金华十校 2022—2023 学年第一学期期末模拟考试

高三数学试题卷

本试卷分为选择题和非选择题两部分．考试时间 120 分钟．试卷总分为 150 分．请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上．

选择题部分（共 60 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}|-2\leqslant x<3\},B=\left\{x|\ y=\sqrt{1-\ln x}\right\}$，则 $A\cap B=$

A．$\{-2,-1,0,1,2\}$　　B．$\{1,2\}$　　C．$[-2,\mathrm{e}]$　　D．$(0,\mathrm{e}]$

2．已知 O 为坐标原点，$z=\dfrac{2(3+4\mathrm{i})}{1-\mathrm{i}}$ 在复平面内所对应的点为 Z，则直线 OZ 的方程为

A．$y=-7x$　　B．$y=7x$　　C．$y=-\dfrac{1}{7}x$　　D．$y=\dfrac{1}{7}x$

3．已知单位向量 $\overrightarrow{e_1}$ 与 $\overrightarrow{e_2}$ 的夹角为 $\dfrac{2\pi}{3}$，若 $\vec{a}=\overrightarrow{e_1}-2\overrightarrow{e_2}$，$\vec{b}=\overrightarrow{e_1}-m\overrightarrow{e_2}$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数 $m=$

A．$\dfrac{5}{4}$　　B．$\dfrac{4}{5}$　　C．$-\dfrac{5}{4}$　　D．$-\dfrac{4}{5}$

4．已知 $\dfrac{\cos 2\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{3\pi}{4}\right)=$

A．$-\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{6}$　　D．$-\dfrac{1}{3}$

5．1883 年，德国数学家康托提出了三分康托集，亦称康托尔集．下图是其构造过程的图示，其详细构造过程可用文字描述为：第一步，把闭区间 $[0,1]$ 平均分成三段，去掉中间的一段，剩下两个闭区间 $[0,\dfrac{1}{3}]$ 和 $[\dfrac{2}{3},1]$；第二步，将剩下的两个闭区间分别平均分为三段，各自去掉中间的一段，剩下四段闭区间：$[0,\dfrac{1}{9}]$，$[\dfrac{2}{9},\dfrac{1}{3}]$，$[\dfrac{2}{3},\dfrac{7}{9}]$，$[\dfrac{8}{9},1]$；如此不断的构造下去，最后剩下的各个区间段就构成了三分康托集．若经历 n 步构造后，所有去掉的区间长度和为（注：(a,b) 或 $(a,b]$ 或 $[a,b)$ 或 $[a,b]$ 的区间长度均为 $b-a$）

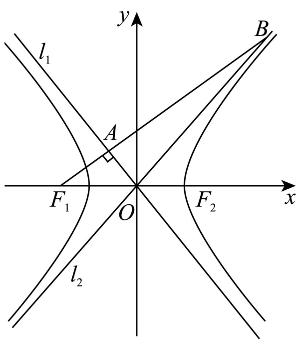
第 5 题图

A．$1-(\dfrac{1}{3})^n$　　B．$1-(\dfrac{2}{3})^n$　　C．$1-2\times(\dfrac{1}{3})^n$　　D．$1-2\times(\dfrac{2}{3})^n$

6．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 为△ACD_1 内一点，且 $S_{\triangle PB_1D}=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD_1}$，设直线 PD 与 A_1C_1 所成的角为 θ，则 $\cos\theta$ 的取值范围为

A．$\left[0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$　　B．$\left[\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$　　C．$\left[0,\frac{1}{2}\right]$　　D．$\left[\frac{1}{2},1\right]$

7． 如图，在平面直角坐标系中，O 为坐标原点，F_1,F_2 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的两个焦点，l_1,l_2 为双曲线的两条渐近线，F_1A 垂直 l_1 于 A,F_1A 的延长线交 l_2 于 B，若 $|OA|+|OB|=2|AB|$，则双曲线的离心率为



