湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023-17

高三数学限时训练 39——等差数列与等比数列性质 4

学号：________ 姓名：____________

一、单选题

1 已知数列$\{a_n\}$满足$2a_{n+1}-a_n=n+2(n\geq 1)$，$a_1=5$，若$\{a_n\}$前 n 项之和为S_n，则满足不等式$S_n>2021$的最小整数 n 是（　　）　A．60　B．62　C．63　D．65

2．已知函数$f(x)=x^{\alpha}$的图像过点$(4,2)$，且$a_n=\dfrac{1}{f(n+1)+f(n)}$，$n\in N^*$．则数列$\{a_n\}$的前$2021$项和为（　　）

A．$\sqrt{2019}-1$　B．$\sqrt{2020}-1$　C．$\sqrt{2021}-1$　D．$\sqrt{2022}-1$

3．已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，且满足$a_1=2, a_n+2n=2a_{n-1}+4(n\geq 2, n\in N^*)$，数列$\{b_n\}$的通项$b_n=\dfrac{S_n}{n}$，则使得$\dfrac{1}{b_1^2}+\dfrac{1}{b_2^2}+\cdots+\dfrac{1}{b_n^2}<k$恒成立的最小的 k 值最接近（　　）A．$\frac{1}{2}$　B．$\dfrac{7}{10}$　C．$\dfrac{3}{4}$　D．1

1.已知数列$\{a_n\}$满足 $3a_1=1$，$n^2a_{n+1}-a_n^2=n^2a_n$（$n\in N^*$），则下列选项正确的是（　　）

A．$\{a_n\}$是递减数列　B．$\{a_n\}$是递增数列，且存在 $n\in N^*$使得 $a_n>1$

C．$\dfrac{1}{a_{n+1}}>\dfrac{3}{2}$　D．$a_{2021}<\dfrac{2021}{4043}$

5．已知数列$\{a_n\}$满足$a_n>0$，$a_1=2$，且$(n+1)a_{n+1}^2=na_n^2+a_n$，$n\in \mathbf{N}^*$，则下列说法中错误的是（　　）

A．$a_n^2\leq\dfrac{2n+2}{n}$　B．$\dfrac{a_2^2}{2^2}+\dfrac{a_3^2}{3^3}+\dfrac{a_4^2}{4^2}+\cdots+\dfrac{a_n^2}{n^2}<2$　C．$1<a_{n+1}<a_n$　D．$2\leq a_n<a_{n+1}$

6．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{1}{3}$，$a_{n+1}=a_n+\dfrac{a_n^2}{n^2}(n\in \mathrm{N}^*)$，则下列选项正确的是（　　）

A．$a_{2021}<a_{2020}$　B．$\dfrac{2021}{4043}<a_{2021}<1$　C．$0<a_{2021}<\dfrac{2021}{4043}$　D．$a_{2021}>1$

7．已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1, a_{n+1}=\dfrac{a_n}{1+\sqrt{a_n}}(n\in \mathrm{N}^*)$.记数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，则（　　）

A．$\dfrac{3}{2}<S_{100}<3$　B．$3<S_{100}<4$　C．$4<S_{100}<\dfrac{9}{2}$　D．$\dfrac{9}{2}<S_{100}<5$

8．已知数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$满足$b_{n+1}a_n+b_na_{n+1}=(-3)^n+1$，$b_n=\begin{cases}2, n\text{为偶数}\\1, n\text{为奇数}\end{cases}$，$n\in \mathbf{N}^*$，且$a_1=2$，下列正确的是（　　）

A．$a_3-a_1=8$　B．$a_4-a_2=18$　C．$\{a_{2n+2}-a_{2n}\}$是等差数列　D．$\{a_{2n+1}-a_{2n-1}\}$是等比数列

二、多选题

9．已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1\geq 1$，$a_{n+1}=\dfrac{1}{2}(a_n+\dfrac{1}{a_n})$.下列说法正确的是（　　）

A．存在a_1，使得$\{a_n\}$为常数数列　B．$a_{n+1}\leq a_n$　C．$a_{n+2}+a_n\leq 2a_{n+1}$　D．$\sum_{i=1}^{n}(\dfrac{a_i}{a_{i+1}}-1)\leq a_1-1$

10．设$\{a_n\}$是无穷数列，若存在正整数 k，使得对任意$n\in \mathrm{N}^*$，均有$a_{n+k}>a_n$，则称$\{a_n\}$是间隔递增数列，k 是$\{a_n\}$

