

基于差分进化算法的多旅行商问题优化

周辉仁, 唐万生, 王海龙

(天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072)

摘 要 针对所有旅行商路径最大值最小的多旅行商问题, 提出改进的差分进化算法优化. 在该优化方法中, 编码采用实数编码; 改进的差分进化算法采用轮盘赌选择; 根据旅行商问题的特点, 在差分进化算法中增加邻域搜索算子. 该方法适于距离对称和非对称的多旅行商问题求解. 以距离非对称的多旅行商问题的实例进行了仿真和比较, 可以看出所提出的改进差分用来解决多旅行商这类离散组合优化问题是有效的.

关键词 差分进化算法; 多旅行商问题; 离散组合问题; 优化

Optimization of multiple traveling salesman problem based on differential evolution algorithm

ZHOU Hui-ren, TANG Wan-sheng, WANG Hai-long

(School of Electrical Engineering & Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract Previous research on multiple traveling salesman problem were mostly limited to the kind that employed total-path-shortest as the evaluating rule, but little notice was paid attention to the kind that employed longest-path-shortest as the evaluating rule. In order to solve this problem, an improved differential evolution algorithm was proposed to optimize it. In these methods, real number encoding and roulette wheel selection were adopted for improved differential evolution and neighborhood search operator was added to it. It was fit for solving symmetric and asymmetric multiple traveling salesman problem. Asymmetric multiple traveling salesman problems were simulated. Through comparison of results, it is shown that improved differential evolution algorithm is efficient to solve the kind of discrete combinatorial problem, such as multiple traveling salesman problems.

Keywords differential evolution algorithm; multiple traveling salesman problem; discrete combinatorial problem; optimization

1 引言

旅行商问题 (Traveling salesman problem, TSP) 是一个典型的组合优化难题, 它在许多领域都有着广泛的应用, 已被证明属于 NP-hard 问题^[1-2]. 所谓 TSP 问题是指: 有 N 个城市, 要求旅行商到达每个城市各一次, 且仅一次, 并回到起点, 且要求旅行路线最短. 而多旅行商问题 (Multiple traveling salesman problem, MTSP) 是指 M 个旅行商从同一个城市 (或不同城市) 出发, 分别走一条旅行路线, 使得每个城市有且仅有一个旅行商经过 (出发城市除外), 且总路程最短. 有关 TSP 问题的研究在现实问题中有很大的使用价值, 交通运输、管道铺设、路线的选择、计算机网络的拓扑设计、邮递员送信等都可抽象成 TSP 或 MTSP 问题^[3-6].

差分进化算法 (Differential evolution algorithm, DEA) 是一种新兴的基于实数编码的进化计算技术, 它是由 Storn 和 Price 于 1995 年提出的^[7], 最初的设想是用于解决切比雪夫多项式问题, 后来发现 DEA 也是

收稿日期: 2009-05-01

资助项目: 中国博士后科学基金 (20090450759)

作者简介: 周辉仁 (1972-), 男, 山东高密人, 博士, 博士后在站, 主要研究方向为智能优化理论与方法、系统管理智能优化与决策等; 唐万生 (1962-), 男, 天津人, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂系统建模与控制等; 王海龙 (1977-), 男, 浙江衢州人, 博士研究生, 研究方向为系统工程理论及应用等.

解决复杂优化问题的有效技术. DEA 是一种基于种群优化的新智能优化方法, 它已被证明在求解过程中具有高效性、收敛性、鲁棒性等优点. 目前, DEA 已经在许多领域得到了广泛应用, 譬如人工神经网络、化工、电力、机械设计、机器人、信号处理、生物信息、经济学、现代农业、食品安全、环境保护和运筹学等. 然而, 尽管 DEA 获得了广泛研究, 但相对其它进化算法而言, 其研究成果还相对分散, 缺乏系统性, 尤其在理论方面还没有重大突破^[8]. 本文尝试用改进的差分进化算法来解决多旅行商问题, DEA 在解决离散组合优化问题的研究还相对较少.

