



班级: 计23 姓名: 郭东赫 编号: 2022010799 科目: 离散数学(1) 第 1 页

5. (1) $P \vee \neg P = T$ 合取范式: $P \vee \neg P$ 析取范式: $P \vee \neg P$
主合取范式: 空公式 主析取范式: $P \vee \neg P$
在任意情况下皆为真.

$$\begin{aligned} (3) & \neg(P \vee \neg Q) \rightarrow CP \leftrightarrow \neg Q \\ & = \neg(\neg(C \neg P \vee \neg Q) \vee (CP \wedge \neg Q) \vee \neg(C \neg P \wedge Q)) \\ & = CP \wedge Q \vee (C \neg P \wedge \neg Q) \vee (C \neg P \wedge Q) \\ & = \bigvee_{1,2,3} = \bigwedge_{(\{0,1,2,3\} - \{0,2,3\})} = \bigwedge_3 \end{aligned}$$

合取范式 & 主合取范式: \bigwedge_3 P, Q 任一为真 公式为真.
析取范式 & 主析取范式: $\bigvee_{1,2,3}$.

$$\begin{aligned} (5) & P \wedge (Q \vee (\neg P \wedge R)) \\ & = P \wedge ((Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee R)) \quad \text{在 } P, Q \text{ 为真的情况下公式为真.} \\ & = P \wedge (Q \vee \neg P) \wedge (Q \vee R) \\ & = M^{10x} \wedge M^{01x} \wedge M^{11} \\ & = \bigwedge_{2,3,4,5,6,7} = \bigvee_{(\{0,1,\dots,7\} - \{2,3,4,5,6,7\})} = \bigvee_{0,7} \end{aligned}$$

合取范式 & 主合取范式: $\bigwedge_{2,3,4,5,6,7}$.
析取范式 & 主析取范式: $\bigvee_{0,7}$.

6. (1) $(P \wedge Q) \Rightarrow (P \rightarrow Q)$

~~原命题为真~~

$\Leftrightarrow (P \wedge Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)$ 永真

$$\begin{aligned} (P \wedge Q) \rightarrow (P \rightarrow Q) & = (P \wedge Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\ & = \neg P \vee \neg Q \vee \neg P \vee Q \\ & = T \end{aligned}$$

故 $(P \wedge Q) \Rightarrow (P \rightarrow Q)$ 永真, 原重言蕴涵式正确.

$(P \wedge Q) \Rightarrow (P \rightarrow Q) \Leftrightarrow \neg (P \wedge Q) \wedge \neg (P \rightarrow Q)$ 永假

$$(P \wedge Q) \wedge \neg (P \rightarrow Q) = P \wedge Q \wedge \neg (\neg P \vee Q) = P \wedge Q \wedge P \wedge \neg Q = F$$

故 $(P \wedge Q) \wedge \neg (P \rightarrow Q)$ 永假, 原重言蕴涵式正确.

~~原命题为真~~

解释法: 设 $P \wedge Q = T$ 则 $P = Q = T$, $P \rightarrow Q = T$

故原重言蕴涵式正确



$$\begin{aligned}
 (3) \quad & (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P \text{ 永真} \\
 & (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P = ((\neg P \vee Q) \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg P \\
 & = ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q)) \Rightarrow \neg P \\
 & = (\neg P \wedge \neg Q) \Rightarrow \neg P \\
 & = \neg(\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P \\
 & = P \vee Q \vee \neg P \\
 & = T
 \end{aligned}$$

故 $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P$ 永真, 原重言蕴含式正确.

$$\begin{aligned}
 & (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \Rightarrow \neg P \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge P \text{ 永假} \\
 & (P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge P = ((\neg P \vee Q) \wedge \neg Q) \wedge P \\
 & = ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge P \\
 & = \neg P \wedge \neg Q \wedge P \\
 & = F
 \end{aligned}$$

故 $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q \wedge P$ 永假, 原重言蕴含式正确.

