湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023-17

高三数学限时训练 35——等差数列与等比数列

学号：________姓名：____________

一、单选题（本大题共 10 小题，共 50 分）

1. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，公比$q \in (0,1)$，若$a_3 + a_5 = 5, a_2 \cdot a_6 = 4$，数列$\{\log_2 a_n\}$的前 n 项和为$S_n$，则当数列$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$的前 n 项和取最大值时，n 的值为(　)

A. 8　　B. 9　　C. 8 或 9　　D. 17

2. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若 1，a_n，S_n成等差数列，则数列$\{\frac{a_{n+1}}{(a_{n+2}-1)(a_{n+1}-1)}\}$的前 n 项和$T_n = ($　$)$

A. $1-\frac{1}{2^n-1}$　　B. $\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2^n-1})$　　C. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$　　D. $1-\frac{1}{2^{n+1}-1}$

3. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，若$a_1 = -2a_2 = 6$，a_n，a_{n+2}，a_{n+1}为等差数列，则$S_{2020} = ($　$)$

A. $4+\frac{1}{2^{2020}}$　　B. $4+\frac{1}{2^{2018}}$　　C. $4-\frac{1}{2^{2020}}$　　D. $4-\frac{1}{2^{2018}}$

4. 若数列$\{a_n\}$为等差数列，$\{b_n\}$为等比数列，且满足：$a_1 + a_{2020} = 27$，$b_1 \cdot b_{2020} = 2$，函数$f(x)$满足$f(x+2) = -f(x)$且$f(x) = e^x$，$x \in [0,\ 2]$，则$f\left(\frac{a_{1010}+a_{1011}}{1+b_{1010}b_{1011}}\right) = ($　$)$

A. e　　B. e^2　　C. e^{-1}　　D. e^9

5. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，公比$q \in (0,1)$，若$a_3 + a_5 = 5$，$a_2a_6 = 4$，$b_n = \log_2 a_n$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，则$\frac{S_1}{1}+\frac{S_2}{2}+\cdots+\frac{S_n}{n}$取最大值时，n 的值为(　)

A. 8　　B. 8 或 9　　C. 9　　D. 17

6. 已知等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和为S_n，满足S_1，$2S_2$，$3S_3$成等差数列，且$a_1a_2 = a_3$，若$\{(\log_3 a_n)^2 - \lambda\log_3 a_n\}$是递增数列，则实数$\lambda$的取值范围是(　)

A. $(-\infty,-3)$　　B. $(-3,+\infty)$　　C. $(-1,+\infty)$　　D. $(-\infty,-1)$

7. 若数列$\{a_n\}$满足：n 增大时，$\frac{a_n}{a_{n+1}}$无限接近$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，则称数列$\{a_n\}$是黄金数列．满足下列条件的数列$\{a_n\}$是黄金数列的是(　)

A. $a_1 = 1$，$a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n+1}$　　B. $a_1 = 1$，$a_2 = 3$，$a_{n+2}a_n = a_{n+1}^2$

C. $a_1 = 1$，$a_{n+1} = a_n + 2$　　D. $a_1 = a_2 = 1$，$a_{n+2} = a_n + a_{n+1}$

8. 已知数列$\{a_n\}$满足对$1 \le n \le 3$时，$a_n = n$，且对$\forall n \in N^*$，有$a_{n+3} + a_{n+1} = a_{n+2} + a_n$，则数列$\{n \cdot a_n\}$的前 50 项的和为(　)

A. 2448　　B. 2525　　C. 2533　　D. 2652

9. 在数列$\{a_n\}$中$\frac{2}{a_n}=\frac{1}{a_{n-1}}+\frac{1}{a_{n+1}}(n\in N^*,n\geqslant 2)$且$a_{2020}=\frac{2}{3}$,$a_{2022}=\frac{2}{5}$,则$a_{2023}=$(　)

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{2}{7}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. 3

10. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1a_2a_3\cdots a_n=2^{n^2}$，且对任意$n\in N^*$都有$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}<t$，则实数 t 的取值范围是(　)

A. $(\frac{1}{3},+\infty)$　　B. $[\frac{1}{3},+\infty)$　　C. $(\frac{2}{3},+\infty)$　　D. $[\frac{2}{3},+\infty)$

二、填空题（本大题共 6 小题，共 30 分）

11. 若数列$\{a_n\}$的首项$a_1=2$，且$a_{n+1}=3a_n+2(n\in N^*)$；令$b_n=\log_3(a_n+1)$，则$b_1+b_2+b_3+\cdots+b_{100}=$____________.

12. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n>0$,前 n 项和为S_n,若$a_3=3$,且对任意的$k\in\mathbf{N}^*$,均有$a_{2k}^2=2^{a_{2k-1}+1}$,$a_{2k+1}=2\log_2a_{2k}+1$,则$a_1=$_______；$S_{20}=$_______.

13. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，公比$q\in(0,1)$.若$a_3+a_5=5$，$a_2a_6=4$，$b_n=\log_2a_n$，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，则当$\frac{S_1}{1}+\frac{S_2}{2}+\cdots+\frac{S_n}{n}$取最大值时 n 的值为________.

14. 正项等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_3=\frac{5}{4}$，且$2a_2$，$\frac{1}{2}a_4$，a_3成等差数列，设$b_n=a_na_{n+1}(n\in N^*)$，则$b_1b_2\cdot\cdots\cdot b_n$取得最小值时的 n 值为_________.

15. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差不为零，$a_4=1$，且a_4，a_5，a_7成等比数列，数列$\{b_n\}$的前 n 项和为S_n，满足$S_n=2b_n-4(n\in\mathbf{N}^*)$. 若数列$\{c_n\}$满足：$c_1=-\frac{1}{2}$，$c_{n+1}=c_n-\frac{a_n}{b_n}(n\in\mathbf{N}^*)$，则使得$c_n\geq\frac{n-2}{16}$成立的所有 n 值为____________________

16. 已知正项数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n-1}-a_n=a_{n-1}a_n$，$n\geq 2$，等比数列$\{b_n\}$满足：$a_2=b_1$，$b_2-b_3=a_8$.设$T_n=\frac{b_1}{a_n}+\frac{b_2}{a_{n-1}}+\frac{b_3}{a_{n-2}}+\cdots+\frac{b_n}{a_1}$，则$T_n$ =_________________________