在实际问题中, 限制单个旅行商的路程是有一定的实际意义的, 因此, 有必要对所有旅行商路程最大值最小化的多旅行商问题进行研究. 已有遗传算法对多旅行商有关问题进行研究, 如文献 [9] 用遗传算法对该类问题进行了研究; 文献 [10] 用遗传算法对最小旅行时间的多旅行商问题进行了研究. 为了有效地解决单个旅行商路程最小、距离对称或者非对称的 MTSP 问题, 本文提出一种编码方法和改进的差分进化算法进行优化, 以便确定每个城市由哪个旅行商经过以及各个旅行商的行走路线, 即找到一个最优旅行商分配及行走路线, 在各个旅行商行走完后, 使路程最大的那个旅行商的路程最小. 仿真结果证明, 本文提出的改进差分进化算法来解决此类问题是有效的.

2 MTSP 数学模型

以点 0 表示旅行商的出发城市, 称为源点, 点 $1, 2, \dots, l$ 表示 m 个旅行商需访问的城市.

定义变量:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{旅行商 } k \text{ 通过弧 } (i, j), \\ 0, & \text{否则,} \end{cases} \quad y_{ki} = \begin{cases} 1, & \text{旅行商 } k \text{ 访问城市 } i, \\ 0, & \text{否则.} \end{cases}$$

c_{ij} 表示旅行商经过对应弧段 (i, j) 距离.

则得到以下模型:

目标函数为

$$Z = \min(\max(z_1, z_2, \dots, z_m)) \tag{1}$$

其中,

$$z_k = \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^l c_{ij} x_{ijk}, \quad k = 1, 2, \dots, m \tag{2}$$

约束条件

$$\sum_{k=1}^m y_{ki} = \begin{cases} m, & i = 0 \\ 1, & i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \tag{3}$$

$$\sum_{i=0}^l x_{ijk} = y_{kj} \tag{4}$$

其中 $j = 0, 1, \dots, l; k = 1, 2, \dots, m$.

$$\sum_{j=0}^l x_{ijk} = y_{ki} \tag{5}$$

其中 $i = 0, 1, \dots, l; k = 1, 2, \dots, m$.

$$X = (x_{ijk}) \in S \tag{6}$$

其中, S 为支路消去约束, 即消去构成不完整路线的解, 具体含义可参见文献 [11].

在该模型中, 式 (1) 表示使 m 个旅行商中的旅行路程最大的那个最小化; 式 (2) 表示各个旅行商的路程; 式 (3) 表示从指定城市 0 出发, 所有城市只有某一个旅行商严格访问一次; 式 (4) 表示任一条弧的终点城市仅有一个起点城市与之相连; 式 (5) 表示任一条弧的起点城市仅有一个终点城市与之相连; 式 (6) 表示消去构成不完整线路的解.

3 改进的差分进化算法设计

差分进化算法也称为差分演化算法^[12], 是由 Storn 和 Price 于 1995 年提出的一类解决连续全局优化问题的进化算法. 差分进化算法与微粒群算 (PSO, 也称粒子群算法) 及遗传算法一样, 都是基于群体智能理论

的优化方法, 通过群体内个体间的合作与竞争产生的群体智能指导优化搜索. 相比于遗传算法, DEA 保留了基于种群的全局搜索策略, 采用实数编码、基于差分的简单变异操作和一对一的竞争生存策略, 降低了遗传操作的复杂性. 同时, DEA 特有的记忆能力使其可以动态跟踪当前的搜索情况, 以调整其搜索策略, 具有较强的全局收敛能力和鲁棒性, 且不需要借助问题的特征信息, 适于求解一些利用常规数学规划方法所无法求解的复杂环境中的优化问题.

标准差分进化算法基本思想是: 设置每代种群的个体数即种群规模为 N ; 每个个体维数为 D , 即优化问题的维数; 算法对当前种群的个体加上随机差分和交叉以提高种群的多样性, 即经过变异和交叉操作, 产生一个临时种群; 然后利用贪婪思想的选择操作对这两个种群进行一对一的选择, 从而产生新一代种群; 种群按上述方法不断进化, 直至满足算法的终止条件. 本文对差分进化算法进行了改进, 提出了新的选择操作及根据多旅行商这类组合优化问题与顺序有关的特点增加邻域操作方法.

