

高三数学限时训练 44——数列求和 1

学号：_____ 姓名：_____

一、单选题

1. 艾萨克·牛顿（1643 年 1 月 4 日——1727 年 3 月 31 日）英国皇家学会会长，英国著名物理学家，同时在数学

上也有许多杰出贡献，牛顿用“作切线”的方法求函数 $f(x)$ 零点时给出一个数列 $\{x_n\}$ ：满足 $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ ，我

们把该数列称为牛顿数列. 如果函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 有两个零点 1, 2, 数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列, 设

$a_n = \ln \frac{x_n - 2}{x_n - 1}$, 已知 $a_1 = 1$, $x_n > 2$, $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则 $S_{2018} + 1$ 等于

- A. 2018 B. 2019 C. 2^{2018} D. 2^{2019}

2. 已知 $x=1$ 是函数 $f(x) = a_{n+1}x^3 - a_nx^2 - a_{n+2}x + 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$) 的极值点, 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, 记 $b_n = \log_2 a_{n+1}$,

若 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 则 $\left[\frac{2018}{b_1 b_2} + \frac{2018}{b_2 b_3} + \cdots + \frac{2018}{b_{2018} b_{2019}} \right] =$ ()

- A. 2017 B. 2018 C. 2019 D. 2020

3. 设 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, 且 $a_{n+1} = a_n(a_n + 1)$, 若 $\left[\frac{a_1}{a_1 + 1} + \frac{a_2}{a_2 + 1} + \cdots + \frac{a_n}{a_n + 1} \right] = 100$, 则整数 $n =$

- A. 99 B. 100 C. 101 D. 102

二、填空题

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_n + S_n = 1$, 则 $\frac{S_1}{a_1} + \frac{S_2}{a_2} + \cdots + \frac{S_8}{a_8} =$ _____.

5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 点 $\left(n, \frac{S_n}{3n+1} \right)$ 在直线 $y = \frac{1}{2}x$ 上. 若 $b_n = (-1)^n a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则满足 $|T_n| \leq 20$ 的 n 的最大值为_____.

6. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1$, 且 $S_n + S_{n-1} = a_n^2$ ($n \geq 2$), 设 $b_n = \frac{(-1)^n (2a_n + 1)}{S_n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和的取值范围为_____.

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{1}{3}$, $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \cdots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{b_{n+1}}{a_{n+1}} + 6$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}_+$), 等比数列 $\{b_n\}$ 公比 $q = 2$, 令

$c_n = \begin{cases} \frac{1}{a_n}, & n \text{ 为奇数} \\ b_n, & n \text{ 为偶数} \end{cases}$, 则数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 $S_{2n} =$ _____.

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 前 n 项和分别为 S_n , T_n , 且 $a_n > 0, 2S_n = a_n^2 + a_n, n \in \mathbf{N}^*$, $b_n = \frac{2^n + 1}{(2^n + a_n)(2^{n+1} + a_{n+1})}$, 则 $T_6 =$ _____.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1$, $a_2 = \frac{1}{3}$, $\frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \dots + \frac{b_n}{a_n} = \frac{b_{n+1}}{a_{n+1}} + 6$ ($n \geq 2$ 且 $n \in \mathbf{N}_+$), 等比数列 $\{b_n\}$ 公比 $q = 2$, 则数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $S_n =$ _____.

10. 各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$, 满足 $\lg a_2 + \lg a_3 = \lg a_4$, 且 $a_2, a_3 + 1, a_4$ 成等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$, 数列 $\{(b_{n+1} - b_n)a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, 则 $b_n =$ _____.

11. 已知公差不为零的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 a_1, a_2, a_5 成等比数列, $S_5 = a_3^2$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = (-1)^{n+1} \frac{2(1+a_n)}{a_n a_{n+1}}$, 前 n 项和为 T_n , 则 $T_5 + T_{10} =$ _____.

12. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $S_{2018} < S_{2020} < S_{2019}$, 设 $b_n = a_n a_{n+1} a_{n+2}$, 则数列 $\left\{\frac{1}{b_n}\right\}$ 的前 n 项和 T_n 取最大值时 n 的值为 _____.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 满足 $a_1 = 1$, $3S_n = (n+m)a_n$ ($m \in \mathbf{R}$), 且 $a_n b_n = \frac{1}{5}$. 若对 $\forall n \in \mathbf{N}^*$, $\lambda > T_n$ 恒成立, 则实数 λ 的最小值为 _____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-(x-1)^2}, & 0 \leq x < 2, \\ f(x-2), & x \geq 2 \end{cases}$, 若对于正数 k_n ($n \in \mathbf{N}^*$), 直线 $y = k_n x$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象恰有 $2n+1$ 个不同的交点, 则数列 $\{k_n^2\}$ 的前 n 项和为 _____.

15. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{3}{2}$, $a_{n+1} = a_n^2 - a_n + 1$ ($n \in \mathbf{N}_+$), 则 $m = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_{2019}}$ 的整数部分是 _____.

16. 设 $P(n)$ 表示正整数 n 的个位数字, 记 $\psi(n) = P(n^3) - P(n^2)$, M 是 $\{\psi(n)\}$ 的前 4038 项的和, 函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} + 1$, 若函数 $g(x)$ 满足 $f\left[g(x) - \frac{8 - Mx^2 - Mx}{Mx^2 + Mx}\right] = 2$, 则数列 $\{g(n)\}$ 的前 2020 项的和为 _____.

17. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $2(n+1)a_n^2 + (n+2)a_n \cdot a_{n+1} - na_{n+1}^2 = 0$, $a_1 = 4$, 则数列 $\left\{\frac{a_n}{(n+1) \cdot (n+2)}\right\}$ 的前 n 项和为 _____.