

Geometría Solar

Oscar Perpiñán Lamigueiro

<http://oscarperpinan.github.io>

Geometría Sol y Tierra

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

Geometría Sol y Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

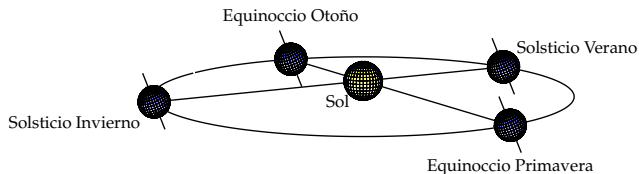
- ▶ La Tierra se mueve alrededor del Sol siguiendo una elipse de baja excentricidad.
 - ▶ Periodo aproximado: 1 año.
 - ▶ Este movimiento está contenido en el llamado *plano de la eclíptica*
- ▶ La Tierra gira sobre si misma alrededor de su eje polar.
 - ▶ Entre el eje polar y el plano de la eclíptica hay un ángulo constante de $23,45^\circ$.
 - ▶ Entre el plano ecuatorial y la línea que une Tierra-Sol hay un ángulo variable: *declinación*.

Movimiento Sol-Tierra

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Movimiento Sol-Tierra



Distancia Sol-Tierra

► Distancia Sol-Tierra

$$r = r_0 \left\{ 1 + 0.017 \sin \left[\frac{2\pi \cdot (d_n - 93)}{365} \right] \right\}$$

► Distancia promedio

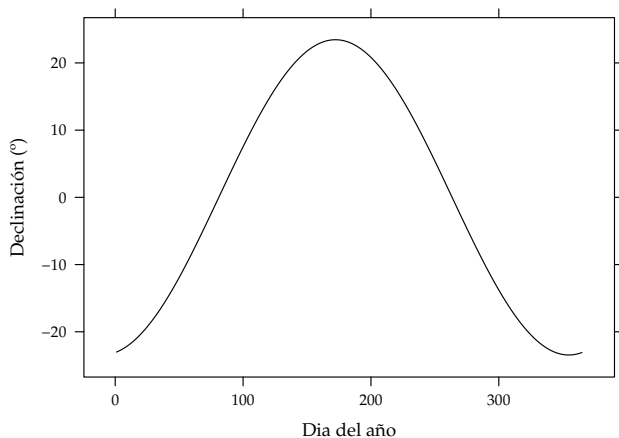
$$r_0 = 1,496 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ UA}$$

► Excentricidad

$$\epsilon_0 = \left(\frac{r_0}{r} \right)^2 = 1 + 0,033 \cdot \cos \left(\frac{2\pi d_n}{365} \right)$$

Declinación

$$\delta = 23,45^\circ \cdot \sin \left(\frac{2\pi \cdot (d_n + 284)}{365} \right)$$



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

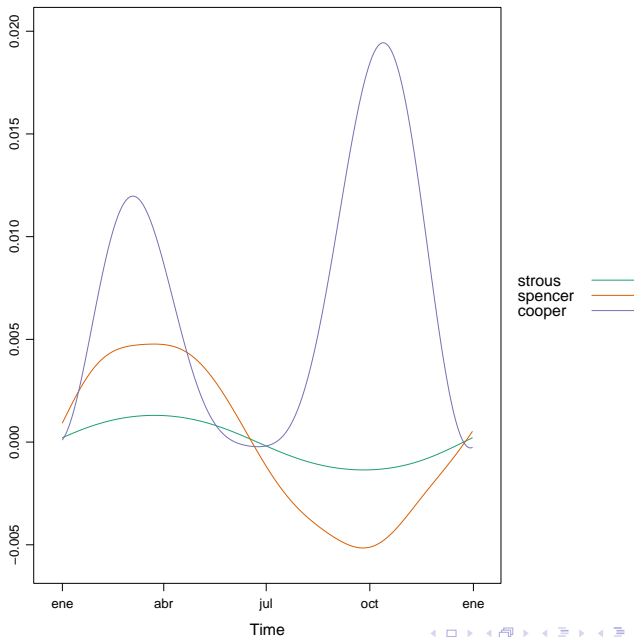
Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

$$X = 2\pi \cdot (d_n - 1) / 365$$

$$\begin{aligned}\delta = & 0.006918 - 0.399912 \cdot \cos(X) + 0.070257 \cdot \sin(X) \\ & - 0.006758 \cdot \cos(2X) + 0.000907 \cdot \sin(2X) \\ & - 0.002697 \cdot \cos(3X) + 0.001480 \cdot \sin(3X)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\epsilon_0 = & 1.000110 + 0.034221 \cdot \cos(X) + 0.001280 \cdot \sin(X) \\ & + 0.000719 \cdot \cos(2X) + 0.000077 \cdot \sin(2X)\end{aligned}$$

