

# 高三数学限时训练 9——二次函数与幂函数

学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{m^2 + 2m - 5}$  是幂函数, 对任意的  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 且  $x_1 \neq x_2$ , 满足  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$ , 若  $a, b \in \mathbb{R}$ , 且  $a + b > 0$ , 则  $f(a) + f(b)$  的值( )

- A. 恒大于 0      B. 恒小于 0      C. 等于 0      D. 无法判断

2. 已知函数  $f(x) = 3^x + x$ ,  $g(x) = \log_3 x + x$ ,  $h(x) = x^3 + x$  的零点分别为  $a, b, c$ , 则  $a, b, c$  的大小顺序为( )

- A.  $a > b > c$       B.  $b > c > a$       C.  $c > a > b$       D.  $b > a > c$

3. 已知函数  $y = -ax^a + b - 1$  是幂函数, 直线  $mx - ny + 2 = 0 (m > 0, n > 0)$  过点  $(a, b)$ , 则  $\frac{n+1}{m+1}$  的取值范围是( )

- A.  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (3, +\infty)$       B.  $(1, 3)$       C.  $[\frac{1}{3}, 3]$       D.  $(\frac{1}{3}, 3)$

4. 已知函数  $f(x) = x^{2-m}$  是定义在区间  $[-3-m, m^2-m]$  上的奇函数, 则( )

- A.  $f(m) < f(1)$       B.  $f(m) > f(1)$       C.  $f(m) = f(1)$       D.  $f(m)$  与  $f(1)$  大小不能确定

5. 对于幂函数  $f(x) = x^{\frac{4}{5}}$ , 若  $0 < x_1 < x_2$ , 则  $f(\frac{x_1+x_2}{2})$ ,  $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$  的大小关系是( )

- A.  $f(\frac{x_1+x_2}{2}) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$       B.  $f(\frac{x_1+x_2}{2}) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$       C.  $f(\frac{x_1+x_2}{2}) = \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$       D. 无法确定

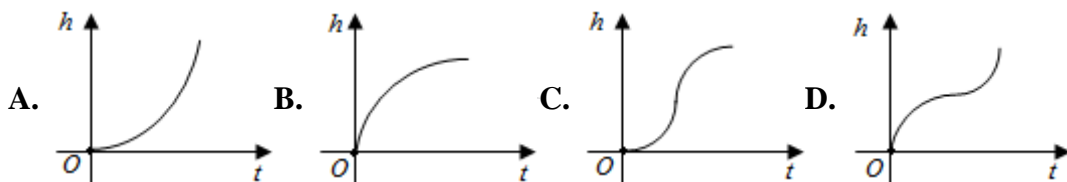
6. 若幂函数  $f(x)$  的图象过点  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$ , 则函数  $g(x) = \frac{f(x)}{e^x}$  的递增区间为( )

- A.  $(0, 2)$       B.  $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$       C.  $(-2, 0)$       D.  $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

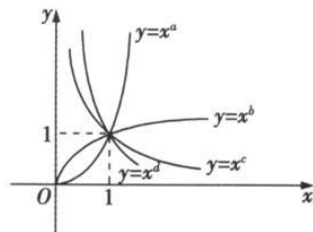
7. 已知幂函数  $f(x) = (n^2 + 2n - 2)x^{n^2 - 3n} (n \in \mathbb{Z})$  的图象关于  $y$  轴对称, 且在  $(0, +\infty)$  上单调递减, 则  $n$  的值为( )

- A. -3      B. 1      C. 2      D. 1 或 2

8. 现向一个倒放的圆锥容器中匀速注水, 容器中水面的高度  $h$  随时间  $t$  变化的可能图象是( )



9. 若四个幂函数  $y = x^a$ ,  $y = x^b$ ,  $y = x^c$ ,  $y = x^d$  在同一平面直角坐标系中的图象如图所示, 则  $a, b, c, d$  的大小关系是( )



A.  $d > c > b > a$       B.  $a > b > c > d$       C.  $d > c > a > b$       D.  $a > b > d > c$

10. 已知  $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$ , 若  $0 < a < b < 1$ , 则下列各式正确的是( )

A.  $f(a) < f(b) < f\left(\frac{1}{a}\right) < f\left(\frac{1}{b}\right)$       B.  $f\left(\frac{1}{a}\right) < f\left(\frac{1}{b}\right) < f(b) < f(a)$   
C.  $f(a) < f(b) < f\left(\frac{1}{b}\right) < f\left(\frac{1}{a}\right)$       D.  $f\left(\frac{1}{a}\right) < f(a) < f\left(\frac{1}{b}\right) < f(b)$

## 二、填空题

11. 已知幂函数  $f(x) = x^{2m^2+m-3}$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ) 是奇函数, 且  $f(5) < 1$ , 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 若对任意的  $x \in [a, a+2]$ , 均有  $(3x+a)^3 \leq 8x^3$ , 则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 如果定义在区间  $D$  上的函数  $f(x)$  同时满足:

i. 对于任意  $x \in D$ , 均有  $f(-x) + f(x) = 0$ ;

ii. 对于任意  $x_1, x_2 \in D$  且  $x_1 \neq x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2} > 0$ , 则称函数  $f(x)$  为“满意函数”.

则下列四个函数中: ①  $f(x) = x^2$ ; ②  $f(x) = -\frac{2}{x}$ ; ③  $f(x) = x^3 + x$ ; ④  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ -x^2, & x < 0 \end{cases}$ .

称为“满意函数”的有\_\_\_\_\_ (填序号).

14. 已知幂函数  $f(x) = x^{m-3}$  ( $m \in \mathbb{N}^*$ ) 的图象关于  $y$  轴对称, 且  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上是减函数, 则满足  $f(a+1-\frac{m}{3}) < f(3-2a-\frac{m}{3})$  的实数  $a$  的取值范围\_\_\_\_\_.

15. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - 2m - 2)x^{m^2-4m+2}$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减. 若函数  $g(x) = (2a-1)x - \frac{a}{f(x)} + 1$  在  $[-1, 2]$  上的值域为  $[-4, 11]$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_

16. 已知幂函数  $f(x) = (m^2 - m - 1)x^{3m-3}$  是奇函数. 若  $f(3^t) + f(2^t - 3^{t+1}) < 0$ , 则实数  $t$  的取值范围是\_\_\_\_\_.