



9. (1) 令  $P$ : 北京队第三

$Q$ : 上海队第二

$R$ : 天津队第四

$S$ : 沈阳队第一

例原命题即证:  $P \rightarrow (Q \rightarrow R), \neg S \wedge P, Q \Rightarrow S \rightarrow R$

①  $\neg S \wedge P$  前提引入

②  $S \rightarrow P$  ① 置换

③  $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$  前提引入

④  $S \rightarrow (Q \rightarrow R)$  ②③ 三段论.

⑤  $Q \rightarrow (S \rightarrow R)$  ④ 置换

⑥  $Q$  前提引入

⑦  $S \rightarrow R$  ⑤⑥ 三段论.

(2) 令  $P$ : 国家对农业品补贴.

$Q$ : 国家对农业品控制

$R$ : 农业品短缺.

$S$ : 农业品过剩.

~~例原命题即证:  $\neg P \rightarrow Q, Q \rightarrow \neg R, (R \wedge \neg S) \vee (\neg R \wedge S), \neg S \Rightarrow P$~~

即证:  $\neg P \rightarrow Q, Q \rightarrow \neg R, (R \wedge \neg S) \vee (\neg R \wedge S), \neg S \Rightarrow P$

①  $\neg P \rightarrow Q$  前提引入

②  $Q \rightarrow \neg R$  前提引入

③  $\neg P \rightarrow \neg R$  ①② 三段论.

④  $R \rightarrow P$  ③ 置换

⑤  $R$  附加前提引入

⑥  $P$  ④⑤ 分离.

10. 令:  $P$ : 合同有效

$Q$ : 张三应受罚

$R$ : 张三破产

$S$ : 张三得到银行贷款

即证  $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R, S \rightarrow \neg R, P, S$

①  $P$  前提引入

②  $P \rightarrow Q$  前提引入

③  $Q$  ①② 分离

④  $Q \rightarrow R$  前提引入

⑤  $R$  ③④ 分离

⑥  $S$  前提引入

⑦  $S \rightarrow \neg R$  前提引入

⑧  $\neg R$  ⑥⑦ 分离

由于⑤⑧矛盾, 故原前提有矛盾.



班级: 计23 姓名: 郑东森 编号: 2022010799 科目: 离散数学 (1) 第 2 页

 11.  $P_i \rightarrow Q_i | i=1, 2, \dots, n, P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n, \neg (Q_i \wedge Q_j) | i \neq j \Rightarrow Q_i \rightarrow P_i | i=1, 2, \dots, n.$ 

 ①  $\neg (Q_i \wedge Q_j) | i \neq j$  前提引入

 ②  $Q_i \rightarrow \neg Q_j | i \neq j$  ① 置换.

 ③  $P_i \rightarrow Q_i$  前提引入

 ④  $P_i \rightarrow \neg Q_j | i \neq j$  ③② 三段论

 ⑤  $Q_i \rightarrow \neg P_j | i \neq j$  ④ 置换.

 ⑥  $Q_i$  附加前提引入.

 ⑦  $\neg P_j | i \neq j$  ⑤⑥ 分离.

 ⑧  ~~$\neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge \dots \wedge \neg P_{i-1} \wedge \neg P_{i+1} \wedge \dots \wedge \neg P_n$~~  ⑦

 ⑨  $P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_n$  前提引入

 ⑩  ~~$\neg (P_1 \wedge \dots \wedge P_{i-1} \wedge P_{i+1} \wedge \dots \wedge P_n) \wedge P_i$~~  ⑨ 置换.

 ⑪  $(P_1 \wedge \dots \wedge \neg P_{i-1} \wedge \neg P_{i+1} \wedge \dots \wedge \neg P_n) \rightarrow P_i$  ⑧⑩ 分离.

 ⑫  $P_i$  ⑪ ⑩ 分离

 ⑬  $Q_i \rightarrow P_i | i=1, 2, \dots, n.$  条件证明规则.

 12. (1)  $(P \vee Q) \wedge (C \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \Rightarrow R.$ 

 先将  $(P \vee Q) \wedge (C \rightarrow R) \wedge (Q \rightarrow R) \wedge \neg R$  化为合取范式得:

$$(P \vee Q) \wedge (C \rightarrow P \vee R) \wedge (C \rightarrow Q \vee R) \wedge \neg R$$

建立子句集

$$S = \{P \vee Q, \neg P \vee R, \neg Q \vee R, \neg R\}$$

 (1)  $\neg P \vee R$ 

 (2)  $P \vee Q$ 

 (3)  $R \vee Q$  (1)(2) 归结

 (4)  $\neg Q \vee R$ 

 (5)  $R$  (3)(4) 归结

 (6)  $\neg R$ 

 (7)  $\square$  (5)(6) 归结.





$$(3) \neg(CP \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge \neg R \Rightarrow \neg P$$

先将  $\neg(CP \wedge \neg Q) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge \neg R \wedge P$  化为合取范式:

$$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee R) \wedge \neg R \wedge P.$$

建立子句集

$$S = \{\neg P \vee Q, \neg Q \vee R, \neg R, P\}$$

$$(1) \neg P \vee Q$$

$$(2) P$$

$$(3) Q \quad (1)(2) \text{ 归结}$$

$$(4) \neg Q \vee R$$

$$(5) R \quad (3)(4) \text{ 归结}$$

$$(6) \neg R$$

$$(7) \square \quad (5)(6) \text{ 归结}$$

$$1. (1) \vdash \neg(CP \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$$

$$(1) \vdash \neg \neg P \Rightarrow P \quad \text{定理 3.2.6}$$

$$(2) \vdash \neg \neg(\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q) \quad (1) \text{ 代入 } \frac{P}{\neg P \vee \neg Q}$$

$$(3) \vdash \neg(CP \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q) \quad \text{定义 2}$$

$$(4) \vdash P \Rightarrow (Q \vee P)$$

$$(1) \vdash (Q \Rightarrow R) \Rightarrow ((CP \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R)) \quad \text{定理 3.2.1}$$

$$(2) \vdash (CP \vee Q) \Rightarrow (Q \vee P) \Rightarrow ((CP \Rightarrow CP \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow (Q \vee P))) \quad (1) \text{ 代入 } \frac{Q}{CP \vee Q}, \frac{R}{Q \vee P}$$

$$(3) \vdash CP \vee Q \Rightarrow (Q \vee P) \quad \text{公理 3.}$$

$$(4) \vdash (P \Rightarrow CP \vee Q) \Rightarrow (P \Rightarrow (Q \vee P)) \quad (2)(3) \text{ 分离}$$

$$(5) \vdash P \Rightarrow CP \vee Q \quad \text{公理 2.}$$

$$(6) \vdash P \Rightarrow (Q \vee P) \quad (4)(5) \text{ 分离.}$$