

线段树的合并与分裂-上

前置知识

讲解110 - 线段树基础

讲解114 - 开点线段树

讲解157 - 可持久化线段树

讲解056 - 并查集-上

本节课题目2需要

讲解118 - 树上倍增和LCA & 树上dfs改迭代 本节课题目3、题目4需要

讲解122 - 树上差分

本节课题目3、题目4需要

本节课讲述

线段树合并的原理和经典题目

下节课讲述

线段树合并加速dp转移的技巧

线段树的分裂

线段树的合并与分裂-上

线段树合并的过程

- 1, 初始时有 n 棵权值线段树, 每棵树里包含的信息很少, 并且利用开点的方式来节省空间
- 2, 当两棵权值线段树进行合并时, 假设其中一棵树的当前节点为 $t1$, 另一棵树的当前节点为 $t2$
- 3, 如果 $t1 == 0 \ || \ t2 == 0$, 返回 $t1 + t2$, 表示空节点可以忽略, 不空节点成为合并结果
- 4, 如果 $t1 != 0 \ \&\& \ t2 != 0$
 - a, $t1$ 节点接受 $t2$ 节点的全部信息, 并且由 $t1$ 节点作为总节点
 - b, 合并($t1$ 的左树)和($t2$ 的左树), 返回的节点作为 $t1$ 的左孩子
 - c, 合并($t1$ 的右树)和($t2$ 的右树), 返回的节点作为 $t1$ 的右孩子
 - d, 完成了全部信息的合并, 返回 $t1$
- 5, 最终所有权值线段树合并成一棵树

课上重点图解线段树合并的过程

利用势能分析, 证明所有合并行为总的时间复杂度为 $O(n * \log n)$, 空间复杂度为 $O(n * \log n)$

线段树的合并与分裂-上

题目1

晋升者计数

一共有 n 个人，给定每个人的能力值 $arr[i]$ ，所有人组成一棵树，代表公司的组织

1号人是整个公司的老板，从2号人开始，给定每个人的上司编号 $fa[i]$

打印第 i 号为头的子树中，有多少个人的能力值 $>$ 第 i 号人的能力值，一共 n 条打印

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3605>

线段树的合并与分裂-上

题目2

永无乡

一共有 n 个岛，每个岛分配到一个不同的数字，数字范围 $1 \sim n$

给定初始的 m 座桥梁，若干点会连通起来，接下来有 q 条操作，格式如下

操作 B $x\ y$: x 号岛和 y 号岛之间新修建了一座桥

操作 Q $x\ k$: x 号岛所在的连通区里，打印第 k 小的数字来自几号岛，不存在打印-1

$1 \leq n, m \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3224>

线段树的合并与分裂-上

题目3

雨天的尾巴

一共有 n 个节点，给定 $n-1$ 条边，所有节点组成一棵树

给定 m 条路径，格式 $x\ y\ v$ ，表示 x 到 y 路径上的每个点都收到一个数字 v

打印第 i 号点上，收到次数最多的数字，如果不止一种，打印值最小的数字

如果某节点没有收到过数字，打印0

一共 n 条打印

$1 \leq n, m, v \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4556>

树上差分 + 线段树合并 + 线段树维护数字最大词频

线段树的合并与分裂-上

题目4

天天爱跑步

一共有 n 个点，给定 $n-1$ 条边，所有节点组成一棵树

每个点上都有一个观察员，给出每个观察员的观测时刻 $w[i]$

给出 m 个跑步者的路线，格式 $x\ y$: 该跑步者出发时刻为0，从 x 跑到 y

任何跑步者通过任何一条边，耗时都是1秒

某个跑步者到达 i 号点的时刻 $= w[i]$ ，那么该跑步者才会被 i 号点的观察员观测到
打印 i 号点的观察员，能观测到多少人，一共 n 条打印

$1 \leq n, m, w[i] \leq 3 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1600>

更难的树上差分 + 两种线段树的合并

线段树的合并与分裂-上

题目5

最小化逆序对

给定数字 n ，表示一棵二叉树有 n 个叶节点，叶节点的权值都不同并且都是 $1 \sim n$ 范围的数字

树上的任何节点，要么是叶节点，要么一定有两个孩子，请从输入流中不断读取数字 x 来建树

如果 $x \neq 0$ ，表示当前来到叶节点并且权值为 x ，注意只有叶节点有权值

如果 $x = 0$ ，表示当前来到非叶节点，先递归建立左树，再递归建立右树

输入流保证根据规则可以建好这棵二叉树，你可以任选一些节点，交换这些节点的左右子树

目的是先序遍历整棵树之后，所有叶节点权值组成的序列中，逆序对数量尽可能小，打印这个最小值

$2 \leq n \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3521>