

高三数学限时训练 45——数列求和 2

学号：_____ 姓名：_____

一、单选题

- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1=1$ ， $a_{n+1}+a_n=2n+1(n \in \mathbb{N}_+)$ ，则数列 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 的前 2020 项的和为 ()
 A. $\frac{2020}{2021}$ B. $\frac{4040}{2021}$ C. $\frac{4039}{2020}$ D. $\frac{4041}{2022}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n=n^2$ ，记数列 $\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和为 T_n ， $n \in \mathbb{N}^*$. 则使得 T_{20} 的值为 ()
 A. $\frac{19}{39}$ B. $\frac{20}{41}$ C. $\frac{38}{39}$ D. $\frac{40}{41}$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$ ， $a_2=3$ 且 $a_{n+2}-a_n=1+(-1)^n, n \in \mathbb{N}^*$ ，则该数列的前 9 项之和为 ()
 A. 32 B. 43 C. 34 D. 35
- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{4}{3}$ ， $a_{n+1}-1=a_n^2-a_n(n \in \mathbb{N}^*)$ ，数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 ()
 A. $1 < S_{2021} < 2$ B. $2 < S_{2021} < 3$ C. $3 < S_{2021} < 4$ D. $4 < S_{2021} < 5$
- 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $2a_n-a_{n-1}=3 \cdot 2^{n-1}(n \geq 2)$ ，且 $3a_1=2a_2$. 记 T_n 为数列 $\{\frac{1}{a_n+S_n}\}$ 的前 n 项和，若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ， $T_n < m$ ，则 m 的最小值为 ()
 A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$
- 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1=1$ ， $a_n(S_{n+1}-S_n)=\frac{1}{2^n}$ ，则 $S_{2021}=()$
 A. $3+\frac{1}{2^{1009}}$ B. $3-\frac{1}{2^{1009}}$ C. $3+\frac{1}{2^{1010}}$ D. $3-\frac{1}{2^{1010}}$
- 数列 $\{a_n\}$ 是正项等比数列，满足 $a_n a_{n+1}=4^n$ ，则数列 $\{\frac{1}{\log_2 a_n \cdot \log_2 a_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 $T_n=()$
 A. $\frac{4n}{2n+1}$ B. $\frac{4n}{2n-1}$ C. $\frac{n}{2n+1}$ D. $\frac{n}{2n-1}$
- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$ ，且 $a_{n+1}=a_1+a_n+n(n \in \mathbb{N}^*)$ ，则 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_{2017}}=()$
 A. $\frac{2017}{1009}$ B. $\frac{4032}{2017}$ C. $\frac{4028}{2015}$ D. $\frac{2015}{1008}$
- 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_5=16$ ， $a_4-a_3=4$ ，若 $b_n=na_n$ ， S_n 是数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ，不等式 $S_n-mb_n \leq 1$ 恒成立，则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $[4, +\infty)$ B. $[3, +\infty)$ C. $[2, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

10. 设 $[x]$ 为不超过 x 的最大整数, a_n 为 $[x[x]]$ ($x \in [0, n)$) 可能取到所有值的个数, S_n 是数列 $\left\{ \frac{1}{a_n + 2n} \right\}$ 前 n 项的和,

则下列结论正确个数的有 ()

- (1) $a_3 = 4$ (2) 190 是数列 $\{a_n\}$ 中的项 (3) $S_{10} = \frac{5}{6}$ (4) 当 $n = 7$ 时, $\frac{a_n + 2}{n}$ 取最小值

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = a_n^2 + a_n + 1$, 若 $S_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$, 对任意的 $n \in N^*$, $S_n < M$ 恒成立, 则 M 的最小值为 ().

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{26}{9}$ C. $\frac{26}{27}$ D. 3

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_n = \frac{1}{n^{p+1}(n^p + 1)}$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 当 $p = -1$ 时, 则 $S_{2019} < \pi$ B. 当 $p = 0$ 时, 则 $S_{2019} > \pi$
C. 当 $p = \frac{1}{2}$ 时, 则 $S_{2019} > 1$ D. 当 $p = 1$ 时, 则 $S_{2019} > 1$

二、填空题

13. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_n^2 - (a_{n-1} + 2)a_n - a_{n-1} - 3 = 0$ ($n \geq 2, n \in N^+$), 则 $\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \dots + \frac{1}{a_{2000} a_{2021}} =$ _____.

14. 设 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, 则 $f\left(\frac{1}{2020}\right) + f\left(\frac{2}{2020}\right) + f\left(\frac{3}{2020}\right) + \dots + f\left(\frac{2019}{2020}\right) =$ _____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 1, S_4 = -1$, 且 $a_{n+3} = 2a_n$ ($n \in N^*$), 则 $S_{2017} =$ _____.

16. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2S_n = a_n^2 + a_n$. 若 $b_n = (-1)^n \frac{2n+1}{2S_n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 2021 项和为 _____.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, $a_1 = 3$, $\frac{a_{n+1}^2}{a_n} = 6a_n + a_{n+1}$ ($n \in N^*$), $b_n = \frac{2a_n}{(a_n + 1)(a_{n+1} + 1)}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\lambda < S_n < \mu$ 对任意正整数 n 都成立, 则 $\lambda - \mu$ 的取值范围是 _____.

18. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 满足 $S_1 = 1$, $S_{n+1} = \frac{n}{n+2} S_n$, 其中 $n \in N^*$, 数列 $\{S_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则 $T_{20} =$ _____.