Otras ecuaciones



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

- ▶ **Equinoccio de primavera:**
 - ▶ 21-22 Marzo (Dia del Año 80-81)
- ▶ **Equinoccio de otoño:**
 - ▶ 22-23 Septiembre (Dia del Año 265-266)
- ▶ **Solsticio de Verano:**
 - ▶ 21-22 Junio (Dia del Año 172-173)
- ▶ **Solsticio de Invierno:**
 - ▶ 21-22 Diciembre (Dia del Año 355-356)

Declinación

- ▶ Las estaciones se deben al ángulo entre plano ecuatorial y plano de la eclíptica
- ▶ **Solsticio de verano**
 - ▶ Declinación máxima.
 - ▶ Días más largos en hemisferio Norte.
 - ▶ El Sol amanece por el Noreste y anochece por el Noroeste en el hemisferio Norte.
- ▶ **Solsticio de invierno**
 - ▶ Declinación mínima.
 - ▶ Días más cortos en hemisferio Norte.
 - ▶ El Sol amanece por el Sureste y anochece por el Suroeste en el hemisferio Norte.
- ▶ **Equinoccios**
 - ▶ Declinación nula
 - ▶ La duración de noche y día coincide.
 - ▶ El Sol amanece por el Este y anochece por el Oeste.

Geometría Sol y Tierra

Movimiento Sol-Tierra

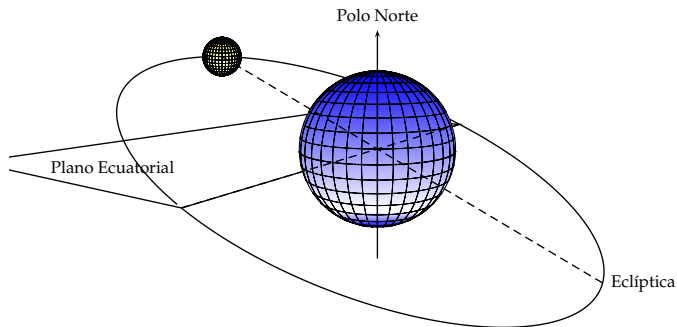
Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

Ejes terrestres



$$\vec{\mu}_s = [\cos(\delta) \cos(\omega)] \cdot \vec{\mu}_{ec} + [\cos(\delta) \sin(\omega)] \cdot \vec{\mu}_{\perp} + \sin(\delta) \cdot \vec{\mu}_p$$

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

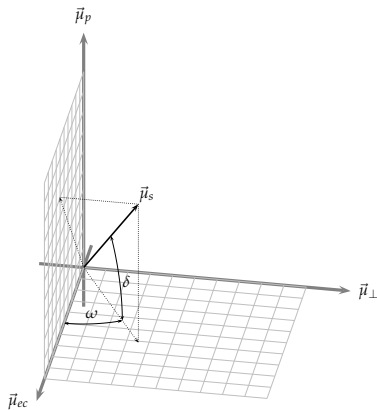
Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Ejes terrestres



$$\vec{\mu}_s = [\cos(\delta) \cos(\omega)] \cdot \vec{\mu}_{ec} + [\cos(\delta) \sin(\omega)] \cdot \vec{\mu}_{\perp} + \sin(\delta) \cdot \vec{\mu}_p$$

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

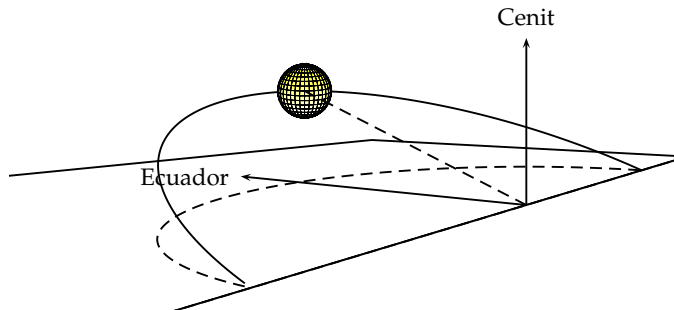
Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Ejes locales

