

Lecture #7. 직선 이동

2D 게임 프로그래밍

이대현 교수



한국공학대학교
TECH UNIVERSITY OF KOREA

Drill #9. 랜덤 손 위치로 이동하는 소년

- 손이 가리키는 곳으로 캐릭터가 이동함.
 - 'hand_arrow.png' 이미지 사용 - 지난 수업 실습 자료에 포함되어 있음.
 - 랜덤 위치에 손이 표시됨. 소년은 손을 따라감.
 - 손에 도착하면, 다시 손이 자동으로 랜덤 위치로 이동함.
 - 캐릭터의 바라보는 방향(좌우)을 이동 방향과 일치시켜야 함.
 - 채점 기준 : 모든 내용이 만족되어야 1점

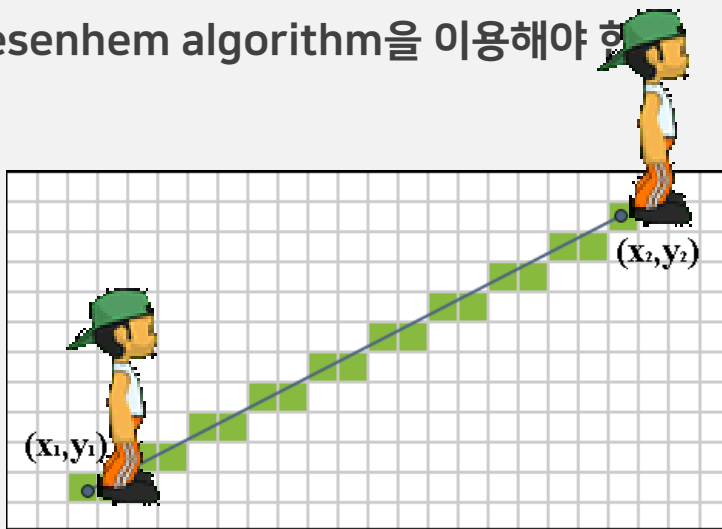


학습 내용

- 직선 방정식을 이용한 직선 이동
- Parametric Representaion을 이용한 직선 이동
- List Comprehension

소년을 (x1,y1)에서 (x2,y2)까지 이동시키기

- 엄밀히 하려면, 물리 공식을 이용해야 한다. 즉, 속도와 시간을 이용해서 계산.
 - $s = s_0 + v \cdot t$
 - 나중에 "시간" 주제 강의 때, 정확히 다룰 예정
- 일단 여기서는, 선분을 그리는 방법을 이용해서 해본다.
 - 정확히 말하면, 선분 상에 점(캐릭터의 이동 위치)을 찍어보자.
 - 선분을 정확히 그리려면, bresenham algorithm을 이용해야 한다.



Bresenham Line Algorithm

- 컴퓨터 화면 상에 직선(선분)을 그리는 알고리즘.
- 덧셈과 뺄셈만을 이용함으로써, 고속으로 직선을 그릴 수 있음.

The Bresenham Line Algorithm

BRESENHAM'S LINE DRAWING ALGORITHM

(for $|m| < 1.0$)

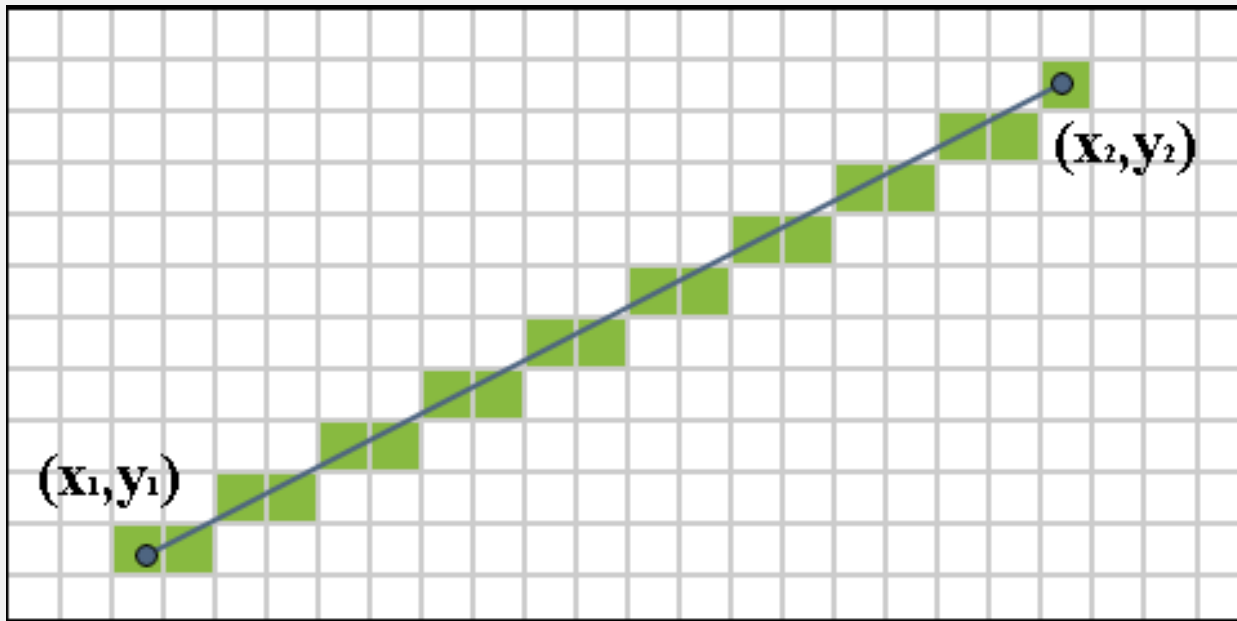
1. Input the two line end-points, storing the left end-point in (x_0, y_0)
2. Plot the point (x_0, y_0)
3. Calculate the constants Δx , Δy , $2\Delta y$, and $(2\Delta y - 2\Delta x)$ and get the first value for the decision parameter as:

$$p_0 = 2\Delta y - \Delta x$$

4. At each x_k along the line, starting at $k = 0$, perform the following test. If $p_k < 0$, the next point to plot is $(x_k + 1, y_k)$ and:

$$p_{k+1} = p_k + 2\Delta y$$

(x_1, y_1) 에서 (x_2, y_2) 까지의 선분 상에 어떻게 점을 찍을까?

