

# 可持久化前缀树和相关题目

## 前置知识

讲解044 - 前缀树原理

讲解045 - 前缀树的相关题目，题目2，01Trie的内容

讲解118 - 树上倍增和LCA

讲解157 - 可持久化线段树和标记永久化

讲解158 - 可持久化线段树的相关题目

## 本节课讲述

可持久化前缀树的原理，就是可持久化线段树的原理，两者的相关题目也常被归为一类

可持久化前缀树、可持久化01Trie，相关的7道题目

本节课可以认为是可持久化线段树的题目补充课

# 可持久化前缀树和相关题目

简单回顾01Trie，讲解045，题目2

可持久化01Trie的简单例子

给定非负数组arr，在[l..r]范围上任选一个数字，使其  $\wedge x$  之后的结果最大，x也不是负数

实战中，可持久化前缀树中的可持久化01Trie，经常用来解决异或相关的区间查询问题

01Trie只是前缀树的其中一种应用，每个节点只有0和1两条路

那么普通的可持久化前缀树，无非就是路更多而已，题目2就是普通的可持久化前缀树

# 可持久化前缀树和相关题目

题目1

最大异或和

非负序列arr的初始长度为n，一共有m条操作，每条操作是如下两种类型中的一种

A x : arr的末尾增加数字x，arr的长度n也增加1

Q l r x : l~r这些位置中，选一个位置p，现在希望

$\text{arr}[p] \oplus \text{arr}[p+1] \oplus \dots \oplus \text{arr}[n] \oplus x$  这个值最大

打印这个最大值

$1 \leq n, m \leq 3 \times 10^5$

$0 \leq \text{arr}[i], x \leq 10^7$

因为练的就是可持久化前缀树，所以就在线算法，不要使用离线算法

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4735>

可持久化01trie + 边界处理

# 可持久化前缀树和相关题目

题目2

字符串树

一共有 $n$ 个节点， $n-1$ 条边，组成一棵树，每条边的边权为字符串

一共有 $m$ 条查询，每条查询的格式为

$u\ v\ s$ ：查询节点 $u$ 到节点 $v$ 的路径中，有多少边的字符串以字符串 $s$ 作为前缀

$1 \leq n, m \leq 10^5$

所有字符串长度不超过10，并且都由字符 $a \sim z$ 组成

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P6088>

树上倍增和LCA + 可持久化前缀树 + 子节点的树根据父节点的树加工得到

# 可持久化前缀树和相关题目

## 题目3

路径和子树的异或

一共有 $n$ 个节点， $n-1$ 条边，组成一棵树，1号节点为树头，每个节点给定点权

一共有 $m$ 条查询，每条查询是如下两种类型中的一种

1  $x\ y$  : 以 $x$ 为头的子树中任选一个值，希望异或 $y$ 之后的值最大，打印最大值

2  $x\ y\ z$  : 节点 $x$ 到节点 $y$ 的路径中任选一个值，希望异或 $z$ 之后的值最大，打印最大值

$2 \leq n, m \leq 10^5$

$1 \leq \text{点权}, z < 2^{30}$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4592>

路径可持久化01Trie，子节点的树根据父节点的树加工得到

子树可持久化01Trie，根据dfn序逐渐得到每个版本的树

# 可持久化前缀树和相关题目

题目4

美味

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，一共有 $m$ 条查询，查询格式如下

$b \ x \ l \ r$  : 从 $arr[l..r]$ 中选一个数字，希望 $b ^ (\text{该数字} + x)$ 的值最大，打印这个值

$1 \leq n \leq 2 * 10^5$

$1 \leq m \leq 10^5$

$0 \leq arr[i], b, x < 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3293>

可持久化线段树统计范围内数字的个数 + 可持久化01Trie的分析方法

# 可持久化前缀树和相关题目

题目5

生成能量密度最大的宝石

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，数组中没有重复数字

你可以随意选择一个子数组，长度要求大于等于2，因为这样一来，子数组必存在次大值

子数组的次大值 ^ 子数组中除了次大值之外随意选一个数字

所能得到的最大结果，叫做子数组的能量密度

那么必有某个子数组，拥有最大的能量密度，打印这个最大的能量密度

$2 \leq n \leq 5 * 10^4$

$0 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4098>

排序生成双链表 + 枚举每个数作为次大值的情况 + 可持久化01Trie

# 可持久化前缀树和相关题目

## 题目6

### 异或运算

给定一个长度 $n$ 的数组 $x$ ，还有一个长度为 $m$ 的数组 $y$

想象一个二维矩阵 $mat$ ，数组 $x$ 作为行，数组 $y$ 作为列， $mat[i][j] = x[i] \oplus y[j]$

一共有 $p$ 条查询，每条查询格式如下

$xl\ xr\ yl\ yr\ k$ ：划定 $mat$ 的范围是，行从 $xl \sim xr$ ，列从 $yl \sim yr$ ，打印其中第 $k$ 大的值

$1 \leq n \leq 1000$

$1 \leq m \leq 3 * 10^5$

$1 \leq p \leq 500$

$0 \leq x[i], y[i] < 2^{31}$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5795>

数据状况分析 + 较大的数组去做可持久化01Trie + 每个数做各自的跳转



# 可持久化前缀树和相关题目

题目7

前m大两两异或值的和

本题只用到了经典01trie，没有用到可持久化01trie

给定一个长度为n的数组arr，下标1~n

你可以随意选两个不同位置的数字进行异或，得到两两异或值，顺序不同的话，算做一个两两异或值

那么，两两异或值，就有第1大、第2大...

返回前k大两两异或值的累加和，答案对1000000007取模

$1 \leq n \leq 5 * 10^4$

$0 \leq k \leq n * (n-1) / 2$

$0 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF241B>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/241/B>

经典01Trie + 数学分析