

CDQ分治-上

前置知识

讲解022 - 归并分治

讲解109 - 题目1, 逆序对数量, 归并分治的解法

讲解131 - 题目1, 达标子数组个数, 归并分治的解法

讲解108 - 树状数组

本节课讲述

CDQ分治三维偏序题型 题目1、题目2

CDQ分治空间计数题型 题目3、题目4

综合应用题 题目5、题目6

下节课讲述, CDQ分治更多类型的题目

注意, CDQ分治结合斜率优化的题目, 暂不涉及, 斜率优化还没讲, 后续课程会安排讲述

CDQ分治-上

归并分治

- 1, 归并排序的过程中, 完成答案的统计, 当前来到的区间会二分成左区间、右区间
- 2, 问题的答案 = 左区间产生的答案 + 右区间产生的答案 + 左区间跨右区间产生的答案
- 3, 关键就是计算出跨区间产生的答案, 利用左区间、右区间各自有序的便利性, 加速得到答案

简单的归并分治, 时间复杂度 $O(n * \log n)$

CDQ分治就是归并分治, 结合高级数据结构 (树状数组、线段树) 等优化技巧, 可以解决更多问题

如果结合高级数据结构, 并且单次调用的时间复杂度 $O(\log n)$, 那么整体的时间复杂度如下

表达式 $T(n) = 2 * T(n / 2) + O(n * \log n)$, 时间复杂度为 $O(n * \log n * \log n)$

这样一来, 归并的过程可以直接用排序替代, 因为即便是直接排序, 时间复杂度也依然是这个指标
虽然会增加常数时间, 但节省了归并需要的额外空间, 代码也更容易实现

CDQ分治-上

题目1

三维偏序

一共有 n 个对象，属性值范围 $[1, k]$ ，每个对象有 a 属性、 b 属性、 c 属性

$f(i)$ 表示， $a_j \leq a_i$ 且 $b_j \leq b_i$ 且 $c_j \leq c_i$ 且 $j \neq i$ 的 j 的数量

$ans(d)$ 表示， $f(i) == d$ 的 i 的数量

打印所有的 $ans[d]$ ， d 的范围 $[0, n)$

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq k \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3810>

大顺序根据 a 属性排序，CDQ分治的过程用 b 属性排序， c 属性的统计利用树状数组

不能漏算： a 、 b 、 c 都相等的同一组内的答案

CDQ分治-上

题目2

动态逆序对

给定一个长度为 n 的排列， $1 \sim n$ 所有数字都出现一次

如果，前面的数 $>$ 后面的数，那么这两个数就组成一个逆序对

给定一个长度为 m 的数组，表示依次删除的数字

打印每次删除数字前，排列中一共有多少逆序对，一共 m 条打印

$1 \leq n \leq 10^5$

$1 \leq m \leq 5 * 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3157>

大顺序根据时序组织，CDQ分治时按照下标排序，原始数字带来+1的影响，删除数字带来-1的影响
统计跨区间的答案时，利用双指针 从左往右 + 从右往左 遍历两遍，左侧值大、右侧值小，都要算
具体值的添加和查询用树状数组，时序为 i 的答案，就是 $ans[0..i]$ 这个前缀和

CDQ分治-上

题目3

园丁的烦恼

有 n 棵树，每棵树给定位置坐标 (x, y) ，接下来有 m 条查询，格式如下

查询 $a\ b\ c\ d$: 打印左上角 (a, b) 、右下角 (c, d) 的区域里有几棵树

$0 \leq n \leq 5 * 10^5$

$1 \leq m \leq 5 * 10^5$

$0 \leq \text{坐标值} \leq 10^7$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2163>

二维空间计数的模版题

CDQ分治-上

题目4

老C的任务

有 n 个基站，每个基站给定 x 、 y 、 v ，表示基站在 (x, y) 位置，功率为 v

接下来有 m 条查询，每条查询格式如下

查询 $a\ b\ c\ d$: 打印左上角 (a, b) 、右下角 (c, d) 的区域里基站的功率和

$1 \leq n, m \leq 10^5$

其余数值都在 int 类型的范围

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P3755>

二维空间计数的模版题

CDQ分治-上

题目5

摩基亚

给定数字 w ，表示一个 $w * w$ 的正方形区域，所有位置都在其中

接下来有 m 条操作，每种操作是如下两种类型中的一种

操作 1 $x\ y\ v$: 坐标 (x, y) 位置增加了 v 个人

操作 2 $a\ b\ c\ d$: 打印左上角 (a, b) 、右下角 (c, d) 区域里的人数

$1 \leq w \leq 2 * 10^6$

$1 \leq m \leq 2 * 10^5$

$0 \leq v \leq 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4390>

操作依次发生，对应每个事件有时序

大顺序根据时序组织，CDQ分治时按照 x 值排序，某个 y 值对应的 v ，用树状数组统计

注意不要让树状数组下标出现0！

CDQ分治-上

题目6

天使玩偶

规定 $(x1, y1)$ 和 $(x2, y2)$ 之间的距离 = $|x1 - x2| + |y1 - y2|$

一开始先给定 n 个点的位置，接下来有 m 条操作，每种操作是如下两种类型中的一种

操作 1 $x\ y$: 在 (x, y) 位置添加一个点

操作 2 $x\ y$: 打印已经添加的所有点中，到 (x, y) 位置最短距离的点有多远

$1 \leq n, m \leq 3 * 10^5$

$0 \leq x, y \leq 10^6$

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P4169>

树状数组维护前缀范围上的最大值，清空树状数组也要保证快速

表达式变成二维空间计数的问题，只关心左下方点到当前查询的最近距离

为了答案不漏算，所有事件依次变换到一、二、三、四象限，每次跑CDQ分治

注意不要让树状数组下标出现0！所以每个坐标值+1，也要让坐标最大值再+1