

Data: 2 de julho de 2021

Duração: 2 horas

Instruções:

- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
 - Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
 - É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de tabelas e a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas nem a consulta de outros documentos através da máquina de calcular).
 - Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
 - O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
 - **Justifique convenientemente todas as respostas.**
-

Questões:

1. A tabela seguinte apresenta a distribuição da distância diária percorrida pela viatura do INEM em deslocações para prestar auxílio, nos últimos 80 dias:

Distância (em quilómetros - km)	% dos dias
[150, 160[a
[160, 170[15
[170, 180[b
[180, 190[37.5
[190, 200[20
[200, 210]	2.5

Nos cálculos, considere 4 casas decimais e apresente todos os cálculos que efetuar.

- [0.5] (a) Indique e classifique a variável em estudo.
- [1.0] (b) Sabendo que em 21.25% dos dias foram percorridos menos de 170 km, determine, justificando, os valores de a e b .
- (c) Suponha $3a = b$.
- [1.5] i. Construa a tabela de frequências completa.
- [0.5] ii. Qual é o número de dias cuja a ambulância do INEM percorre 190 quilómetros ou mais?
- [0.5] iii. Sabe-se que 40% dos dias a ambulância do INEM percorre no máximo k quilómetros. Determine k .
- [1.5] iv. Calcule o coeficiente de variação.

2. Com o objetivo de estudar a relação entre a quilometragem de um carro usado (X) e o seu preço de venda (Y) foram recolhidos os seguintes dados:

Carro	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
quilometragem (em milhares de km)	40	30	30	25	50	60	65	10	9	20
preço de venda (centenas de euros)	100	150	120	180	80	100	50	300	250	200

e que deram origem aos seguintes resultados

$$\bar{x} = 33.9, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 14931, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 39100, \quad \bar{y} = 153, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 290700$$

- [1.5] (a) Pretende-se prever o preço de venda de um carro usado com 45000 km e de outro com 100000 km. Defina a variável independente e variável dependente, calcule a reta de regressão e efetue as previsões pretendidas.

- [1.5] (b) Analise o ajustamento efetuado e comente as previsões.

3. Uma determinada fábrica está a estudar a aplicação de métodos estatísticos para melhorar a qualidade do seu produto no processo produtivo. Um dos indicadores mais importantes de qualidade desse produto é a sensibilidade à luz, descrita pela variável aleatória discreta X que apresenta a seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \frac{k}{x} \quad \text{para } x = 2, 4, 6, 8.$$

- [1.0] (a) Mostre que 0.96 é o único valor admissível para k .

- [1.5] (b) Determine a função de distribuição de X e usando apenas essa função calcule $P(4 \leq X \leq 7)$.

- (c) Dos produtos produzidos pela fábrica, sabe-se que o consumo semanal do produto A, em dezenas de unidades, em famílias com filhos de idade inferior a 5 anos, é uma variável aleatória contínua Y com a seguinte função de distribuição:

$$F(y) = \begin{cases} 0 & , y \leq 0 \\ \frac{y^3}{27} & , 0 < y < 3 \\ 1 & , y \geq 3 \end{cases}$$

- [1.5] i. Determine a probabilidade de uma família numa semana consumir menos de 25 unidades do produto A, sabendo que a família consome pelo menos 10 unidades desse produto.

- [0.5] ii. Determine a função densidade de probabilidade de Y .

- [1.5] iii. Sabendo que $W = -1 - 2Y$ e que o consumo médio semanal do produto A é de 22.5 unidades, determine o desvio padrão de W .

4. Uma determinada estrada regional apresenta o piso em mau estado, tendo vários buracos na via. Considere que o número de buracos por quilómetro é uma variável aleatória com distribuição de Poisson de média 6.

- [1.0] (a) Uma viatura vai percorrer 250 metros dessa estrada regional. Qual a probabilidade de encontrar 3 buracos no percurso?

- [1.5] (b) Qual a probabilidade da distância percorrida por uma dada viatura até ao primeiro buraco ser no máximo de 750 metros, sabendo que já foram percorridos pelo menos 200 metros e ainda não encontrou qualquer buraco?

- (c) Devido a obras num percurso de 10 quilómetros dessa estrada regional, sabe-se que o tempo (em minutos) que se leva a percorrer esse percurso é uma variável aleatória com distribuição uniforme no intervalo $[7, 12]$.

- [2.0] i. Um individuo com a sua viatura vai percorrer esses 10 quilómetros 7 vezes, qual a probabilidade de pelo menos 2 vezes e menos de 5 vezes demorar no mínimo 11 minutos a fazer o percurso?

- [1.0] ii. Determine o tempo máximo que se demora a percorrer os 10 quilómetros em 75% das vezes.

Fim do teste