

Electrotecnia

Oscar Perpiñán Lamigueiro

<http://oscarperpinan.github.io>

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

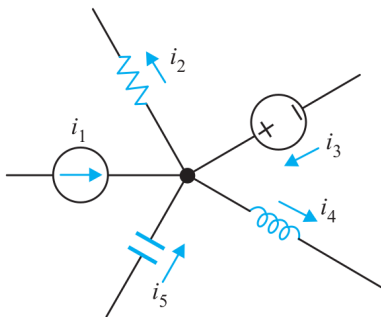
Recursos

- ▶ La electricidad es un fenómeno físico asociado al **movimiento de las cargas eléctricas**.
- ▶ El aprovechamiento de la electricidad consiste en generar y canalizar el movimiento de las cargas eléctricas.
- ▶ El movimiento de las cargas eléctricas es la **corriente eléctrica**. Este movimiento se realiza mediante un trabajo, cuantificado por el **potencial**.

- ▶ **Variación de la carga con el tiempo en la sección transversal de un conductor** $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$
- ▶ Movimiento de electrones libres. Sin embargo, por convenio su sentido es positivo para el movimiento de las cargas positivas.

Principio de conservación de la carga

- ▶ Las líneas de corriente son cerradas (o solenoidales)
- ▶ **Ley de Kirchhoff de las corrientes (LKC):** la suma de las corrientes que llegan a un nudo es igual a la suma de las que salen.



$$i_1(t) - i_2(t) + i_3(t) - i_4(t) + i_5(t) = 0$$

Tensión. Diferencia de potencial

- **Trabajo realizado al mover una carga unidad entre dos puntos.**

$$v = \frac{dW_e}{dq}$$

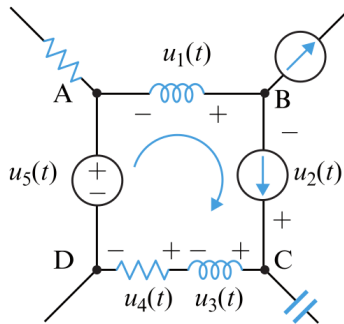
- Si entre dos puntos A y B existe una diferencia de potencial, podemos escribir:

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

$$v_{AB} = -v_{BA}$$

Principio de conservación de la energía

- La energía producida por un generador se consume por los receptores del circuito para producir trabajo (mecánico, químico, etc.) o calor.
- **Ley de Kirchhoff de los Voltajes (LKV):** la suma (con signo) de las tensiones a lo largo de un camino cerrado (circuito) es cero.

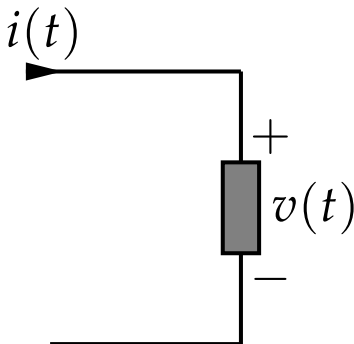


Potencia eléctrica

- ▶ Trabajo realizado por unidad de tiempo

$$p(t) = \frac{dW_e}{dt} = v(t) \cdot \frac{dq(t)}{dt} = v(t) \cdot i(t)$$

- ▶ Un elemento del circuito absorbe (*receptor*) o entrega (*generador*) potencia según el sentido de tensión y corriente en sus terminales. Ejemplo: en el dipolo de la figura se absorbe potencia ($p(t) > 0$)



Potencia y Energía

Energía es la capacidad para realizar un trabajo.

Unidades Wh, kWh

$$1 \text{ kWh} = 3.6 \text{ MJ}$$

Potencia es la cantidad de trabajo efectuado *por unidad de tiempo*.

Unidades W, kW

Eficiencia de un proceso es la relación entre la *potencia* de salida y la *potencia* de entrada a ese proceso.

Rendimiento de un proceso es la relación entre la *energía* de salida y la *energía* de entrada a ese proceso.

