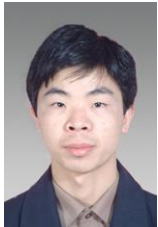


基于误差估计的伴随网格自适应方法

杨振虎, 周 磊

(中国航空计算技术研究所 气动数值模拟航空科技重点实验室, 陕西 西安 710068)



摘 要: 网格自适应是一种有效减少解与网格相关性, 改善计算结果的重要途径。给出了一种基于误差估计的伴随网格自适应计算技术, 定义了基于误差估计的自适应准则, 给出了非结构四面体网格单元细化剖分规则, 以及一般的网格自适应流程, 介绍了一种基于 Richardson 外推的网格收敛技术, 运用本文提供的方法对 NLR7301 翼型进行了数值计算研究, 数值试验表明给出的网格自适应具有较高的可有效改善计算结果。

关键词: 伴随方程; 网格收敛分析; 自适应准则; 非结构网格剖分

中图分类号: V211

文献标识码: A

文章编号: 1671-654X(2011)03-0014-03

Output based Error Estimation and Grid Adaptive Mesh Refinement

YANG Zhen-hu, ZHOU Lei

(Aeronautical Computing Technique Research Institute Xi'an 710068 China)

Abstract: Grid adaptation is an effective way to eliminate the solution dependence to grid and improve the solution accuracy. In the paper, solution adaptive mesh refinement based on output based error estimation is presented. The estimated error in the functional can be defined as product of the local residual errors of the primal and solutions of adjoint equation. In the paper, construction of the sensor and an unstructured grid element division method and a general grid adaptation procedure is introduced. Numerical example of NLR7301 airfoil indicates that solution adaptive mesh refinement based on output based error estimation can observably improve the accuracy of integral output function of interest.

Key words: adjoint equation; grid convergence analysis; adaptation sensor; unstructured grid division

引言

网格一直以来就是 CFD 不确定度的最重要来源之一, 该问题也一直困扰着 CFD 工作者, 围绕如何消减由网格引起的数值离散, 人们想出了各种方法, 如基于梯度自适应方法^[1], 还有改善网格质量的方法如光顺技术、密度盒技术、网格拓扑研究^[2]等等, 来提高网格质量改善计算结果, 但是结果不总是那么理想, 或者得到错误的结果, 或者结果有所改善但与达到要求还有差距。

网格自适应策略是花费最小的计算代价, 达到给定的精度水平。其基本的思想就是对最终的计算结果精度产生最坏影响的区域增加计算网格, 对计算结果精度影响不大的区域粗化网格, 减少不必要的计算量。显著改善的 Euler 与 NS 计算结果的自适应计算最大的困难在于缺乏可靠的自适应指示器, 即标识那些地

方需要进行网格加密, 那些地方不该加密, 以及加密到什么程度。例如通常将流动的某些物理特征进行自适应, 将基于大的流动梯度作为自适应的指示器, 如激波、边界层、尾流、滑移线或者滞止点等, 假设出现大梯度的地方与大的误差区域相关联。然而局部细化流动特征区域并不能保证整体误差的减小, 某些情况下采用该自适应方法甚至会得到不正确的计算结果。

如以往的对 Euler 基于物理量的网格自适应 (压强或密度) 与粘流计算基于熵或者马赫数的网格自适应, 有时失效的原因在于它们都是基于不能包括代表所有物理现象的单变量自适应 (或者自适应指示器函数不当)。基于伴随理论的网格自适应技术, 它是以目标计算量为目标函数, 以目标函数的估计误差为自适应准则, 对网格进行优化分布细化的自适应技术, 可以有效地改善计算结果, 并提高计算结果的精度。

收稿日期: 2010-08-24 修订日期: 2011-04-02

基金项目: 国家“973”计划基金项目资助 (2009CB723804); 航空科学基金项目资助 (20081431003); 总装预研基金项目资助 (9140A160308HK61)