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)



$$\vec{\mu}_s = [\cos(\psi_s) \sin(\theta_z)] \cdot \vec{\mu}_h + [\sin(\psi_s) \sin(\theta_z)] \cdot \vec{\mu}_\perp + \cos(\theta_z) \cdot \vec{\mu}_c$$

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

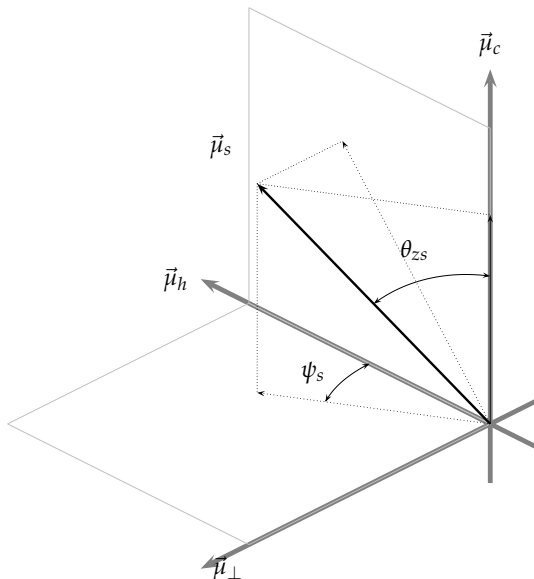
Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Ejes locales



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Relación entre sistemas de coordenadas

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

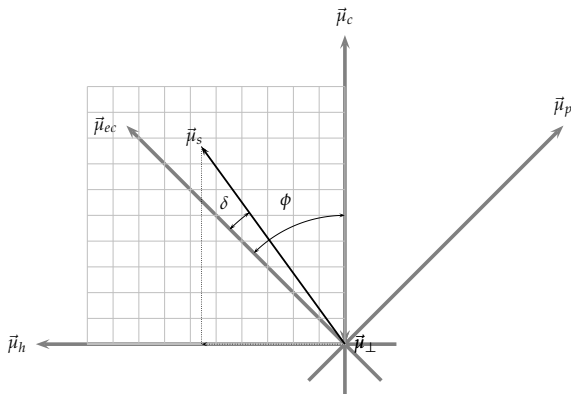
Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos



Ejes locales y terrestres

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

$$\begin{aligned}\vec{\mu}_s = & \text{signo}(\phi) \cdot [\cos(\delta) \cos(\omega) \sin(\phi) - \cos(\phi) \sin(\delta)] \cdot \vec{\mu}_h - \\ & - [\cos(\delta) \sin(\omega)] \cdot \vec{\mu}_\perp + \\ & + [\cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\phi) + \sin(\delta) \sin(\phi)] \cdot \vec{\mu}_c\end{aligned}$$

Latitud (ϕ) con signo: Positivo para Hemisferio Norte,
Negativo para Hemisferio Sur.

Geometría Sol y Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

► Cenit solar

$$\cos(\theta_z) = \vec{\mu}_c \cdot \vec{\mu}_s = \cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\phi) + \sin(\delta) \sin(\phi)$$

► Azimut solar

$$\vec{\mu}_s \cdot \vec{\mu}_\perp = -\sin(\psi_s) \sin(\theta_{zs})$$

$$\vec{\mu}_s \cdot \vec{\mu}_h = \text{signo}(\phi) \cdot \cos(\psi_s) \sin(\theta_{zs})$$

$$\cos(\psi_s) = \text{signo}(\phi) \cdot \frac{\cos(\delta) \cos(\omega) \sin(\phi) - \cos(\phi) \sin(\delta)}{\sin(\theta_{zs})}$$

$$\sin(\psi_s) = \frac{\cos(\delta) \sin(\omega)}{\sin(\theta_{zs})} = \frac{\cos(\delta) \sin(\omega)}{\cos(\gamma_s)}$$

Trayectoria Solar (60°N)

Geometría Solar

Oscar Perpiñán

Lamigueiro

<http://>

[oscarperpinan.](http://oscarperpinan.github.io)

[github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

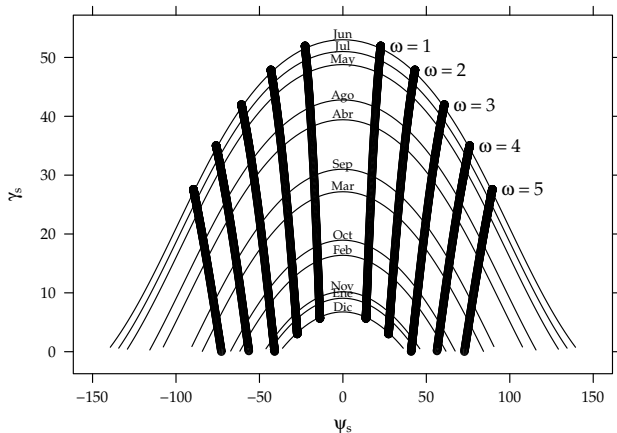
Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos



