

## PL Assignment #1: Make Recursion

과제물 부과일 : 2019-03-05(화)

Program Upload 마감일 : 2019-03-12(화) 23:59:59

문제

Recursion 을 이용하여 아래 2 개의 과제를 해결 하시오.

<작성해야 할 과제>

### (1) Double factorial

- 계승의 정의에서 연속한 자연수들을 곱하는 대신 합동인 자연수들만 곱하면, 다중 계승(multifactorial)의 정의를 얻는다. 다중 계승의 정의 중 이중 계승(double factorial)의 식은 다음과 같다.

$$n!! = \prod_{k=0}^{\left\lceil \frac{n}{2} \right\rceil - 1} (n - 2k) = n(n-2)(n-4) \cdots$$

이 정의 결과  $0!! = 1$  과 같으며 짝수의 경우,

$$n!! = \prod_{k=1}^{\frac{n}{2}} (2k) = n(n-2)(n-4) \cdots 4 \cdot 2,$$

홀수의 경우 식은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$n!! = \prod_{k=1}^{\frac{n+1}{2}} (2k-1) = n(n-2)(n-4) \cdots 3 \cdot 1.$$

과제 1.  $n$ 의 범위가 ( $1 \leq n \leq 100$ )일 경우,  $n!!$ 을 계산하는 프로그램을 작성하시오.

### (2) Faery Sequence

- 수학에서 페리 수열(faery sequence)은 0 과 1, 그리고 그 사이에 있는 분모가 어떤 자연수  $n$  을 넘지 않는 기약진분수를 오름차순으로 나열한 수열을 말한다. 수학적으로는 다음과 같이 정의 할 수 있다.

- $F_n: 0 \leq h \leq k \leq n$ 이고  $\gcd(h, k) = 1$ 을 만족하는  $\frac{h}{k}$ 를 오름차순으로 나열한 수열

- 페리 수열의 특징

- $F_q$ 에서  $\frac{a}{b} < \frac{p}{q} < \frac{c}{d}$ 인  $\frac{p}{q}$ 는  $\frac{a+c}{b+d}$ 로 구할 수 있다. ( $\frac{a}{b}$ 와  $\frac{c}{d}$ 는 알고있는 항)
- $F_n$ 은  $F_{n-1}$ 을 포함한다.
- $\frac{a+c}{b+d}$ 는  $F_{b+d}$ 에서 처음 나타난다.

- $n=1 \cdots 8$ 까지의 페리 수열은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
F_1 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_2 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_3 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_4 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_5 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_6 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_7 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{1}{1} \right\} \\
F_8 &= \left\{ \frac{0}{1}, \frac{1}{8}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{3}{7}, \frac{4}{5}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{1} \right\}
\end{aligned}$$

과제 2.  $n$ 의 범위가 ( $1 \leq n \leq 100$ )일 경우,  $F_1$ 부터  $F_n$ 까지 수열의 모든 원소를 출력하는 프로그램을 작성하시오.

<출력 형식 및 결과 화면>

과제 1.

```

Run: Factorial x
"C:\Program Files\Java\jdk1.8.0_181\bin\java.exe" ...
input : 100
output : 3424322470251197624824643289520818597511867505371919882791565446348800000000000000
Process finished with exit code 0

```

과제 2.

```

Run: FareySequence x
"C:\Program Files\Java\jdk1.8.0_181\bin\java.exe" ...
input : 8
output :
f1:[0/1, 1/1]
f2:[0/1, 1/2, 1/1]
f3:[0/1, 1/3, 1/2, 2/3, 1/1]
f4:[0/1, 1/4, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4, 1/1]
f5:[0/1, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 1/1]
f6:[0/1, 1/6, 1/5, 1/4, 1/3, 2/5, 1/2, 3/5, 2/3, 3/4, 4/5, 5/6, 1/1]
f7:[0/1, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 2/7, 1/3, 2/5, 3/7, 1/2, 4/7, 3/5, 2/3, 5/7, 3/4, 4/5, 6/7, 1/1]
f8:[0/1, 1/8, 1/7, 1/6, 1/5, 1/4, 2/7, 1/3, 3/8, 2/5, 3/7, 1/2, 4/7, 3/5, 5/8, 2/3, 5/7, 3/4, 4/5, 6/7, 7/8, 1/1]

```

주의

- $F_n$ 을 이용하여  $F_{n+1}$ 을 계산할 때, “Recursion”을 이용하여 구현 하시오. (재귀와 반복의 차이에 대해서 잘 구분할 것)
- Static 변수 또는 전역 변수를 통해서 데이터들을 저장 할 시 0 점처리 (recursion 은 전역 변수 사용이 필요 없음)
- 기타 과제 제출에 관한 구체적인 제반 사항은 각 TA 의 지침