作者简介: 杨振虎 (1977-), 男, 陕西商州人, 工程师, 主要研究方向为计算流体力学。

研究发现目标函数的误差可以表示为伴随变量与流场解的残量的内积^[3-4], 这一特性使得通过调整网格分布/局部加密网格, 来提高目标函数的精度, 可使流场解的局部残量误差变小, 据此设计新的自适应准则, 进行网格自适应计算, 本文介绍的就是这种方法。另外, 对连续均匀细化初始网格形成网格序列以及多次自适应的网格序列上的解开展了网格收敛性分析, 通过该方法可以较容易地看到网格自适应的趋势与效果, 其中零间距网格上的目标函数值是通过 Rechar-dson方法外推估计的。

1 方法简介

1.1 流场控制方程

采用的控制方程为三维积分形式 Euler 方程。

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\Omega} Q dV + \iint_{\partial \Omega} F(Q) \cdot n dS = 0$$

其中:

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e \end{bmatrix}, F(Q) \cdot n = \begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ e + p \end{bmatrix} + p \begin{bmatrix} 0 \\ n_x \\ n_y \\ n_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

式中: V 为控制体积; S 为控制体表面; Q 为守恒变量量; $F(Q)$ 为通过表面 S 的无粘性通量; n 为表面的外法单位矢量。以有限体积法构造空间半离散格式, 无粘项采用中心格式离散, 时间项运用龙格-库塔时间推进法进行求解, 得到定常解。

1.2 伴随自适应原理

在粗网格上 Ω_h , 对计算资源和计算时间为可接受的网格, 同时应足够密, 可以捕捉到考虑流动问题的基本特征。另外, 其数值解应位于收敛渐进域内, H 为特征长度, 关注的是计算的输出函数 $f(U)$, U 为考虑的流场控制方程的解, 在 Ω_h 上的数值解记为 $f_h(U_h)$ 。问题是虽然计算量 $f_h(U_h)$ 可承受, 但是可能不能满足应用的精度要求。现在考虑足够密的网格 Ω_k , 虽然在该网格上求解代价难以接受, 但是 $f_k(U_k)$ 可以满足我们的要求, 同时 Ω_h 嵌套在中 Ω_k 。

在细网格上 Ω_k , 通过准确估计 $f_k(U_k)$ 而不在该网格上求解流场控制方程:

$$f_k(U_k) = f_k(U_h) + \left. \frac{\partial f_k}{\partial U_h} \right|_{U_h} (U_k - U_h) + \dots \quad (1)$$

其中:

$$U_k = I_h^k U_h \quad (2)$$

I_h^k 为插值算子。

细网格上, 流场控制方程的残量:

$$R_h(U_h) = 0 \quad (3)$$

关于细网格解的线化:

$$R_h(U_h) = R_h(U_h^H) + \left. \frac{\partial R_h}{\partial U_h} \right|_{U_h^H} (U_h - U_h^H) + \dots \quad (4)$$

由 (3) (4) 式得到:

$$(U_h - U_h^H) = - \left[\left. \frac{\partial R_h}{\partial U_h} \right|_{U_h^H} \right]^{-1} R_h(U_h^H) \quad (5)$$

将 (5) 式代入 (1) 式得到:

$$f_k(U_k) = f_k(U_h^H) - (\Psi_h|_{U_h^H})^T R_h(U_h^H) \quad (6)$$

其中 $\Psi_h|_{U_h^H}$ 满足伴随方程, 即:

$$\left[\left. \frac{\partial R_h}{\partial U_h} \right|_{U_h^H} \right]^T \Psi_h|_{U_h^H} = \left[\left. \frac{\partial f_k}{\partial U_h} \right|_{U_h^H} \right]^T \quad (7)$$

$\Psi_h|_{U_h^H}$ 由粗网格伴随解插值逼近:

$$\Psi_h^H = I_h^H \Psi_H \quad (8)$$

粗网格伴随解在粗网格上求解伴随方程得到:

$$\left[\left. \frac{\partial R_H}{\partial U_H} \right|_{U_H^H} \right]^T \Psi_H = \left[\left. \frac{\partial f_H}{\partial U_H} \right|_{U_H^H} \right]^T \quad (9)$$

