

# 普通莫队、带修莫队

莫队专题的安排

专题1：普通莫队、带修莫队，讲解176，本节

专题2：回滚莫队、树上莫队，讲解177

专题3：莫队二次离线，讲解178

专题4：莫队综合应用，讲解179

莫队算法，解决批量的、可离线的区间查询问题，适用性广泛

莫涛提出了普通莫队算法，然后经过众多Acmer的集体改造，有了多种扩展

# 普通莫队、带修莫队

前置知识

讲解049 - 滑动窗口

讲解172 - 分块专题1, 分块基础

讲解173 - 分块专题2, 优化块长

本节课讲述

普通莫队和经典题目 题目1、题目2、题目3、题目4、题目5

带修莫队和经典题目 题目6、题目7、题目8

# 普通莫队、带修莫队

## 普通莫队的原理

- 1, 查询任务可以由 $[jobl, jobr]$ 描述
- 2, 滑动窗口 $[winl..winr]$ ,  $winl + 1 - 1$  或者  $winr + 1 - 1$ , 窗口内的信息可以快速更新正确
- 3, 对查询任务进行排序, 然后依次处理, 执行总时间 $O(n * \sqrt{n})$ , 假设所有数据量同阶

## 任务的经典排序策略

- 1,  $jobl$ 所在块的编号, 从小到大排序
- 2,  $jobr$ 的数值, 从小到大排序

## 任务的奇偶排序策略

- 1,  $jobl$ 所在块的编号, 从小到大排序
- 2, 如果块编号为奇数, 根据 $jobr$ 从小到大排序, 如果块编号为偶数, 根据 $jobr$ 从大到小排序

课上重点图解, 滑动窗口的信息更新, 时间复杂度的证明, 奇偶排序策略

# 普通莫队、带修莫队

题目1

普通莫队入门题

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $q$ 条查询，格式如下

查询  $l\ r$  : 打印 $arr[l..r]$ 范围上有几种不同的数字

$1 \leq n \leq 3 * 10^4$

$1 \leq arr[i] \leq 10^6$

$1 \leq q \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/SP3267>

测试链接：<https://www.spoj.com/problems/DQUERY/>

# 普通莫队、带修莫队

题目2

小B的询问

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，所有数字在 $[1..k]$ 范围上

定义 $f(i) = i$ 这种数的出现次数的平方

一共有 $m$ 条查询，格式如下

查询  $l\ r$  :  $arr[l..r]$ 范围上，打印  $f(1) + f(2) + \dots + f(k)$  的值

$1 \leq n, m, k \leq 5 * 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2709>

# 普通莫队、带修莫队

题目3

小z的袜子

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $m$ 条查询，格式如下

查询  $l\ r$  :  $arr[l..r]$  范围上，随机选不同位置的两个数，打印数值相同的概率  
概率用分数的形式表达，并且约分到最简的形式

$1 \leq n, m, arr[i] \leq 5 * 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1494>

# 普通莫队、带修莫队

题目4

大爷的字符串题

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $m$ 条查询，格式如下

查询  $l\ r$  :  $arr[l..r]$  范围上，众数出现了几次，打印次数的相反数

$1 \leq n$ 、 $m \leq 2 * 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3709>

为了节省时间，直接转化了原始题意，有兴趣的同学可以从头开始分析

# 普通莫队、带修莫队

题目5

异或序列

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，给定一个数字 $k$ ，一共有 $m$ 条查询，格式如下

查询  $l\ r$  :  $arr[l..r]$  范围上，有多少子数组的异或和为 $k$ ，打印其数量

$0 \leq n, m, k, arr[i] \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4462>



# 普通莫队、带修莫队

## 带修莫队的原理

- 1, 每条修改操作, 都分配修改时间点, 那么查询任务可以由 $[jobl, jobr, jobt]$ 描述
- 2, 下标窗口 $[winl..winr]$ 和普通莫队设定相同
- 3, 时间窗口 $[..wint]$ , 代表数组的状况, 已经更新到了,  $wint$ 这个修改时间点
- 4, 下标窗口 + 时间窗口, 一起决定窗口的信息, 信息可以快速更新正确
- 5, 序列分块的块长设置为  $n$  的  $(2/3)$  次方
- 6, 对查询任务进行排序, 然后依次处理, 执行总时间  $O(n \text{ 的 } (5/3) \text{ 次方})$ , 假设所有数据量同阶

## 任务的排序策略

- 1,  $jobl$  所在块的编号, 从小到大排序
- 2,  $jobr$  所在块的编号, 从小到大排序
- 3,  $jobt$  的数值, 从小到大排序

课上重点图解, 滑动窗口的信息更新, 块长参数的由来, 时间复杂度的证明

# 普通莫队、带修莫队

题目6

带修莫队入门题

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $m$ 条操作，操作格式如下

操作  $Q\ l\ r$  : 打印 $arr[l..r]$ 范围上有几种不同的数

操作  $R\ pos\ val$  : 把 $arr[pos]$ 的值设置成 $val$

$1 \leq n$ 、 $m \leq 2 * 10^5$

$1 \leq arr[i]$ 、 $val \leq 10^6$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1903>

# 普通莫队、带修莫队

题目7

统计出现1次的数

给定一个长度为n的数组arr，下标0~n-1，一共有m条操作，格式如下

操作 1 pos val : 把arr[pos]的值设置成val

操作 2 l r : 查询arr[l..r]范围上，有多少种数出现了1次

$0 \leq n, m, \text{arr}[i] \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/SP30906>

测试链接：<https://www.spoj.com/problems/ADAUNIQ/>

# 普通莫队、带修莫队

题目8

机器学习

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $m$ 条操作，操作格式如下

操作 1  $l\ r$  :  $arr[l..r]$ 范围上，每种数字出现的次数，假设构成一个集合  
打印这个集合中，没出现过的最小正数

操作 2  $pos\ val$  : 把 $arr[pos]$ 的值设置成 $val$

$1 \leq n, m \leq 10^5$

$1 \leq arr[i], val \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF940F>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/940/F>

离散化 + 数字 $i$ 的次数统计  $cnt1[i]$  + 出现次数为 $i$ 的数字有几种  $cnt2[i]$

暴力寻找次数 $mex$ ，复杂度 $O(\sqrt{n})$