

可持久化并查集、可撤销并查集

前置知识

讲解056 - 并查集

讲解061 - 最小生成树之Kruskal算法，本节课题目3需要

讲解157 - 可持久化线段树，题目1，本节课可持久化并查集需要

本节课讲述

不再扁平化只做小挂大的并查集

可持久化并查集的原理和模版题 题目1

可撤销并查集的原理和相关题目 题目2、题目3、题目4

注意

可持久化并查集，掌握讲解157的题目1，理解起来就没有难度

可撤销并查集，可以和线段树分治结合，也可以和分块结合，后续课程会安排讲述

可持久化并查集、可撤销并查集

不再扁平化只做小挂大的并查集

并查集不再进行扁平化的原因

- 1, 可持久化不方便
- 2, 撤销操作不方便

任何节点到达集合头节点的距离为 $O(\log n)$ ，其实就是启发式合并的原理

怎么比较两个集合的大小？

标准1, 集合的节点数量

标准2, 集合的最大深度

两个标准都可以，推荐使用节点数量的标准

可持久化并查集、可撤销并查集

题目1

可持久化并查集模版题

数字从1到n，一开始每个数字所在的集合只有自己

实现如下三种操作，第i条操作发生后，所有数字的状况记为i版本，操作一共发生m次

操作 1 x y : 基于上个操作生成的版本，将x的集合与y的集合合并，生成当前的版本

操作 2 x : 拷贝第x号版本的状况，生成当前的版本

操作 3 x y : 拷贝上个操作生成的版本，生成当前的版本，查询x和y是否属于一个集合

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq m \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3402>

每次合并，只涉及单点修改father或siz，每次查询，只涉及单点查询father或siz

所以father数组和siz数组，就是单点修改、单点查询的可持久化数组

这就是讲解157，题目1，可持久化线段树实现可持久化数组

可持久化并查集、可撤销并查集

可撤销并查集

- 1, 既然没有扁平化了, 那么每次合并, 也就是修改两个集合头节点的信息
- 2, 使用一个栈, 记录如何恢复之前的信息即可
- 3, 撤销操作时, 依次弹出栈里的信息, 恢复过来即可

可撤销并查集的原理简单, 本节课题目2、题目3、题目4, 都是这个结构的使用

下节课是线段树分治的章节, 还会大量使用可撤销并查集, 到时候再练更多题目

可持久化并查集、可撤销并查集

题目2

可撤销并查集模版题

一共有 n 个点，每个点有两个小球，每个点给定两个小球的编号

一共有 $n-1$ 条无向边，所有节点连成一棵树

对 i 号点， $2 \leq i \leq n$ ，都计算如下问题的答案并打印

从1号点到 i 号点的最短路径上，每个点只能拿一个小球，最多能拿几个编号不同的小球

$1 \leq n \leq 2 * 10^5$

测试链接：https://www.luogu.com.cn/problem/AT_abc302_h

测试链接：https://atcoder.jp/contests/abc302/tasks/abc302_h

连通区边的数量和拿球数量的分析 + 树上dfs + 可撤销并查集

可持久化并查集、可撤销并查集

题目3

同在最小生成树里

一共有 n 个点， m 条无向边，每条边有边权，图保证是连通的

一共有 q 次查询，每条查询都给定参数 k ，表示该查询涉及 k 条边

然后依次给出 k 条边的编号，打印这 k 条边能否同时出现在一颗最小生成树上

$1 \leq n, m, q$ 、所有查询涉及边的总量 $\leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF891C>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/891/C>

Kruskal算法 + 最小生成树的连通性质分析 + 分组逻辑的设计 + 可撤销并查集

可持久化并查集、可撤销并查集

题目4

团建

一共有n个人，每个人给定组号，一共有m条边，代表两人之间有矛盾

一共有k个小组，可能有的组没人，但是组依然存在

假设组a和组b，两个组的人一起去团建，组a和组b的所有人，可以重新打乱

如果所有人最多分成两个集团，每人都要参加划分，并且每个集团的内部不存在矛盾

那么组a和组b就叫做一个"合法组对"，注意，组b和组a就不用重复计算了

一共有k个组，随意选两个组的情况很多，计算一共有多少个"合法组对"

$1 \leq n, m, k \leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF1444C>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/1444/C>

二分图判断 + 过滤不合法的组 + 减去跨组不合法的情况 + 分组逻辑的设计 + 可撤销并查集

这道题涉及的二分图内容比较简单，二分图的专题，后续课程会安排讲述