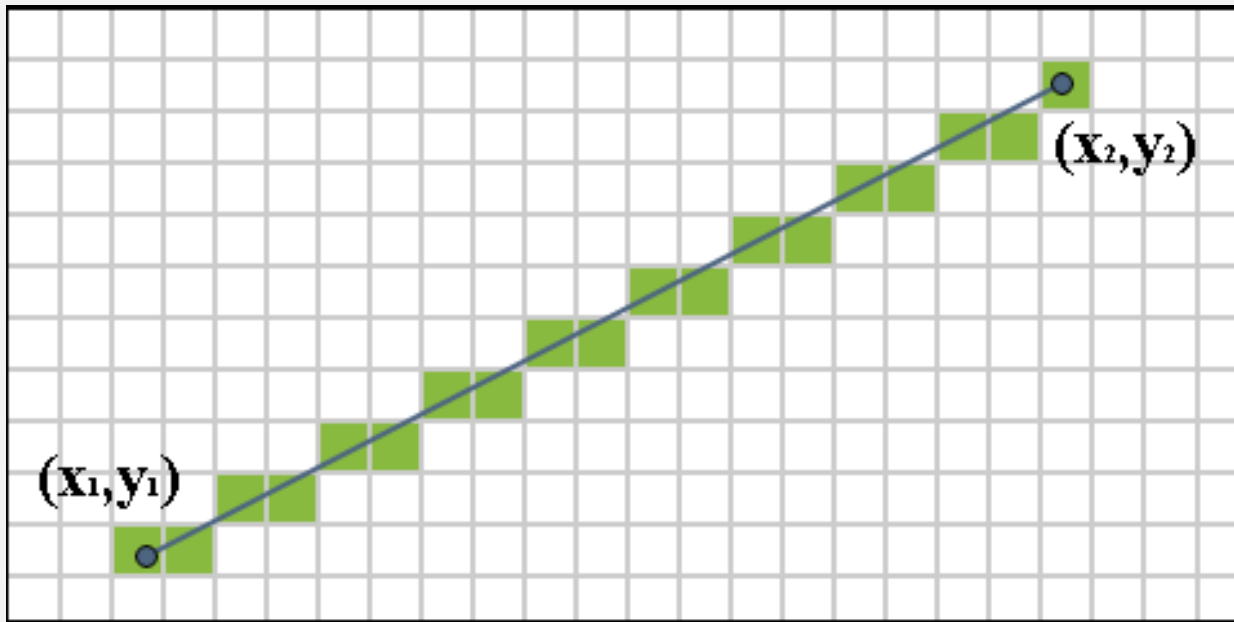


무식한 방법?

- 선분 상의 점들의 리스트를 작성

- $[(2, 1), (3, 1), (4, 2), (5, 2), \text{-----}, (20, 10)]$

- 무식하지만? 장점도 있다? 뭘까?



(x1,y1)에서 (x2,y2)까지의 선분 상에 점 찍기

- 직선의 방정식을 구한다.

- $y = ax + b$

- $a = (y2 - y1) / (x2 - x1)$

- $b = y1 - x1 * a$

- x를 x1부터 x2까지 (일정간격) 변화시켜가면서, y 값을 계산한다.

```
a = (y2-y1)/(x2-x1)
```

```
b = y1 - x1 * a
```

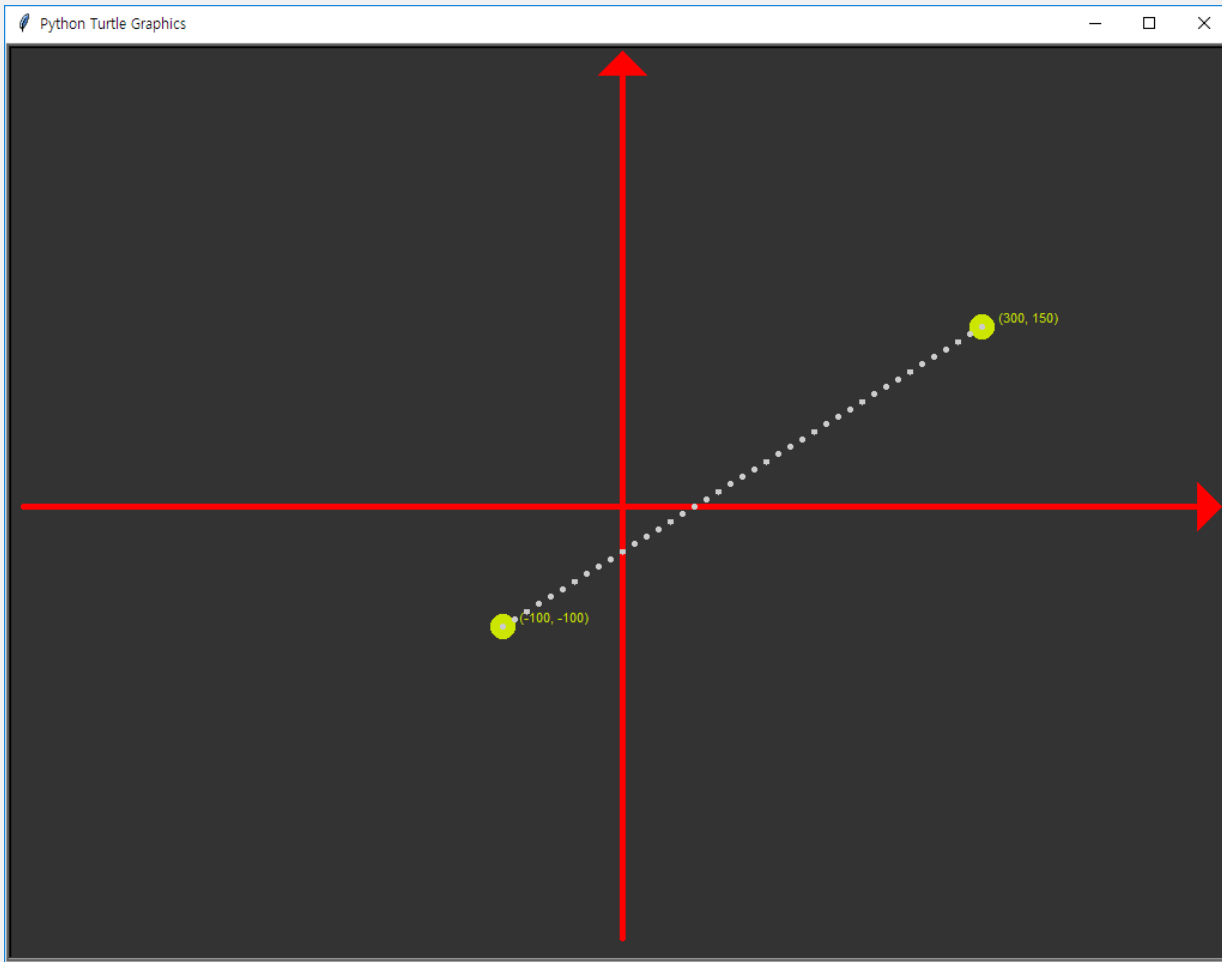
```
for x in range(x1, x2 + 1, 10):
```

```
    y = a * x + b
```




```
def draw_line_basic(p1, p2):  
    draw_big_point(p1)  
    draw_big_point(p2)  
  
    x1, y1 = p1[0], p1[1]  
    x2, y2 = p2[0], p2[1]  
    a = (y2-y1)/(x2-x1)  
    b = y1 - x1 * a  
    for x in range(x1, x2 + 1, 10):  
        y = a * x + b  
        draw_point((x, y))  
  
    draw_point(p2)
```

