

# 凸集分离定理的一个有意思的小应用

2021 年 6 月 21 日

由凸集分离定理和Riesz表示定理, 可得到下面推论.

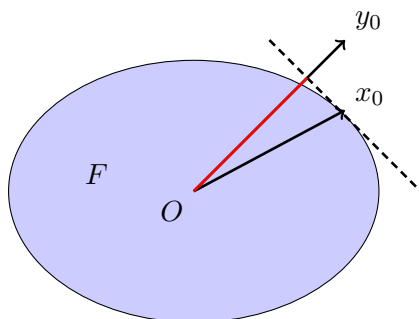
**Corollary 1.** 设  $F$  是 Hilbert 空间  $\mathcal{H}$  中的凸集,  $x_0 \notin F$ . 则存在  $y_0 \in \mathcal{H}$  使得

$$\sup_{x \in F} |(y_0, x)| \leq |(y_0, x_0)|.$$

这个推论的几何直观有点意思. 设  $\mathcal{H} := \mathbb{R}^2$ ,  $F := \{x^2/6 + y^2/3 < 1\}$ ,  $x_0 := (2, 1)$ . 则存在  $y_0 := (1, 1)$  使得

$$\sup_{x \in F} |(y_0, x)| = |(y_0, x_0)|,$$

即  $F$  中点在  $y_0$  方向上的投影比  $x_0$  在  $y_0$  方向上的投影小.



作为应用, 该推论可以证明我们论文中的一个小引理.

## 参考文献

[1]