Trayectoria Solar (40°S)

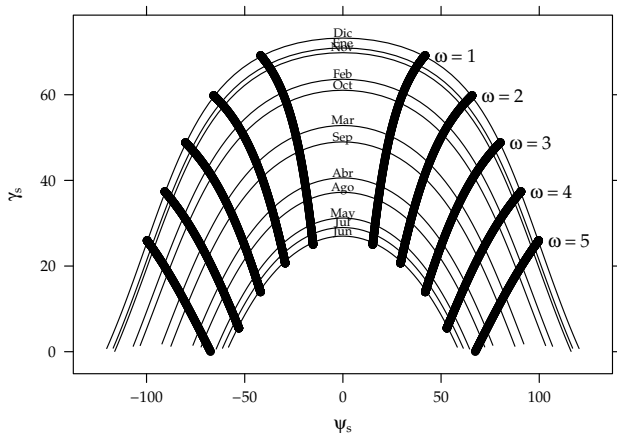
Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra
Sistemas de coordenadas
Ángulos Solares
Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos



Mediodía, amanecer y anoche

► Mediodía:

$$\psi_s = 0 \Rightarrow \sin(\psi_s) \Rightarrow \omega = 0$$

► Amanecer / Anochecer:

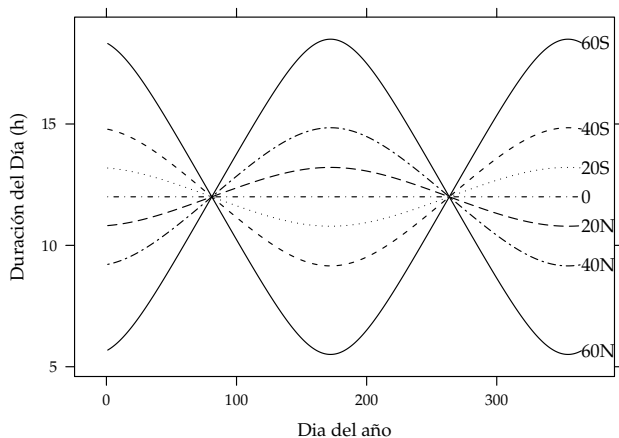
$$\gamma_s = 0, \theta_z = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos(\theta_z) = 0$$

$$\cos(\omega_s) = -\tan(\delta) \tan(\phi)$$

Duración del día

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)



Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra
Sistemas de coordenadas
Ángulos Solares
Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Cálculo Ángulos Solares

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

- ▶ Azimut, Ángulo Cenital y Altura Solar, Duración del Día para el:
 - ▶ Día del Año: 120, 2 horas después del mediodía, Latitud: 37.2N
 - ▶ Día del Año: 340, 2 horas después del amanecer, Latitud: 15S
- ▶ Duración del día 261 del año en las latitudes 10N, 40N, 70N, 10S, 40S, 70S.
- ▶ Altura solar en el mediodía del día 25 del año en las latitudes 10N, 40N, 10S, 40S.

Geometría Sol y Tierra

Movimiento Sol-Tierra

Sistemas de coordenadas

Ángulos Solares

Hora solar y oficial

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

- ▶ **La hora oficial** es una medida del tiempo **ligada a un meridiano** que sirve de referencia para una zona determinada.
- ▶ La hora oficial de la España peninsular se rija por el huso horario de Centroeuroa. Este huso horario está situado en 15°E.

- ▶ **Corrección:** $\Delta\lambda = \lambda_L - \lambda_H$, con λ_L la longitud local y λ_H la longitud del huso horario.
- ▶ Longitudes *positivas* al *este* del meridiano de Greenwich. $\Delta\lambda$ es positiva cuando la localidad está situada al este de su huso horario.
- ▶ Diferencia adicional: *horario de verano*.

