湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023-17

高三数学限时训练 47——数列求和 4

学号：________姓名：____________

一、单选题

1． 已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=1,a_n=3a_{n-1}+4(n\in N^*,n\geq 2)$，求数列$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$为（　　）

A．$S_n=\dfrac{3^{n+1}-2n-3}{2}$　　B．$S_n=\dfrac{3^{n+1}+2n-3}{2}$

C．$S_n=\dfrac{3^{n+1}-4n-3}{2}$　　D．$S_n=\dfrac{3^{n+1}-3}{2}$

2． 等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$q=2$，数列$b_n=\dfrac{a_n}{(a_{n+1}-1)(a_n-1)}$，$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，则$T_{10}$的值为（　　）

A．$\dfrac{4094}{4095}$　　B．$\dfrac{2046}{2047}$　　C．$\dfrac{1022}{1023}$　　D．$\dfrac{510}{511}$

3． 已知函数$f(x)=\dfrac{4^x}{4^x+2}$，数列$\{a_n\}$满足$a_n=f\left(\dfrac{n}{2020}\right)$，则数列$\{a_n\}$的前 **2019** 项和为（　　）

A．$\dfrac{2019}{2}$　　B．**1010**　　C．$\dfrac{2021}{2}$　　D．**1011**

4． 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，前n项积为T_n，且$a_1=\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{S_{n+1}}{S_n}=\dfrac{2^{n+1}-1}{2^{n+1}-2}$．若$b_n=-\log_2 T_n$，则数列$\left\{\dfrac{1}{b_n}\right\}$的前$n$项和$A_n$为（　　）

A．$\dfrac{2n}{n+1}$　　B．$\dfrac{n}{n+2}$　　C．$\dfrac{n+1}{2^n}$　　D．$\dfrac{3}{2^{n+1}}$

5． 数列$\{b_n\}$满足$b_{n+1}=\dfrac{b_n}{2}+\dfrac{1}{2^{n+1}}$，若$b_1=\dfrac{1}{2}$，则$\{b_n\}$的前$n$项和为（　　）

A．$1-\dfrac{n+2}{2^{n+1}}$　　B．$1-\dfrac{n+1}{2^{n+1}}$　　C．$2-\dfrac{n+2}{2^n}$　　D．$2-\dfrac{3n+3}{2^{n+1}}$

6． 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为 **2**，前 ***n*** 项和为S_n，且S_1，S_2，S_4成等比数列.令$b_n=\dfrac{1}{a_na_{n+2}}$，数列$\{b_n\}$的前 ***n*** 项和为$T_n$，若对于$\forall n\in N^*$，不等式$T_n<\lambda$恒成立，则实数$\lambda$的取值范围是（　　）

A．$\lambda\geq\dfrac{1}{3}$　　B．$\lambda>\dfrac{1}{5}$　　C．$\lambda\geq\dfrac{1}{5}$　　D．$\lambda>0$

7． 已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n^2-a_n+1\left(n\in N^*\right)$，设$S_n=\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n}$，且$S_9=\dfrac{2a_{10}-3}{a_{10}-1}$，则数列$\{a_n\}$的首项$a_1$的值为（　　）

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．1　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．2

8．设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 ***n*** 项和，$S_n=(-1)^n a_n-\frac{1}{2^n},n\in\mathrm{N}^*$，则 $S_1+S_2+\cdots+S_{100}=$（　　）

A． $\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{100}-1\right]$　　**B．** $\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{98}-1\right]$　　**C．** $\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{50}-1\right]$　　**D．** $\frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{49}-1\right]$

9．2018 年 9 月 24 日，英国数学家 M.F 阿帝亚爵在“海德堡论坛”展示了他“证明”黎曼猜想的过程，引起数学界震动，黎曼猜想来源于一些特殊数列求和.记无穷数列 $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ 的各项的和 $S=1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}+\mathrm{L}\ +\frac{1}{n^2}+\mathrm{L}$ ，那么下列结论正确的是

A． $1<S<\frac{4}{3}$　　**B．** $\frac{5}{4}<S<\frac{4}{3}$　　**C．** $\frac{3}{2}<S<2$　　**D．** $S>2$

10．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n>0$，$a_1=2$，且 $(n+1)a_{n+1}^2=na_n^2+a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则下列说法中错误的是（　　）

A． $a_n^2\le\frac{2n+2}{n}$　　**B．** $\frac{a_2^2}{2^2}+\frac{a_3^2}{3^3}+\frac{a_4^2}{4^2}+\mathrm{L}\ +\frac{a_n^2}{n^2}<2$　　**C．** $1<a_{n+1}<a_n$　　**D．** $2\le a_n<a_{n+1}$

11．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\frac{1}{3}$，$a_{n+1}=a_n+\frac{a_n^2}{n^2}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，则下列选项正确的是（　　）

A． $a_{2021}<a_{2020}$　　**B．** $\frac{2021}{4043}<a_{2021}<1$　　**C．** $0<a_{2021}<\frac{2021}{4043}$　　**D．** $a_{2021}>1$

二、填空题

12．在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，且 $a_n+a_{n-1}=\frac{\mathrm{n}}{a_{\mathrm{n}}-a_{n-1}}+2(n\ge2)$，则数列 $\left\{\frac{1}{2a_n^2-4a_n+2}\right\}$ 的前 2021 项和为__________.

13．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$ 且 $a_1+\frac{1}{2}a_2+\frac{1}{3}a_3+\cdots+\frac{1}{n}a_n=a_{n+1}-1\left(n\in N^*\right)$，数列 $\{2^n a_n\}$ 的前 n 项为 S_n，则不等式 $S_n\ge30a_n$ 最小整数解为________.

14．用 $T(n)$ 表示正整数 n 所有因数中最大的那个奇数，例如：9 的因数有 1，3，9，则 $T(9)=9$，10 的因数有 1，2，5，10，则 $T(10)=5$．计算 $T(1)+T(2)+T(3)+\cdots+T\left(2^{2021}-1\right)=$________.

15．数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+\frac{a_2}{3}+\frac{a_3}{5}+\cdots+\frac{a_n}{2n-1}=(n+1)^2$，则 $a_n=$______；若 $b_n=\frac{1}{a_n}$，则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=$______

16．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $2(n+1)a_n-na_{n+1}=0,a_1=4$，则数列 $\left\{\frac{a_n}{(n+1)\quad(n+2)}\right\}$ 的前 n 项和为___________.

17．设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_n=(-1)^n a_n+\frac{1}{2^n}$，则 $S_1+S_2+\ldots+S_{11}=$_____.

18．在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_3-a_1=8$，当 a_4 取最小值时，则数列 $\{na_n^2\}$ 的前 n 项和为__________.