第 7 题图

A．$\sqrt{6}$　　B．$\sqrt{5}$

B．C．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

8． 设方程 $e^x+x+e=0$ 和 $\ln x+x+e=0$ 的根分别为 p 和 q，函数 $f(x)=e^x+(p+q)x$，则

A．$f\left(\frac{4}{3}\right)<f\left(\frac{2}{3}\right)<f(0)$　　B．$f\left(\frac{2}{3}\right)<f\left(\frac{4}{3}\right)<f(0)$

C．$f\left(\frac{2}{3}\right)<f(0)<f\left(\frac{4}{3}\right)$　　D．$f(0)<f\left(\frac{2}{3}\right)<f\left(\frac{4}{3}\right)$

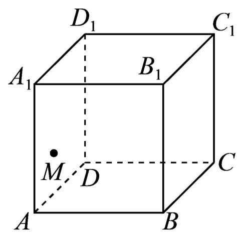
二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

9． 已知 $(2+x)(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6$，则

A．$a_0=2$　　B．$a_5=16$

C．$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=-5$　　D．$a_1+a_3+a_5=120$

10．如图，点 M 是正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中的侧面 ADD_1A_1 上的一个动点，则



第 10 题图

A．点 M 存在无数个位置满足 $CM\perp AD_1$

B．若正方体的棱长为1，三棱锥 $B-C_1MD$ 的体积最大值为 $\frac{1}{3}$

C．在线段 AD_1 上存在点 M，使异面直线 B_1M 与 CD 所成的角是 $30°$

D．点 M 存在无数个位置满足到直线 AD 和直线 C_1D_1 的距离相等

11．已知抛物线$x^2=2y$，点$M(t,-1),t\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，过$M$作抛物线的两条切线$MA,MB$，其中$A$，$B$为切点，直线$AB$与$y$轴交于点$P$，则

A．点P的坐标为$(0,1)$

B．$OA\perp OB$

C．$\triangle MAB$的面积的最大值为$3\sqrt{3}$

D．$\frac{|PA|}{|PB|}$的取值范围是$[2,2+\sqrt{3}]$

12．已知$\{a_n\}$为非常数数列且$a_n\neq 0$，$a_1=\mu$，$a_{n+1}=a_n+\sin(2a_n)+\lambda\left(\mu,\lambda\in\mathbf{R},n\in\mathbf{N}^*\right)$，则

A．对任意的λ，μ，数列$\{a_n\}$为单调递增数列

B．对任意的正数ε，存在λ，μ，$n_0\left(n_0\in\mathbf{N}^*\right)$，当$n>n_0$时，$|a_n-1|<\varepsilon$

C．不存在λ，μ，使得数列$\{a_n\}$的周期为 2

D．不存在λ，μ，使得$|a_n+a_{n+2}-2a_{n+1}|>2$

非选择题部分（共 90 分）

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13．已知幂函数$y=f(x)$的图像经过点$\left(2,\frac{1}{2}\right)$，则$y=f(x)$单调递减区间是____▲____．

14．在平面直角坐标系中，圆$\Omega: x^2+y^2+dx+ey+f=0$（其中$d$，$e$，$f$为实数）的一条直径为$AB$，其中$A(20,22)$，$B(10,30)$，则$f$的值为____▲____．

15．现准备将 6 本不同的书全部分配给 5 个不同的班级，其中甲乙两个班级每个班至少 2 本，其他班级允许 1 本也没有，则不同的分配方案有____▲____种．（用数字作答）

16．斜率为$\frac{1}{2}$的直线l与椭圆C：$\frac{x^2}{4}+y^2=1$交于A，B两点，且$P\left(\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$在直线$l$的左上方．若$\angle APB=90^\circ$，则$\triangle PAB$的面积为____▲____．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．(本题满分 10 分)