解释法: 设 $(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q$ 为真

则 $P \rightarrow Q = T$ 且 $Q = F$

故 $P = F, \neg P = T$

故原重言蕴含式成立.

$$\begin{aligned}
 7.11) \quad & (P \rightarrow Q) \Rightarrow (P \wedge R) \rightarrow Q \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow Q) \text{ 永真} \\
 & \text{m} \quad (P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \wedge R) \rightarrow Q) = (P \rightarrow Q) \rightarrow (R \rightarrow (P \rightarrow Q)) \\
 & = R \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow Q)) \\
 & = R \rightarrow T = T
 \end{aligned}$$

故 $(P \rightarrow Q) \Rightarrow (P \wedge R) \rightarrow Q$ 永真, 原重言蕴含式正确.

$$(3) \quad P \Rightarrow \neg P \vee Q \Leftrightarrow P \Rightarrow (\neg P \vee Q) \text{ 永真.}$$

$$P \rightarrow (\neg P \vee Q) = \neg P \vee \neg P \vee Q = \neg P \vee Q \neq T$$

故 $P \rightarrow (\neg P \vee Q)$ 非永真, 原重言蕴含式不正确.

$$(5) \quad P \Rightarrow (\neg Q \wedge P) \rightarrow R \Leftrightarrow P \Rightarrow ((\neg Q \wedge P) \rightarrow R) \text{ 永真}$$

$$P \rightarrow ((\neg Q \wedge P) \rightarrow R) = P \rightarrow (\neg(\neg Q \wedge P) \vee R)$$

$$= P \rightarrow (Q \vee \neg P \vee R)$$

$$= \neg P \vee Q \vee \neg P \vee R \neq T$$

故 $P \rightarrow ((\neg Q \wedge P) \rightarrow R)$ 非永真, 原重言蕴含式不正确



班级: 计23 姓名: 郑东林 编号: 2022010799 科目: 离散数学(上) 第3页

(7) $(P \vee Q) \rightarrow (P \vee \neg Q) \Rightarrow \neg P \vee Q \Leftrightarrow ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg P \vee Q)$ 永真.

$$\begin{aligned}
 & ((P \vee Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\
 &= (\neg(P \vee Q) \vee (P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\
 &= ((\neg P \wedge \neg Q) \vee P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\
 &= (\neg Q \vee P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\
 &= (P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg P \vee Q) \\
 &= \neg(P \vee \neg Q) \vee (\neg P \vee Q) \\
 &= (\neg P \wedge Q) \vee (\neg P \vee Q) \\
 &= \neg P \wedge Q \vee Q \\
 &= \neg P \vee Q \neq T
 \end{aligned}$$

故 $((P \vee Q) \rightarrow (P \vee \neg Q)) \rightarrow (\neg P \vee Q)$ 非永真, 原重言蕴涵式正确

8. (1) $P \vee Q, P \rightarrow S, Q \rightarrow R \Rightarrow S \vee R$

- ① $P \vee Q$ 前提引入
- ② $\neg P \rightarrow Q$ ①置换
- ③ $Q \rightarrow R$ 前提引入
- ④ $\neg P \rightarrow R$ ②③三段论
- ⑤ $\neg R \rightarrow P$ ④置换
- ⑥ $P \rightarrow S$ 前提引入
- ⑦ $\neg R \rightarrow S$ ⑤⑥三段论
- ⑧ $R \vee S$ ⑦置换

(3) $P \rightarrow (Q \rightarrow R), \neg S \vee P, Q \Rightarrow S \rightarrow R$

- ① $\neg S \vee P$ 前提引入
- ② $S \rightarrow P$ ①置换
- ③ $P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ 前提引入
- ④ $S \rightarrow (Q \rightarrow R)$ ②③三段论
- ⑤ $Q \rightarrow (S \rightarrow R)$ ④置换
- ⑥ Q 前提引入
- ⑦ $S \rightarrow R$ ⑤⑥分离