

# 带权并查集的原理和扩展题目

前置知识

讲解056、讲解057 - 并查集

本节课讲述

带权并查集的原理和模版，题目1，题目2，题目3

带权并查集维护距离关系，题目4

带权并查集维护倍数关系，题目5

带权并查集维护种类关系，题目6

经典并查集解决分类问题，题目7、题目8

带权并查集维护异或关系，题目9

# 带权并查集的原理和扩展题目

带权并查集的原理，**一维数轴相对距离模型**

1, 点权代表当前节点到集合头节点的距离，并不保证实时正确，可以经过find过程修正正确

2, void union(l, r, v), l和r属于两个集合，并且l到r距离为v，合并两个集合

find(l)头为lf, find(r)头rf, find过程会修正dist[l]和dist[r]

father[lf] = rf

dist[lf] = dist[r] - dist[l] + v

3, int find(i), 寻找i所在集合的头，同时修正dist[i]的值

路径压缩之前i的父为t, 路径压缩之后, dist[i] += dist[t]

4, int query(l, r), 查询l和r之间的距离关系

find(l) == find(r), 才有距离关系, 距离 = dist[l] - dist[r]

**课上重点图解**

带权并查集的所有变化，都来自**一维数轴相对距离模型**

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目1

推导部分和，带权并查集模版题1

有 $n$ 个数字，下标 $1 \sim n$ ，但是并不知道每个数字是多少

先给出 $m$ 个数字段的累加和，再查询 $q$ 个数字段的累加和

给出数字段累加和的操作  $l \ r \ v$ ，代表 $l \sim r$ 范围上的数字，累加和为 $v$

查询数字段累加和的操作  $l \ r$ ，代表查询 $l \sim r$ 范围上的数字累加和

请根据 $m$ 个给定，完成 $q$ 个查询，如果某个查询无法给出答案，打印"UNKNOWN"