Tiempo solar medio

Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra
Sistemas de coordenadas
Ángulos Solares
Hora solar y oficial

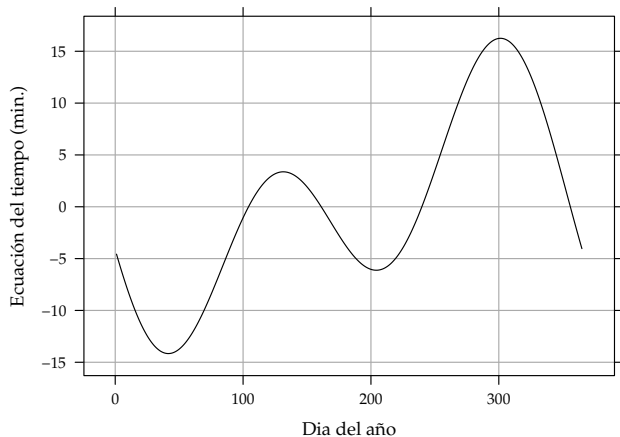
Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

- ▶ **La duración del día solar real**, definido como el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos del Sol por el meridiano local, **varía a lo largo del año**.
- ▶ El promedio anual de esta variación es nulo: *día solar medio*, cuya duración es constante a lo largo del año e igual al valor medio de la duración del día solar real.

Ecuación del Tiempo

EoT =

$$229.18 \cdot (-0.0334 \cdot \sin(M) + 0.04184 \cdot \sin(2 \cdot M + 3.5884))$$



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Movimiento Sol-Tierra
Sistemas de coordenadas
Ángulos Solares
Hora solar y oficial

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- ▶ Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.
- ▶ Esta localidad está contenida en el meridiano de longitud 8.38°W y su hora oficial está regida por el huso horario GMT+1.

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- ▶ Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.
- ▶ Esta localidad está contenida en el meridiano de longitud 8.38°W y su hora oficial está regida por el huso horario GMT+1.
- ▶ Por tanto $\lambda_L = -8.38^\circ$, $\lambda_H = 15^\circ$ y $\Delta\lambda = -23.38^\circ$.

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- ▶ Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.
- ▶ Esta localidad está contenida en el meridiano de longitud 8.38°W y su hora oficial está regida por el huso horario GMT+1.
- ▶ Por tanto $\lambda_L = -8.38^\circ$, $\lambda_H = 15^\circ$ y $\Delta\lambda = -23.38^\circ$.
- ▶ En España se aplica el horario de verano y este día está incluido en el período afectado, $\text{AO} = 1$.

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- ▶ Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.
- ▶ Esta localidad está contenida en el meridiano de longitud 8.38°W y su hora oficial está regida por el huso horario GMT+1.
- ▶ Por tanto $\lambda_L = -8.38^\circ$, $\lambda_H = 15^\circ$ y $\Delta\lambda = -23.38^\circ$.
- ▶ En España se aplica el horario de verano y este día está incluido en el período afectado, $\text{AO} = 1$.
- ▶ Por último, para este día $\text{EoT} = 1,78 \text{ min}$.

Ejemplo de cálculo

$$\omega = 15 \cdot (\text{TO} - \text{AO} - 12) + \Delta\lambda + \frac{\text{EoT}}{4}$$

- ▶ Calculemos la hora solar real correspondiente al día 23 de Abril de 2010 a las 12 de la mañana, hora oficial de la ciudad de A Coruña, Galicia.
- ▶ Esta localidad está contenida en el meridiano de longitud 8.38°W y su hora oficial está regida por el huso horario GMT+1.
- ▶ Por tanto $\lambda_L = -8.38^\circ$, $\lambda_H = 15^\circ$ y $\Delta\lambda = -23.38^\circ$.
- ▶ En España se aplica el horario de verano y este día está incluido en el período afectado, $\text{AO} = 1$.
- ▶ Por último, para este día $\text{EoT} = 1,78 \text{ min}$.
- ▶ Así $\omega = -37.94^\circ$ (aproximadamente las 9 y media de la mañana). El Sol culminará ($\omega = 0$) cuando sean las 14:31, hora oficial.

