

Licenciatura em Engenharia Informática

Métodos Estatísticos

Exercícios

Elementos da Teoria da Amostragem

Departamento de Matemática



4 Elementos da Teoria da Amostragem

Exercício 4.1 Sabe-se que a idade de determinada camada do subsolo segue uma distribuição Normal com média de 0.5 milhões de anos e um desvio padrão de 20000 anos. Seleccionados ao acaso 10 amostras de subsolo, calcule a probabilidade da média amostral das suas idades ser superior a 490000 anos.

Exercício 4.2 A duração das chamadas recebidas na central telefónica de uma determinada empresa tem distribuição normal de média 17 minutos e desvio padrão 5 minutos.

1. Determine a probabilidade de numa amostra aleatória de 100 chamadas, a duração média se situar entre os 16 minutos e os 18 minutos.
2. Se a população não fosse Normal, qual seria a probabilidade da alínea anterior?
3. Qual o tamanho da amostra aleatória a recolher para que não seja superior a 5% a probabilidade da média da amostra diferir da média da população por mais de 5 minutos?

Exercício 4.3 Admita-se uma população Normal com parâmetros desconhecidos. Seleccionou-se ao acaso uma amostra de dimensão 20 da qual resultou uma variância igual a 5. Calcule a probabilidade da média amostral ser inferior à média populacional em mais de 1.43 unidades.

Exercício 4.4 O tempo X , de reparação de um certo tipo de avaria, numa dada gama de computadores tem distribuição exponencial de média 10 dias. Para controlar o processo de reparação por forma a melhorar o desempenho e diminuir o tempo de espera dos clientes, foi recolhida uma amostra aleatória de 49 registos de tempos de reparação (X_1, \dots, X_{49}) . Calcule a probabilidade do tempo de reparação médio da amostra ser superior a 8.

Exercício 4.5 Sabe-se que o nível de colesterol no sangue está dependente, entre outras coisas, da idade das pessoas. Considere a população desses níveis de colesterol em adultos com idades superiores a 15 anos, que se sabe ter distribuição Normal de valor médio 275 mg/dl de sangue e desvio padrão 100 mg/dl, da qual se vai retirar uma amostra de dimensão 25. Considere ainda a população das crianças com idades inferiores a 15 anos, que se sabe ter uma distribuição Normal de valor médio 180 mg/dl de sangue e desvio padrão 40 mg/dl, da qual se vai retirar uma amostra de dimensão 20, independente da anterior. Representando por \bar{X}_1 e \bar{X}_2 as médias das amostras atrás indicadas, respetivamente, calcule a probabilidade de:

1. \bar{X}_1 ser superior a 250 mg/dl de sangue.
2. \bar{X}_1 ser superior a \bar{X}_2 .
3. $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ estar compreendido entre 35 mg/dl de sangue e 155 mg/dl de sangue.

Exercício 4.6 Suponha que temos duas populações de indivíduos, a população 1 e a população 2. A população 1 é composta por clientes de uma agência de um banco na região central de uma cidade e a população 2 é composta por clientes de uma agência do mesmo banco num bairro periférico da cidade. Um executivo do banco está desconfiado de que as duas populações de clientes possuem gastos mensais médios com cartão de crédito diferentes, acha que os clientes da agência central gastam mais que os clientes da agência periférica. Do que o executivo conhece das distribuições de gastos mensais com cartão de crédito dos clientes das duas agências, habitualmente é assumido que elas são aproximadamente normais com médias e desvios padrão idênticos. Com base em duas amostras aleatórias independentes de 15 clientes retirados das duas populações obtiveram-se como desvios padrão amostrais 182 euros em relação à amostra da agência central e 165 euros em relação à amostra da agência periférica. Qual a probabilidade do executivo obter uma média amostral da agência central que ultrapasse a média amostral da agência da periferia em mais de 130 euros?

Exercício 4.7 Numa fábrica que produz cabos elétricos sabe-se que a proporção de cabos defeituosos é de 0.45. Suponha que se pretende selecionar uma amostra aleatória de 500 cabos dessa fábrica. Qual a probabilidade da proporção de cabos defeituosos que vão calhar na amostra exceder 0.5?

Exercício 4.8 Suponha que está em presença de duas populações Binomiais onde $p_1 = 0.6$ e $p_2 = 0.5$. Se se retirar da primeira população uma amostra de 50 observações e da segunda uma amostra com 40 observações, qual a probabilidade de que o desvio entre as duas proporções amostrais seja, em valor absoluto, superior a 0.2?

Exercício 4.9 De uma população Normal de variância 64, tomou-se uma amostra aleatória de dimensão 16. Qual a probabilidade da variância amostral exceder 78?

Exercício 4.10 Numa população Normal de média desconhecida e desvio padrão 5, calcule a probabilidade da variância de uma amostra aleatória de dimensão 20 dessa população estar compreendida entre 24.1 e 50.8.

Exercício 4.11 Recolheu-se uma amostra de dimensão 6 de uma população Normal com média μ e desvio padrão σ . Determine a probabilidade da variância da amostra ser inferior a 3 vezes a variância da população.

Exercício 4.12 Admita a existência de duas populações nas quais são definidas duas variáveis aleatórias $X_1 \sim N(\mu_1, 4)$ e $X_2 \sim N(\mu_2, 4)$ tal que

$$\mu_1 - \mu_2 = -2.$$

Considere que se obtêm duas amostras aleatórias independentes, uma de cada população, com 9 e 16 elementos, respetivamente.

1. Qual a probabilidade da média da segunda amostra exceder a média da primeira em mais de 3 unidades?
2. Qual a probabilidade da variância da primeira amostra ultrapassar o quádruplo da variância da segunda amostra?

Soluções

4.1 0.9429

4.2 **1)** 0.9544 **2)** 0.9544 **3)** $n \geq 4$

4.3 0.005

4.4 0.9192

4.5 **1)** 0.8944 **2)** 1 **3)** 0.9938

4.6 0.025

4.7 0.0122

4.8 0.1733

4.9 0.25

4.10 0.495

4.11 0.99

4.12 **1)** 0.2743 **2)** 0.01