

CDQ分治-下

前置知识

讲解108 - 树状数组

讲解170 - CDQ分治-上

上节课讲述

CDQ分治三维偏序题型、二维空间计数题型、综合应用题

本节课讲述

CDQ分治的经典题目

题目1、题目2

CDQ分治优化dp的题型

题目3、题目4

CDQ套CDQ的题型，四维偏序结合优化dp

题目5、题目6

注意，CDQ分治结合斜率优化的题目，暂不涉及，斜率优化还没讲，后续课程会安排讲述

CDQ分治-下

题目1

奶牛音量和

一共有 n 只奶牛，每只奶牛给定，听力 v 、坐标 x

任何一对奶牛产生的音量 = $\max(v_i, v_j) * \text{两只奶牛的距离}$

一共有 $n * (n - 1) / 2$ 对奶牛，打印音量总和

$1 \leq n, v, x \leq 5 * 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5094>

大顺序根据听力从小到大排序，CDQ分治时根据坐标从小到大重新排序

CDQ分治过程中，转移方程的整理和优化，过程中不需要树状数组

CDQ分治-下

题目2

机器人聊天对

一共有 n 个机器人，给定一个整数 k ，每个机器人给定，位置 x 、视野 y 、智商 q

第 i 个机器人可以看见的范围是 $[x_i - y_i, x_i + y_i]$

如果两个机器人相互之间可以看见，并且智商差距不大于 k ，那么它们会开始聊天

打印有多少对机器人可以聊天

$1 \leq n \leq 10^5$

$0 \leq k \leq 20$

$0 \leq x, y, q \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF1045G>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/1045/G>

大顺序根据视野从大到小排序，CDQ分治时根据智商从小到大重新排序

位置 x 上有多少机器人用树状数组维护 + 维护滑动窗口左右两个边界来修改树状数组

CDQ分治-下

CDQ分治优化dp题型的特征

- 1, 历史依赖性, 计算 $dp[i]$ 时, 只依赖于前面的历史状态($j < i$)
- 2, 转移依赖对象之间的偏序性, 对象之间存在比较规则, 使得转移可判定
- 3, 可批量维护性, 可以用数据结构(树状数组、线段树)高效维护左边的信息, 帮助更新右边的状态

CDQ分治优化dp的过程

- 1, 首先调用 $cdq(l, mid)$, 计算出 $dp[l..mid]$ 的最终值
- 2, 然后调用 $merge(l, mid, r)$, 利用 $dp[l..mid]$ 更新 $dp[mid+1..r]$ 的部分可能性, 要求快!
- 3, 最后调用 $cdq(mid+1, r)$, 计算出 $dp[mid+1..r]$ 的最终值

注意

- 1, 不再是左、右、中, 变成了左、中、右
- 2, 如果merge根据某个标准进行重新排序, 使用辅助数组, 别改变从左到右计算dp的次序

CDQ分治-下

题目3

序列

给定一个长度为 n 的数组 arr ，一共有 m 条操作，格式为 $x\ v$ 表示 x 位置的数变成 v

你可以选择不执行任何操作，或者只选择一个操作来执行，然后 arr 不再变动

请在 arr 中选出一组下标序列，不管你做出什么选择，下标序列所代表的数字都是不下降的

打印序列能达到的最大长度

$1 \leq \text{所有数字} \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4093>

CDQ分治优化dp模版题

树状数组维护前缀最大值，上节课题目6讲了

CDQ分治-下

题目4

拦截导弹

一共有 n 个导弹，编号 $1 \sim n$ ，表示导弹从早到晚依次到达，每个导弹给定，高度 h 、速度 v

你有导弹拦截系统，第1次可以拦截任意参数的导弹

但是之后拦截的导弹，高度和速度都不能比前一次拦截的导弹大

你的目的是尽可能多的拦截导弹，如果有多个最优方案，会随机选一个执行

打印最多能拦截几个导弹，并且打印每个导弹被拦截的概率

$1 \leq n \leq 5 * 10^4$

$1 \leq h, v \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2487>

CDQ分治优化dp模版题

树状数组维护前缀最大值 及其 最大值出现的次数

CDQ分治-下

题目5

德丽莎世界第一可爱

一共有 n 个怪兽，每个怪兽有 a 、 b 、 c 、 d 四个能力值，以及打败之后的收益 v

可以选择任意顺序打怪兽，每次打的怪兽的四种能力值都不能小于上次打的怪兽

打印能获得的最大收益，可能所有怪兽收益都是负数，那也需要至少打一只怪兽

$1 \leq n \leq 5 * 10^4$

$-10^5 \leq a, b, c, d \leq +10^5$

$-10^9 \leq v \leq +10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5621>

CDQ套CDQ模版题，四维偏序 + 优化dp，每多一层嵌套，时间复杂度就多乘一次 $O(\log n)$

树状数组维护前缀最大值

注意下层cdq分治时，需要区分原本的左右组，重新排序时属性值一样的，需要保持原始次序

CDQ分治-下

题目6

寻找宝藏

一共有 n 个宝藏，每个宝藏有 a 、 b 、 c 、 d 四个属性值，以及拿取之后的收益 v

可以选择任意顺序拿取宝藏，每次拿的宝藏的四种属性值都不能小于上次拿的宝藏

打印能获得的最大收益，打印有多少种最佳拿取方法，方法数对 998244353 取余

$1 \leq n \leq 8 * 10^4$

$1 \leq a、b、c、d、v \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4849>

CDQ套CDQ模版题，四维偏序 + 优化dp，每多一层嵌套，时间复杂度就多乘一次 $O(\log n)$

树状数组维护前缀最大值 及其 最大值出现的次数

注意下层cdq分治时，需要区分原本的左右组，重新排序时属性值一样的，需要保持原始次序