

# 线段树的合并与分裂-下

## 前置知识

讲解078、讲解079 - 树型dp      本节课题目1、题目2、题目3需要  
讲解099 - 逆元和费马小定理      本节课题目2需要  
讲解110 - 线段树基础  
讲解181 - 线段树的合并与分裂-上

## 上节课讲述

线段树合并的原理和经典题目

## 本节课讲述

线段树合并加速dp转移的技巧    题目1、题目2、题目3  
线段树的分裂                      题目4、题目5

# 线段树的合并与分裂-下

题目1

领导集团问题

一共有 $n$ 个节点，给定每个点的点权，所有节点组成一棵树

已知1号节点是整棵树的头，其他节点的父亲节点都会给出

如果你在树上选择了 $u$ 、 $v$ 两个节点，并且 $u$ 是 $v$ 的祖先节点的话

那么需要保证  $u$ 的点权  $\leq v$ 的点权，除此之外就没有别的限制了

打印你最多能在树上选择几个点

$1 \leq n \leq 2 * 10^5$

$1 \leq \text{点权} \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4577>

利用线段树合并 + 懒更新机制，加速dp的转移 + 合并时需要后缀最大值信息

# 线段树的合并与分裂-下

## 题目2

### 根节点的取值

一共有 $n$ 个节点，1号节点是整棵树的头，所有节点组成一棵树

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，如果节点 $x$ 是叶，那么 $arr[x]$ 表示点权，所有叶节点的点权都不同

如果节点 $x$ 不是叶，那么它最多有两个孩子，此时 $arr[x]$ 代表概率，节点 $x$ 按照以下规则取得点权

以 $arr[x]$ 的概率是所有儿子的点权最大值，以 $1 - arr[x]$ 的概率是所有儿子的点权最小值

表示概率时， $arr[x]$ 的范围是 $[1, 9999]$ ，表示概率  $0.0001 \sim 0.9999$

假设1号结点的权值有 $m$ 种可能性，第 $i$ 小的权值是 $v_i$ ，取得概率为 $D_i$

计算  $i = 1..m$  时，每一项  $(i * v_i * D_i * D_i)$  的累加和，答案对 998244353 取模

$1 \leq n \leq 3 * 10^5$     $1 \leq \text{叶节点权值} \leq 10^9$     $1 \leq \text{概率} \leq 9999$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5298>

概率利用10000的逆元转成整数的值 + 合并时需要前缀信息，也需要后缀信息

# 线段树的合并与分裂-下

题目3

命运

一共有 $n$ 个节点，给定 $n-1$ 条边，所有节点组成一棵树，规定1号节点是树头  
给定 $m$ 个点对，每个点对 $(x, y)$ ， $x$ 是 $y$ 的祖先节点，路径由从上到下的边组成  
树上的每条边都要涂上白色或者黑色，完全由你决定  
但是请保证每个点对的路径中，至少有一条黑色的边存在  
打印给树涂色的方法数，答案对 998244353 取模

$1 \leq n, m \leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P6773>

奇妙定义的神仙题

# 线段树的合并与分裂-下

题目4

线段树分裂

数字范围 $1 \sim n$ ，给定每种数字的个数，建立编号为1的可重集合，以后新集合的编号自增即可

接下来有 $m$ 条操作，每条操作是如下五种类型中的一种

操作 0  $x\ y\ z$  :  $x$ 号集合中，取出 $[y, z]$ 范围上的所有数字，生成新的集合

操作 1  $x\ y$  :  $x$ 号集合与 $y$ 号集合合并，以后 $y$ 编号的集合不会使用了

操作 2  $x\ y\ z$  :  $x$ 号集合中，加入 $y$ 个数字 $z$

操作 3  $x\ y\ z$  :  $x$ 号集合中，查询 $[y, z]$ 范围上的数字个数

操作 4  $x\ y$  :  $x$ 号集合中，查询第 $y$ 小的数字，不存在打印-1

$1 \leq \text{所有数据} \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5494>

空间池的设计 + split的过程，通过设置全局变量`tree1`、`tree2`，实现返回两棵树的头

# 线段树的合并与分裂-下

题目5

值全改的操作

给定一个长度为 $n$ 的数组 $arr$ ，接下来有 $q$ 条操作，格式如下

操作  $l\ r\ x\ y$  :  $arr[l..r]$ 范围上，所有数字 $x$ 改成数字 $y$

所有操作做完之后，从左到右打印 $arr$ 中的值

$1 \leq n, q \leq 2 * 10^5$

$1 \leq arr[i], x, y \leq 100$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/CF911G>

测试链接：<https://codeforces.com/problemset/problem/911/G>