

Data: 26 de junho de 2021

Duração: 2 horas

Instruções:

- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
 - Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
 - É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de tabelas e a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas nem a consulta de outros documentos através da máquina de calcular).
 - Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
 - O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
 - **Justifique convenientemente todas as respostas.**
-

Questões:

1. Os caudais mensais (em metros cúbicos por segundo) de três rios, Tejo, Douro e Sado, são variáveis aleatórias independentes com distribuição Normal, sendo, respetivamente, $N(451, 33)$, $N(631, 42)$ e $N(\mu, \sigma)$.
- [2.0] (a) Em relação ao rio Sado, sabe-se que em 2.28% dos meses o seu caudal é superior a $101 \text{ m}^3/\text{s}$ e que, em média, tem um caudal mensal de $45 \text{ m}^3/\text{s}$. Calcule o desvio padrão do caudal mensal do rio Sado.
- [2.0] (b) Determine, justificando, a probabilidade de, num mês, a soma dos caudais dos rios Tejo e Douro ultrapassar os $1000 \text{ m}^3/\text{s}$.
- (c) Pretende-se estudar o comportamento do rio Guadiana, para isso retiraram-se 19 medições do caudal desse rio em diferentes alturas do ano e obteve-se:

$$\sum_{i=1}^{19} x_i = 1328 \quad \sum_{i=1}^{19} x_i^2 = 94656$$

Admita a normalidade do caudal do rio Guadiana.

- [1.0] i. Calcule estimativas pontuais para a média e para o desvio padrão do caudal do rio Guadiana.
- [1.5] ii. Os ambientalistas afirmam que o caudal do rio Guadiana está muito baixo e que atualmente, em média, situa-se nos $60 \text{ m}^3/\text{s}$. Com base num intervalo de confiança de 99% verifique se a afirmação dos ambientalistas é válida.
- [1.0] iii. O responsável pelo estudo do caudal do rio Guadiana considera que o intervalo de confiança calculado na alínea anterior tem uma margem de erro muito elevada, sugira a esse responsável o que pode fazer para diminuir a margem de erro (não é necessário fazer cálculos, basta explicar).
- [1.5] iv. Obteve-se o seguinte intervalo de confiança para o desvio padrão do caudal do rio Guadiana:

$$[7.970, 13.982[$$

Indique a confiança que deve ser atribuída a esse intervalo.

2. Um fabricante de componentes eletrônicos apresentou um novo produto que diz possuir uma resistência média igual a 4 Ohms. Tendo recebido várias reclamações de compradores que duvidam da resistência anunciada, resolveu extrair uma amostra aleatória.
- (a) Numa primeira fase recolheu uma amostra de 100 componentes da linha de produção que revelou 17 componentes defeituosas.
- [1.5] i. Determine um intervalo de confiança a 95% para a verdadeira proporção de componentes defeituosas produzidas.
- [2.0] ii. Quantas componentes adicionais deve recolher para estar confiante, a 98%, que o erro de estimação da proporção seja menor que 2%?
- [2.0] (b) Numa segunda fase, resolveu extrair uma amostra aleatória de 50 componentes recolhidas de um lote de produção, obtendo uma resistência média de 3.7 Ohms com uma variância de 2.96 Ohms². Recorrendo a um teste de hipóteses paramétrico e ao valor-p, verifique, para um nível de significância de 5%, se o fabricante deve diminuir a resistência anunciada.
3. Para estudar dois tipos de gasolina, foram recolhidas duas amostras aleatórias de 11 carros do mesmo modelo. Todos os carros da amostra 1 foram abastecidos com a gasolina A e todos os carros da amostra 2 foram abastecidos com gasolina B. Nas tabelas seguintes foram registados os quilómetros por litro percorridos por cada carro:

carro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	média	desvio padrão
amostra 1	17.1	17.9	17.1	18.3	20.2	16.5	21.9	16.8	18.7	15.4	19.0	18.082	1.834
carro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	média	desvio padrão
amostra 2	22.3	23.1	17.6	18.3	19.6	17.3	21.2	18.7	15.8	19.5	16.5	19.082	2.354

- [2.0] (a) Recorreu-se a um teste de hipóteses não paramétrico com o objetivo de testar se com a gasolina A são percorridos menos quilómetros por litro do que com a gasolina B e obteve-se o seguinte resultado:

```

wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  amostra1 and amostra2
W = 44.5, p-value = 0.1541
alternative hypothesis: true location shift is less than 0

```

Com base neste resultado e para um nível de significância de 5%, que conclusão pode tirar? Diga, justificando, que teste não paramétrico foi efetuado, quais as hipóteses testadas e tome a decisão com base na região crítica.

- [2.0] (b) Suponha que as variáveis em estudo são normalmente distribuídas. Para um nível de significância de 1%, poder-se-á dizer que as variâncias das duas variáveis em estudo são idênticas? Recorra a um teste de hipóteses paramétrico e à região crítica para responder à questão.
- [1.5] (c) Recorreu-se ao teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov para verificar se as amostras vêm de populações com uma distribuição normal de média 19 e desvio padrão 1 e obtiveram-se os seguintes resultados:

```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  amostra1
D = 0.42583, p-value = 0.03703
alternative hypothesis: two-sided

```

```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  amostra2
D = 0.28288, p-value = 0.2849
alternative hypothesis: two-sided

```

Para um nível de significância de 10%, que conclusão pode tirar? Justifique a sua resposta e diga quais as hipóteses testadas.

Fim do teste