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Recursos

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Elementos Lineales

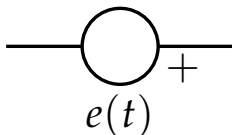
Elementos No Lineales

Asociación de elementos pasivos

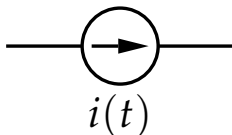
Corriente alterna sinusoidal

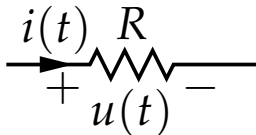
Recursos

- ▶ **Generador de tensión:** su tensión es independiente de la corriente (la corriente la fija el circuito)
 - ▶ Batería electroquímica
 - ▶ Inversor de electrificación rural a su salida



- ▶ **Generador de corriente:** su corriente es independiente de la tensión (la tensión la fija el circuito)
 - ▶ Inversor de conexión a red a su salida

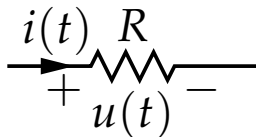




- **Produce una caída de tensión entre sus terminales directamente proporcional a la corriente que lo atraviesa.**

$$V = R \cdot I$$

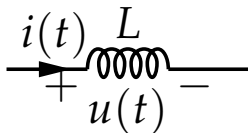
- La constante de proporcionalidad es el valor de la resistencia
- Su valor depende de resistividad del material, de la sección y de la longitud: $R = \rho \cdot \frac{L}{S}$



- ▶ Disipa energía eléctrica produciendo **calor**:

$$p(t) = R \cdot i^2(t)$$

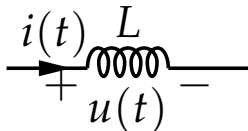
- ▶ Cortocircuito: resistencia nula (tensión nula)
- ▶ Circuito abierto: resistencia infinita (corriente nula).



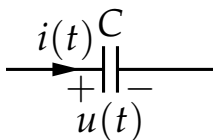
- ▶ Cuando una corriente oscilante atraviesa un conductor arrollado se produce una **tensión inducida que se opone a esta corriente** (ley de Faraday y Lenz)
- ▶ La constante que liga la tensión en sus terminales con el cambio de la corriente es el valor de la inductancia

$$v(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

Bobina o inductancia



- ▶ Almacena **energía magnética**.
- ▶ La bobina **retrasa los cambios de la corriente** respecto de la tensión.
- ▶ En circuitos de corriente continua es un cortocircuito.

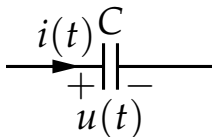


- ▶ **Condensador:** dos placas metálicas separadas por una capa dieléctrica.
- ▶ Al aplicar tensión se produce una **separación de cargas opuestas que se acumulan en cada placa.**
- ▶ **Capacidad:** constante de proporcionalidad entre carga y tensión.

$$q(t) = C \cdot u(t)$$

- ▶ En el proceso de carga se produce una corriente eléctrica entre las dos placas.

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C \frac{du(t)}{dt}$$



- ▶ Almacena **energía eléctrica**
- ▶ **Retrasa las variaciones de la tensión respecto de la corriente**
- ▶ En un circuito de corriente continua se comporta como un circuito abierto.

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

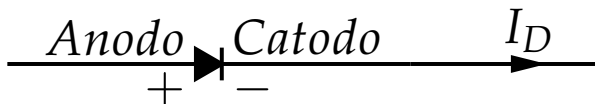
Elementos Lineales

Elementos No Lineales

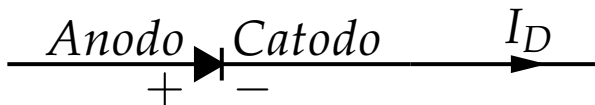
Asociación de elementos pasivos

Corriente alterna sinusoidal

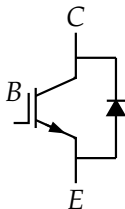
Recursos



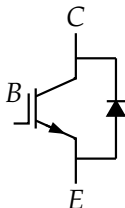
- ▶ Un diodo es un dispositivo electrónico que permite el paso de corriente a través de él a partir de una tensión de polarización.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.



- ▶ Por tanto, puede ser utilizado como
 - ▶ **Elemento de bloqueo** (evitar que circule corriente por una parte del circuito en ciertas condiciones)
 - ▶ **Elemento de protección** (obligar a que la corriente circule por él, evitando que circule por otra rama paralela).



- ▶ Un transistor es un dispositivo electrónico con tres terminales que permite el paso de corriente entre dos de sus terminales cuando en el tercer terminal está polarizado adecuadamente.
- ▶ Cuando **no conduce** se comporta (idealmente) como un **circuito abierto**.
- ▶ Cuando **conduce** se comporta (idealmente) como un **cortocircuito**.



