

根号分治

分块专题的安排

专题1：块状数组、块状链表，讲解172

专题2：分块的几道好题、树上分块，讲解173

专题3：双层分块、分块结合并查集，讲解174

专题4：根号分治，讲解175，本节

分块专题结束后，开始讲述莫队专题

根号分治

前置知识

讲解047 - 等差数列差分	本课题题目3需要
讲解064 - 分层图最短路	本课题题目5需要
讲解051 - 二分答案法	本课题题目6、题目7需要
讲解172 - 分块基础内容	
讲解173 - 分块卡常技巧	

本节课讲述

根号分治的原理和题目	题目1 ~ 题目7
------------	-----------

根号分治

根号分治的原理

- 1, 枚举规模通常以 \sqrt{n} 作为分界线
- 2, 枚举规模 $\leq \sqrt{n}$ 的操作, 使用一种手段处理
- 3, 枚举规模 $> \sqrt{n}$ 的操作, 使用另一种手段处理
- 4, 两种情况下, 定制不同的处理方式, 使得时间复杂度达标

题目1、题目2、题目3、题目4, 小规模用预处理, 大规模用暴力枚举

题目5, 没有手段的定制, 仅仅利用根号分治, 进行时间复杂度的分析

题目6、题目7, 小规模用动态规划, 大规模利用 单调性分析 + 二分答案法 减少计算量

根号分治

题目1

哈希冲突

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，操作格式如下

操作 A $x\ y$: 下标 $\% x == y$ ，符合要求的下标，把对应的值累加起来，打印结果

操作 C $x\ y$: $arr[x]$ 的值改成 y

$1 \leq n, m \leq 1.5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3396>

根号分治

题目2

数组查询

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 q 条查询，查询格式如下

查询 $p\ k$: p 不断变成 $p + arr[p] + k$ ，直到 $p > n$ 停止，打印操作次数

$1 \leq n, q \leq 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq n$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF797E>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/797/E>

根号分治

题目3

等差数列求和

一共有t组测试，每组测试遵循同样的设定

给定一个长度为n的数组arr，接下来有q条查询，查询格式如下

查询 s d k : arr[s]作为第1项、arr[s + 1d]作为第2项、arr[s + 2d]作为第3项...

每项的值 * 项的编号，一共k项都累加起来，打印累加和

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq q \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF1921F>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/1921/F>

根号分治

题目4

初始化

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，操作格式如下

操作 1 $x\ y\ z$: 从 $arr[y]$ 开始，下标每次 $+x$ ，所有相应位置的数都 $+z$ ，题目保证 $y \leq x$

操作 2 $x\ y$: 打印 $arr[x..y]$ 的累加和，答案对 1000000007 取余

$1 \leq n, m \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5309>

根号分治

题目5

雅加达的摩天楼

有 n 个大楼，编号 $0 \sim n-1$ ，有 m 只狗子，编号 $0 \sim m-1$

每只狗子有两个参数， idx 表示狗子的初始大楼， $jump$ 表示狗子的跳跃能力

狗子在 i 位置，可以来到 $i - jump$ 或 $i + jump$ ，向左向右自由跳跃，但不能越界

0号狗子有消息希望传给1号狗子，所有狗子都可帮忙，返回至少跳跃几次，无法送达打印-1

$1 \leq n, m \leq 30000$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3645>

测试链接：<https://uoj.ac/problem/111>

根号分治

题目6

最少划分

给定一个长度为 n 的数组 arr ，考虑如下问题的解

数组 arr 划分成若干段子数组，保证每段不同数字的种类 $\leq k$ ，返回至少划分成几段

打印 $k = 1, 2, 3..n$ 时，所有的答案

$1 \leq arr[i] \leq n \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF786C>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/786/C>

划分要求 * 划分数量 $\leq n$ ，并且 划分要求 和 划分数量 之间存在单调性

时间复杂度 $O(n * \sqrt{n} * \log n)$

根号分治

题目7

给你一棵树

一共有 n 个节点，给定 $n-1$ 条边，所有节点连成一棵树

树的路径是指，从端点 x 到端点 y 的简单路径， k 路径是指，路径的节点数正好为 k

整棵树希望分解成尽量多的 k 路径， k 路径的节点不能复用，所有 k 路径不要求包含所有点

打印 $k = 1, 2, 3 \dots n$ 时， k 路径有最多有几条

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF1039D>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/1039/D>

划分要求 * 划分数目 $\leq n$ ，并且 划分要求 和 划分数目 之间存在单调性

时间复杂度 $O(n * \sqrt{n} * \log n)$