

回滚莫队、树上莫队

莫队专题的安排

专题1：普通莫队、带修莫队，讲解176

专题2：回滚莫队、树上莫队，讲解177，本节

专题3：莫队二次离线，讲解178

专题4：莫队综合应用，讲解179

莫队算法，解决批量的、可离线的区间查询问题，适用性广泛

莫涛提出了普通莫队算法，然后经过众多Acmer的集体改造，有了多种扩展

回滚莫队、树上莫队

前置知识

- 讲解176 - 普通莫队 本节课所有内容都需要
- 讲解118 - 树上倍增和LCA、树上dfs递归改迭代 本节课讲解树上莫队需要
- 讲解161 - 树链剖分中的重链剖分 本节课讲解树上莫队需要
- 讲解176 - 带修莫队 本节课题目8需要

本节课讲述

只增回滚莫队和经典题目 题目1、题目2、题目3、题目4

只删回滚莫队和经典题目 题目5、题目6

树上莫队和经典题目 题目7、题目8

回滚莫队、树上莫队

只增回滚莫队的特征

窗口的左右两侧，如果自由增删数字，答案不容易更新，如果只有增加操作，答案容易更新

只增回滚莫队的过程，时间复杂度 $O(n * \sqrt{n})$ ，课上重点图解

- 1, 区间查询任务(jobl, jobr), 先根据jobl所在块号从小到大, 再根据jobr的数值从小到大排序
- 2, 任务根据jobl所在的块进行分组, 假设来到某组, 清空所有区间信息、答案信息
- 3, 假设jobl所在块的右边界为br, 那么一组里的所有任务分为两类
- 4, 先出现的 jobr \leq br 的任务, 暴力的去遍历jobl..jobr, 得到答案即可
- 5, 后出现的 jobr > br 的任务, 建立初始空窗口 winl = br + 1, winr = br
 - a) 同一组的所有任务, jobr是不下降的, 假设来到任务(jobl, jobr)
 - b) 先让winr到达jobr, 增加数字了, 区间信息和答案都更新, 答案备份为backup
 - c) 再让winl到达jobl, 增加数字了, 区间信息和答案都更新, 记录此时任务的答案
 - d) 最后让winl回到br + 1, 删除数字了, 只更新区间信息, 答案依靠backup完成回滚
- 6, 继续完成下一组任务, 重复步骤2

回滚莫队、树上莫队

题目1

只增回滚莫队入门题

给定一个长度为 n 的数组 arr ，下面定义重要度的概念

如果一段范围上，数字 x 出现 c 次，那么这个数字的重要度为 $x * c$

范围上的最大重要度，就是该范围上，每种数字的重要度，取最大值

一共有 m 条查询，格式 $l\ r$ ：打印 $arr[l..r]$ 范围上的最大重要度

$1 \leq n, m \leq 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：https://www.luogu.com.cn/problem/AT_joisc2014_c

测试链接：https://atcoder.jp/contests/joisc2014/tasks/joisc2014_c

回滚莫队、树上莫队

题目2

达到阈值的最小众数

给定一个长度为 n 的数组 arr ，一共有 m 条查询，格式如下

查询 $l\ r\ k$: $arr[l..r]$ 范围上，如果所有数字的出现次数 $< k$ ，打印-1

如果有些数字的出现次数 $\geq k$ ，打印其中的最小众数

$1 \leq n \leq 10^4$

$1 \leq m \leq 5 * 10^4$

$1 \leq arr[i] \leq 10^9$

测试链接：<https://leetcode.cn/problems/threshold-majority-queries/>

回滚莫队、树上莫队

题目3

相同数的最远距离

给定一个长度为 n 的数组 arr ，一共有 m 条查询，格式如下

查询 $l\ r$: 打印 $arr[l..r]$ 范围上，相同的数的最远间隔距离

序列中两个元素的间隔距离指的是两个元素下标差的绝对值

$1 \leq n, m \leq 2 * 10^5$

$1 \leq arr[i] \leq 2 * 10^9$

测试链接: <https://www.luogu.com.cn/problem/P5906>

窗口从右侧扩、窗口从左侧扩，定制不同的更新答案的逻辑

窗口左边界向右缩窗口，考虑好`mostRight`的清空

回滚莫队、树上莫队

题目4

累加和为0的最长子数组

给定一个长度为n的数组arr，其中只有1和-1两种值

一共有m条查询，格式 l r：打印arr[l..r]范围上，累加和为0的最长子数组长度

$1 \leq n$ 、 $m \leq 5 * 10^4$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/SP20644>

