

# 莫队二次离线

## 莫队专题的安排

专题1：普通莫队、带修莫队，讲解176

专题2：回滚莫队、树上莫队，讲解177

专题3：莫队二次离线，讲解178，本节

专题4：莫队综合应用，讲解179

莫队算法，解决批量的、可离线的区间查询问题，适用性广泛

莫涛提出了普通莫队算法，然后经过众多Acmer的集体改造，有了多种扩展

# 莫队二次离线

## 前置知识

讲解172 - 序列分块	理解本节课的基础
讲解176 - 普通莫队	理解本节课的基础
讲解108 - 树状数组	本节课题目2、题目3需要
讲解175 - 根号分治	本节课题目4需要

## 本节课讲述

莫队二次离线的第一种实现    题目1、题目2

莫队二次离线的第二种实现    题目3、题目4

# 莫队二次离线

莫队二次离线的原理和过程

- 1, 所谓莫队二次离线, 其实是一种较难的莫队题型
- 2, 普通莫队过程, 很难快速得到答案, 那么思考窗口在变化时, 如何求解答案的变化量
- 3, 预设某些可差分信息 (前缀和、后缀和), 然后把答案变化量, 分解为两个部分依次求出
- 4, 执行普通莫队, 即第一次离线, 得到变化量的第一部分, 并且生成第二次离线的查询任务
- 5, 执行第二次离线, 枚举得到变化量的第二部分, 至此答案变化量求解完毕
- 6, 普通莫队的顺序下, 得到了每个答案的变化量, 那么变化量的前缀和, 即每个区间问题的答案

第二次离线的枚举总代价 = 普通莫队滑窗的总距离 =  $O(n * \sqrt{n})$

课上重点图解, 差分信息的设计, 窗口变化如何影响答案, 第二次离线的过程设计和复杂度

# 莫队二次离线

## 题目1

### 莫队二次离线入门题

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，给定一个非负整数 $k$ ，下面给出 $k1$ 二元组的定义

位置二元组 $(i, j)$ ， $i$ 和 $j$ 必须是不同的，并且  $arr[i]$ 异或 $arr[j]$  的二进制状态里有 $k$ 个1

当 $i \neq j$ 时， $(i, j)$ 和 $(j, i)$ 认为是相同的二元组

一共有 $m$ 条查询，格式为  $l\ r$ ：打印 $arr[l..r]$ 范围上，有多少 $k1$ 二元组

$1 \leq n, m \leq 10^5$

$0 \leq arr[i], k < 16384$ (2的14次方)

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4887>

# 莫队二次离线

题目2

区间逆序对

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，如果 $i < j$ ，并且 $arr[i] > arr[j]$ ，那么 $(i,j)$ 就是逆序对

一共有 $m$ 条查询，格式为 $l\ r$ ：打印 $arr[l..r]$ 范围上，逆序对的数量

$1 \leq n, m \leq 10^5$

$0 \leq arr[i] \leq 10^9$

本题允许离线，讲解173，题目4，讲了在线查询区间逆序对，但是给定的数组为排列

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5047>

树状数组 + 值域分块

二次离线的过程中，需要值域分块，修改 $O(\sqrt{n})$ ，查询 $O(1)$

# 莫队二次离线

题目3

区间Abbi值

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，区间Abbi值的定义如下

如果 $arr[l..r]$ 包含数字 $v$ ，并且 $v$ 是第 $k$ 小，那么这个数字的Abbi值  $= v * k$

区间Abbi值 = 区间内所有数字Abbi值的累加和

比如 $[1, 2, 2, 3]$ 的Abbi值  $= 1 * 1 + 2 * 2 + 2 * 2 + 3 * 4 = 21$

一共有 $m$ 条查询，格式为  $l\ r$ ：打印 $arr[l..r]$ 的区间Abbi值

$1 \leq n, m \leq 5 * 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5501>

莫队二次离线的第二种实现，不同的讨论方式，代码更少，逻辑更统一，但是没有第一种实现好理解

修改贡献的计算方式 + 树状数组 + 值域分块 + 最后补偿答案

# 莫队二次离线

题目4

区间倍数二元组

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，下面给出倍数二元组的定义

如果 $arr[i]$ 是 $arr[j]$ 的倍数( $\geq 1$ 倍)，那么 $(i, j)$ 就是一个倍数二元组

当 $i \neq j$ 时， $(i, j)$ 和 $(j, i)$ 认为是不同的二元组，不要漏算

当 $i = j$ 时， $(i, j)$ 和 $(j, i)$ 认为是相同的二元组，不要多算

比如 $[2, 4, 2, 6]$ ，有10个倍数二元组

一共有 $m$ 条查询，格式为 $l\ r$ ：打印 $arr[l..r]$ 范围上，有多少倍数二元组

$1 \leq n, m, arr[i] \leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5398>

莫队二次离线的第二种实现，尤其注意 $winl$ 滑动时，答案变化量的讨论

因子量和倍数量的计算 + 贡献重新定义 + 答案变化量的讨论 + 三次离线 + 根号分治