

高三数学限时训练 38——等差数列与等比数列性质 3

学号：_____ 姓名：_____

一、单选题

- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$ ，若 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，则 $a_{100} = (\quad)$
 A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2
- 记首项为 1 的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $n \geq 2$ 时， $a_n(2S_n - 1) = 2S_n^2$ ，则 S_{10} 的值为 (\quad)
 A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{13}$ C. $\frac{1}{16}$ D. $\frac{1}{19}$
- 在数列 $\{a_n\}$ 中， $a_n = n + \frac{25}{n}$ ，则 $|a_1 - a_2| + |a_2 - a_3| + \cdots + |a_{24} - a_{25}| = (\quad)$
 A. 25 B. 32 C. 62 D. 72
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_n a_{n+1} < 0$ ， $a_n S_n = c > 0$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ ，则 (\quad)
 A. $|a_2| < |a_3| < |a_4|$ B. $|a_3| < |a_2| < |a_4|$ C. $|a_3| < |a_4| < |a_2|$ D. $|a_4| < |a_3| < |a_2|$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $(a_{n+1} - 1)(a_n - 1) = 3(a_n - a_{n+1})$ ， $a_1 = \frac{5}{2}$ ，设 $c_n = 2^n \left(\frac{2a_n}{n+4} - \lambda \right)$ ，若数列 $\{c_n\}$ 是单调递减数列，则实数 λ 的取值范围是 (\quad)
 A. $\left(\frac{1}{6}, +\infty \right)$ B. $\left(\frac{1}{3}, +\infty \right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty \right)$ D. $(1, +\infty)$
- 已知无穷递减实数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ，则下列可作为 $\{a_n\}$ 递推公式 $(n \in \mathbb{N}^*)$ 的是 (\quad)
 A. $a_{n+1} = \sin a_n$ B. $a_{n+1} = \cos a_n$ C. $a_{n+1} = 2^{a_n}$ D. $a_{n+1} = \log_2 a_n$
- 已知 $n \in \mathbb{N}^+$ ，若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和是 $S_n = \left(\frac{1}{2} \right)^n - 2$ ，设 $b_n = -\log_2(-a_n)$ ，设 $T_n = \frac{1}{b_1 b_2} + \frac{1}{b_2 b_3} + \cdots + \frac{1}{b_n b_{n+1}}$ ，当且仅当 $n \geq 5$ 时，不等式 $T_n \geq t$ 成立，则实数 t 的范围为 (\quad)
 A. $\left[\frac{4}{5}, \frac{5}{6} \right]$ B. $\left[-\infty, \log_{\frac{4}{9}} 2 + \frac{1}{3} \right]$ C. $\left[-\infty, \frac{5}{6} \right]$ D. $\left[\log_{\frac{4}{9}} 2 + \frac{3}{10}, \log_{\frac{4}{9}} 2 + \frac{1}{3} \right]$
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均不为零， $a_1 = a$ ，它的前 n 项和为 S_n ，且 $a_n, \sqrt{2S_n}, a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$ 成等比数列，记 $T_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{1}{S_3} + \cdots + \frac{1}{S_n}$ ，则 (\quad)
 A. 当 $a=1$ 时， $T_{2022} < \frac{4044}{2023}$ B. 当 $a=1$ 时， $T_{2022} > \frac{4044}{2023}$
 C. 当 $a=3$ 时， $T_{2022} > \frac{1011}{1012}$ D. 当 $a=3$ 时， $T_{2022} < \frac{1011}{1012}$

二、多选题

9. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_2 = 4a_1$ ， a_2 是 $a_1 + 1$ 与 $\frac{1}{2}a_3$ 的等差中项，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{a_n}{S_n \cdot S_{n+1}}$ ，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，则下列命题正确的是（ ）

A. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3^{n-1}$

B. $S_n = 3^n - 1$

C. 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n = \frac{2 \times 3^n}{(3^n - 1)(3^{n+1} - 1)}$

D. T_n 的取值范围是 $\left[\frac{1}{8}, \frac{1}{6}\right)$

10. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且满足 $a_{2022} > 0$ ， $a_{2021} + a_{2022} < 0$ ，则（ ）

A. 数列 $\{a_n\}$ 是递增数列

B. 数列 $\{S_n\}$ 是递增数列

C. S_n 的最小值是 S_{2021}

D. 使得 S_n 取得最小正数的 $n = 4042$

11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$ ， $a_{n+1} = \frac{(n+1)a_n}{a_n + 2n}$ ，对于任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ， $a \in [-2, 2]$ ，不等式 $\frac{3n}{a_n \cdot 2^n} < 2t^2 + at - 1$ 恒成立，则 t 的取值可以是（ ）

A. 1

B. 2

C. $\frac{3}{2}$

D. 4

12. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，公差为 d 。已知 $a_3 = 12$ ， $S_{10} > 0$ ， $a_6 < 0$ ，则（ ）

A. 数列 $\left\{\frac{S_n}{a_n}\right\}$ 的最小项为第6项

B. $-\frac{24}{5} < d < -4$

C. $a_5 > 0$

D. $S_n > 0$ 时， n 的最大值为5

三、填空题

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ ， $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n ， T_n ，若 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{3n-1}{2n+3}$ ，则 $\frac{a_9}{b_{11}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 已知 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $a_{n+1} - 3a_n + 2a_{n-1} = 1$ ， $a_1 = 1$ ， $a_2 = 4$ ，求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1$ ， $a_n = 2a_{n-1} + 2^{n-1}$ ($n \geq 2$ ， $n \in \mathbb{N}$)，则 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^n - 1$ ， $n \in \mathbb{N}^*$ 。设 $b_n = a_n + (-1)^n a_n$ ，则数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 $T_{2n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{a_{n+2}} = \frac{2}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n}$ ， $a_1 = 1$ ， $a_5 = \frac{1}{9}$ ，则 $a_{100} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

18. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和， $2a_n - a_{n-1} = 3 \cdot 2^{n-1}$ ($n \geq 2$)，且 $3a_1 = 2a_2$ 。记 T_n 为数列 $\left\{\frac{1}{a_n + S_n}\right\}$ 的前 n 项和，若对任意 $n \in \mathbb{N}^*$ ， $T_n < m$ ，则 m 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。