已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_3+a_6=1,a_6+a_9=7$．

(Ⅰ)求$\{a_n\}$的通项公式；

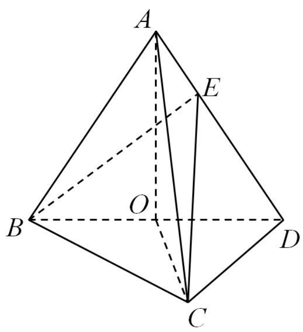
(Ⅱ)求数列$\{|a_n|\}$的前 n 项和T_n．

18．(本题满分 12 分)

如图，在三棱锥$A-BCD$中，$AB=AD$，O为BD的中点，$AO\perp CD$．

(Ⅰ)证明：平面$ABD\perp$平面BCD；

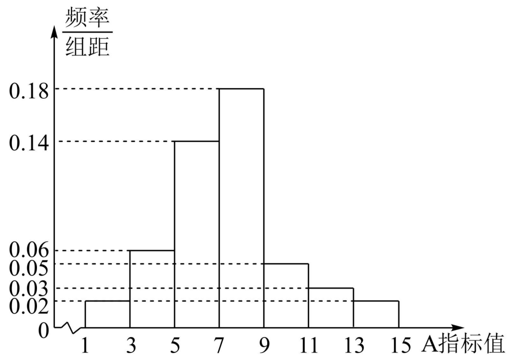
(Ⅱ)若$\triangle OCD$是边长为 1 的等边三角形，点E在棱AD上，$DE=2EA$，且二面角$E-BC-D$的大小为$45°$，求三棱锥$A-BCD$的体积．



第 18 题图

19．(本题满分 12 分)

为调查禽类某种病菌感染情况，某养殖场每周都定期抽样检测禽类血液中 A 指标的值．养殖场将某周的 5000 只家禽血液样本中 A 指标的检测数据进行整理，绘成如下频率分布直方图：



第 19 题图

(Ⅰ)根据频率分布直方图，估计这 5000 只家禽血液样本中 A 指标值的中位数（结果保留两位小数）；

(Ⅱ)通过长期调查分析可知，该养殖场家禽血液中 A 指标的值 X 服从正态分布 $N\left(7.4, 2.63^2\right)$.

(ⅰ)若其中一个养殖棚有 1000 只家禽，估计其中血液 A 指标的值不超过 10.03 的家禽数量（结果保留整数）；

(ⅱ)在统计学中，把发生概率小于 1% 的事件称为小概率事件，通常认为小概率事件的发生是不正常的．该养殖场除定期抽检外，每天还会随机抽检 20 只，若某天发现抽检的 20 只家禽中恰有 3 只血液中 A 指标的值大于 12.66，判断这一天该养殖场的家禽健康状况是否正常，并说明理由．

参考数据：① $0.02275^3 \approx 0.00001, 0.97725^{17} \approx 0.7$；

②若 $X \sim N\left(\mu, \sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma \leqslant X \leqslant \mu+\sigma\right) \approx 0.6827; P\left(\mu-2\sigma \leqslant X \leqslant \mu+2\sigma\right) \approx 0.9545.$

20．(本题满分 12 分)

记△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，已知 $\dfrac{a-\cos B}{a-\cos C}=\dfrac{\sin B}{\sin C}$.

(Ⅰ)若 $b\neq c$，证明：$a^2=b+c$；

(Ⅱ)若 $B=2C$，证明：$2c>b>\dfrac{2}{3}$.

21．(本题满分 12 分)

已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{3}=1$ 上一点 $P(4,3)$，直线 $y=-x+b(b<0)$ 交 C 于 A，B 点.

(Ⅰ)证明：直线 PA 与直线 PB 的斜率之和为定值；

(Ⅱ)若△PAB 的外接圆经过原点 O，求△PAB 的面积.

22．(本题满分 12 分)

已知函数 $f\left(x\right)=x^3+3ax+a^3+3\left(a\in \mathrm{R}\right)$ 恰有一个零点 x_0，且 $x_0<0$.

(Ⅰ)求 a 的取值范围;

(Ⅱ)求 x_0 的最大值.