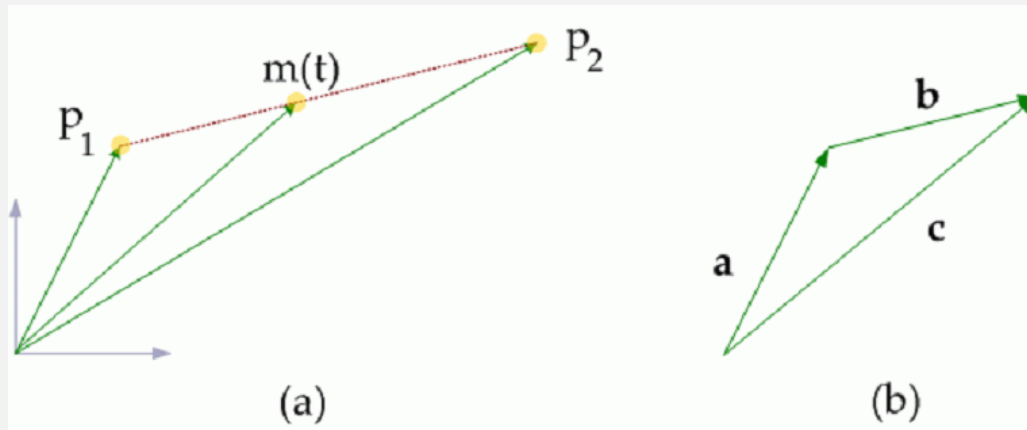
```
prepare_turtle_canvas()  
  
draw_line_basic((-100,-100),(300,150))  
  
turtle.done()
```



문제점?

- y축과 평행인 직선($x=c$)을 그릴 수 없음.
- 해결책은?

Parametric Representation of Lines

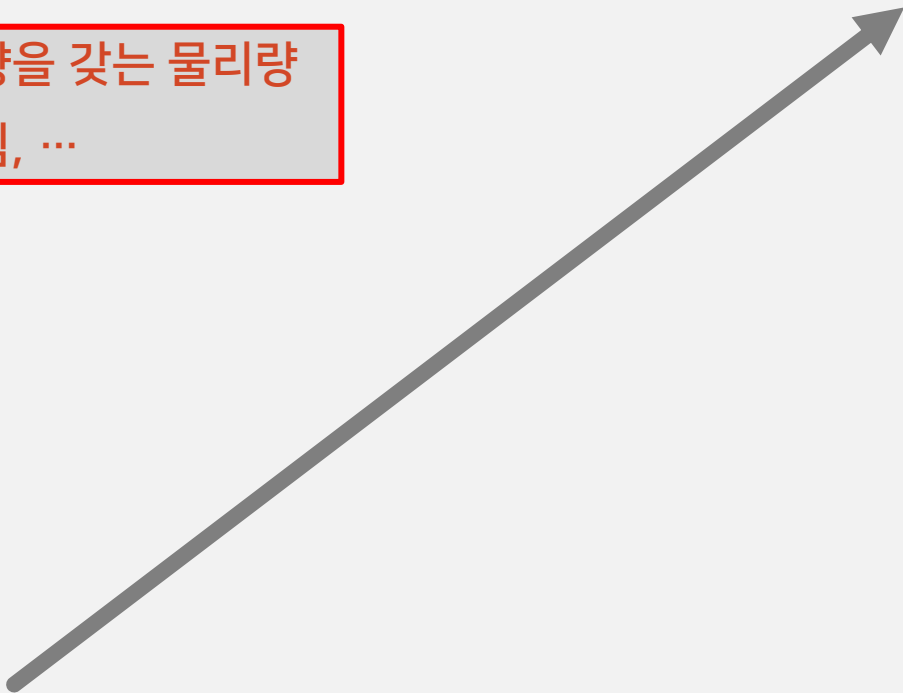


$$m(t) = p_1 + t (p_2 - p_1) = (1 - t) p_1 + t p_2 \quad (0 \leq t \leq 1)$$

$$\begin{aligned} m(t) &= p_1, \text{ at } t = 0 \\ &= p_2, \text{ at } t = 1 \end{aligned}$$