Por tanto, puede ser utilizado como:

- ▶ **Elemento de conmutación** (dirigir la circulación de corriente entre dos terminales controlando la señal en el tercer terminal)
- ▶ **Elemento de amplificación** (la señal entregada en el terminal de control es reproducida en la salida con mayor amplitud)

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Elementos Lineales

Elementos No Lineales

Asociación de elementos pasivos

Corriente alterna sinusoidal

Recursos

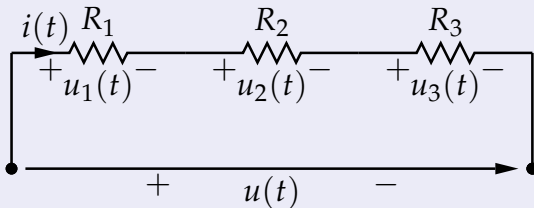
Conexión en serie

Misma corriente por todos los elementos: la tensión se reparte

$$R_s = \sum_i R_i$$

$$L_s = \sum_i L_i$$

$$\frac{1}{C_s} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



Conceptos
preliminares

Elementos del
Circuito

Elementos Lineales

Elementos No Lineales

Asociación de elementos
pasivos

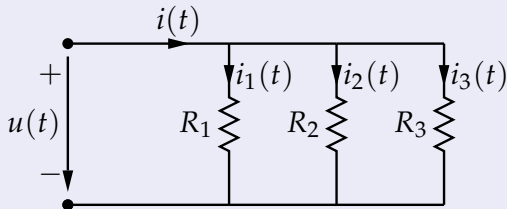
Corriente alterna
sinusoidal

Recursos

Conexión en paralelo

Misma tensión aplicada a todos los elementos: la corriente se reparte

$$\frac{1}{R_p} = \sum_i \frac{1}{R_i}$$
$$\frac{1}{L_p} = \sum_i \frac{1}{L_i}$$
$$C_p = \sum_i C_i$$



Conceptos
preliminares

Elementos del
Circuito

Elementos Lineales

Elementos No Lineales

Asociación de elementos
pasivos

Corriente alterna
sinusoidal

Recursos

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Recursos

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

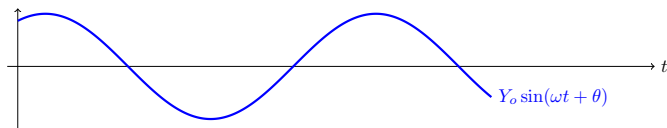
Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

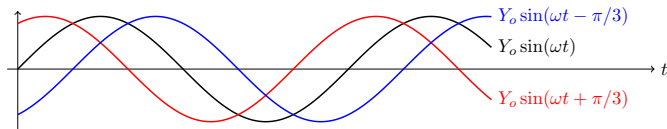
Recursos

Onda sinusoidal



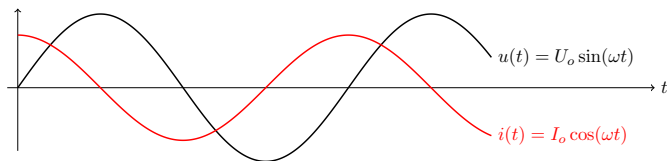
$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- ▶ Y_o valor máximo de la onda.
- ▶ $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$: pulsación (radianes/segundo)
- ▶ T : periodo de la onda (segundos)
- ▶ $f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{1}{T}$: frecuencia (Hz)



$$y(t) = Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta)$$

- θ : fase (radianes o grados)
 - Es el argumento de la onda para $t=0$
 - Tomando una onda como referencia, si la fase es 0° , se dice que están en fase con la onda de referencia.
 - Si la fase es positiva, se dice que la onda adelanta respecto a la referencia.



- ▶ Cuando el desfase entre dos señales es de 90° ($\theta_I - \theta_U = \pi/2$), se dice que están en cuadratura.
- ▶ El paso por cero de una señal coincide con el paso por el máximo/mínimo de la otra señal.

Valor medio y valor eficaz

Valor medio

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)$$

$$Y_m = \frac{1}{T} \int_0^T Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta) dt = 0$$

Conceptos
preliminares

Elementos del
Circuito

Corriente alterna
sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos

Valor eficaz

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T y^2(t)}$$

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T (Y_o \cdot \sin(\omega \cdot t + \theta))^2 dt} = \frac{Y_o}{\sqrt{2}}$$

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos

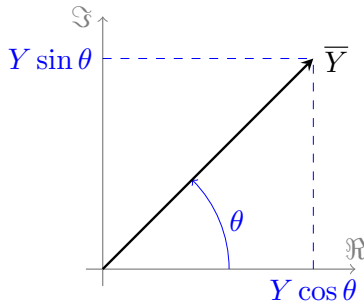
Representación fasorial

- ▶ Un fasor es un **número complejo** que representa una señal sinusoidal para simplificar cálculos.
- ▶ El **módulo** del fasor es el **valor eficaz**. El **argumento** es la **fase**.
- ▶ Descartamos pulsación: No se puede emplear cuando hay frecuencias diferentes en un mismo circuito.