Geometría Sol y Tierra

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

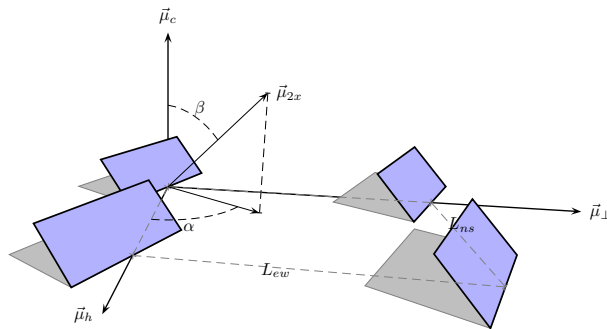
Geometría Sol y Tierra

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

Inclinación y Orientación

Ángulo de Incidencia

Acimutal



$$\beta = cte.$$

$$\alpha = \psi_s$$

$$\cos(\theta_s) = \cos(\beta - \theta_z)$$

Acimutal, (40°N)

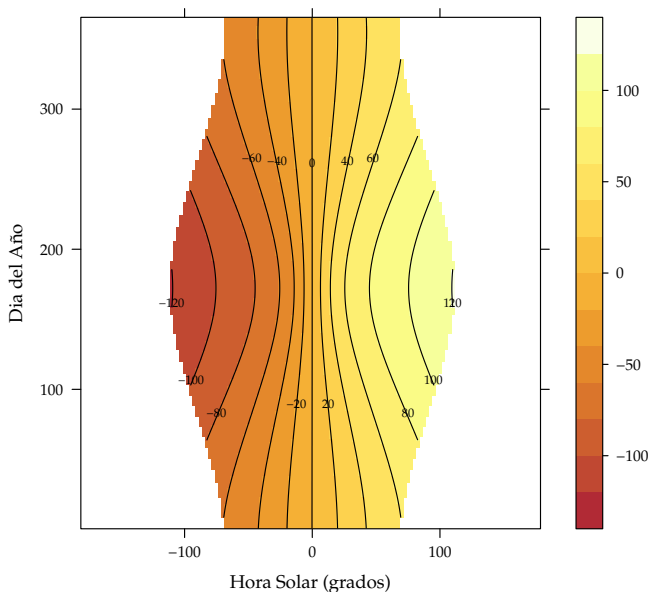
Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

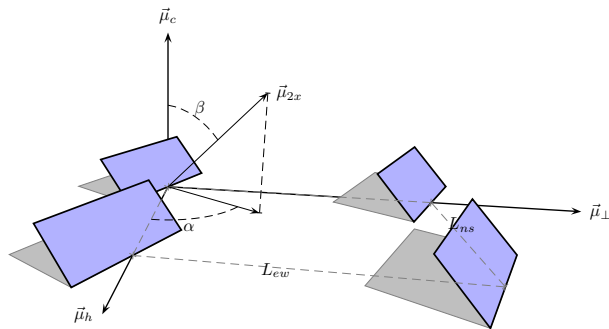
Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia



Doble Eje

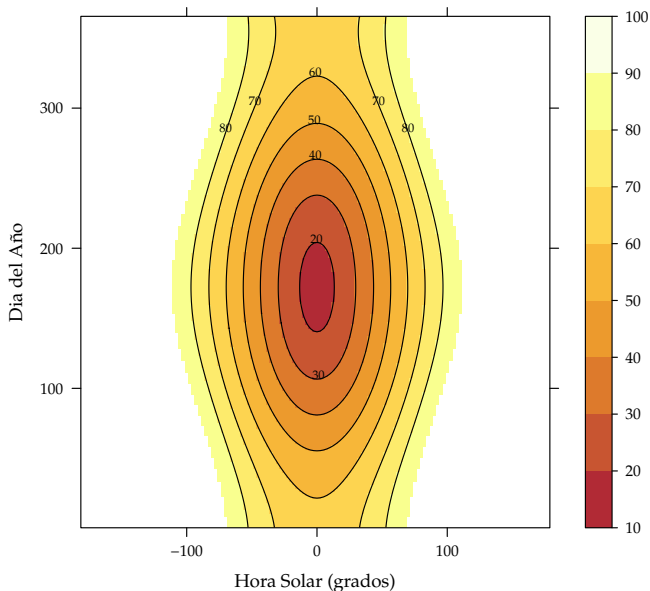


$$\beta = \theta_z$$

$$\alpha = \psi_s$$

$$\cos(\theta_s) = 1$$

Doble Eje, (40°N)