벡터

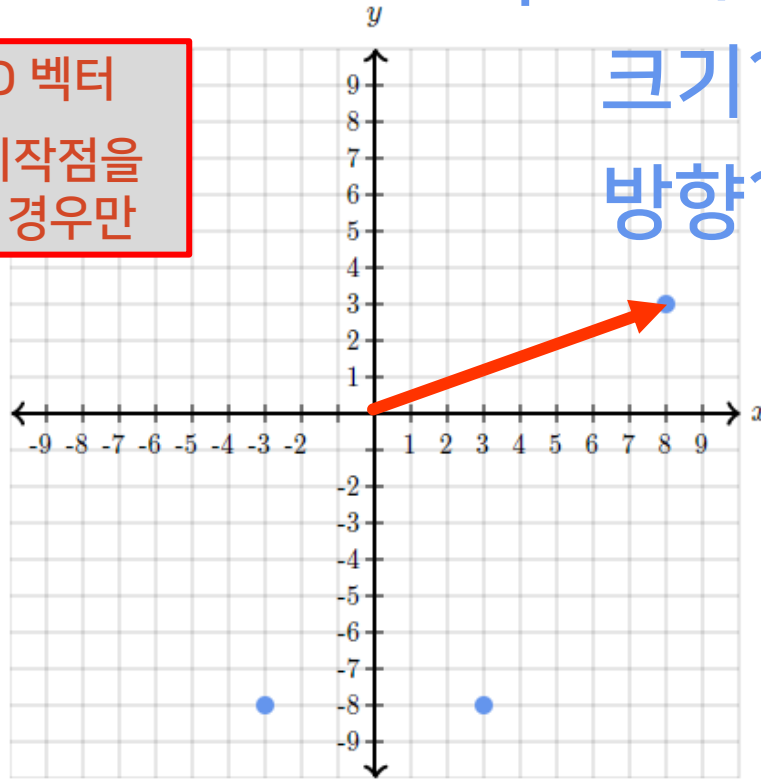
크기와 방향을 갖는 물리량
예) 속도, 힘, ...

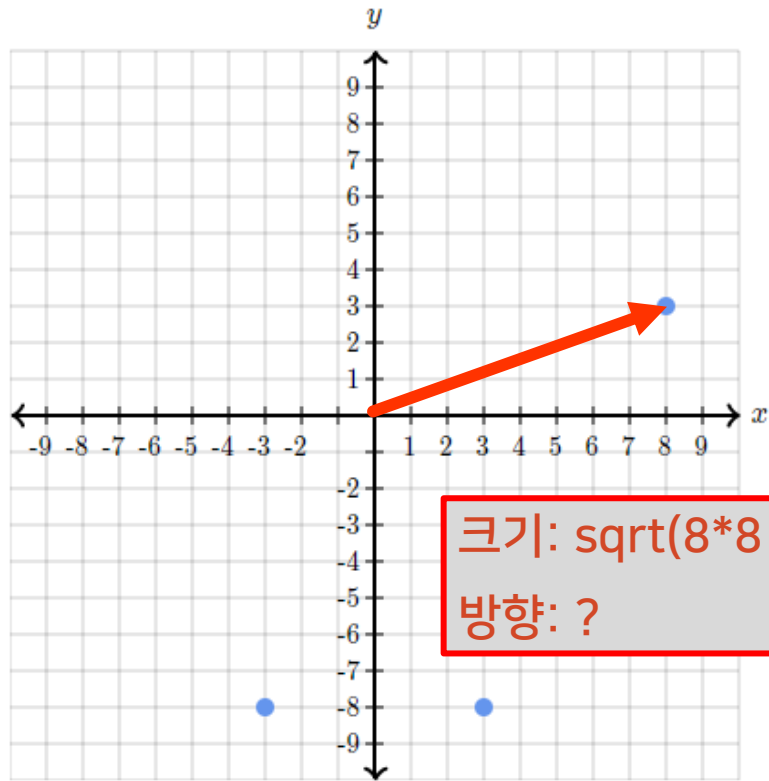


$$p1 = (8,3)$$

2D 점 = 2D 벡터
단, 벡터의 시작점을
원점으로 할 경우만

크기?
방향?





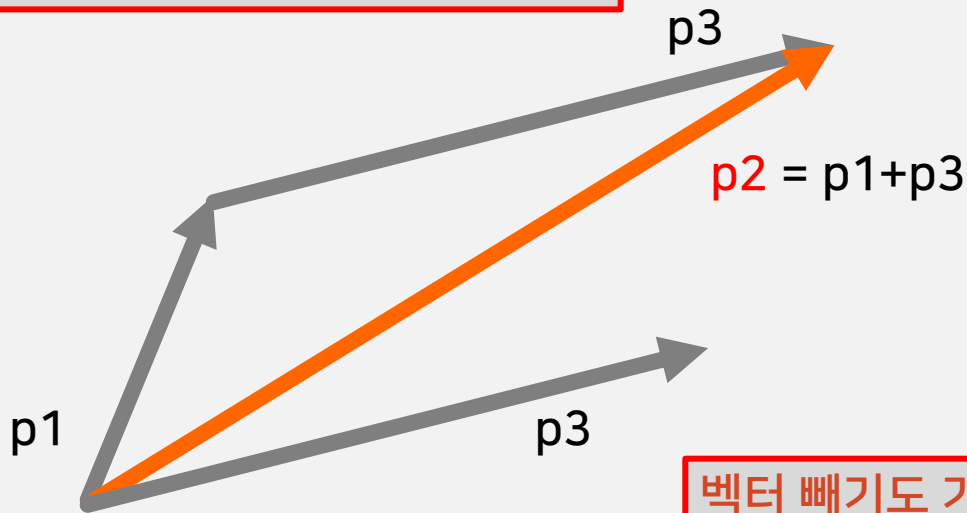
크기: $\text{sqrt}(8*8 + 3*3)$

방향: ?