$$\bar{Y} = Y \cdot e^{j\theta}$$

$$\bar{Y} = Y \cdot (\cos(\theta) + j \cdot \sin(\theta))$$

$$\bar{Y} = Y \angle \theta$$



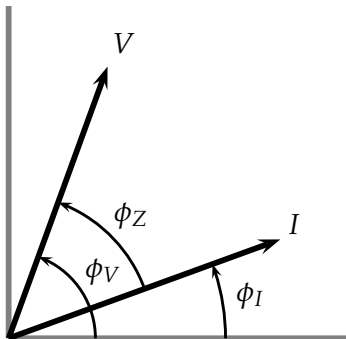
Impedancia

$$\bar{I} = I/\underline{\theta_I}$$
$$\bar{U} = U/\underline{\theta_U}$$

$$\bar{U} = \bar{Z} \cdot \bar{I}$$

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}}$$

$$\bar{Z} = \frac{U}{I} \underline{\theta_U - \theta_I} = \begin{cases} Z = \frac{U}{I} \\ \theta_Z = \theta_U - \theta_I \end{cases}$$



Impedancia de los Elementos: Resistencia

Electrotecnia

Oscar Perpiñán
Lamigueiro

Conceptos
preliminares

Elementos del
Círculo

Corriente alterna
sinusoidal

Conceptos Fundamentales

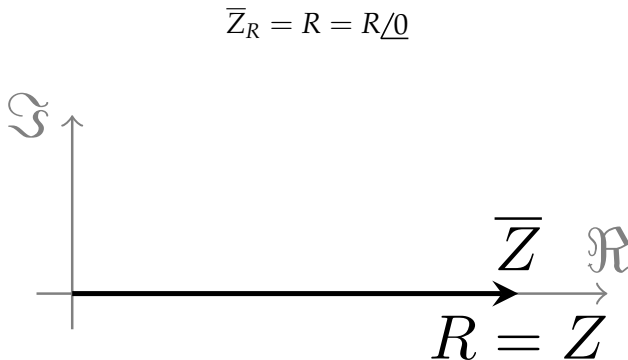
Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

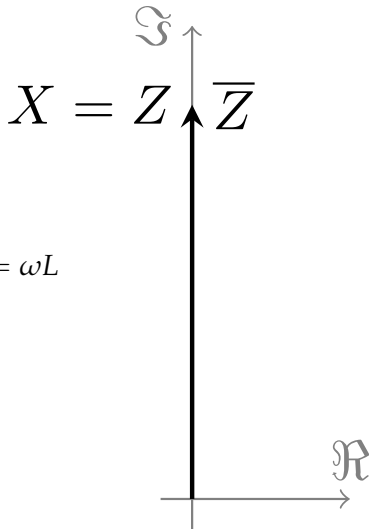
Potencia

Trifásica

Recursos



Impedancia de los Elementos: Inductancia



$$\overline{Z}_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ \Rightarrow X_L = \omega L$$