测试链接：<https://www.spoj.com/problems/ZQUERY/>

前缀和的转化 + 复用题目3的逻辑

回滚莫队、树上莫队

只删回滚莫队的特征

窗口的左右两侧，如果自由增删数字，答案不容易更新，如果只有删除操作，答案容易更新

只删回滚莫队的过程，时间复杂度 $O(n * \sqrt{n})$ ，课上重点图解

- 1, 区间查询任务(jobl, jobr), 先根据jobl所在块号从小到大, 再根据jobr的数值从大到小排序
- 2, 建立初始窗口 winl = 1, winr = n, 以后每到一组, winl会向右移动, winr始终是n
- 3, 任务根据jobl所在的块进行分组, 假设来到某组, 假设jobl所在块的左边界为bl
- 4, 让窗口winl到达bl, 删除数字了, 更新区间信息、答案信息, 答案信息记为beforeJob
 - a) 同一组的所有任务, jobr是不上升的, 假设来到任务(jobl, jobr)
 - b) 先让winr到达jobr, 删除数字了, 区间信息和答案都更新, 答案备份为backup
 - c) 再让winl到达jobl, 删除数字了, 区间信息和答案都更新, 记录此时任务的答案
 - d) 最后让winl回到bl, 增加数字了, 只更新区间信息, 答案依靠backup完成回滚
- 5, 一组任务完成时, 让winr回到n, 增加数字了, 只更新区间信息, 答案依靠beforeJob完成回滚
- 6, 继续完成下一组任务, 重复步骤3

回滚莫队、树上莫队

题目5

只删回滚莫队入门题

本题最优解为主席树，讲解158，题目2，已经讲述

给定一个长度为n的数组arr，一共有m条查询，格式如下

查询 l r : 打印arr[l..r]内没有出现过的最小自然数，注意0是自然数

$0 \leq n, m, \text{arr}[i] \leq 2 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4137>

回滚莫队、树上莫队

题目6

秃子酋长

给定一个长度为 n 的数组 arr ，一共有 m 条查询，格式如下

查询 $l\ r$: 打印 $arr[l..r]$ 范围上，如果所有数排序后，
相邻的数在原序列中的位置的差的绝对值之和

注意 arr 很特殊， $1\sim n$ 这些数字在 arr 中都只出现1次

$1 \leq n$ 、 $m \leq 5 * 10^5$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P8078>

本题特点

如果窗口左右自由增删数字，答案的更新是比较方便的，但是对有序双链表的更新不方便

如果窗口加数字的顺序，就是删数字顺序的回滚，会发现答案和有序双链表的更新都方便

只删回滚莫队正好就是，加数字的顺序，就是删数字顺序的回滚

回滚莫队、树上莫队

树上莫队

- 1, 某些路径信息, 树链剖分 + 线段树等结构无法方便维护, 可以考虑树上莫队
- 2, 生成树的括号序, 记为 seg , 注意不是欧拉序
- 3, 任意节点 x , 都在 seg 中出现两次, 假设位置为 $st[x]$ 、 $ed[x]$
- 4, 节点 u 到节点 v 的路径, 不妨设 $st[u] < st[v]$, 找到最低公共祖先 lca
 - a) 如果 u 或者 v 是 lca , 那么路径转化为, $seg[st[u] .. st[v]]$
 - b) 如果 u 或者 v 不是 lca , 那么路径转化为: $seg[ed[u] .. st[v]] + lca$ 节点
 - c) 某个节点在转化后的序列中, 出现1次认为生效, 出现2次认为无效
- 5, 每条路径都可以转化成括号序列中的连续一段, 然后利用各种莫队算法求解

课上重点图解, 树上节点的括号序, 路径转化的逻辑

回滚莫队、树上莫队

题目7

树上莫队入门题

一共有 n 个节点，每个节点给定颜色值，给定 $n-1$ 条边，所有节点连成一棵树

一共有 m 条查询，格式 $u\ v$: 打印点 u 到点 v 的简单路径上，有几种不同的颜色

$1 \leq n \leq 4 * 10^4$

$1 \leq m \leq 10^5$

$1 \leq \text{颜色值} \leq 2 * 10^9$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/SP10707>

测试链接：<https://www.spoj.com/problems/COT2/>

回滚莫队、树上莫队

题目8

糖果公园

一共有 n 个公园，给定 $n-1$ 条边，所有公园连成一棵树， $c[i]$ 为 i 号公园的糖果型号

一共有 m 种糖果， $v[y]$ 表示 y 号糖果的美味指数，给定长度为 n 的数组 w ，用于计算愉悦值

假设游客当前遇到了 y 号糖果，并且是第 x 次遇到，那么愉悦值会增加 $v[y] * w[x]$

随着游客遇到各种各样的糖果，愉悦值会不断上升，接下来有 q 条操作，操作类型如下

操作 0 x y : 第 x 号公园的糖果型号改成 y

操作 1 x y : 游客从点 x 出发走过简单路径到达 y ，依次遇到每个公园的糖果，打印最终的愉悦值

$1 \leq n, m, q \leq 10^5$

$1 \leq v[i], w[i] \leq 10^6$

测试链接：<https://www.luogu.com.cn/problem/P4074>

树上带修莫队