벡터는 더할 수 있다.? 힘을 더하면?

$$p1 + p3?$$

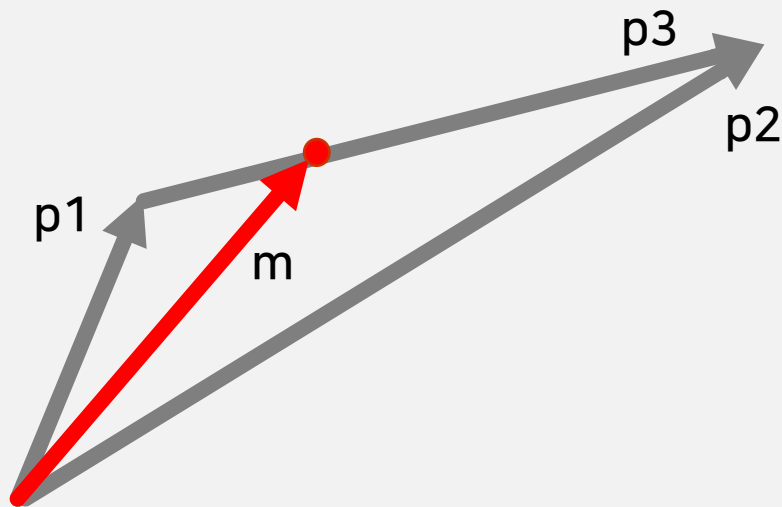
p1끝점과 p3시작점을 일치



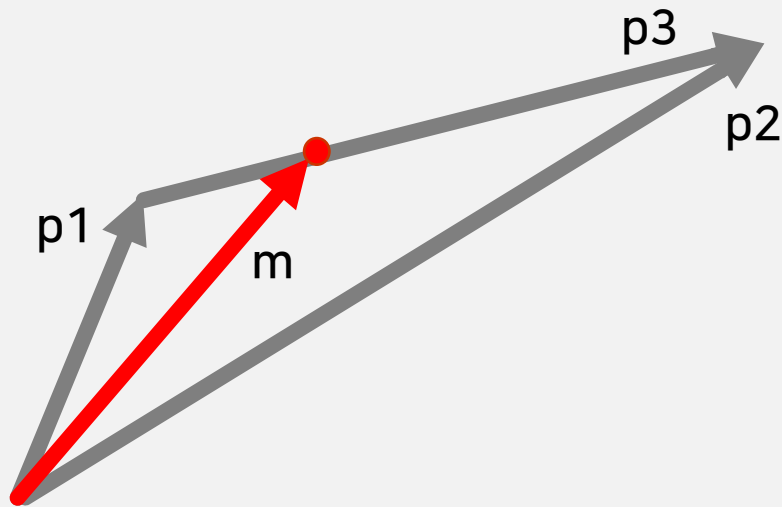
벡터 빼기도 가능함.

$$p3 = p2 - p1$$

p3 벡터 위 30% 지점의 점을 m이라고 하면, 벡터 m?



p3 벡터 위 30% 지점의 점을 m이라고 하면, 벡터 m?

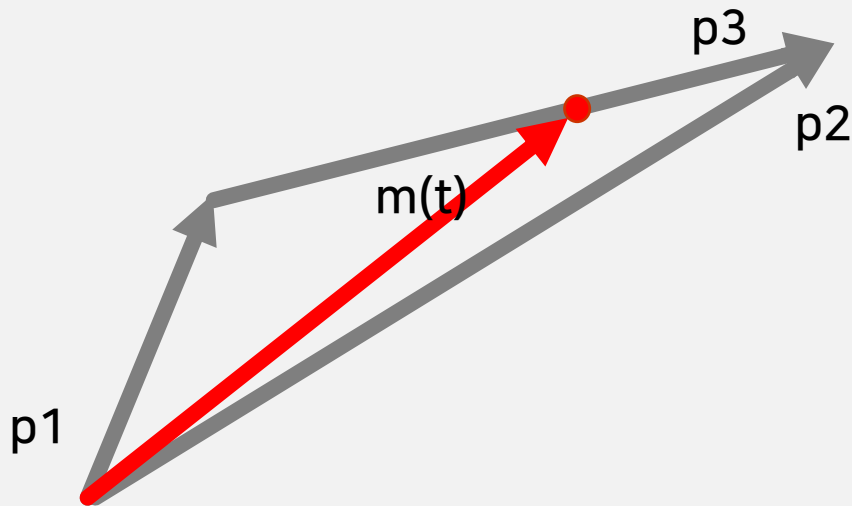


$$m = p1 + 0.3p3 = p1 + 0.3(p2 - p1) = 0.7p1 + 0.3p2$$

p3 벡터 위 t% 지점의 점을 m(t)라고 하면, 벡터 m(t)?

