

高三数学限时训练 43——数列的通项（构造等差、等比数列）3

一、单选题

1. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $2^n a_n = 2^{n+1} a_{n+1} - 1$, 且 $a_1 = 1$, 若 $a_n < \frac{1}{5}$, 则 n 的最小值为

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 50$, $2a_{n+1} = a_n - 1$, 则满足不等式 $a_k \cdot a_{k+1} < 0$ 的 k (k 为正整数) 的值为 ().

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_n a_{n-1} + a_n = 3a_{n-1} - 1 (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$, 若 $T_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$, 当 $T_n > 10$ 时, n 的最小值为 ()

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 7

4. 数列 $\{a_n\}$ 各项均是正数, $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_2 = \frac{3}{2}$, 函数 $y = \frac{1}{3}x^3$ 在点 $(a_n, \frac{1}{3}a_n^3)$ 处的切线过点 $(a_{n+2} - 2a_{n+1}, \frac{7}{3}a_n^3)$, 则下列命题正确的个数是 ().

① $a_3 + a_4 = 18$;

② 数列 $\{a_n + a_{n+1}\}$ 是等比数列;

③ 数列 $\{a_{n+1} - 3a_n\}$ 是等比数列;

④ $a_n = 3^{n-1}$.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 2} (n \in \mathbb{N}^*)$, 若 $b_{n+1} = (n - 2\lambda) \cdot \left(\frac{1}{a_n} + 1\right) (n \in \mathbb{N}^*)$, $b_1 = -\lambda$, 且数列 $\{b_n\}$ 是单调递增数列, 则实数 λ 的取值范围是

- A. $\lambda > \frac{2}{3}$ B. $\lambda > \frac{3}{2}$ C. $\lambda < \frac{2}{3}$ D. $\lambda < \frac{3}{2}$

6. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{a_n + 2} (n \in \mathbb{N}^*)$. 若 $b_n = \log_2 \left(\frac{1}{a_n} + 1\right)$, 则数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 $b_n =$ ()

- A. $\frac{1}{2}n$ B. $n - 1$ C. n D. $2n$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 3$, 且满足 $a_{n+1} = \frac{2n-1}{2n-3}a_n + 2n - 1 (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $\{a_n\}$ 中最小的一项是 ()

- A. a_2 B. a_3 C. a_4 D. a_5

二、填空题

8. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $(n-1)a_n = (n+1)a_{n-1}$, $n \geq 2$, $n \in \mathbf{N}^*$, 且 $a_1 = 1$, 则 $a_5 =$ _____.
9. 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{n+2}{n} S_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 则 $a_n =$ _____.
10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2\left(1 + \frac{1}{n}\right)a_n + 4n + 4$, ($n \in \mathbf{N}^*$), 则 $a_5 =$ _____.
11. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $3^{n-1}a_n = 3^{n-2}a_{n-1} - 2 \cdot 3^{n-2} + 2$ ($n \geq 2$), S_n 是数列 $\{\frac{a_n+1}{n}\}$ 的前 n 项和, 则 S_n 为_____.
12. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 4a_n + 4\sqrt{a_n} + 1$, 则使得 $a_n \geq 2020^2$ 成立的最小正整数 n 的值是_____.
13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 5$, $(2n+3)a_{n+1} - (2n+5)a_n = 4n^2 + 16n + 15$, 则 $a_n =$ _____.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{a_n}{n} = \frac{n-1}{n} \left(\frac{a_{n+1}}{n+1} - 1 \right) + 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 且 $a_2 = 6$, 则 $\{a_n\}$ 的通项公式为_____.
15. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4$, $a_2 = 10$, $a_n^2 \sqrt{a_{n-2}} = 5a_{n-1}^2$, $\forall n \geq 3$, 则 $\ln a_{2019} - \frac{1}{2} \ln a_{2018} =$ _____.
16. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $\sqrt{\frac{1}{a_n^2} + 2} = \frac{1}{a_{n+1}}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 记 $b_n = \frac{1}{a_n^2 2^n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ _____.
17. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_{n+1} = 4a_n + 2^n$, 则 $a_6 =$ _____.