湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023-17

高三数学限时训练 48——数列不等式

学号：________姓名：____________

一、单选题（本大题共 10 小题，共 50 分）

1．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且满足$a_5\le 4$，$S_5\ge 40$，则该数列的公差d可取的值是（　　）

A．3　　B．1　　C．-1　　D．-3

2．已知点$(n,a_n)(n\in N^*)$在函数$y=\ln x$图象上，若满足$S_n=e^{a_1}+e^{a_2}+\cdots+e^{a_n}\ge m$的$n$的最小值为5，则$m$的取值范围是（　　）

A．$(10,15]$　　B．$(-\infty,15]$　　C．$(15,21]$　　D．$(-\infty,21]$

3．已知数列$\{a_n\}$满足$3a_{n+1}+a_n=4$（$n\ge 1$），且$a_1=9$，其前n项之和为S_n，则满足不等式$|S_n-n-6|<\dfrac{1}{125}$的最小整数n是（　　）

A．9　　B．8　　C．6　　D．7

4．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，对任意$n\in N^*$，有$S_n=(-1)^n a_n+\dfrac{1}{2^n}+n-3$，且$(a_{n+1}-p)(a_n-p)<0$恒成立，则实数$p$的取值范围是（　　）

A．$\left(-\dfrac{1}{4},\dfrac{11}{4}\right)$　　B．$\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{11}{4}\right)$

C．$\left(-1,\dfrac{11}{4}\right)$　　D．$\left(-\dfrac{3}{4},\dfrac{11}{4}\right)$

5．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$\lambda nS_n+a_n<3\lambda n$对任意$n\in \mathrm{N}^*$恒成立，若$a_n=\dfrac{2n-1}{2^n}$，则实数$\lambda$的取值范围为（　　）

A．$\left(\dfrac{1}{5},+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,\dfrac{3}{14}\right)$　　C．$\left(\dfrac{3}{14},+\infty\right)$　　D．$\left(-\infty,\dfrac{2}{9}\right)$

6．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且$(\sqrt{2}-1)S_n+a_n=\sqrt{2}$（$n\in \mathbf{N}^*$）.记$b_n=a_na_{n+1}$，$T_n$为数列$\{b_n\}$的前$n$项和，则使$T_n>\dfrac{63\sqrt{2}}{64}$成立的最小正整数为（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

7．已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_5=16$，$a_4-a_3=4$，若$b_n=na_n$，S_n是数列$\{b_n\}$的前n项和，对任意$n\in \mathbf{N}^*$，不等式$S_n-mb_n\le 1$恒成立，则实数m的取值范围为（　　）

A．$[4,+\infty)$　　B．$[3,+\infty)$　　C．$[2,+\infty)$　　D．$[1,+\infty)$

8．若 $x=1$ 是函数 $f\left(x\right)=a_{n+1}x^4-a_nx^3-a_{n+2}x+1\left(n\in N^*\right)$ 的极值点，数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1=1$，$a_2=3$，设 $b_n=\log_3 a_{n+1}$，记 $\left[x\right]$ 表示不超过 x 的最大整数．设 $S_n=\left[\frac{2020}{b_1b_2}+\frac{2020}{b_2b_3}+\cdots+\frac{2020}{b_nb_{n+1}}\right]$，若不等式 $S_n\ge t$，对 $\forall n\in N^*$ 恒成立，则实数 t 的最大值为（　　）

A．2020　　B．2019　　C．1010　　D．1009

9．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足：$\frac{\left(a_{n+1}+1\right)^2}{a_{n+1}}=\frac{\left(a_n+2\right)^2}{a_n}\left(n\in N^*\right)$，则下列选项正确的是（　　）

A．$0<a_n<1$ 时，$a_{n+1}>a_n$　　B．$a_n>1$ 时，$a_{n+1}<a_n$

C．$a_1=\frac{1}{4}$ 时，$a_{n+1}+\frac{1}{a_{n+1}}>3n+18$　　D．$a_1=4$ 时，$a_{n+1}+\frac{1}{a_{n+1}}>2n+2$

10. 已知正项数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=1$，$a_n=\frac{1-a_{n+1}^2}{2a_{n+1}}$，若存在实数 t，使得 $t\in\left(a_{2n},a_{2n-1}\right)$ 对任意的 $n\in \mathrm{N}^*$ 恒成立，则 $t=$（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30 分）

11．在数列 $\left\{a_n\right\}$ 中，$a_1=1$，$a_2=2$，$a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$，记 $c_n=3^n-2\times\left(-1\right)^n\lambda a_n$，若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$c_{n+1}>c_n$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为______.

12．我们把 $F_n=2^{2^n}+1(n=0,1,2L\ )$ 叫“费马数”（费马是十七世纪法国数学家），设 $a_n=\log_2(F_n-1)$，S_n 表示数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项之和，则使不等式 $\frac{2^2}{S_1S_2}+\frac{2^3}{S_2S_3}+\cdots+\frac{2^{n+1}}{S_nS_{n+1}}<\frac{63}{127}$ 成立的最大正整数 n 的值是_______

13．设 S_n 为正数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，$S_{n+1}=qS_n+S_1$，$q>1$，对任意的 $n\ge1$，$n\in N$ 均有 $S_{n+1}\leqslant 4a_n$，则 q 的取值为__________.

14．若数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{2a_2}+\frac{1}{3a_3}+\cdots+\frac{1}{na_n}=\frac{3n}{2n+1}$，若 $\frac{\lambda}{a_n}\le2$ 恒成立，则 λ 的最大值是______

15．已知 S_n 为数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和，$a_1=1, S_{n+1}-S_n=n+1, n\in N^*$．设 $b_n=a_n\cdot3^{n-1}$，且数列 $\left\{b_n\right\}$ 的前 n 项和为 T_n，$\frac{1}{4}+\lambda b_n\ge T_n$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围是______________________

16．已知等差数列 $\left\{a_n\right\}$ 和等比数列 $\left\{b_n\right\}$，且满足 $a_1=1$，$a_1b_n+a_2b_{n-1}+\cdots+a_nb_1=2^{n+2}-2n-4$.

（1）数列 $\left\{a_n\right\}$，$\left\{b_n\right\}$ 的通项公式分布为 $a_n=$____________；$b_n=$______________

（2）设 $c_n=\frac{b_n-1}{\left(b_n-a_n\right)\left(b_{n+1}-a_{n+1}\right)}$，$S_n=c_1+c_2+\cdots+c_n$，则 $S_n=$______________

17．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 满足 $a_1+2a_2+2^2a_3+\ldots+2^{n-1}a_n=n\cdot2^n\left(n\in N^*\right)$.数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前项 n 和为 S_n，若 $S_n\ge\lambda a_n-51$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围是__________________.