3.1 变异操作

DEA 最基本的变异成分是父代的差分矢量, 每个矢量对包括父代两个不同的个体 $(x_{r_1}^t, x_{r_2}^t)$ 根据变异个体的生成方法不同, 形成了多种不同的差分进化算法方案. 其中, 一种个体变异方式的公式为

$$x_{mi} = x_i^t + \lambda(x_{best}^t - x_i^t) + \beta(x_{r_2}^t - x_{r_1}^t)$$
 (7)

其中, $i = 1, 2, \dots, N$; x_{best}^t 为当前种群中适值最好的个体; $x_{r_1}^t$ 、 $x_{r_2}^t$ 为与 x_i^t 互不相同的随机个体; λ 是附加控制变量, 通过引入当前最好的个体向量来加强期望度; β 为缩放因子.

控制变量 λ 、缩放因子 β 的取值范围为 $(0, +1]$ ^[13]. 本文中, 对于附加控制变量 λ 和缩放因子 β 的取值相同, 并设定 $\lambda = \beta = 0.5$.

3.2 边界条件处理

由于多旅行商这类组合优化问题的编码是有一定得取值范围的, 经过变异处理后新生成的元素参数值可能会超出边界范围, 因此需进行边界条件的处理, 将不符合边界约束的元素参数值用在可行域中随机产生的参数值代替.

3.3 交叉操作

DEA 利用交叉操作以保持种群的多样性. 对于群体中第 i 个个体 x_i^t 将与 x_{mi} 进行交叉操作, 产生试验个体 x_{Ti} . 为保证个体 x_i^t 的进化, 首先通过随机选择, 使得 x_{Ti} 至少有一位由 x_{mi} 贡献, 而对于其它位, 可利用一个交叉概率因子 C_r 决定 x_{Ti} 中哪位由 x_{mi} 贡献, 哪位由 x_i^t 贡献. 交叉操作的公式为

$$x_{Tij} = \begin{cases} x_{mij}, & rand_j \leq C_r, \\ x_{ij}^t, & rand_j > C_r, \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, D$$
 (8)

其中, $i = 1, 2, \dots, N$; $rand$ 为 $[0, 1]$ 之间均匀分布的随机数, $C_r \in [0, 1]$ ^[13]. 本文中, 取 $C_r = 0.1$.

3.4 选择操作

标准的 DEA 采用“贪婪”的搜索策略, 经过变异与交叉操作后生成的试验个体 x_T 与 x_i^t 进行竞争, 只有当 x_T 的适值较 x_i^t 更优时才被选作子代, 否则, 直接将 x_i^t 作为子代. 选择操作的公式为

$$x_i^{t+1} = \begin{cases} x_{Ti}, & f(x_{Ti}) \leq f(x_i^t) \\ x_i^t, & f(x_{Ti}) > f(x_i^t) \end{cases}$$
 (9)

标准差分进化算法进化过程中也会存在停滞不前的情况, 为了克服这种现象, 借鉴遗传算法中基于轮盘赌的比例选择法^[14], 从含有 N 个个体的父代种群和 N 个个体的实验种群所组成的群体中选取 N 个个体形成子代种群. 由于遗传算法的基于轮盘赌的比例选择是根据适值大的个体具有竞争性, 因此, 需要将式 (1) 所示的目标函数的倒数作为基于轮盘赌的比例选择法的适值. 为了将适值最高的个体被继承到下一代种群, 采用遗传算法中常用的最优保存策略^[14].

基于轮盘赌的比例选择法流程如下:

步骤 1 个体的适值为 f_i , 则个体 V_i 被选择的概率 p_i 定义为

$$p_i = f_i / \sum_{l=1}^{2N} f_l, \quad i = 1, 2, \dots, 2N$$
 (10)

在此基础上计算累计概率为

$$\begin{cases} q_0 = 0, \\ q_i = \sum_{j=1}^i p_j, \quad i = 1, 2, \dots, 2N \end{cases}$$
 (11)

式中: $q_0 \leq q_1 \leq \cdots q_{2N} = 1$;

步骤 2 从区间 $(0, 1]$ 产生一个随机数 r ;

步骤 3 若 $q_{k-1} < r \leq q_k$, 则选择个体 $V_k, k \in \{1, 2, \cdots, 2N\}$;

步骤 4 重复步骤 2 和步骤 3 共 N 次, 得到有 N 个个体组成的新一代种群.

