

Data: 10 de maio de 2021

Duração: 2 horas

---

**Instruções:**

- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
  - Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
  - É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de tabelas e a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas nem a consulta de outros documentos através da máquina de calcular).
  - Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
  - O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora e meia a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
  - **Justifique convenientemente todas as respostas.**
- 

**Questões:**

1. Os gestores de uma empresa realizaram, ao fim de 4 anos de exercício, um balanço das receitas obtidas em cada mês (em milhares de euros) e resumiram os resultados na seguinte tabela:

Receita (em milhares de euros)	Número de meses (acumulado)
[8, 9[	9
[9, 10[	24
[10, 11[	33
[11, 12[	39
[12, 13[	45
[13, 14]	48

**Nos cálculos, considere 4 casas decimais e apresente todos os cálculos que efetuar.**

- [1.0] (a) Indique e classifique a variável em estudo e represente a tabela graficamente.
- [1.0] (b) Construa a tabela de frequências completa.
- [0.5] (c) Qual a receita mensal em relação ao qual existem 18 meses em que os rendimentos mensais são superiores ou iguais a esse valor?
- [1.0] (d) Sabe-se que 10% dos meses têm uma receita mensal no máximo, igual a um determinado valor. Qual é esse valor?
- [1.5] (e) Recorrendo às medidas de localização central, classifique, justificando, a distribuição dos dados quanto à simetria.

2. Com vista a investigar se há uma relação entre a pulsação e a altura de um humano foram feitas observações a 50 doentes de um hospital medindo a sua altura,  $X$ , em centímetros (cm), e a sua pulsação  $Y$ , em batimentos do coração por minuto (BPM). Sabe-se que  $x_i \in [150, 190]$  e  $y_i \in [50, 110]$  com  $i = 1, \dots, 50$ , tendo-se obtido os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 8436 \quad \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 1427556 \quad \sum_{i=1}^{50} y_i = 4115 \quad \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 342577 \quad \sum_{i=1}^{50} x_i y_i = 695171$$

- [1.5] (a) Pretende-se prever qual o valor da pulsação para uma pessoa com 170 cm. Defina a variável independente e variável dependente, calcule a reta de regressão e efetue a previsão pretendida.
- [1.5] (b) Analise e comente o ajustamento efetuado. O que pode concluir sobre a previsão efetuada?
3. O número de peças defeituosas produzidas por uma máquina em período experimental é uma variável aleatória discreta,  $X$ , com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 1 \\ 0.5 & , 1 \leq x < 4 \\ 0.7 & , 4 \leq x < 6 \\ 0.8 & , 6 \leq x < 8 \\ 1 & , x \geq 8 \end{cases}$$

- [1.5] (a) Sabendo que não foram produzidas mais de seis peças defeituosas, qual a probabilidade de terem sido produzidas pelo menos quatro peças defeituosas.
- [2.0] (b) Calcule  $V[7 - 2X]$ .
- [1.5] (c) Sabe-se ainda que a máquina será devolvida se no período experimental produzir pelo menos 2 peças defeituosas. Escolheram-se de forma aleatória 12 períodos experimentais. Qual a probabilidade de menos de 3 desses períodos experimentais resultarem em máquinas devolvidas?
- [1.5] (d) O tempo, em minutos, que uma destas máquinas demora a ser reparada, é uma variável aleatória  $W$  com a seguinte função densidade de probabilidade:

$$f(w) = \begin{cases} \frac{1}{40} - \frac{w}{3200} & , 0 \leq w \leq 80 \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Qual a probabilidade da máquina demorar mais de uma hora a ser reparada?

4. Uma determinada loja vende dois modelos de *smartphone*, modelos A e B. Admita que as vendas dos modelos A e B são independentes e que, o número de embalagens vendidas de cada modelo segue uma distribuição Poisson, o modelo A com média 4 embalagens vendidas por dia e o modelo B com um desvio padrão de 3 embalagens vendidas por dia. Essa loja está aberta todos os dias da semana, 8 horas por dia.
- [1.5] (a) Qual a probabilidade de, num dia, serem vendidas 15 embalagens de *smartphones*?
- [1.0] (b) Quantas embalagens do modelo B espera vender em 2 horas, naquela loja?
- [1.5] (c) Qual a probabilidade do tempo entre vendas de 2 embalagens do modelo A ser inferior a 3 dias?
- [1.5] (d) Sabe-se que o peso das baterias destes *smartphones* variam uniformemente entre os 44 e os 56 gramas. Determine o peso mínimo de 80% das baterias.

Fim