

---

**Instruções:**

- É obrigatória a apresentação de um documento de identificação.
  - Não se aceitam provas ou questões escritas a lápis.
  - Não pode responder a diferentes questões numa mesma folha de resposta.
  - O abandono da sala só poderá efetuar-se decorrida uma hora a partir do início da prova e implica a entrega da mesma.
  - É permitida a utilização individual de máquina de calcular, a consulta de uma folha A4 manuscrita pelo aluno (em suporte papel e não são permitidas fotocópias de folhas manuscritas) e a consulta das tabelas fornecidas pelos docentes. Caso consultem outros documentos, por exemplo através da calculadora, a prova será anulada.
  - Não é permitido o manuseamento ou exibição de telemóveis durante a prova.
  - **Justifique convenientemente todas as respostas.**
- 

**Questões:**

1. O coeficiente de inteligência ( $QI$ ) segue uma distribuição Normal de média 100 e desvio padrão 16.  
[2,0] (a) Qual o valor do coeficiente de inteligência que é excedido em 95% dos casos?  
[2,0] (b) Considere o seguinte índice  $I = QI + W$ , onde  $QI$  é o coeficiente de inteligência e  $W$  um coeficiente que pretende medir a inteligência emocional. Suponha que  $QI$  e  $W$  são variáveis aleatórias independentes e que  $W$  segue uma distribuição Normal de média 200 e variância 50. Qual a probabilidade de que uma pessoa escolhida ao acaso tenha um índice  $I$  inferior a 290?  
[2,0] (c) Qual a probabilidade de que o  $QI$  médio de um grupo de 12 pessoas escolhidas ao acaso esteja entre 100 e 110?
2. Realizou-se um estudo sobre qualidades nutricionais da cantina da escola. Mediu-se a quantidade de gordura em 101 hambúrgueres servidos na cantina e obteve-se uma média de 30.2 gramas e desvio padrão de 3.8 gramas. Considere que a quantidade de gordura nos hambúrgueres segue uma distribuição Normal.  
[2,0] (a) Com base num intervalo de confiança a 99%, pode afirmar que a quantidade média de gordura dos hambúrgueres servidos na cantina é significativamente diferente de 35g? Justifique.  
[2,0] (b) Considerando que não há alterações nas estimativas observadas, quantos hambúrgueres deviam ter sido analisados para que a amplitude do intervalo anterior fosse igual a 0.5.  
[2,0] (c) Com base na amostra foi construído o seguinte intervalo de confiança para a variância da quantidade de gordura dos hambúrgueres servidos na cantina:  $]11.617, 18.537[$ . Calcule o grau de confiança considerado no intervalo.

3. A despesa familiar mensal em Portugal ( $X$ ) tem distribuição normal. Consultadas 31 famílias portuguesas, constatou-se uma despesa média de 1200 euros e uma variância de 12544 euros<sup>2</sup>.

[2.0] (a) Recorrendo ao valor  $-p$  e para um nível de significância de 5%, interprete e teste as seguintes hipóteses:

$$H_0 : \mu_x = 1250 \quad \text{contra} \quad H_1 : \mu_x < 1250.$$

[2.0] (b) Com vista a comparar dois países, consultou-se mais 31 famílias, desta vez espanholas ( $Y$ ), e constatou-se uma despesa média de 1800 euros, com um desvio padrão de 102 euros. A despesa familiar mensal em Espanha também tem distribuição normal. Recorrendo à região crítica e para um nível de significância de 2%, interprete e teste as seguintes hipóteses:

$$H_0 : \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \quad \text{contra} \quad H_1 : \sigma_x^2 \neq \sigma_y^2.$$

- [2.0] 4. A pesagem de um paciente é um procedimento de rotina na área da saúde. Essa medição deve ser efetuada com algum rigor, não devendo ser simplesmente perguntado ao paciente “quanto pesa”, uma vez que é conhecida a tendência para indicarem um peso inferior ao peso real. Quando o peso é indicado pelo paciente há também uma tendência para que o último dígito do peso que é indicado seja o “0” ou o “5”. Quando se trata de uma pesagem de facto, essa situação não ocorre e todos os últimos dígitos são igualmente prováveis. No quadro seguinte estão indicados as ocorrências do último dígito do peso registado de 80 pacientes:

último dígito	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
contagens	15	0	10	10	9	14	1	6	8	7

Recorreu-se ao teste de ajustamento do Qui-Quadrado e obteve-se o seguinte resultado:

```
chi-squared test for given probabilities
data: ultimo_digito
x-squared = 26.5, df = 9, p-value = 0.001691
```

Para um nível de significância de 5%, acha que os pacientes foram pesados ou acha que foram os pacientes que indicaram o seu peso? Diga quais foram as hipóteses testadas.

- [2.0] 5. Um biólogo marinho está a estudar uma espécie de pinguins e está interessado em saber se é o tamanho do macho que leva à formação de casais nestas aves. A variável utilizada para o efeito é o comprimento de um osso da perna que, a partir de estudos anteriores, é tida como um bom indicador da variável em causa. As medidas estão em milímetros arredondadas às décimas e os resultados obtidos em 8 casais de pinguins foram os seguintes:

casal	1	2	3	4	5	6	7	8
macho	17.1	18.5	19.7	16.2	21.3	19.6	17.2	20.1
fêmea	16.5	17.4	17.3	16.8	19.5	18.3	17.5	20.4

Recorreu-se a um teste de hipóteses não paramétrico e obteve-se o seguinte resultado:

```
wilcoxon signed rank test with continuity correction
data: amostra$femea and amostra$macho
V = 6.5, p-value = 0.123
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Com base neste resultado e para um nível de significância de 5%, que conclusão pode tirar sobre os tamanhos dos casais destas aves? Diga, justificando, que teste não paramétrico foi efetuado, quais as hipóteses testadas e tome a decisão com base na região crítica.