$1 \leq n, m, q \leq 10^5$

累加和不会超过long类型范围

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P8779>

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目2

狡猾的商人，带权并查集模版题2

有n个月的收入，下标1 ~ n，但是并不知道每个月收入是多少

操作 l r v，代表从第l个月到第r个月，总收入为v

一共给你m个操作，请判断给定的数据是自洽还是自相矛盾

自洽打印true，自相矛盾打印false

$1 \leq n \leq 100$        $1 \leq m \leq 1000$

总收入不会超过int类型范围

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2294>

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目3

错误答案数量，带权并查集模版题3

有 $n$ 个数字，下标 $1 \sim n$ ，但是并不知道每个数字是多少

操作  $l \ r \ v$ ，代表 $l \sim r$ 范围上累加和为 $v$

一共 $m$ 个操作，如果某个操作和之前的操作信息自相矛盾，认为当前操作是错误的，不进行这个操作

最后打印错误操作的数量

$1 \leq n \leq 200000$        $1 \leq m \leq 40000$

累加和不会超过`int`类型范围

测试链接：<https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3038>

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目4

### 银河英雄传说

一共有30000艘战舰，编号1~30000，一开始每艘战舰各自成一队

如果若干战舰变成一队，那么队伍里的所有战舰竖直地排成一列

实现如下两种操作，操作一共调用t次

M l r : 合并l号战舰所在队伍和r号战舰所在队伍

l号战舰的队伍，整体移动到，r号战舰所在队伍的最末尾战舰的后面

如果l号战舰和r号战舰已经是一队，不进行任何操作

C l r : 如果l号战舰和r号战舰不在一个队伍，打印-1

如果l号战舰和r号战舰在一个队伍，打印它俩中间隔着几艘战舰

$1 \leq t \leq 5 * 10^5$

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P1196>

带权并查集合并时，利用并查集的大小，主动设置距离

# 带权并查集的原理和扩展题目

题目5

除法求值

所有变量都用字符串表示，并且给定若干组等式

比如等式

$["ab", "ef"] = 8$ ，代表  $ab / ef = 8$

$["ct", "ef"] = 2$ ，代表  $ct / ef = 2$

所有等式都是正确的并且可以进行推断，给定所有等式之后，会给你若干条查询

比如查询， $["ab", "ct"]$ ，根据上面的等式推断， $ab / ct = 4$

如果某条查询中的变量，从来没在等式中出现过，认为答案是-1.0

如果某条查询的答案根本推断不出来，认为答案是-1.0

返回所有查询的答案

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/evaluate-division/>

带权并查集维护倍数关系

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目6

### 甄别食物链

一共有 $n$ 只动物，编号 $1 \sim n$ ，每只动物都是A、B、C中的一种，A吃B、B吃C、C吃A

一共有 $k$ 句话，希望你判断哪些话是假话，每句话是如下两类句子中的一类

1 X Y : 第X只动物和第Y只动物是同类

2 X Y : 第X只动物吃第Y只动物

当前的话与前面的某些真话冲突，视为假话

当前的话提到的X和Y，有任何一个大于 $n$ ，视为假话

当前的话如果关于吃，又有 $X=Y$ ，视为假话

返回 $k$ 句话中，假话的数量

$1 \leq n \leq 5 * 10^4$        $1 \leq k \leq 10^5$

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P2024>

带权并查集维护种类信息，%3的余数



# 带权并查集的原理和扩展题目

题目7

关押罪犯

一共有 $n$ 个犯人，编号 $1 \sim n$ ，一共有两个监狱，你可以决定每个犯人去哪个监狱

给定 $m$ 条记录，每条记录  $l \ r \ v$ ，表示 $l$ 号犯人和 $r$ 号犯人的仇恨值

每个监狱的暴力值 = 该监狱中仇恨最深的犯人之间的仇恨值

冲突值 =  $\max(\text{第一座监狱的暴力值}, \text{第二座监狱的暴力值})$

犯人的分配方案需要让这个冲突值最小，返回最小能是多少

$1 \leq n \leq 20000$        $1 \leq m \leq 100000$        $1 \leq \text{仇恨值} \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P1525>

经典并查集做分类处理

# 带权并查集的原理和扩展题目

题目8

团伙

注意洛谷关于本题的描述有问题，请按照如下的描述来理解题意

一共有 $n$ 个黑帮成员，编号 $1 \sim n$ ，发现了 $m$ 条事实，每条事实一定属于如下两种类型中的一种

F  $l$   $r$  :  $l$ 号成员和 $r$ 号成员是朋友

E  $l$   $r$  :  $l$ 号成员和 $r$ 号成员是敌人

黑帮遵守如下的约定，敌人的敌人一定是朋友，是朋友必然来自同一黑帮，是敌人一定不是同一黑帮

如果根据事实无法推断出一个成员有哪些朋友，那么该成员自己是一个黑帮

输入数据不存在矛盾，也就是任何两人不会推出既是朋友又是敌人的结论

遵守上面的约定，根据 $m$ 条事实，计算黑帮有多少个

$1 \leq n \leq 1000$        $1 \leq m \leq 5000$

测试链接 : <https://www.luogu.com.cn/problem/P1892>

经典并查集做分类处理

# 带权并查集的原理和扩展题目

## 题目9

### 异或关系

一共 $n$ 个数，编号 $0 \sim n-1$ ，实现如下三种类型的操作，一共调用 $m$ 次

I x v : 声明 第 $x$ 个数 =  $v$

I x y v : 声明 第 $x$ 个数  $\wedge$  第 $y$ 个数 =  $v$

Q k a1 .. ak : 查询 一共 $k$ 个数，编号为 $a1 \dots ak$ ，这些数字异或起来的值是多少

对每个Q的操作打印答案，如果根据之前的声明无法推出答案，打印"I don't know."

如果处理到第 $s$ 条声明，发现了矛盾，打印"The first  $s$  facts are conflicting."

注意只有声明操作出现， $s$ 才会增加，查询操作不占用声明操作的计数

发现矛盾之后，所有的操作都不再处理，更多的细节可以打开测试链接查看题目

$1 \leq n \leq 20000$        $1 \leq m \leq 40000$        $1 \leq k \leq 15$

测试链接 : <https://acm.hdu.edu.cn/showproblem.php?pid=3234>

带权并查集维护异或关系 + 虚点的设计 + 求解异或和逻辑整理