

《大学物理 C》期中考试试题 (A) 答案

一、(25 分) 一物体悬挂在弹簧上作竖直振动, 其加速度为 $a = -ky$, 式中 k 为常量, y 是以平衡位置为原点所测得的坐标. 假定振动的物体在坐标 y_0 处的速度为 v_0 , 试求速度 v 与坐标 y 的函数关系式

解:
$$a = \frac{dv}{dt} = -ky$$

$$-ky = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dy} \frac{dy}{dt} \quad (5 \text{ 分})$$

$$-ky = v \frac{dv}{dy} \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{即 } -kydy = vdv \quad (5 \text{ 分})$$

$$-k \int_{y_0}^y ydy = \int_{v_0}^v vdv \quad (5 \text{ 分})$$

$$\text{得 } v^2 = v_0^2 + k(y_0^2 - y^2) \quad (5 \text{ 分})$$

二、(25 分) 在光滑的水平桌面上, 有一如图所示的固定半圆形屏障. 质量为 m 的滑块以初速度 \bar{v}_0 沿切线方向进入屏障内, 滑块与屏障间的摩擦系数为 μ . 试求当滑块从屏障另一端滑出时, 摩擦力所作的功。

解: 滑块作圆周运动, 支持力提供向心力, 有

$$N = mv^2 / R \quad (5 \text{ 分})$$

其所受摩擦力为
$$f_r = -\mu N = m dv / dt \quad (5 \text{ 分})$$

$$-\mu \frac{v^2}{R} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{v}{R} \cdot \frac{dv}{d\theta} \quad (5 \text{ 分})$$

即
$$dv / d\theta = -\mu v$$

$$\int_0^v (1/v) dv = -\mu \int_0^\pi d\theta \quad (5 \text{ 分})$$

可求得滑块出去时的速度为 $v = v_0 e^{-\mu\pi}$ (2 分)

由动能定理, 摩擦力所作的功为 :

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_0^2(e^{-2\mu\pi} - 1) \quad (3 \text{ 分})$$

三、(25 分) 有一电介质盘表面均匀带正电 Q , 盘半径为 R , 盘绕垂直于盘面并通过圆心的轴转动, 每秒 n 转, 求盘中心处的磁感应强度。

解: 带电盘绕固定轴转动, 形成许多半径不等的圆电流, O 点磁场正是由这些圆电流贡献的。任取一圆环, 半径为 r , 宽为 dr , 其带电量为 dq , 则

$$dq = \sigma ds = \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi r dr \quad (6 \text{ 分})$$

圆环转动起来形成圆环电流, 其电流强度为 dI , 则

$$dI = n\sigma ds = n \frac{Q}{\pi R^2} 2\pi r dr \quad (6 \text{ 分})$$

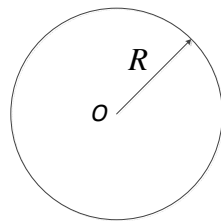
圆环电流在 O 点产生的磁场为 $dB = \frac{\mu_0 dI}{2r} = \frac{\mu_0 n Q}{R^2} dr$ (6 分)

O 点总磁场为 $B = \int dB = \int_0^R \frac{\mu_0 n Q}{R^2} dr = \frac{\mu_0 n Q}{R}$ (6 分)

其方向与盘转动方向即电流方向呈右手螺旋关系(图上标出也可) (1 分)

四、(25 分) 一半径 R 的带电球体, 其电荷体密度为 $\rho = \frac{q}{2\pi R^2 r}$, 其中 q 为一正的常量,

且 $\rho = 0 (r > R)$ 求(1)带电球体的总电荷; (2)球内外的电场强度分布; (3)球内外的电势分布。



解: 在球内取半径为 r 、厚为 dr 的薄球壳, 该壳内所包含的电荷为

$$dq = \rho dV = \frac{q}{2\pi R^2 r} 4\pi r^2 dr = \frac{2q}{R^2} r dr \quad (2 \text{ 分})$$

则球体所带的总电荷为

$$Q = \int_V \rho dV = (2q/R^2) \int_0^R r dr = q \quad (2 \text{ 分})$$

由高斯定理 (1 分)

$$r < R, \quad E_1 \bullet 4\pi r^2 = \frac{Q_1}{\varepsilon_0}, \quad Q_1 = \int_0^r \frac{q}{2\pi R^2 r} 4\pi r^2 dr = \frac{2q}{R^2} \int_0^r r dr = \frac{qr^2}{R^2}$$

$$E_1 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \quad (5 \text{ 分})$$

$$r > R, \quad E_2 \bullet 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}, \quad E_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad (5 \text{ 分})$$

电势分布

$$r < R, \quad V = \int_r^R E_1 dr + \int_R^\infty E_2 dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R} - \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \quad (5 \text{ 分})$$

$$r > R, \quad V = \int_r^\infty E_2 dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} \quad (5 \text{ 分})$$