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia

Geometría Sol y Tierra

Geometría de los sistemas fotovoltaicos

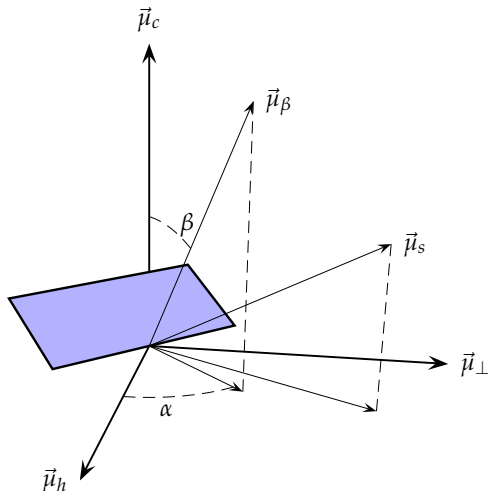
Inclinación y Orientación

Ángulo de Incidencia

Sistema Estático

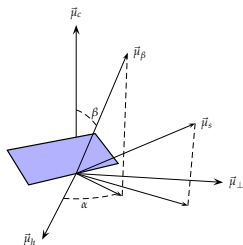
- Vector de posición

$$\vec{\mu}_\beta = [\sin(\beta) \cos(\alpha)] \cdot \vec{\mu}_h + [\sin(\beta) \sin(\alpha)] \cdot \vec{\mu}_\perp + \cos(\beta) \cdot \vec{\mu}_c$$



► Ángulo de Incidencia

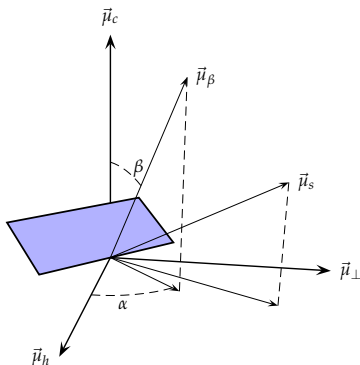
$$\begin{aligned}\cos(\theta_s) = & \text{signo}(\phi) \cdot [\sin(\beta) \cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\omega) \sin(\phi) - \\ & - \sin(\beta) \cos(\alpha) \cos(\phi) \sin(\delta)] + \\ & + \sin(\beta) \sin(\alpha) \cos(\delta) \sin(\omega) + \\ & + \cos(\beta) \cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\phi) + \\ & + \cos(\beta) \sin(\delta) \sin(\phi)\end{aligned}$$



Sistema Estático

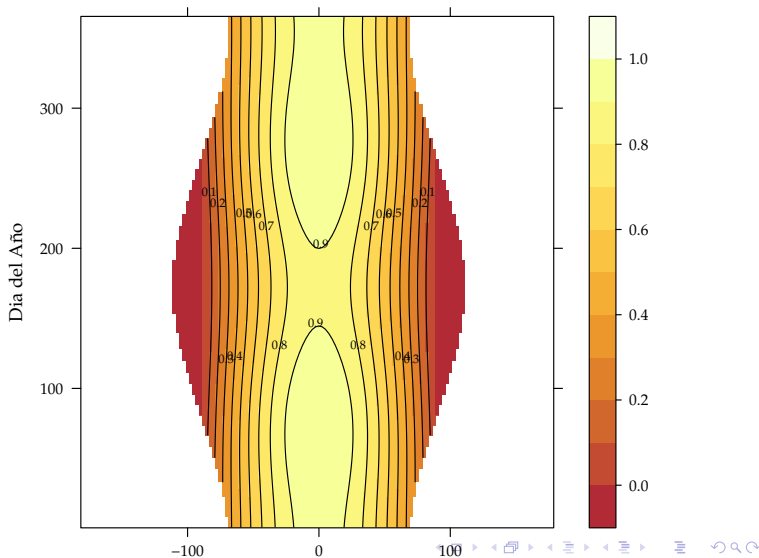
Cuando $\alpha = 0$

$$\cos(\theta_s) = \cos(\delta) \cos(\omega) \cos(\beta - |\phi|) - \text{signo}(\phi) \cdot \sin(\delta) \sin(\beta - |\phi|)$$



Sistema Estático

► 40°N



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia

Eje Horizontal N-S, generador horizontal, (40°N)