3.5 邻域操作方法

邻域操作方法是指对于一个个体, 随机选择两个位置, 交换这两个位置上的数值, 即随机对换可行路径中的两个节点. 如对父代个体: $V: [2.2 \ 1.4 \ 3.9 \ 0.6 \ 5.7]$
交换 1.4 和 5.7 后变为子个体: $V': [2.2 \ 5.7 \ 3.9 \ 0.6 \ 1.4]$.

3.6 改进差分进化算法的具体步骤

改进差分进化算法的具体步骤如下:

步骤 1 根据所优化问题的特点确定取值范围, 根据种群规模 N 生成初始种群 X ;

步骤 2 根据式 (7) 进行变异操作, 并进行边界条件处理;

步骤 3 根据式 (8) 进行交叉操作生成新的种群 X^T ;

步骤 4 对种群 X 和 X^T , 采用基于轮盘赌的比例选择法和最优保存策略选择个体生成含有 N 个个体的种群 X^5 ;

步骤 5 对种群 X^5 进行邻域操作生成种群 X^n ;

步骤 6 将种群 X^5 中的个体与种群 X^n 中的个体进行竞争, 即按照式 (9) 所示的选择方法选择个体生成新一代种群 X' ;

步骤 7 重复步骤 2 至步骤 7 直至达到某种停止准则, 本文的停止准则为最大迭代次数.

4 个体编码

由于差分进化算法的提出是用来解决连续函数优化问题的, 对于旅行商这类离散函数优化问题应该合理的设计个体编码, 使得产生的每个种群个体对应一个可行的路径而且在进行变异和交叉操作时也不会产生非法解.

假设有 $N+1$ 个城市 (含源点城市 0)、旅行商数为 m 的多旅行商问题, 生成如下个体: $[x_1, x_2, x_3, \cdots, x_N]$. 该个体有 N 个实数组成, 对于每个实数 x_i 满足如下条件: $1 \leq x_i < m + 1, i = 1, 2, \cdots, N$.
其中, x_i 表示城市 i 由第 $\text{Int}(x_i)$ 个旅行商经过, 函数 $\text{Int}(x)$ 表示对实数 x 取整. 显然, 可能会出现 $\text{Int}(x_j) = \text{Int}(x_k), j \neq k$, 这表明多个城市由同一个旅行商经过. 这时, 对于同一个旅行商则按照实数 x_j, x_k 的从小到大的顺序来决定该旅行商先经过哪个城市, 数值小的先经过; 若实数 $x_j = x_k$, 则按照 x_j, x_k 在个体中出现的先后顺序决定该旅行商先经过哪个城市, 在个体中先出现先经过该城市.

如有 10 个城市 (含源点城市 0)、3 个旅行商的多旅行商问题, 其中一个个体如下所示:

1.2	2.3	3.9	2.1	1.8	3.3	1.2	2.4	3.7
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

根据上面所述个体编码含义可知, 各个旅行商所遍历的城市及先后顺序为:
旅行商 1 为 0-1-7-5-0; 旅行商 2 为 0-4-2-8-0; 旅行商 3 为 0-6-9-3-0.
需要注意的是, 为了避免出现平凡子路径, 必须假设 $C_{00} = M, M$ 为一无穷大的正数, C_{00} 表示源点城市 0 与源点城市 0 之间的距离. 如下所示的一个个体:

1.2	1.3	3.9	1.1	1.8	3.3	1.2	3.4	3.7
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

根据上面所述个体编码含义可知, 各个旅行商所遍历的城市及先后顺序为:
旅行商 1 为 0-4-1-7-2-5-0; 旅行商 2 为 0-0-0; 旅行商 3 为 0-6-8-9-3-0.
根据设定 $C_{00} = M$ 可得旅行商 2 所遍历的城市距离无穷大, 这样的个体在差分进化算法迭代中很快就会被淘汰, 所以所求的最优结果不会出现平凡子路径.

5 实例仿真

以上介绍了改进差分算法优化多旅行商问题的步骤, 本节通过 TSPLIB (<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/>) 中的距离非对称的数据进行仿真, 并与文献 [9] 中的遗传算法和标准差分进化算法优化的结果进行比较.