的间隔数.则下列说法正确的是（　　）

A．公比大于 **1** 的等比数列一定是间隔递增数列

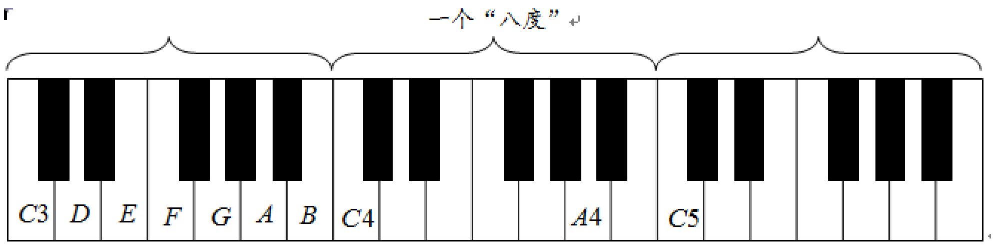
B．已知 $a_n=n+\frac{4}{n}$，则 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列

C．已知 $a_n=2n+(-1)^n$，则 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列且最小间隔数是 **2**

D．已知 $a_n=n^2-tn+2021$，若 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列且最小间隔数是 **3**，则 $4\le t<5$

11．我国明代音乐理论家和数学家朱载堉在所著的《律学新说》一书中提出了“十二平均率”的音乐理论，该理论后被意大利传教士利玛窦带到西方，对西方的音乐产生了深远的影响.以钢琴为首的众多键盘乐器就是基于“十二平均率”的理论指导设计的.图中钢琴上的每 **12** 个琴键（**7** 个白键 **5** 个黑键）构成一个“八度”，每个“八度”各音阶的音高都是前一个“八度”对应音阶的两倍，如图中所示的琴键的音高 $C5=2\cdot C4$（$C4$ 称为“中央 ***C***”）.将每个“八度”（如 $C4$ 与 $C5$ 之间的音高变化）按等比数列十二等份，得到钢琴上 **88** 个琴键的音阶.当钢琴的 $A4$ 键调为标准音 **440Hz** 时，下列选项中的哪些频率（单位：**Hz**）的音可以是此时的钢琴发出的音（　　）

（参考数据：$2^{\frac{1}{2}}=1.414$，$2^{\frac{1}{3}}=1.260$，$2^{\frac{1}{4}}=1.189$，$2^{\frac{1}{5}}=1.148$，$2^{\frac{1}{6}}=1.122$，$2^{\frac{1}{12}}=1.059$）



A．**110**　　B．**233**　　C．**505**　　D．**1244**

12．已知 $a_1=1$，且 $4a_{n+1}+2a_n-9=a_na_{n+1}$，则下列结论正确的是（　　）

A．$a_4=\frac{25}{9}$　　B．$a_n=\frac{6n-5}{2n-1}$　　C．$a_{n+1}<a_n$　　D．$a_n<3$

三、填空题

13．已知数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 均为等比数列，前 n 项和分别为 S_n，T_n，若 $\frac{S_n}{T_n}=\frac{4n}{3^n-1}$，则 $\frac{a_5}{b_5}=$____________.

14．已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，公差 $d\,(d\ne 0)$，且满足 $a_3a_4+2a_4a_6+a_5a_{12}=2024d$，则 $\frac{1}{a_6}-\frac{1}{a_5}=$____________.

15．设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_2=6$，$a_3=12$，数列前 ***n*** 项和为 S_n，且 $\frac{S_{n+2}-S_{n-1}+1}{S_{n+1}-S_n+1}=3$（$n\in N^*$ 且 $n\ge 2$），若 $[x]$ 表示不超过 ***x*** 的最大整数，$b_n=\left[\frac{(n+1)^2}{a_n}\right]$ 数列 $\{b_n\}$ 的前 ***n*** 项和为 T_n，则 $T_{2020}=$______________.

16．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2^n$，设 $b_n=\frac{a_n}{(n+1)2^{n-1}}$，$S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 ***n*** 项和．若 $S_n<t$ 对任意 $n\in \mathrm{N}^*$ 恒成立，则实数 t 的最小值为________

17．设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_n+\frac{1}{2^n}=(-1)^na_n(n\in N^*)$，则数列 $\{S_n\}$ 的前 **7** 项和为________.

18．设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，已知 $a_2=2$，$a_{n+2}+(-1)^{n-1}a_n=1$，则 $S_{60}=$____________

19．设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 和为 T_n，已知 $a_5=11,S_{10}=120,b_n=\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}$，若 $T_k=\frac{1}{7}$，则正整数 k 的值为______________