

凸集分离定理的一个有意思的小应用

2021 年 6 月 11 日

由凸集分离定理和Riesz表示定理, 可得到下面推论.

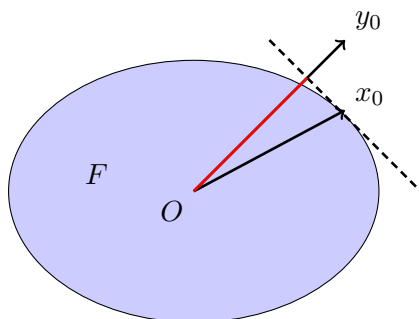
Corollary 1. 设 F 是 Hilbert 空间 \mathcal{H} 中的凸集, $x_0 \notin F$. 则存在 $y_0 \in \mathcal{H}$ 使得

$$\sup_{x \in F} |(y_0, x)| \leq |(y_0, x_0)|.$$

这个推论的几何直观有点意思. 设 $\mathcal{H} := \mathbb{R}^2$, $F := \{x^2/6 + y^2/3 < 1\}$, $x_0 := (2, 1)$. 则存在 $y_0 := (1, 1)$ 使得

$$\sup_{x \in F} |(y_0, x)| = |(y_0, x_0)|,$$

即 F 中在 y_0 方向上的投影最大的点几乎是 x_0 .



作为应用, 该推论可以证明我们论文中的一个小引理.

参考文献

[1]