

Calderón-Zygmund Decomposition

February 2, 2020

Calderón-Zygmund Decomposition 有多种类似的形式, 这里只说其中一种, 来自[1, Theorem 2.11]. 首先交代一下符号. \mathcal{D} 是二进方体全体

Theorem 0.1. 设 f 是非负可积函数, 则对任意给定的正常数 λ , 存在两两不交的二进方体序列 $\{Q_j\}_{j \in J}$ 使得

(i) 对 $a.e. x \notin \bigcup_{j \in J} Q_j$, $f(x) < \lambda$;

(ii) $|\bigcup_{j \in J} Q_j| \leq \frac{1}{\lambda} \|f\|_{L^1(\mathbb{R}^n)}$;

(iii) 对 $\forall j \in J$,

$$\lambda < \frac{1}{|Q_j|} \int_{Q_j} f(x) dx < 2^n \lambda.$$

这个定理证明的关键是利用

$$\lambda < \frac{1}{|Q_j|} \int_{Q_j} f(x) dx,$$

把二进方体序列构造出来, 然后证明该序列满足其它的性质.

Proof of Theorem 0.1. 定义

□

References

- [1] J. Duoandikoetxea, Fourier analysis, American Mathematical Soc., 2001.