Impedancia de los Elementos: Condensador

Electrotecnia

Oscar Perpiñán
Lamigueiro

Conceptos
preliminares

Elementos del
Circuito

Corriente alterna
sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

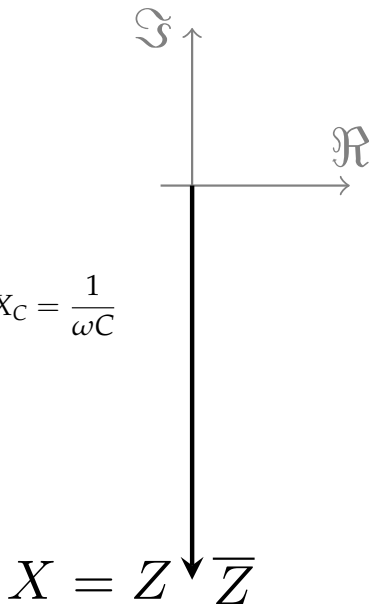
Desfase Tensión - Corriente

Potencia

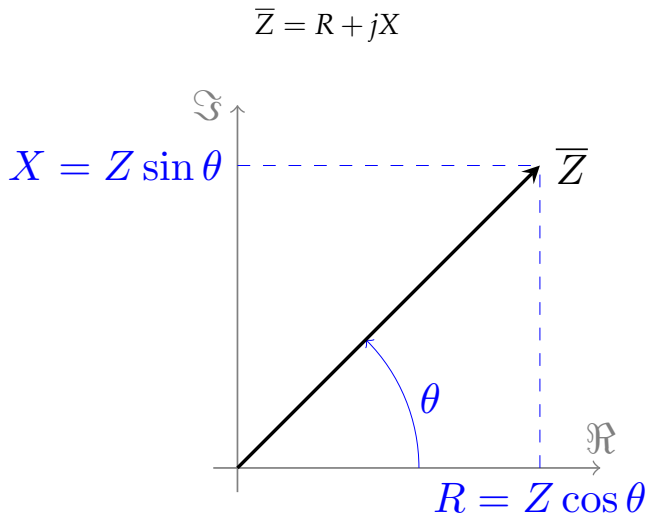
Trifásica

Recursos

$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ \Rightarrow X_C = \frac{1}{\omega C}$$



Impedancia Genérica



Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos

Convenio de signos para Desfase

- En general, la tensión es origen de fases ($\theta_V = 0$).

$$\theta_Z = \theta_U - \theta_I$$

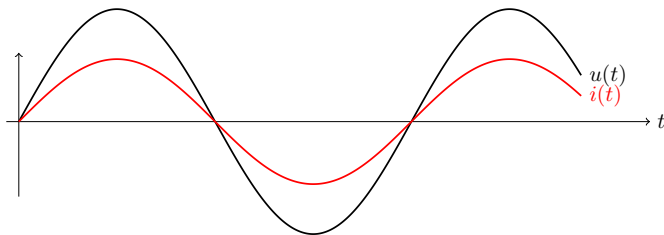
$$\theta_I = \theta_V - \theta_Z = -\theta$$

- La corriente está retrasada respecto de la tensión un ángulo $\theta = \theta_Z$:

$$u(t) = U_o \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i(t) = I_o \cdot \sin(\omega \cdot t - \theta)$$

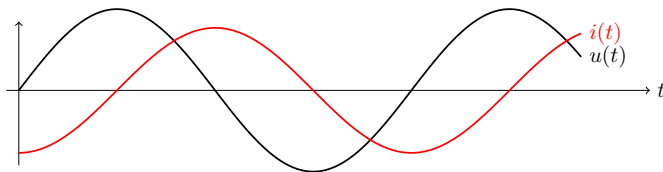
$$\overline{Z}_R = R = R/\underline{0}$$



Un circuito resistivo no desfasa (**tensión y corriente en fase**).

Circuito Inductivo puro

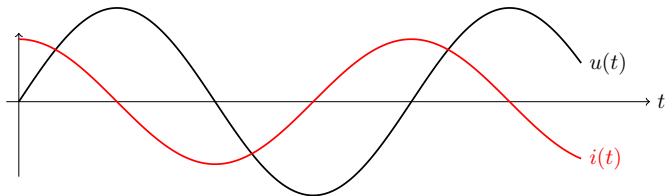
$$\bar{Z}_L = j\omega L = \omega L \underline{90^\circ}$$



Un circuito inductivo puro genera **señales en cuadratura** y **retrasa la corriente**.

Circuito Capacitivo puro

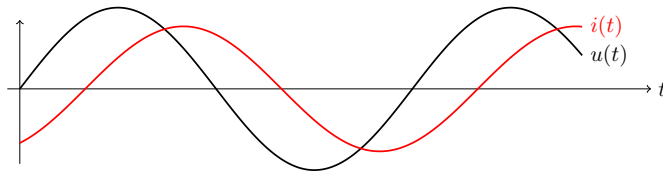
$$\bar{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90^\circ$$



Un circuito capacitivo puro genera **señales en cuadratura** y **adelanta la corriente**.

Circuito Inductivo con pérdidas

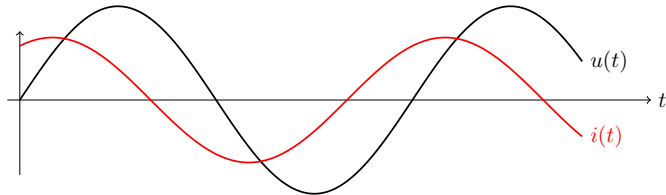
$$\bar{Z} = R + j\omega L \Rightarrow \theta > 0$$



Un circuito inductivo **retrasa la corriente**.

