

块状数组、块状链表

分块专题的安排

专题1：块状数组、块状链表，讲解172，本节

专题2：分块的几道好题、树上分块，讲解173

专题3：双层分块、分块结合并查集，讲解174

专题4：根号分治，讲解175

分块专题结束后，开始讲述莫队专题

块状数组、块状链表

前置知识

讲解108 - 树状数组 讲解110 - 线段树 讲解152 - FHQ Treap
讲解153 - Splay树 讲解157 - 主席树 讲解159 - 可持久化前缀树
讲解160 - 树套树

理解分块其实不需要前置知识，但分块和这些结构进行比较学习非常重要

本节课讲述

分块的原理和适用场景

块状数组的原理和模版题目 题目1、题目2

块状数组的经典题目 题目3、题目4、题目5

块状链表的原理和模版题目 题目6

块状数组、块状链表

分块的原理

- 1, 假设数据规模为 n , 让划分出来的块内大小和块的数量几乎相同, 比如都是 \sqrt{n} 规模
- 2, 分块结构维护信息时, 块内的信息暴力维护, 整块的信息修改标签即可
- 3, 处理区间修改或者区间查询时, 最多处理左散块 + 右散块 + 中间若干整块即可
- 4, 块内遍历时间复杂度 $O(\sqrt{n})$, 块间遍历时间复杂度 $O(\sqrt{n})$

分块的适用场景

- 1, 区间不可合并的信息, 线段树等结构难维护, 分块往往容易, 因为块内信息是暴力维护的
- 2, 数据量允许的情况下, 分块优于暴力, 又比高级结构的实现更容易分析
- 3, 分块维护信息很容易, 会衍生出很多强大变体, 专题后续的课大量涉及
- 4, 正式比赛中很少出现以分块作为最优解的题目, 分块优势是好想、好写、常数小
- 5, 题目思维难度较大时, 如果分块的做法已经很难, 那么更优结构的做法只会更难
- 6, 分块的地位, 非必需但收益高

块状数组、块状链表

题目1

Give Away

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，每条操作是如下两种类型中的一种

操作 0 $a\ b\ c$: 打印 $arr[a..b]$ 范围上 $\geq c$ 的数字个数

操作 1 $a\ b$: 把 $arr[a]$ 的值改成 b

$1 \leq n \leq 5 * 10^5$

$1 \leq m \leq 10^5$

$1 \leq \text{数组中的值} \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/SP18185>

测试链接：<https://www.spoj.com/problems/GIVEAWAY>

时间复杂度 $O(m * \sqrt{n} * \log \sqrt{n})$ ，相当极限，但是分块常数小，可以通过

块状数组、块状链表

题目2

教主的魔法

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，每条操作是如下两种类型中的一种

操作 A l r v : 打印 $arr[l..r]$ 范围上 $\geq v$ 的数字个数

操作 M l r v : 把 $arr[l..r]$ 范围上每个值都加上 v

$1 \leq n \leq 10^6$

$1 \leq m \leq 3000$

$1 \leq \text{数组中的值} \leq 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P2801>

时间复杂度 $O(m * \sqrt{n} * \log \sqrt{n})$ ，可以通过

块状数组、块状链表

题目3

蒲公英

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，每条操作格式如下
操作 $l\ r$: 打印 $arr[l..r]$ 范围上的众数，如果有多个众数，打印值最小的

$1 \leq n \leq 4 * 10^4$

$1 \leq m \leq 5 * 10^4$

$1 \leq \text{数组中的值} \leq 10^9$

题目要求强制在线，具体规则可以打开测试链接查看

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4168>

$freq[i][j]$ 表示前 i 块中 j 出现的次数

$mode[i][j]$ 表示从 i 块到 j 块中的众数

讨论左右散块中的数字，能否成为众数

块状数组、块状链表

题目4

空间少求众数的次数

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，每条操作格式如下

操作 $l\ r$: 打印 $arr[l..r]$ 范围上，众数到底出现了几次

$1 \leq \text{所有数据} \leq 5 * 10^5$

内存空间只有64MB，题目要求强制在线，具体规则可以打开测试链接查看

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P5048>

神仙题

$freq[i][j]$ 表示前 i 块中 j 出现的次数，这个结构不能用了，因为空间不允许

$sortList$ 用来收集同一种数的下标列表

$listIdx[i] = j$ ，表示 $arr[i]$ 这个元素在 $sortList$ 里的 j 位置

$modeCnt[i][j]$ 表示从 i 块到 j 块中众数的出现次数

讨论左右散块中的数字，能否让众数的次数变得更大

块状数组、块状链表

题目5

作诗

给定一个长度为 n 的数组 arr ，接下来有 m 条操作，每条操作格式如下

操作 $l\ r$: 打印 $arr[l..r]$ 范围上，有多少个数出现正偶数次

$1 \leq \text{所有数据} \leq 10^5$

题目要求强制在线，具体规则可以打开测试链接查看

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4135>

$freq[i][j]$ 表示前 i 块中 j 出现的次数

$even[i][j]$ 表示从第 i 块到第 j 块，有多少个数出现正偶数次

讨论左右散块中的数字，如何更新 出现正偶数次的数的个数

块状数组、块状链表

块状链表的原理和实现

- 1, 概念上, 每一块都是数组, 块之间连接起来, 根据具体需求, 选择 单链表 或者 双链表
- 2, 实现上, 不用动态链表实现, 利用pool数组进行块编号的分配和回收, 纯粹静态数组的方式
- 3, 保证 块内容量 和 块的数量 同等规模, 块内容量 $2 * \sqrt{n}$, 块的内容大小不能超过这个容量
- 4, 插入时, 先分裂成左右两块, 然后在中间插入若干新块, 填写上内容
- 5, 删除时, 最左块分裂, 最右块分裂, 左右两块该删的内容 + 中间若干块的内容 都删掉
- 6, 插入或者删除后, 遍历检查相邻块的内容大小, 如果 内容大小的累加和 \leq 块内容量, 就合并

区间增删、区间移动的题目, 最优解大概率是其他结构, 这些结构学习门槛往往较高

因为存在类似链表调整的逻辑, 块状链表也未必好写, 但是绝对好想

块状数组、块状链表

题目6

文本编辑器

一开始文本为空，光标在文本开头，也就是1位置，请实现如下6种操作

Move k : 将光标移动到第k个字符之后，操作保证光标不会到非法位置

Insert n s : 在光标处插入长度为n的字符串s，光标位置不变

Delete n : 删除光标后的n个字符，光标位置不变，操作保证有足够字符

Get n : 输出光标后的n个字符，光标位置不变，操作保证有足够字符

Prev : 光标前移一个字符，操作保证光标不会到非法位置

Next : 光标后移一个字符，操作保证光标不会到非法位置

Insert操作时，字符串s中ASCII码在[32,126]范围上的字符一定有n个，其他字符请过滤掉

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4008>

这道题就是，讲解152 - FHQ Treap，题目3，本节课用块状链表再实现一次