IPS Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Tecnologia de Setúbal

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
MÉTODOS ESTATÍSTICOS
2.º SEMESTRE - 2020/2021
1.º TESTE

Teste modelo — Duração: 2h00

Instruções:

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
- Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
- O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
- É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (em suporte papel e não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas) e a consulta das tabelas fornecidas pelos docentes. Caso consultem outros documentos, por exemplo através da calculadora, a prova será anulada.
- Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
- **Justifique convenientemente todas as respostas.**

Questões:

1. Considere os dados relativos ao número de intervenções cirúrgicas realizadas diariamente num bloco operatório de um hospital durante o período de 350 dias:

i	x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	0	42			
2	1		91		
3	2			0.24	
4	3				
5	4	21			

[1.0] (a) Indique e classifique a variável em estudo e diga qual das distribuições teóricas estudadas considera adequada para modelar estes dados.

[1.0] (b) Complete a tabela de frequências. Apresente todos os cálculos que efetuar.

[0.5] (c) Qual o número de dias em que o bloco foi utilizado para intervenções cirúrgicas?

[0.5] (d) Em relação ao período de tempo em análise, qual a percentagem de dias em que o máximo de intervenções realizadas no bloco foi uma?

[1.0] (e) Determine as medidas de localização central do número de intervenções cirúrgicas realizadas diariamente. Em relação à simetria como classifica a distribuição dos dados?

[1.0] (f) Represente graficamente os dados recorrendo ao diagrama de extremos e quartis. Apresente todos os cálculos que efetuar.

[0.5] (g) No período em que durou o estudo em análise também foi registado o tempo em minutos que o bloco operatório esteve ocupado por dia. Caso tivesse acesso aos dados obtidos, diga, justificando, com quantas linhas construiria a tabela de frequências.

2. Uma empresa possui para a produção de próteses dentárias dois tipos de máquinas alternativas (A e B). O diretor de produção da empresa pretende conhecer se existem vantagens, em termos de custo, na utilização de uma ou de outra máquina. Com esse objetivo decidiu recorrer ao modelo de regressão linear simples, onde considerou Y o custo de produção (em unidades monetárias) como variável dependente e X a quantidade produzida de próteses dentárias por dia (em dezenas) como variável independente. Após 12 ensaios, onde se produziram as mesmas quantidades em ambas as máquinas, obtiveram-se os seguintes resultados para a máquina A:

$$\sum_{i=1}^{12} x_i = 4 \qquad \sum_{i=1}^{12} x_i^2 = 3 \qquad \sum_{i=1}^{12} y_i = 25 \qquad \sum_{i=1}^{12} y_i^2 = 68.215 \qquad \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 13 \qquad x \in [0, 5] \qquad y \in [1, 10]$$

Para a máquina B o modelo de regressão linear obtido foi $\hat{y} = 1.63 + 2.32x$ com $r_{xy} = 0.88$.

[1.5] (a) Verifique se o modelo de regressão linear é adequado para a máquina A e calcule a respetiva reta de regressão.

[1.5] (b) Admita que o diretor de produção prevê produzir este mês 20 unidades por dia para fazer face às encomendas. Sabendo que a qualidade de produção é idêntica nas duas máquinas, qual das máquinas recomendaria? Indique para que níveis de produção seria preferível utilizar a máquina A. Comente os resultados obtidos.

[1.5] (c) Em relação à máquina A, diga qual dos dados apresenta maior dispersão, a quantidade produzida ou o custo da produção.

3. Suponha que a aplicação de tinta num automóvel é feita de forma mecânica e pode produzir defeitos como bolhas ou áreas mal pintadas. Seja X a variável aleatória discreta que representa o número de defeitos por automóvel, com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \quad x < 0 \\ 0.25 & , \quad 0 \leq x < 1 \\ 0.50 & , \quad 1 \leq x < 2 \\ k & , \quad 2 \leq x < 3 \\ 1 & , \quad x \geq 3 \end{cases} \text{, com } k \in \mathbb{R}.$$

[2.0] (a) Suponha que 30% destes automóveis apresentam no mínimo 3 defeitos. Determine, justificando, o valor de k e calcule $P(X < 3 \mid X \geq 1)$.

[2.0] (b) Suponha que a variável aleatória X segue uma distribuição Uniforme. Determine, justificando, o valor de k e calcule $V[1 - 3X]$.

[1.5] (c) A quantidade (em hg/km) de CO_2 emitida por este modelo de automóveis é bem representada por uma variável aleatória contínua, Y, com função densidade de probabilidade dada por:

$$f(y) = \begin{cases} y & , 0 < y \leq 1 \\ 2 - y & , 1 < y \leq 2 \\ 0 & , \text{caso contrário} \end{cases}.$$

Determine o valor esperado da quantidade de CO_2 emitida por um automóvel deste modelo.

4. Estima-se que entrem meteoritos na atmosfera terrestre em certa região do globo de acordo com uma distribuição de Poisson com média de 80 meteoritos por hora e que 10% desses meteoritos são visíveis a olho nu, sob a forma de estrelas cadentes.

[1.5] (a) Determine a probabilidade de, durante um período de 15 minutos, entrarem na atmosfera terrestre pelo menos 25 meteoritos.

[1.5] (b) Qual a probabilidade de um observador nessa região ter a sorte de ver mais do que uma estrela cadente entre os primeiros 15 meteoritos que entrem na atmosfera terrestre?

[1.5] (c) Calcule a probabilidade de decorrerem pelo menos 3 minutos entre cada entrada consecutiva de dois meteoritos na atmosfera terrestre dessa região.

Fim do teste