5.1 17 个城市 (br17.atsp) 的 MTSP 问题

br17.atsp 数据总共有 17 个城市, 并且其距离是非对称的. 设旅行商数为 3, 进行仿真.

文献 [9] 中, 对于染色体分别采用循环交叉 (CX)、顺序交叉 (OX) 和部分匹配交叉 (PMX), 交叉概率为 0.55; 变异采用交换变异, 且变异概率为 0.25; 种群规模为 100; 最大迭代次数为 100. 用 Matlab 语言编程, 随机运行 10 次, 所得结果如表 1 所示.

本文中, 取 $F = \lambda = 0.5$, $C_r = 0.1$, 种群规模取 100, 迭代次数取 50. 对改进差分进化算法用 Matlab 语言编程, 随机运行 10 次, 所得结果如表 1 所示.

所求的其中一个最优分配路线分别为:

1-6-16-15-5-4-7-1; 1-13-14-3-11-2-10-1; 1-9-17-8-12-1.

其中, 3 个旅行商的路程分别为 28、12 和 10.

本实例是一个小规模的多旅行商问题, 通过表 1 数据可以看出, 本文设计的差分进化算法所求的结果是比较稳定的, 用比较少的迭代次数求得优于文献 [9] 中遗传算法优化的结果.

表 1 br17.atsp 的仿真结果			
	最优解	最差解	平均解
OX	28	31	28.9
CX	28	31	28.3
PMX	28	31	28.9
本文算法	28	28	28

表 2 遗传算法的仿真结果				
旅行商数	交叉算子	最优解	最差解	平均解
4	CX	24174	26084	25251
	OX	24610	29936	26297
	PMX	21454	25966	23663
8	CX	15091	17154	16054.5
	OX	15022	17134	16333.9
	PMX	14157	16211	14894.6
12	CX	11436	13192	12196.5
	OX	11891	13604	12707.8
	PMX	10965	13272	11974.9

5.2 100 个城市 (kro124p) 的 MTSP 问题

kro124p 数据总共有 100 个城市, 并且其距离是非对称的. 设旅行商数分别为 4、8、12, 进行仿真.

文献 [9] 中, 对于染色体分别采用循环交叉 (CX)、顺序交叉 (OX) 和部分匹配交叉 (PMX), 且交叉概率为 0.55; 变异采用交换变异且变异概率为 0.25; 种群规模为 100; 最大迭代次数为 500. 用 Matlab 语言编程, 旅行商数分别为 4、8、12 时, 各随机运行 10 次, 所得结果如表 2 所示.

本文中, 取 $F = \lambda = 0.5$, $C_r = 0.1$, 种群规模取 100, 迭代次数取 500. 用 Matlab 语言编程, 旅行商数分别为 4、8、12 时, 用改进差分进化算法各随机运行 10 次, 所得结果如表 3 所示.

表 3 改进差分进化算法的仿真结果			
旅行商数	最优解	最差解	平均解
4	19507	22479	21088
8	11630	13254	12676.2
12	9509	10779	9893.7

本实例是一个中等规模的多旅行商问题, 从表 2 和表 3 可以看出, 本文设计的差分进化算法优化多旅行商问题在最优解、最差解和平均解方面明显优于遗传算法.

5.3 403 个城市 (rbg403.atsp) 的 MTSP 问题

rbg403 数据总共有 403 个城市, 并且其距离是非对称的. 设旅行商数分别为 8、12, 分别用标准差分进化算法和改进的差分进化算法各进行仿真 10 次. 本文中, 取 $F = \lambda = 0.5$, $C_r = 0.1$, 种群规模取 100, 在迭代至 500、800、1000 代时的结果如表 4-5 所示.

本实例是一个大规模的多旅行商问题, 从表 4-5 可以看出, 本文设计的改进差分进化算法优化多旅行商问题明显优于标准差分进化算法的结果.

6 结论

本文对最小化所有旅行商路程最大值的多旅行商问题提出改进的差分进化算法进行了研究, 通过实例进行了仿真和比较, 适合于优化距离对称和非对称的多旅行商问题, 取得了较好的效果.

