

Data: 2 de julho de 2021

Duração: 2 horas

Instruções:

- Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
 - Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
 - É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de tabelas e a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas nem a consulta de outros documentos através da máquina de calcular).
 - Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
 - O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
 - **Justifique convenientemente todas as respostas.**
-

Questões:

- Os rolamentos de esferas de certa marca pesam em média 15 gramas com um desvio padrão de 0.6 gramas e o seu peso tem um comportamento normal.
 - [1.0] Qual a probabilidade de um rolamento de esferas selecionado aleatoriamente pesar entre 13 e 16 gramas?
 - [2.0] Qual a probabilidade do peso total de um lote de 1000 rolamentos, escolhidos aleatoriamente, ultrapassar os 15.05 quilos?
 - [2.0] Qual a probabilidade do peso médio de 2 lotes de 1000 rolamentos cada um, recolhidos aleatoriamente e de forma independente, diferirem mais de 0.06 gramas?
- O fabricante de uma bebida instalou balcões de "teste de sabor" em 40 grandes superfícies de Portugal, para testar a preferência do público por duas variantes da bebida: com e sem sabor a limão. Em 26 desses locais a bebida com sabor a limão foi a preferida.
 - [1.5] Calcule um intervalo de confiança a 90% para a proporção de público que tem preferência pelo sabor a limão. Indique, justificando, se pode concluir que o público tem preferência pelo sabor a limão.
 - [1.5] Com base na amostra recolhida calculou-se um intervalo de confiança para a proporção de público que não tem preferência pelo sabor a limão e obteve-se como extremo superior o valor 0.5443. Indique o grau de confiança utilizado.
 - (c) As bebidas são engarrafadas numa máquina industrial cuja a duração, em anos, tem um comportamento normal. Os valores que se seguem resumem a duração observada em 9 máquinas desse tipo:
$$\sum_{i=1}^9 x_i = 47.8 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 259.54$$
 - [1.0] i. Calcule estimativas pontuais para o tempo médio de vida e para a variabilidade do tempo de vida da referida máquina industrial.

[2.0] ii. Recorrendo a um teste de hipóteses paramétrico e à região crítica, verifique, ao nível de significância de 1%, se o desvio padrão do tempo de vida da referida máquina industrial pode ser considerado no mínimo de 2 anos.

3. Uma determinada empresa do sector da restauração pretende analisar o volume de vendas mensal dos seus dois restaurantes, A e B. Para isso, resolveu recolher duas amostras aleatórias independentes e durante 6 meses, procedeu ao registo do volume de vendas mensal, tendo obtido os resultados seguintes em unidades monetárias:

mês	1	2	3	4	5	6
restaurante A	52.44	47.55	53.86	62.15	74.34	58.80
restaurante B	71.96	72.78	68.20	55.72	53.17	55.05

$\bar{x}_A = 58.19$	$s_A = 9.4$
$\sum_{i=1}^6 x_{B_i} = 376.88$	$\sum_{i=1}^6 (x_{B_i} - \bar{x}_B)^2 = 415.59$

(a) Suponha que o volume de vendas mensal é normalmente distribuído.

[1.5] i. Com base num intervalo de confiança a 95% mostre que o desvio padrão do volume de vendas dos dois restaurantes podem ser considerados iguais.

[2.0] ii. Recorrendo a um teste de hipóteses paramétrico e ao valor-p, verifique se haverá evidência estatística, ao nível de significância de 5%, para concluir que existe uma diferença significativa entre o volume médio mensal dos dois restaurantes?

(b) Recorreu-se ao teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov para verificar se as amostras seguem uma distribuição normal com média 61 e desvio padrão 9 e obtiveram-se os seguintes resultados:

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: restauranteA
D = 0.28621, p-value = 0.6147
alternative hypothesis: two-sided
```

One-sample Kolmogorov-Smirnov test

```
data: restauranteB
D = 0.28814, p-value = 0.6062
alternative hypothesis: two-sided
```

[1.5] i. Para um nível de significância de 5% e recorrendo à região crítica, que conclusão pode tirar sobre a suposição feita na alínea (a)? Justifique a sua resposta e diga quais as hipóteses testadas.

[1.0] ii. Qual o menor nível de significância que assegura, com base na amostra recolhida no restaurante A, que a população de onde foi recolhida esta amostra não segue uma distribuição normal com média 61 e desvio padrão 9?

(c) Nesta empresa de restauração foi referido que o desempenho das mulheres era inferior ao dos homens. Para contestar essa afirmação foi analisada a última avaliação de desempenho constituída por 220 colaboradores, onde 32 colaboradores tiveram o desempenho classificado de baixo, 156 colaboradores tiveram o desempenho classificado de médio e os restantes foram classificados de alto. Das 108 mulheres avaliadas, apenas 14 tiveram a classificação de baixo e 75 foram classificadas com um desempenho médio.

[1.5] i. Construa a tabela de contingência recolhida.

[1.5] ii. Recorreu-se ao teste de independência do Qui-Quadrado para contestar a afirmação e obteve-se o seguinte resultado:

Pearson's Chi-squared test

```
data: tabelaContingencia
X-squared = 1.7836, df = 2, p-value = 0.4099
```

Para um nível de significância de 10%, existe relação entre o género e o desempenho profissional? Diga quais as hipóteses testadas e tome a decisão com base na região crítica.

Fim do teste