

高三数学限时训练 36——等差数列与等比数列性质 1

学号：_____ 姓名：_____

一、单选题

- 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 2a_2 + 4a_3 + \cdots + 2^{n-1}a_n = \frac{n}{4}$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 为 ()

A. $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^{n-1}}\right)$

B. $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

C. $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$

D. $1 - \frac{1}{2^n}$
- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 且 $3(a_2 + a_6) + 2(a_6 + a_{10} + a_{14}) = 24$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的前 13 项之和为 ()

A. 26

B. 39

C. 104

D. 52
- 已知公比不等于 1 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项乘积为 T_n ，若 $a_2 a_8^2 = a_6^2$ ，则 ()

A. $T_5 = T_7$

B. $T_3 = T_6$

C. $T_4 = T_7$

D. $T_3 = T_9$
- 设数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n ， T_n ，已知数列 $\{b_n\}$ 的等差数列，且 $b_n = \frac{a_n + n^2}{a_n}$ ， $a_3 = 3$ ， $b_4 + b_5 = 11$ ，则 $S_n + T_n =$ ()

A. $n^2 - 2n$

B. $2n^2 - n$

C. $2n^2 + n$

D. $n^2 + 2n$
- 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $a_1 + a_2 = 2$ ， $a_{n+1} = S_n + 1$ ，则 ()

A. 数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的等比数列

B. $S_6 = 48$

C. $\frac{a_n}{S_n}$ 既无最大值也无最小值

D. $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n} < \frac{10}{3}$
- 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = 2a_n + 1$ ， $a_1 = 1$ ， $b_n = \lambda a_n - n^2 + 4n$ ，若数列 $\{b_n\}$ 为单调递增数列，则 λ 的取值范围为 ()

A. $\lambda > \frac{1}{8}$

B. $\lambda > \frac{1}{4}$

C. $\lambda > \frac{3}{8}$

D. $\lambda > \frac{1}{2}$
- 已知正项数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 = 1$ ， $a_2 = \sqrt{2}$ ， $a_{n+2} = \sqrt{\frac{a_{n+1}^3}{a_n} + a_{n+1}}$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，则使不等式 $a_{n+1}^2 < a_n(\sqrt{2})^n$ 成立的最小整数 n 为 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -1$ ， $a_2 = \frac{1}{2}$ ， $2^{a_n} - 2^{a_{n+1}} = (2^{a_n} - 1)(2^{a_{n+1}} - 1)$ ， $n \geq 2$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，记数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ，则 ()

A. $7 < S_{2021} < 8$

B. $8 < S_{2021} < 9$

C. $9 < S_{2021} < 10$

D. $10 < S_{2021} < 11$

二、多选题

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差 $d \neq 0$, $S_{11} = 110$, a_7 是 a_3 与 a_9 的等比中项, 则下列选项正确的是()

A. $a_{12} = a_3 + a_9 = 20$

B. $d = -2$

C. S_n 有最大值

D. 当 $S_n > 0$ 时, n 的最大值为 21

10. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公差为 d , $(S_7 - S_4)(S_8 - S_4) < 0$, 则下列结论正确的是()

A. 若 $d < 0$, 则 $S_{12} < 0$

B. 若 $d > 0$, 则 S_5 最小

C. $|a_6| > |a_7|$

D. $a_6^2 > a_5 a_8$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} - (n+1)a_n = 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, 其前 n 项和为 S_n , 则下列选项中正确的是()

A. 数列 $\{a_n\}$ 是公差为 2 的等差数列

B. 满足 $S_n < 100$ 的 n 的最大值是 9

C. S_n 除以 4 的余数只能为 0 或 1

D. $2S_n = na_n$

12. 等差数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 与 T_n , 且 $\frac{S_{2n}}{T_n} = \frac{8n}{3n+5}$, 则()

A. $a_3 + a_8 = 2b_3$

B. 当 $S_n = 2n^2$ 时, $b_n = 6n + 2$

C. $\frac{a_4 + a_{11}}{b_4} < 2$

D. $\forall x \in \mathbb{N}^*, T_n > 0$

三、填空题

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 其前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n^2 = 2a_n \cdot S_n - 1$, 则满足 $a_n \geq \frac{1}{10}$ 的最大的正整数 n 等于_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 满足 $a_{n+1} - a_n = (-\frac{1}{2})^n (n \in \mathbb{N}^+)$, 则 $a_{2018} =$ _____.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = \frac{5}{2}$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n^2 - a_n + 2 (n \in \mathbb{N}^*)$, 若取整函数 $[x]$ 表示不小于 x 的最小整数(例如: $[1.2] = 2$, $[3] = 3$), 设 $b_n = \frac{a_n + 1}{a_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则 $[T_{2021}] =$ _____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $n(a_{n+1} - a_n) = a_n + 1$, $n \in \mathbb{N}^*$, 若对任意的正整数 n , 存在 $t \in [1, 3]$, 使不等式 $\frac{a_{n+1}}{n+1} \geq 2at - 1$ 成立, 则整数 a 的最大值为_____.

17. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 - \frac{1}{2}a_1 < a_3 - \frac{1}{2}a_2 < L < a_n - \frac{1}{2}a_{n-1} < L$, 则称数列 $\{a_n\}$ 为“差半递增”数列. 若数列 $\{a_n\}$ 为“差半递增”数列, 且其通项 a_n 与前 n 项和 S_n 满足 $S_n = 2a_n + 2t - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则实数 t 的取值范围是_____.

18. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 前 n 项和为 S_n . 若 $q > 1$, $a_m + a_{m+2} = \frac{5}{2}a_{m+1}$, 且 $S_{2m} = 9S_m$, $m \in \mathbb{N}^*$, 则 m 的值为_____.