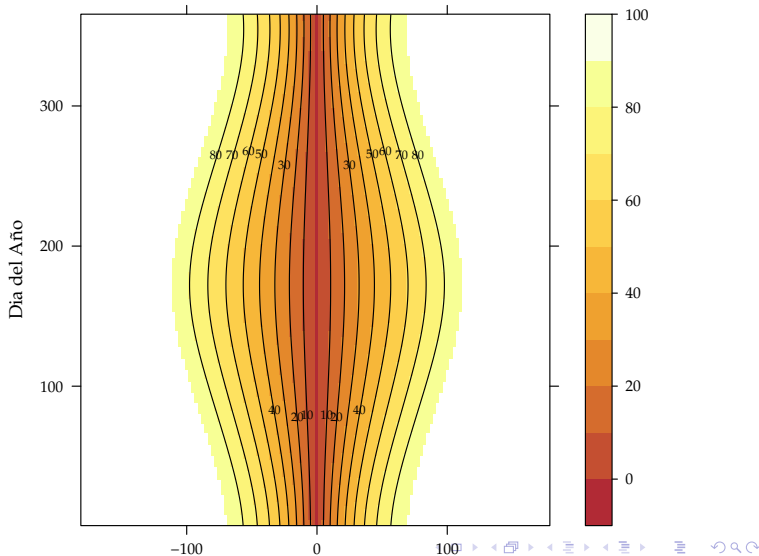
Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia



Eje Horizontal N-S, generador horizontal, (40°N)

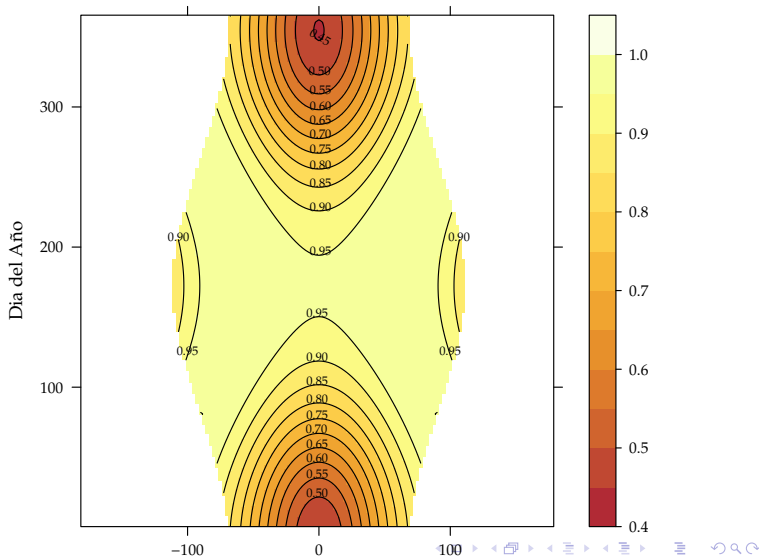
Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

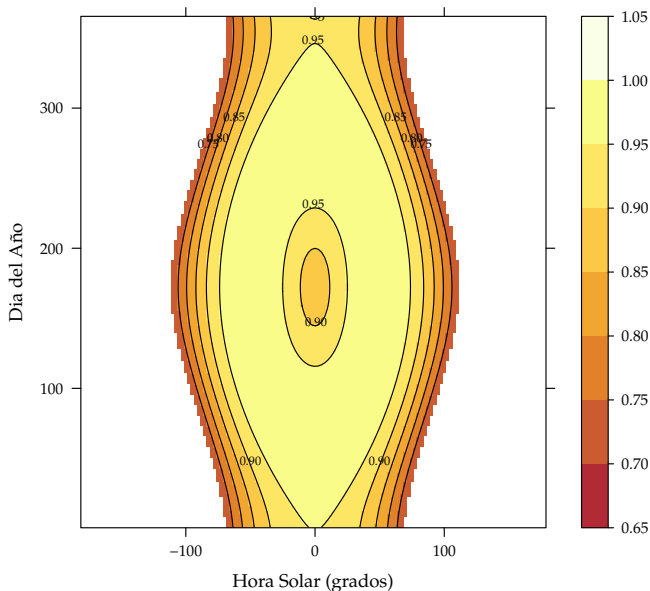
Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia



Acimutal, (40°N)



Geometría Solar

Oscar Perpiñán
Lamigueiro
[http://
oscarperpinan.
github.io](http://oscarperpinan.github.io)

Geometría Sol y
Tierra

Geometría de los
sistemas
fotovoltaicos

Inclinación y Orientación
Ángulo de Incidencia

Cálculo de ángulo de incidencia

- Para:
- ▶ Un sistema estático orientado al Sur y con inclinación de 30;
 - ▶ Un sistema de seguimiento horizontal N-S;
 - ▶ Un sistema de seguimiento acimutal con inclinación a 35;
 - ▶ Un sistema de seguimiento a doble eje,

Calcular el ángulo de incidencia para el:

- ▶ Día del Año: 120, 2 horas después del mediodía, Latitud: 37.2N;
- ▶ Día del Año: 340, 2 horas después del amanecer, Latitud: 15S;