

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 前置知识

讲解025 - 堆结构

讲解059 - 链式前向星建图

讲解064 - dijkstra算法，本节课题目5需要

讲解110 - 线段树，理解线段树的懒更新机制，本节课题目1、题目2需要

讲解154 - 左偏树基础，理解左偏树删除任意编号节点的复杂度分析，本节课题目2需要

## 上节课讲述

左偏树原理、合并、删除堆顶、删除任意编号节点、左偏树相关题目

## 本节课讲述

左偏树结合懒更新操作，题目1，题目2

可持久化左偏树，题目3、题目4

可持久化左偏树实现k短路问题最优解，题目5

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

左偏树结合懒更新操作

- 1, 整棵树如果想更新, 只在头节点设置懒更新信息
- 2, merge、pop或者其他任务到来时, 再把懒更新信息下发到左右子树
- 3, 左偏树上的懒更新, 依然是能懒则懒的机制, 与线段树的懒更新没有区别

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 题目1

### 城市攻占

一共有 $n$ 个城市，1号城市是城市树的头，每个城市都有防御值、上级城市编号、奖励类型、奖励值

如果奖励类型为0，任何骑士攻克这个城市后，攻击力会加上奖励值

如果奖励类型为1，任何骑士攻克这个城市后，攻击力会乘以奖励值

输入保证，任何城市的上级编号  $<$  这座城市的编号，1号城市没有上级城市编号、奖励类型、奖励值

一共有 $m$ 个骑士，每个骑士都有攻击力、第一次攻击的城市

如果骑士攻击力  $\geq$  城市防御值，当前城市会被攻占，骑士获得奖励，继续攻击上级城市

如果骑士攻击力  $<$  城市防御值，那么骑士会在该城市牺牲，没有后续动作了

所有骑士都是独立的，不会影响其他骑士攻击这座城池的结果

打印每个城市牺牲的骑士数量，打印每个骑士攻占的城市数量

$1 \leq n, m \leq 3 * 10^5$ ，攻击值的增加也不会超过long类型范围

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3261>

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 题目2

### 棘手的操作

编号1~n个节点，每个节点独立且有自己的权值，实现如下7种操作，操作一共调用m次

U x y : x所在的集合和y所在的集合合并

A1 x y : x节点的权值增加y

A2 x y : x所在的集合所有节点的权值增加y

A3 x : 所有节点的权值增加x

F1 x : 打印x节点的权值

F2 x : 打印x所在的集合中，权值最大的节点的权值

F3 : 打印所有节点中，权值最大的节点的权值

$1 \leq n, m \leq 3 * 10^5$ ，权值不会超过int类型的范围

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P3273>

懒更新只维持在左偏树的顶部，变成了整个集合的属性，这属于启发式合并的内容，后面的课安排讲述

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 可持久化左偏树的功能

- 1, 每个版本的左偏树一旦生成, 该版本会保持不变, 可以生成多个版本的左偏树
- 2, 不再结合并查集, 所有操作需要提供头节点编号, 进行查询、合并、弹出树头等操作
- 3, 生成一个版本的左偏树, 时间复杂度 $O(\log n)$ , 空间复杂度 $O(\log n)$

## 可持久化左偏树的设计, 类似于FHQ Treap的可持久化设计

- 1, 合并过程中, 沿途拷贝老节点的值, 建立出新编号的节点, 使得过去版本的左偏树不受影响
- 2, 弹出堆顶的过程中, 新的头节点拷贝老节点的值, 然后合并左右树
- 3, 不同版本的左偏树, 各自记录头节点编号

课上重点图解, 可持久化左偏树

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

题目3

可持久化左偏树的实现

网上几乎没有可持久化左偏树的模版练习题

所以采用对数器验证正确性

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 题目4

Y的积木，可持久化左偏树实现最优解

一共有n个正数数组，给定每个数组的大小 $m_i$ ，以及每个数组的数字

每个数组必须选且只能选一个数字，就可以形成n个数字的挑选方案

所有这些方案中，有数字累加和第1小的方案、第2小的方案、第3小的方案...

打印，累加和前k小的方案，各自的累加和，要求实现 $O(k * \log k)$ 的解

$1 \leq n, m_i \leq 100$

$1 \leq k \leq 10^4$

$1 \leq \text{数字} \leq 100$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2409>

分组背包和其他方法能通过，但不是最优解，可持久化左偏树的解法能做到最优解

# 左偏树和懒更新、可持久化左偏树、k短路问题

## 题目5

K短路问题，可持久化左偏树实现最优解

有n个点编号1~n，有m条边，每条边都是正数边权，组成有向带权图

从1号点走到n号点，就认为是一次旅行

一次旅行中，边不能重复选，点可以重复经过，如果到达了n号点，那么旅行立刻停止

从1号点走到n号点，会有很多通路方案，通路方案的路费为选择边的边权累加和

虽然每次旅行都是从1号点到n号点，但是我希望每次旅行的通路方案都是不同的

任何两次旅行，只要选择的边稍有不同，就认为是不同的通路方案

你的钱数为money，用来支付路费，打印你一共能进行几次旅行

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2483>

A\*算法和其他方法能通过，但不是最优解，可持久化左偏树的解法能做到最优解