Circuito Capacitivo con pérdidas

$$\bar{Z} = R - \frac{j}{\omega C} \Rightarrow \theta < 0$$



Un circuito capacitivo **adelanta la corriente**.

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

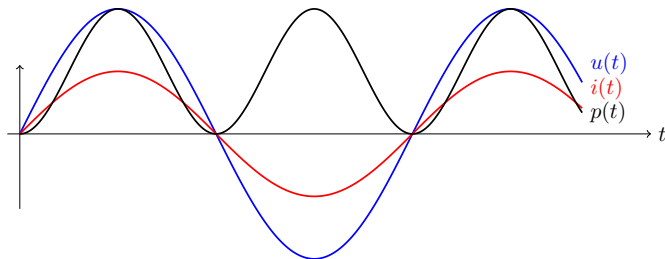
Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos

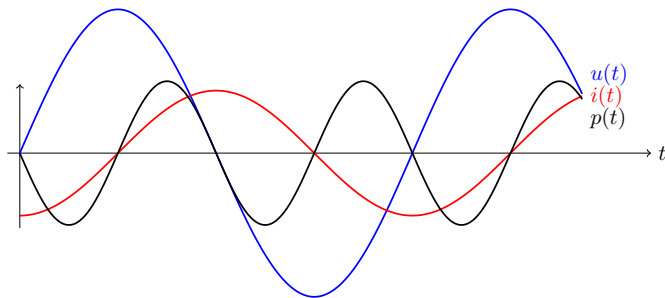
Circuito Resistivo



- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Es siempre positiva.

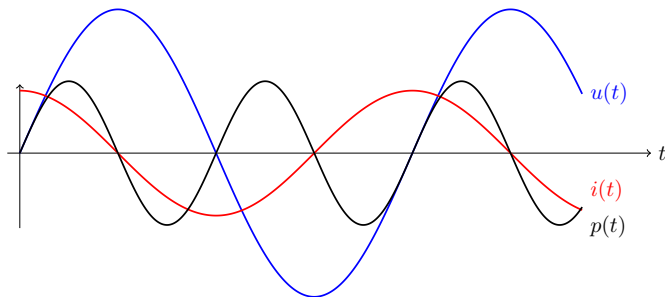
$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{u^2(t)}{R}$$

Circuito Inductivo puro



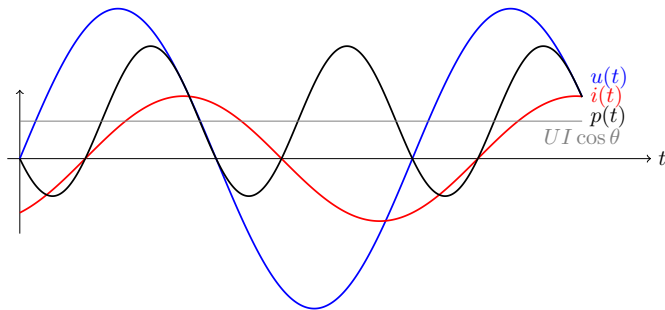
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

Circuito Capacitivo puro



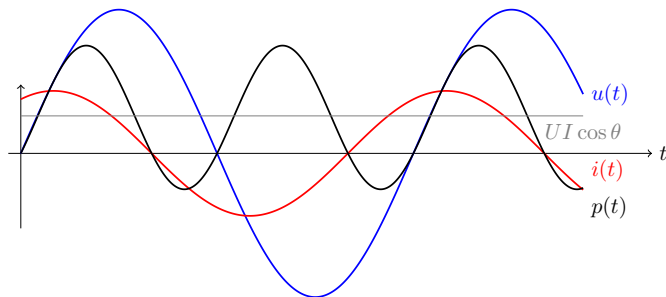
- Fluctúa al doble de frecuencia.
- Pasa por los ceros de tensión y corriente.
- Su valor medio es nulo.

Circuito Inductivo con pérdidas



- Su valor medio es positivo, de valor $UI \cos \theta$.

Circuito Capacitivo con pérdidas



- Su valor medio es positivo, de valor $UI \cos \theta$.