$$m(t) = p1 + t p3 = p1 + t(p2 - p1) = (1 - t)p1 + t p2$$

t의 범위: $0 \leq t \leq 1$

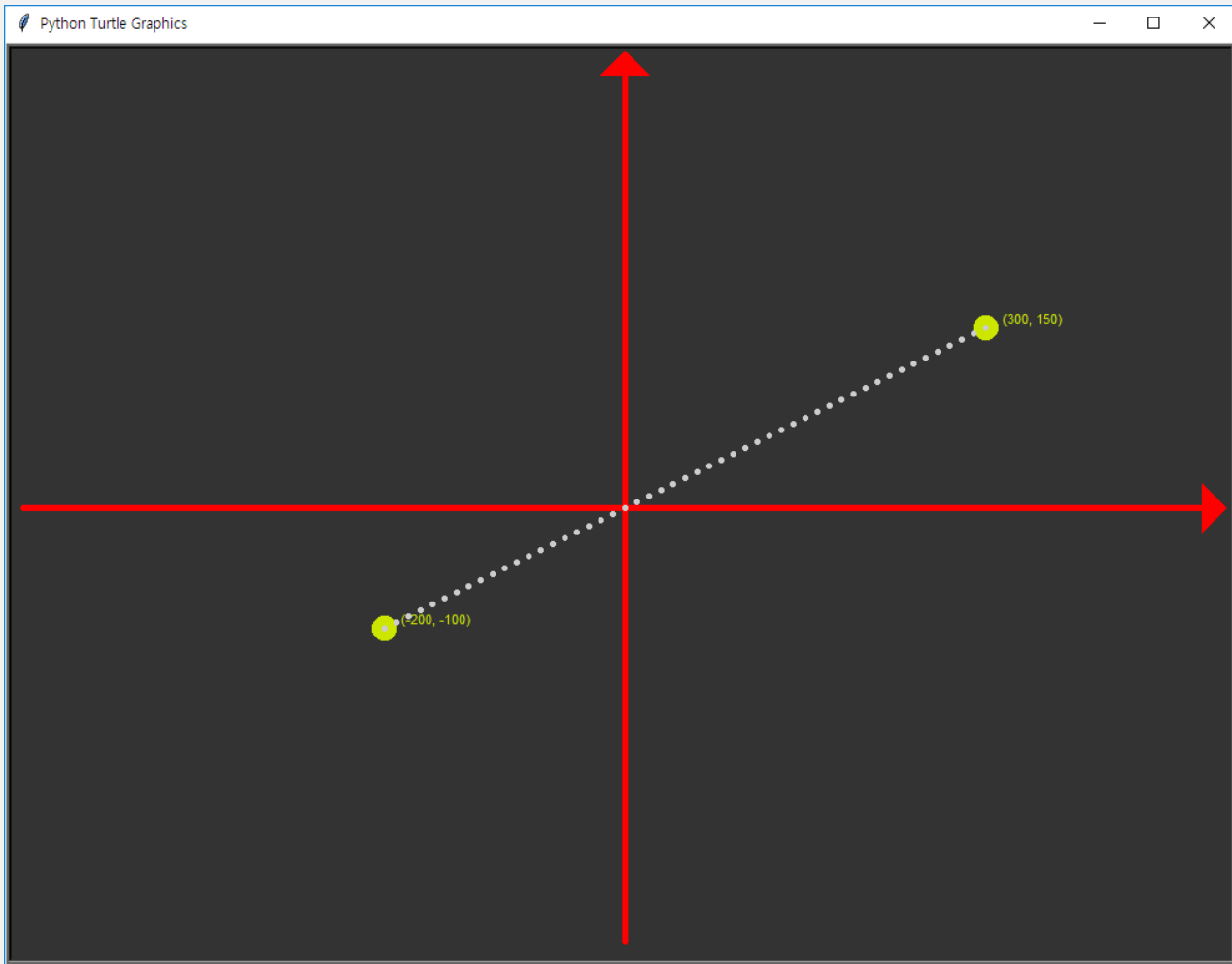


m(t)는 결국, p1과 p2를 1-t:t의 비율로 섞은 것임.
m(t)는 두 점 p1과 p2의 선형조합임.



```
def draw_line(p1, p2):  
    draw_big_point(p1)  
    draw_big_point(p2)  
  
    for i in range(0, 100 + 1, 2):  
        t = i / 100  
        x = (1-t)*p1[0]+t*p2[0]  
        y = (1-t)*p1[1]+t*p2[1]  
        draw_point((x, y))  
  
    draw_point(p2)
```

```
prepare_turtle_canvas()  
  
draw_line((-200, -100), (300, 150))  
  
turtle.done()
```



Parametric Representation

- 직선, 또는 곡선의 (x,y) 좌표를 공통적인 파라미터를 이용하여 표현하는 방법.
- 일반적인 수학적 표현에 비해, 컴퓨터를 이용하여 그리기가 편리함.
- 동일한 곡선에 대해, 파라미터 표현법은 여러 개 있음.

