班级：计22 姓名：郑东森 编号：2022010799 科目 离散数学(1) 第 1 页

1.(1) $A=\{0,1,2\}, B=\{0,2,4\}$

$\Rightarrow A\cap B=\{0,2\}$.

$\Rightarrow R=\{<0,0>,<0,2>,<2,0>,<2,2>\}$.

(2) $A=\{1,2,3,4,5\}. B=\{1,2,3\}$.

$R=\{<1,1>,<4,2>\}$.

2. $A=\{<1,2>,<2,4>,<3,3>\}$

$B=\{<1,3>,<2,4>,<4,2>\}$

$A\cup B=\{<1,2>,<1,3>,<2,4>,<3,3>,<4,2>\}$.

$A\cap B=\{<2,4>\}$.

$dom(A)=\{1,2,3\}$

$dom(B)=\{1,2,4\}$.

$ran(A)=\{2,3,4\}$.

$ran(B)=\{2,3,4\}$.

$dom(A\cup B)=\{1,2,3,4\}$.

$ran(A\cap B)=\{4\}$

3.(1) 证 $dom(R\cup S)=dom(R)\cup dom(S)$.

$x\in dom(R\cup S)\Leftrightarrow (\exists y)(<x,y>\in R\cup S)$

$\Leftrightarrow (\exists y)(<x,y>\in R\vee <x,y>\in S)$

$\Leftrightarrow x\in dom(R)\cup dom(S)$.

故 $dom(R\cup S)=dom(R)\cup dom(S)$.

(2) 证：$\mathrm{dom}(R\cap S)\subseteq \mathrm{dom}(R)\cap \mathrm{dom}(S)$.

$$x\in \mathrm{dom}(R\cap S)\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\cap S)$$
$$\Leftrightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R\wedge \langle x,y\rangle\in S)$$
$$\Rightarrow (\exists y)(\langle x,y\rangle\in R)\wedge(\exists y)(\langle x,y\rangle\in S)$$
$$\Leftrightarrow x\in \mathrm{dom}(R)\cap \mathrm{dom}(S).$$

故 $\mathrm{dom}(R\cap S)\subseteq \mathrm{dom}(R)\cap \mathrm{dom}(S)$.

4. 若R是A上的一个关系 $(A=\{1,2,3\})$

则 $M(R)=(r_{ij})_{3\times 3}$

由于 $r_{ij}=1$ or 0

故 A ~~共~~上有 $2^{3\times 3}=2^9=512$ 种关系.

若R是A上的一个关系 $(|A|=n)$

则 $M(R)=(r_{ij})_{n\times n}$

由于 $r_{ij}=1$ or 0

故 A 上有 $2^{n\times n}=2^{(n^2)}$ 种不同关系.

5. $A=\{a,b,c\}$, $B=\{d\}$.

① $\varnothing$

② $\{\langle a,d\rangle\}$

③ $\{\langle b,d\rangle\}$

④ $\{\langle c,d\rangle\}$

⑤ $\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle\}$.

⑥ $\{\langle a,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$.

⑦ $\{\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$.

⑧ $\{\langle a,d\rangle,\langle b,d\rangle,\langle c,d\rangle\}$.

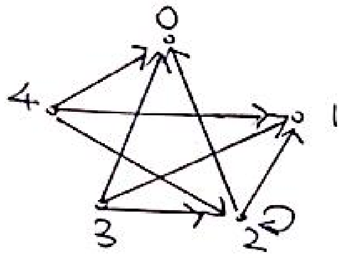
6. $\langle x_1,x_2,x_3\rangle=\langle\langle x_1,x_2\rangle,x_3\rangle$

$\langle x_1,x_2,x_3,x_4\rangle=\langle\langle x_1,x_2,x_3\rangle,x_4\rangle$

$\vdots$

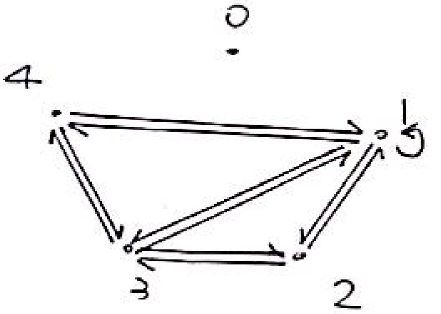
$\langle x_1,x_2,\dots,x_n\rangle=\langle\langle x_1,x_2,\dots,x_{n-1}\rangle,x_n\rangle$.

7. (1) $M(R_1) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$.



R_1

(3) $M(R_3) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$



R_3

10. 证：$R\circ(S\cup T) = (R\circ S)\cup(R\circ T)$

$<x,y> \in R\circ(S\cup T) \Leftrightarrow (\exists z)(<z,y>\in R \land <x,z>\in S\cup T)$

$\Leftrightarrow (\exists z)(<z,y>\in R \land (<x,z>\in S \lor <x,z>\in T))$

$\Leftrightarrow (\exists z)((<z,y>\in R \land <x,z>\in S) \lor (<z,y>\in R \land <x,z>\in T))$

$\Leftrightarrow (\exists z)(<z,y>\in R \land <x,z>\in S) \lor (\exists z)(<z,y>\in R \land <x,z>\in T)$

$\Leftrightarrow <x,y> \in R\circ S \lor <x,y> \in R\circ T$.

$\Leftrightarrow <x,y> \in (R\circ S)\cup(R\circ T)$

故 $R\circ(S\cup T) = (R\circ S)\cup(R\circ T)$.