Triángulo de Potencias

► Potencia Activa

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\theta) = R \cdot I^2$$

► Potencia Reactiva

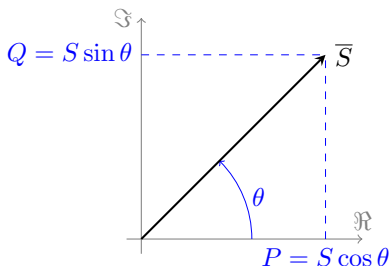
$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\theta) = X \cdot I^2$$

► Potencia Aparente

$$\bar{S} = P + jQ = \bar{U} \cdot \bar{I}^*$$

$$|S| = U \cdot I$$

$$\theta_S = \theta_Z = \theta$$



Potencia de elementos: Resistencia

$$\theta = 0 \Rightarrow \begin{cases} P_R = RI^2 \\ Q_R = 0 \\ S_R = P_R \end{cases}$$

- ▶ Consume potencia activa
- ▶ No consume potencia reactiva

Potencia de elementos: Inductancia

$$\theta = \pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_L = \omega LI^2 \\ \bar{S}_L = \omega LI^2 / \underline{\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Consume potencia reactiva ($Q > 0$)

Potencia de elementos: Condensador

$$\theta = -\pi/2 \Rightarrow \begin{cases} P_L = 0 \\ Q_C = -\omega CU^2 \\ \bar{S}_C = \omega CU^2 \underline{-\pi/2} \end{cases}$$

- ▶ No consume potencia activa
- ▶ Genera potencia reactiva ($Q < 0$)

Teorema de Boucherot

- En un circuito con múltiples elementos, la potencia aparente total es la suma de las potencias aparentes individuales.

$$\bar{S} = \sum_{i=1}^n S_i$$

$$P + jQ = \sum_{i=1}^n (P_i + jQ_i)$$

- La potencia activa (reactiva) total es la suma de las potencias activas (reactivas) individuales.

$$P = \sum_{i=1}^n P_i$$

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Compensación de reactiva

- El factor de potencia, $\cos(\theta)$, representa la aportación de potencia activa dentro de la potencia aparente.

$$P = S \cos \theta$$

- Sean dos sistemas con misma tensión y potencia activa, y factores de potencia $\cos \theta_1 > \cos \theta_2$.
- El sistema 2 requiere **mayor sección** de cable para transportar la misma potencia activa.

$$\left(\frac{P}{U \cos \theta_1} = I_1 \right) < \left(I_2 = \frac{P}{U \cos \theta_2} \right)$$

- El sistema 2 requiere **mayor potencia aparente** (generador mayor) para alimentar la misma potencia activa.

$$\left(\frac{P}{\cos \theta_1} = S_1 \right) < \left(S_2 = \frac{P}{\cos \theta_2} \right)$$

- ▶ Comúnmente, el factor de potencia es **inductivo** (máquinas eléctricas industriales).
- ▶ La red debe suministrar potencia reactiva inductiva (influye en secciones de líneas y tamaños de generadores)
- ▶ Es necesario mejorar **localmente** el factor de potencia. Solución común: utilizar **bancos de condensadores** como suministradores de potencia reactiva.

- Sea una carga de potencia activa P y potencia reactiva Q . Supongamos que se desea mejorar el factor de potencia a $\cos \theta' > \cos \theta$:

$$Q' = P \tan \theta'$$

$$Q_c = Q - Q' = P \tan \theta - P \tan \theta'$$

$$Q_c = \omega C U^2$$

$$C = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{\omega U^2}$$

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Conceptos Fundamentales

Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos

Motivación de los sistemas trifásicos

- ▶ La potencia instantánea de un sistema monofásico es pulsante. En un sistema trifásico la potencia instantánea es constante, evitando vibraciones y esfuerzos en las máquinas.
- ▶ Para transportar una determinada potencia la masa de conductor necesaria es un 25% en un trifásico que en un monofásico.