从而, 对目标函数的估计为:

$$\tilde{f}_h(U_h) = f_h(U_h^H) - (\Psi_h^H)^T R_h(U_h^H) \quad (10)$$

由 (10) 式, 可以看到目标函数的误差可以表示为伴随变量与流场解的残量的内积, 即目标函数的误差以和的形式可以近似表示为:

$$(\Psi_h^H, R_h(U_h^H)) = \sum_{\alpha} (\Psi_h^H, R(U_h^H))_{\alpha}$$

据此设计新的自适应准则, 进行网格自适应计算, 也就是对每个单元 α , 当 $(\Psi_h^H, R(U_h^H))_{\alpha}$ 大于指定阈值时, 进行网格细化。

1.3 网格细化剖分

对于四面体网格, 首先在每条网格边的两个端点上计算自适应变量, 然后将计算得到的自适应变量与事先给定的阈值作比较, 如果至少有一个不符合阈值要求, 那么该网格边就被标记为需要细化的边。否则, 该网格边不做任何标记。做一次自适应加密, 每个网格边最多被标记一次, 因此每条网格边最多也就被划分一次。网格边的划分点取该网格边的中点。根据边的标记情况, 设计了图 1 的三种四面体网格划分模式。在一个网格单元内, 如果只有一条边被标记为细化边, 那么网格单元将按照 1: 2 的划分模式将网格单元一分为二; 如果有三条边被标记为细化边, 且都在一个平面内, 那么网格单元将按照 1: 4 的划分模式一分为四; 如果所有的边都被标记为细化边, 那么网格单元将按照 1: 8 划分模式一分为八。

在二维情况下, 对于三角形单元只有两种剖分形式, 在一个三角形中只标记了其中的一条边, 则将所在三角形一分为二, 若标记了其中的两条边, 则自动标记第三条边, 将所在三角形一分为四。对于四边形单元

也只有两种剖分形式, 在一个四边形中只标记了其中的一条边, 则同时标记该边的对边, 将所在四边形一分为二, 若标记了其中的相邻的两条边, 则自动标记其他

2 算例

计算状态马赫数为 0.185 攻角 6.0°, 开展了基于升力系数的伴随自适应计算并与基于压力的自适应进行了对比研究, 网格对比见图 2 与试验结果的对比见图 3 其中左图为基于伴随的网格自适应网格, 右图为基于压力的自适应网格, 网格收敛性分析见图 4

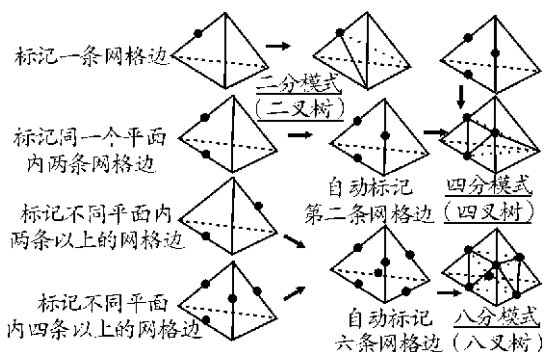


图 1 四面体网格的三种划分模式

1.4 网格收敛性分析

Richardson 外推是一种由一系列低阶离散值获得高阶连续值 (零间距网格值) 的数值估计的方法^[5-9]。对具有二阶精度的两套网格上计算得到离散值 f_1, f_2 采用下面的 Richardson 外推公式来可估计在零网格间距上的值。

$$f_{h=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\gamma^2 - 1} \quad (11)$$

其中, 网格细化比 $\gamma = \frac{h_2}{h_1}$ 。

Richardson 外推对于 p 阶精度, 网格细化比为 γ 的一般形式可以写为:

$$f_{h=0} \cong f_1 + \frac{f_1 - f_2}{\gamma^p - 1}$$

对非结构网格, 网格细化比的估计一般采用两套网格总点数之比, 再开维数次方, 例如对二维情形有:

$$\gamma = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{1/2} \quad (12)$$

其中, 粗网格总点数为 T_1 , 细网格总点数为 T_2 。

1.5 自适应程序实现步骤

网格自适应是一种利用有限计算资源进行高质量计算的有效途径, 下面给出单次迭代自适应过程:

- 1) 获得基于当前网格的流场解与伴随解;
- 2) 对每个网格单元, 计算从粗网格解到密网格解的插值算子;
- 3) 在粗网格上计算流场残量;
- 4) 误差估计以及光顺;
- 5) 若当地误差大于指定的误差, 标记该单元并进行细化, 回到步骤 1) 否则结束自适应计算。

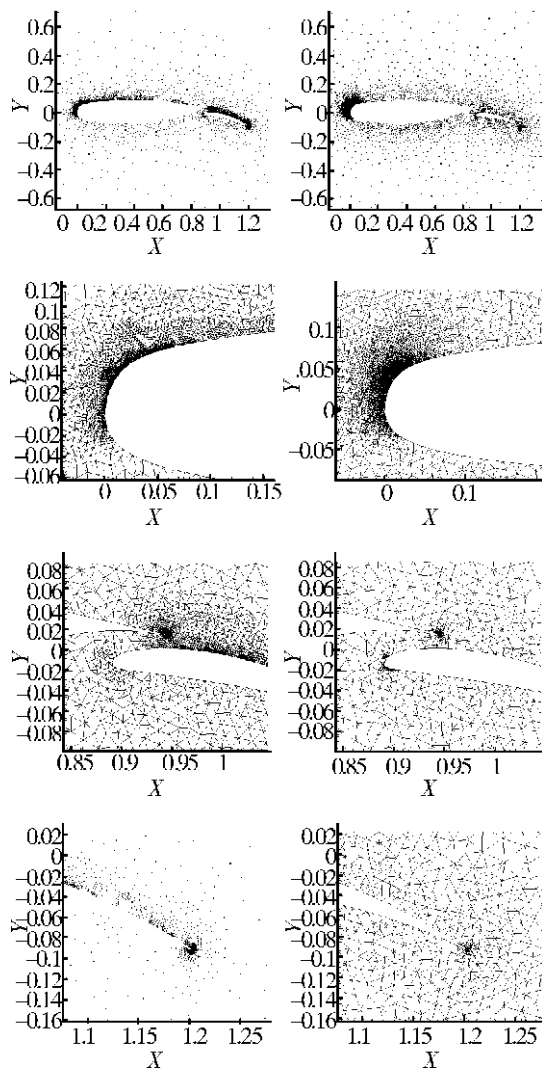


图 2 自适应网格对比

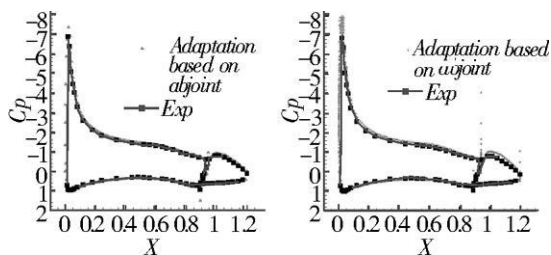


图 3 与试验值 C_p 的比较

从图 4 可以看到, 基于压力的自适应计算结果与伴

(下转第 21 页)

- 厚度可以有效抑制壁板结构的振动幅度。
- 2)分离涡诱导的壁板结构振动不会发生迅速的结构破坏,可见长期的振动必然导致疲劳损伤的积累。
- 3)无偏航角的情况下,壁板结构在其法线方向上的振幅最大,其他两个方向上振幅可以忽略。
- 4)无偏航角的情况下,壁板长宽比 $a/b \leq 1$ 时,对壁板振动起到抑制作用。
- 5)随着迎角的增加,壁板的振动逐渐减弱。

参考文献:

[1] Alex Read, Fred Mendonça. Optimal sunroof buffeting predictions with compressibility and surface impedance effects [A]. America AIAA Paper 2005

[2] Anderson W D, Patel SR. Low speed wind tunnel buffet testing on the F/A-22 [A]. America AIAA Paper 2004

[3] Becker J, Luber W. The role of buffeting the structural design of Eurofighter [A]. America AIAA Paper 2003