$$m(t) = (1 - t) * p1 + t * p2, \text{ t의 범위: } 0 \leq t \leq 1$$

파라미터 t로 표현

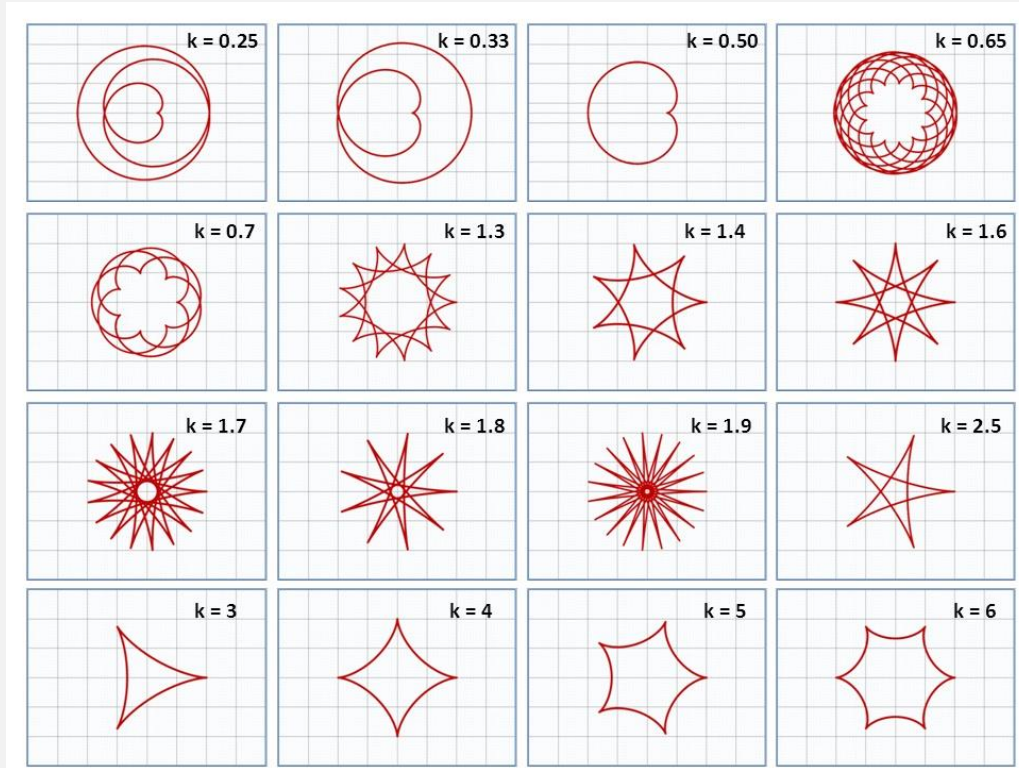
	implicit form	parametric form
circle	$x^2 + y^2 - r^2 = 0$	$x(t) = r \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad y(t) = r \frac{2t}{1+t^2}$
ellipse	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x(t) = a \frac{1-t^2}{1+t^2} \quad y(t) = b \frac{2t}{1+t^2}$
hyperbola	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$	$x(t) = a \frac{1+t^2}{1-t^2} \quad y(t) = b \frac{2t}{1-t^2}$
parabola	$y^2 - 2px = 0$	$x(t) = \frac{t^2}{2p} \quad y(t) = t$

Contour type	Parametric representation
Apple shaped:	$\Gamma^{(a)} = \left\{ \frac{0.5 + 0.4\cos t + 0.1\sin 2t}{1 + 0.7\cos t} (\cos t, \sin t) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Circle:	$\Gamma^{(c)} = \{c_0(\cos t, \sin t) : t \in [0, 2\pi]\}, c_0 : \text{constant}$
Drop shaped:	$\Gamma^{(d)} = \left\{ \left(-0.5 + 0.75\sin \frac{t}{2}, -0.75 \sin t \right) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Ellipse:	$\Gamma^{(e)} = \{(e_0 \cos t, e_1 \sin t) : t \in [0, 2\pi]\}, e_0, e_1 : \text{constant}$
Kite shaped:	$\Gamma^{(k)} = \{(\cos t + 1.3 \cos^2 t - 0.8, 1.5 \sin t) : t \in [0, 2\pi]\}$
Peanut shaped:	$\Gamma^{(p)} = \left\{ \sqrt{\cos^2 t + 0.25 \sin^2 t} (\cos t, \sin t) : t \in [0, 2\pi] \right\}$
Rounded triangle:	$\Gamma^{(r)} = \{(2 + 0.3 \cos 3t) (\cos t, \sin t) : t \in [0, 2\pi]\}$

https://www.researchgate.net/figure/Parametric-representation-of-boundary-curves_tbl2_233628915

$$x = [a - b] \cos(t) + b \cos\left[t \left(\frac{a}{b} - 1\right)\right]$$

$$y = [a - b] \sin(t) - b \sin\left[t \left(\frac{a}{b} - 1\right)\right], k = \frac{a}{b}$$



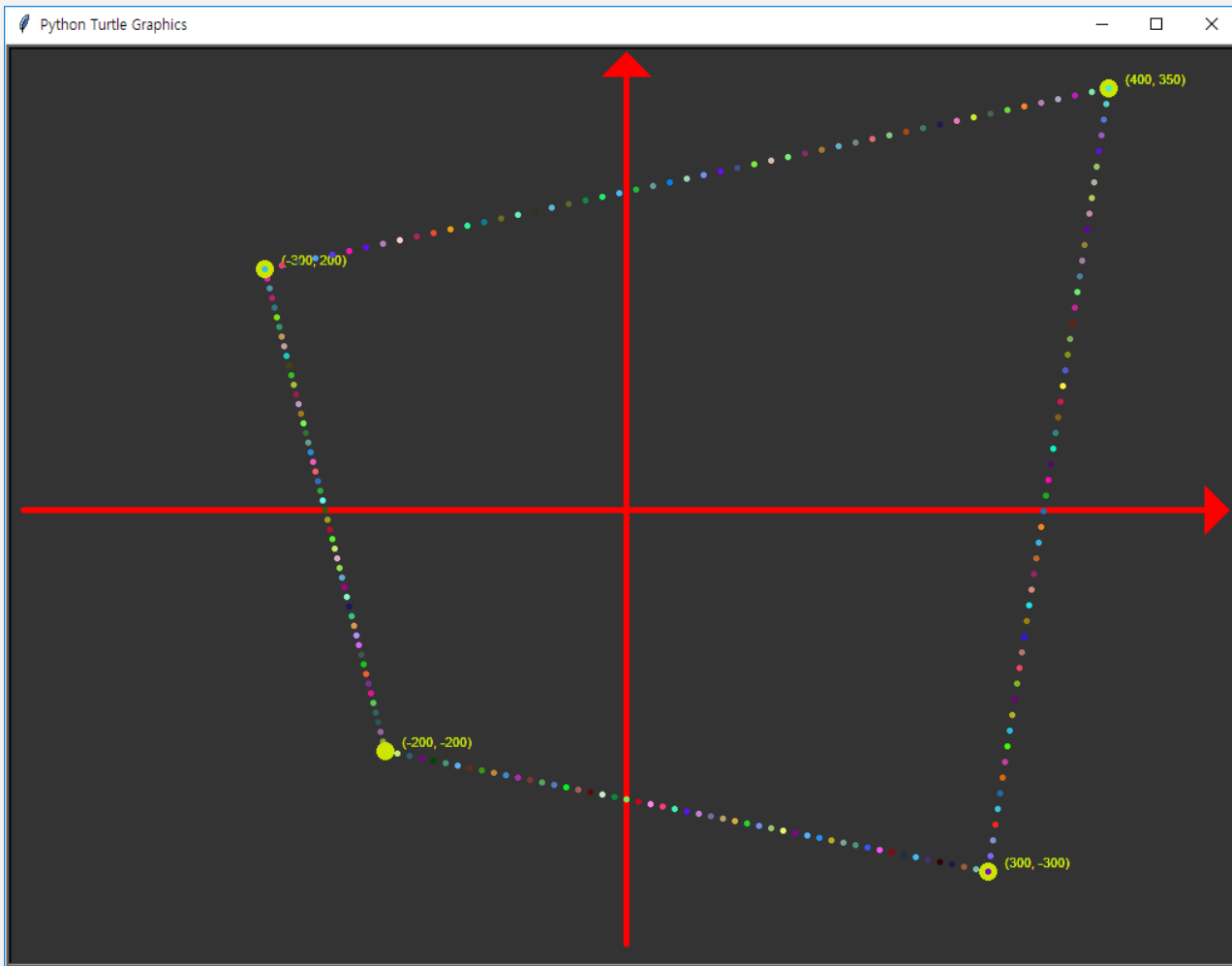
Source: https://en.wikipedia.org/wiki/Parametric_equation