Generación de un sistema trifásico

Electrotecnia

Oscar Perpiñán
Lamigueiro

Conceptos
preliminares

Elementos del
Círculo

Corriente alterna
sinusoidal

Conceptos Fundamentales

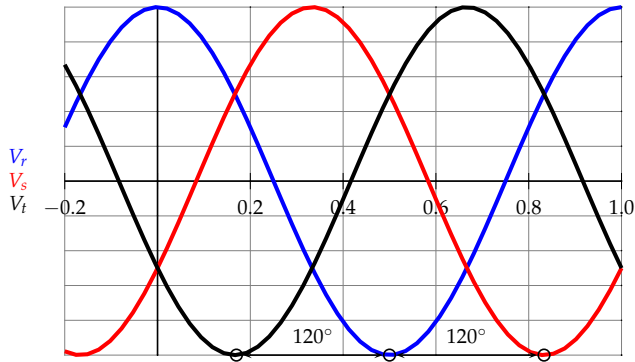
Cálculo Fasorial

Desfase Tensión - Corriente

Potencia

Trifásica

Recursos



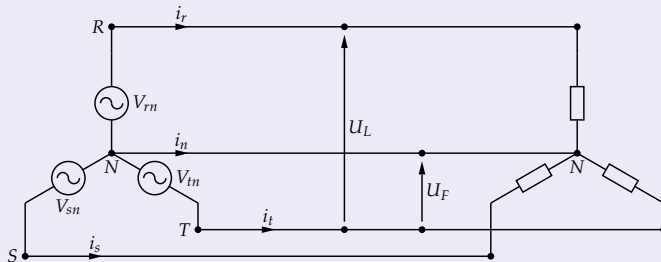
- ▶ **Tensión simple o de fase:** la existente entre una fase y el neutro.
- ▶ **Tensión compuesta o de línea** (por defecto): la existente entre dos fases.
- ▶ Un receptor puede estar conectado en **estrella** (punto común) o en **triángulo**.
- ▶ Un receptor puede ser **equilibrado** (las tres impedancias que lo componen son idénticas) o **desequilibrado**.
- ▶ Cuando el receptor es equilibrado la corriente que circula por el neutro es nula.

Receptor en Estrella (cuatro hilos, 3F+1N)

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$I_F = I_L$$

$$P = 3 \cdot V_F I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$

Conceptos
preliminaresElementos del
CircuitoCorriente alterna
sinusoidalConceptos Fundamentales
Cálculo Fasorial
Desfase Tensión - Corriente
Potencia
Trifásica

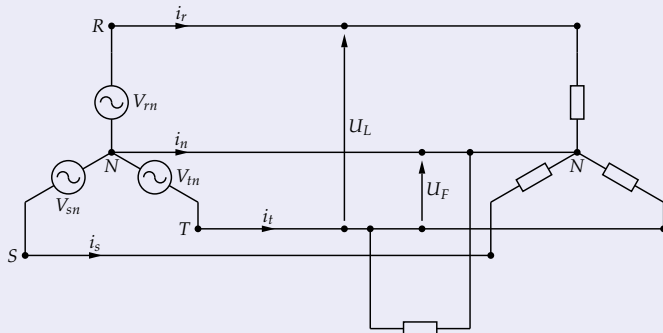
Recursos

Receptor en Estrella (cuatro hilos, 3F+1N)

$$V_L = \sqrt{3} \cdot V_F$$

$$I_F = I_L$$

$$P = 3 \cdot V_F I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$

Conceptos
preliminaresElementos del
CircuitoCorriente alterna
sinusoidalConceptos Fundamentales
Cálculo Fasorial
Desfase Tensión - Corriente
Potencia
Trifásica

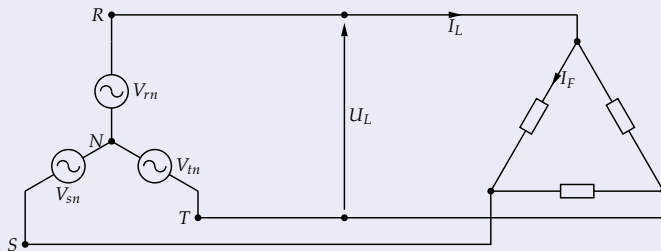
Recursos

Receptor en Triangulo (tres hilos, 3F)

$$V_L = V_F$$

$$I_F = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$$

$$P = 3 \cdot V_F \cdot I_F \cos(\theta) = \sqrt{3} V_L I_L \cos(\theta)$$

Conceptos
preliminaresElementos del
CircuitoCorriente alterna
sinusoidalConceptos Fundamentales
Cálculo Fasorial
Desfase Tensión - Corriente
Potencia
Trifásica

Recursos

Para mejorar el factor de potencia en un sistema trifásico equilibrado se deben emplear **tres condensadores conectados en triángulo**:

$$C_{\Delta} = \frac{P(\tan \theta - \tan \theta')}{3\omega U^2}$$

Conceptos preliminares

Elementos del Circuito

Corriente alterna sinusoidal

Recursos

- ▶ **Fraile Mora, J.:** *Circuitos Eléctricos*. Ed. Prentice Hall.
- ▶ **Hayt, W. y Kemmerly, J:** *Análisis de circuitos en ingeniería*. Ed. Mc. Graw Hill.
- ▶ **C. K. Alexander; M. N. O. Sadiku,** Ed. McGraw-Hill.
- ▶ Tú verás