[4] 杨智春, 夏巍. 高速飞行器壁板颤振分析模型和分析方法 [J]. 应用力学学报, 2006 23(4): 537—542

[5] 孟凡颖, 钟腾育. 用壁板颤振理论解决某系列飞机的方向舵蒙皮裂纹故障 [J]. 飞机设计, 2000 1(4): 1—6

[6] Guo Xinyun, Mei Chuh. Application of aeroelastic modes on

non linear supersonic panel flutter at elevated temperatures [J]. Computers and Structures 2006 3(8): 12—17

[7] Gordnier RE, Visbal M R. Computation of three dimensional non linear panel flutter [A]. America AIAA Paper 2001

[8] Singha M K, Ganapathi M. A parametric study on supersonic flutter behavior of laminated composite skew flat panels [J]. Composite Structures 2005 69(1): 55—63

[9] Khaled Abdel-Mongay, Bin Duan, Mei Chuh. Active control of non linear panel flutter under yawed supersonic flow [A]. America AIAA Paper 2003

[10] Strelets K D. Detached eddy simulation of massively separated flow [A]. America AIAA Paper 2001

[11] Spalart A, Strelets K D. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach [C]. Houston: The First AFOSR International Conference 1997

[12] 史爱民. 飞行器非定常流场和气动弹性问题数值分析 [D]. 西安: 西北工业大学, 2005

[13] Zwaan R. LANN wing Pitching oscillation compendium of unsteady aerodynamics measurements [R]. America AGARD Report 702 Addendum 1985

[14] 杨智春, 夏巍. 壁板颤振分析模型数值求解方法和研究进展 [J]. 力学进展, 2010 40(1): 81—98

(上接第 16 页)

随自适应结果很接近,似乎采用基于压力的自适应是适合的,但是从图 3 可以看到,基于压力的自适应使得 C_p 值在主翼前缘及其后缘,以及襟翼后缘显著偏离试验值,而基于伴随的自适应要好得多;另外从图 4 可看到,伴随自适应具有更高的效率,即达到相同的计算要求,伴随自适应所用网格点要少于基于压力的自适应。

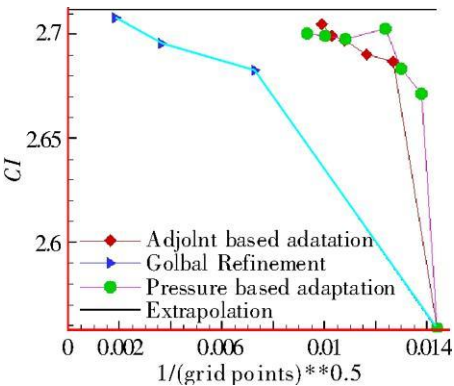


图 4 升力系数估计与网格自适应细化

3 结论

本文中给出了一种基于误差估计的伴随自适应方法,通过使用该方法,较准确地给出了流场变化剧烈的

关键区域,通过对这些区域的网格加密,较好地改善了力系数计算估计。数值实践表明,该方法是一种有效的自适应计算方法。

参考文献:

[1] 朱培烨. 三维 Euler 方程的自适应非结构网格计算 [J]. 航空计算技术, 2002 32(4): 23—26

[2] Lars Tyse, Torsten Berglund, Peter Eneroth. Adaptive Grid Generation for 3D Unstructured Grids [A]. The 6th International Conference on Numerical Grid Generation in Computational Fields Simulations [C]. London, United Kingdom, June 1998

[3] 杨振虎. 基于伴随的网格自适应研究 [A]. 计算物理学会会议论文集 [C]. 陕西汉中: 计算物理学会, 2008

[4] Jens-Domink Müller, Michael B. Giles. Solution Adaptive Mesh Refinement Using Adjoint Error Analysis [A]. AIAA 2001—2550

[5] Roache P J. Verification and Validation in Computational Science and Engineering [M]. Albuquerque: Hemosa Publishers, August 1998

[6] NASA NPAC CFD verification and Validation Archive [EB/OL]. <http://www.lerc.nasa.gov/wind/valid/validation.html>