表 4 8 个旅行商的 rbg403 仿真结果

迭代次数	标准差分进化算法			改进差分进化算法		
	最优解	最差解	平均解	最优解	最差解	平均解
500	909	940	931.1	699	740	720.2
800	907	931	923.1	674	719	699.7
1000	904	931	921.6	671	710	691.8

表 5 12 个旅行商的 rbg403 仿真结果

迭代次数	标准差分进化算法			改进差分进化算法		
	最优解	最差解	平均解	最优解	最差解	平均解
500	640	657	649.1	499	558	525.9
800	635	650	643.8	496	558	516
1000	633	646	639.8	493	558	510.4

参考文献

[1] Greco F. Travelling Salesman Problem[M]. Croatia: In-Teh, 2008.

[2] 李军民, 林淑飞, 高让礼. 用混合遗传算法求解多目标 TSP 问题 [J]. 西安科技大学学报, 2006, 26(4): 515-518.
Li J M, Lin S F, Gao R L. Hybrid genetic algorithms for multi-objective TSP[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2006, 26(4): 515-518.

[3] 陶然, 吕红霞, 陈广秀. 基于 MTSP 的机车周转图编制模型与算法 [J]. 西南交通大学学报, 2006, 41(5): 653-657.
Tao R, Lü H X, Chen G X. Model and algorithm for making locomotive working diagram based on multiple traveling salesmen problem[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2006, 41(5): 653-657.

[4] 卢厚清, 王辉东, 黄杰, 等. 任务均分的多旅行商问题 [J]. 系统工程, 2005, 23(2): 22-24.
Lu H Q, Wang H D, Huang J, et al. Dividing into equal task of MTSP[J]. Systems Engineering, 2005, 23(2): 22-24.

[5] 唐立新. 热轧调度并行处理策略的多旅行商模型 [J]. 东北大学学报, 1999, 20(2): 148-150.
Tang L X. Multiple traveling salesman problem (MTSP) model for hot rolling scheduling using parallel strategies[J]. Journal of Northeastern University, 1999, 20(2): 148-150.

[6] 黄可伟, 汪定伟. 热轧计划中的多旅行商问题及其计算方法 [J]. 计算机应用研究, 2007, 24(7): 43-45.
Huang K W, Wang D W. Multiple traveling salesman problem and its application to hot rolling planning[J]. Application Research of Computers, 2007, 24(7): 43-45.

[7] Storn R, Price K. Differential evolution — A simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces[R]. International Computer Science Institute, Berkley, 1995.

[8] 刘波, 王凌, 金以慧. 差分进化算法研究进展 [J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 721-729.
Liu B, Wang L, Jin Y H. Advances in differential evolution[J]. Control and Decision, 2007, 22(7): 721-729.

[9] 王海龙, 周辉仁, 魏颖辉. 基于遗传算法的一类多旅行商问题研究 [J]. 计算机应用, 2009, 29(1): 119-122.
Wang H L, Zhou H R, Wei Y H. Study on multiple traveling salesman problem based on genetic algorithm[J]. Journal of Computer Applications, 2009, 29(1): 119-122.

[10] 周辉仁, 唐万生, 魏颖辉. 基于 GA 的最小旅行时间的多旅行商问题研究 [J]. 计算机应用研究, 2009, 26(7): 2526-2529.
Zhou H R, Tang W S, Wei Y H. Study on minimum completion time multiple traveling salesman problem based on genetic algorithm[J]. Application Research of Computers, 2009, 26(7): 2526-2529.

[11] 李军, 郭耀煌. 物流配送车辆优化调度理论与方法 [M]. 北京: 中国物资出版社, 2001: 63-73.
Li J, Guo Y H. Dispatch Optimize Theory and Methods for Logistic Distribution Vehicle[M]. Beijing: Chinese Logistics Publishing House, 2001: 63-73.

[12] 徐宗本. 计算智能 —— 模拟进化计算 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2004: 116-117.
Xu Z B. Computational Intelligence — Simulated Evolutionary Computation[M]. Beijing: Higher Education Press, 2004: 116-117.

[13] Price K V, Storn R M, Lampinen J A. Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization[M]. Germany: Springer, 2005.

[14] 刘民, 吴澄. 制造过程智能优化调度算法及其应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 49-55.
Liu M, Wu C. Intelligent Optimization Scheduling Algorithms for Manufacturing Process and Their Applications[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 49-55.