line.py - 여러 개의 선분 그리기



```
points = [(-300, 200), (400, 350), (300, -300), (-200, -200)]
size = len(points)
n = 1

while True:
    draw_line(points[n-1], points[n])
    n = (n + 1) % size
```



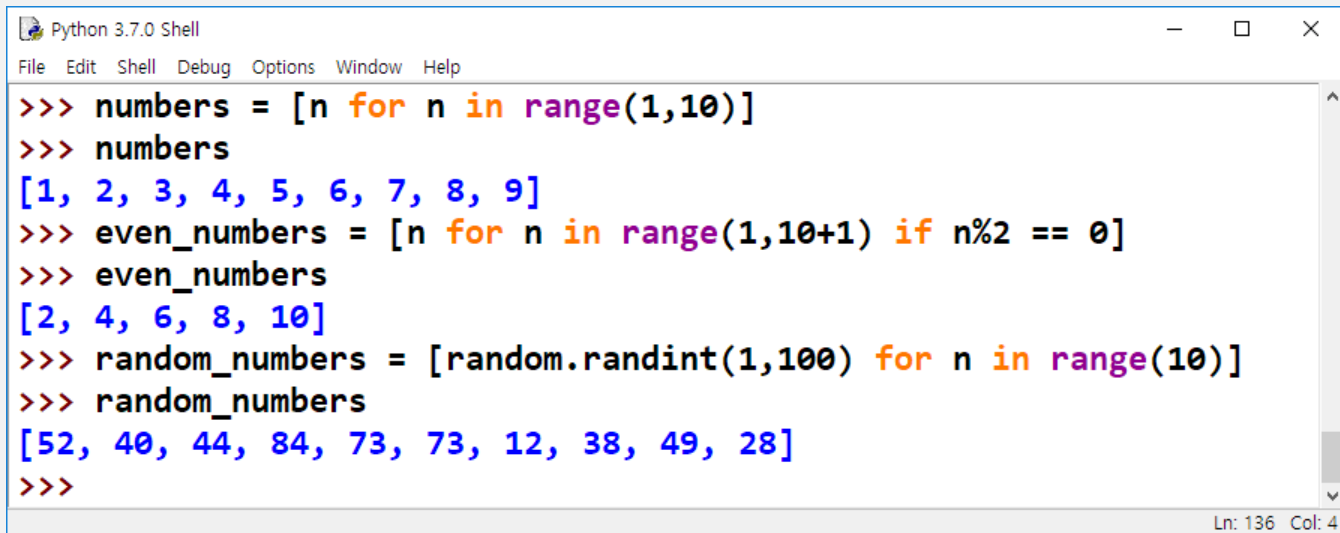
line.py - 랜덤 선분 그리기



```
size = 6
points = [(random.randint(-500, 500), random.randint(-350, 350))
           for i in range(size)]
```

Python List Comprehension

- 리스트를 빠르게 만들기 위한 독특한 문법 구조
- 리스트 안에 있는 데이터들을 일정한 규칙을 가지고 생성해냄.

A screenshot of a Python 3.7.0 Shell window. The window has a title bar with the text 'Python 3.7.0 Shell' and standard window controls (minimize, maximize, close). Below the title bar is a menu bar with 'File', 'Edit', 'Shell', 'Debug', 'Options', 'Window', and 'Help'. The main area of the window contains a Python REPL session. The prompt '>>>' is followed by the code 'numbers = [n for n in range(1,10)]'. The next prompt '>>>' is followed by 'numbers', which returns the list '[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]'. The next prompt '>>>' is followed by 'even_numbers = [n for n in range(1,10+1) if n%2 == 0]'. The next prompt '>>>' is followed by 'even_numbers', which returns the list '[2, 4, 6, 8, 10]'. The next prompt '>>>' is followed by 'random_numbers = [random.randint(1,100) for n in range(10)]'. The next prompt '>>>' is followed by 'random_numbers', which returns the list '[52, 40, 44, 84, 73, 73, 12, 38, 49, 28]'. The final prompt '>>>' is followed by an empty line. At the bottom right of the window, the status bar shows 'Ln: 136 Col: 4'.

```
>>> numbers = [n for n in range(1,10)]
>>> numbers
[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9]
>>> even_numbers = [n for n in range(1,10+1) if n%2 == 0]
>>> even_numbers
[2, 4, 6, 8, 10]
>>> random_numbers = [random.randint(1,100) for n in range(10)]
>>> random_numbers
[52, 40, 44, 84, 73, 73, 12, 38, 49, 28]
>>>
```

<https://docs.python.org/3.3/tutorial/datastructures.html#list-comprehensions>