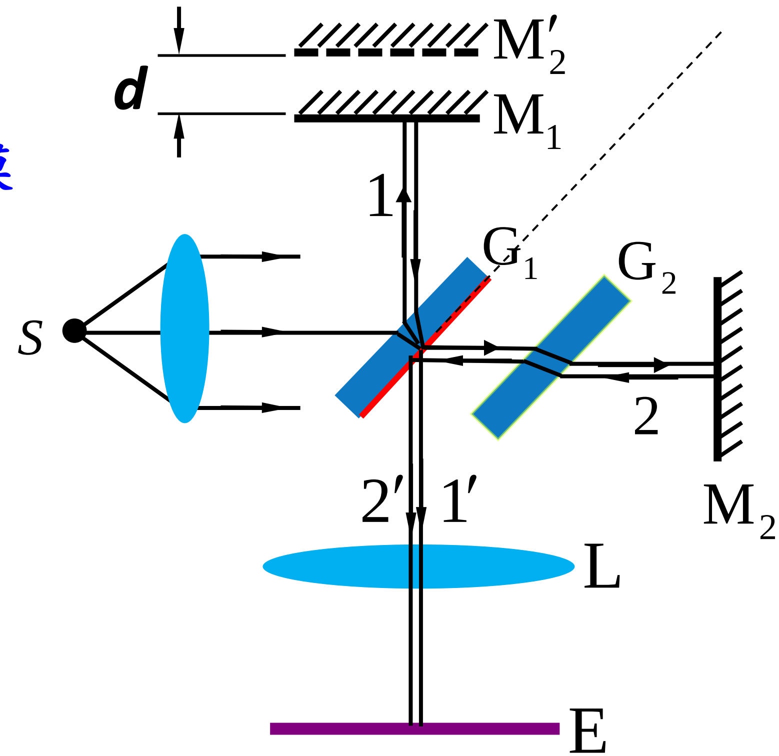
1）干涉仪结构

G1：半透半反膜

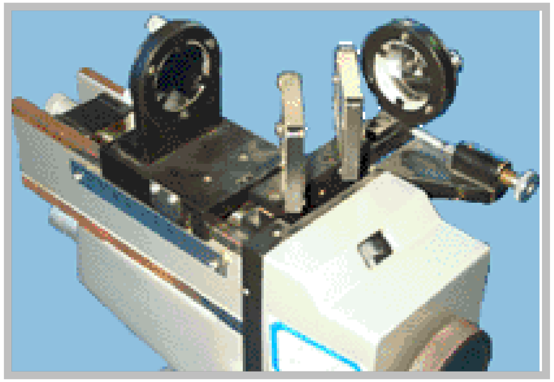
G2：补偿玻璃

2）工作原理

光束1'和2'发生干涉



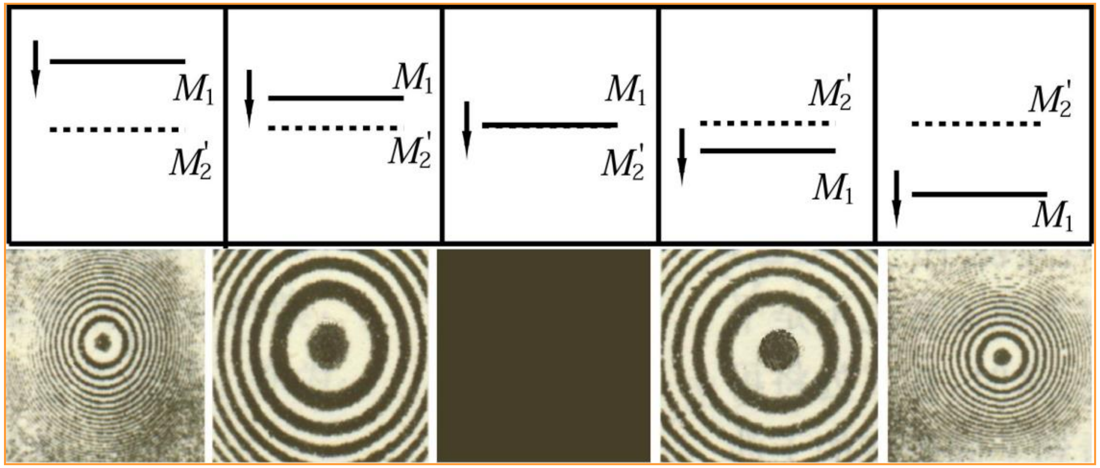
调整 M_1 和 M_2 后面的调节螺钉，即可观察到薄膜干涉的各种情况。



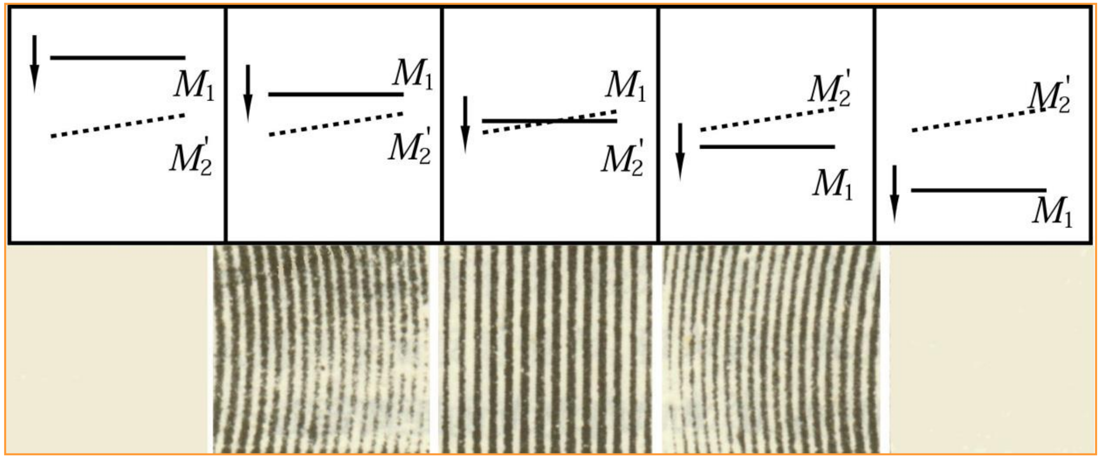
迈克耳孙干涉仪

3） 条纹特点

- 若M_1、M'_2 平行 等倾条纹。



- 若M_1、M'_2 有小 夹角。
  当M_1和M'_2 不平行，且光平行入射， 此时为等厚条纹。



- 若M_1平移 Δd 时，干涉条纹移过 N 条，则有

$$\Delta d = N \cdot \frac{\lambda}{2}$$

d）迈克耳孙干涉仪优点

设计精巧，两相干光路完全分开，可以方便的改变任一光路的光程.

e）应用

- 微小位移测量 $\Delta d = N \cdot \dfrac{\lambda}{2}$

- 测波长 $\lambda = \dfrac{2\Delta d}{N}$

- 测折射率 $(n-1)l = N\dfrac{\lambda}{2}$