

# 高三数学限时训练 46——数列求和 3

学号：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、单选题

1. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$  满足  $S_n = n^2$ ，记数列  $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ 。则使得  $T_n < \frac{20}{41}$  成立的  $n$  的

最大值为 ( )

- A. 17                      B. 18                      C. 19                      D. 20

2. 正项数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且  $2S_n = a_n^2 + a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，设  $c_n = (-1)^n \frac{2a_n + 1}{2S_n}$ ，则数列  $\{c_n\}$  的前 2020 项的和为

( )

- A.  $-\frac{2019}{2020}$                       B.  $-\frac{2020}{2019}$                       C.  $-\frac{2020}{2021}$                       D.  $-\frac{2021}{2020}$

3. 设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项积  $T_n = 1 - a_n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，记  $S_n = T_1^2 + T_2^2 + \cdots + T_n^2$ ，求  $S_n - a_{n+1}$  的取值范围是 ( )。

- A.  $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}\right)$                       B.  $\left[-\frac{1}{2}, -\frac{7}{18}\right]$                       C.  $\left[-\frac{5}{12}, -\frac{7}{18}\right]$                       D.  $\left[-\frac{5}{12}, -\frac{1}{3}\right)$

4. 已知  $S_n$  数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $a_1 = \lambda$ ，且  $a_n + a_{n+1} = (-1)^n n^2$ ，若  $\frac{2S_{2019}}{2019} - \frac{a_{2019}}{2019} = 1010 - \mu$ ，(其中  $\lambda, \mu > 0$ )，则

$\frac{2019}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$  的最小值是 ( )

- A.  $2\sqrt{2}$                       B. 4                      C.  $2\sqrt{2019}$                       D. 2018

5. 数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = 1$ ， $|a_n - a_{n-1}| = n^2 (n \in \mathbf{N}^* \text{ 且 } n \geq 2)$ ，数列  $\{a_{2n-1}\}$  为递增数列，数列  $\{a_{2n}\}$  为递减数列，且  $a_1 > a_2$ ，

则  $a_{99} =$  ( )。

- A. -4950                      B. -4851                      C. 4851                      D. 4950

6. 已知数列  $\{a_n\}$  中， $a_1 = 2$ ，若  $a_{n+1} = a_n^2 + a_n$ ，设  $S_m = \frac{2a_1}{a_1 + 1} + \frac{2a_2}{a_2 + 1} + \cdots + \frac{2a_m}{a_m + 1}$ ，若  $S_m < 2020$ ，则正整数  $m$  的最大

值为 ( )

- A. 1009                      B. 1010                      C. 2019                      D. 2020

7. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + \frac{1}{2}a_2 + \cdots + \frac{1}{n}a_n = n^2 + n (n \in \mathbf{N}^*)$ ，设数列  $\{b_n\}$  满足： $b_n = \frac{2n+1}{a_n a_{n+1}}$ ，数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，

若  $T_n < \frac{n}{n+1} \lambda (n \in \mathbf{N}^*)$  恒成立，则  $\lambda$  的取值范围是

- A.  $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$                       B.  $\left[\frac{1}{4}, +\infty\right)$                       C.  $\left[\frac{3}{8}, +\infty\right)$                       D.  $\left(\frac{3}{8}, +\infty\right)$

8. 设数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=3, a_{n+1}=3a_n-4n$ , 若  $b_n=\frac{4n^2+8n+5}{a_n a_{n+1}}$ , 且数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_n=(\quad)$
- A.  $n\left(1+\frac{2}{6n+9}\right)$       B.  $\frac{4}{3}+\frac{2n}{6n+9}$       C.  $n\left(1+\frac{1}{6n+9}\right)$       D.  $n\left(1+\frac{2}{6n+9}\right)$
9. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=1, a_{2n}=a_{2n-1}+(-1)^n, a_{2n+1}=a_{2n}+3^n (n \in \mathbb{N}^*)$ , 则数列  $\{a_n\}$  的前 2017 项的和为  $(\quad)$
- A.  $3^{1003}-2005$       B.  $3^{2016}-2017$   
C.  $3^{1008}-2017$       D.  $3^{1009}-2018$
10. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n > 0$ , 其前  $n$  项和  $S_n=\frac{a_n^2+2a_n-3}{4}$ , 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_n=(-1)^{n+1}\frac{n+1}{a_n a_{n+1}}$ , 其前  $n$  项和为  $T_n$ , 若  $T_{2n} > \frac{\lambda}{n}$  对任意  $n \in \mathbb{N}^*$  恒成立, 则实数  $\lambda$  的取值范围是  $(\quad)$
- A.  $\left(-\infty, \frac{1}{21}\right)$       B.  $\left(-\infty, \frac{1}{15}\right)$       C.  $\left(-\infty, \frac{4}{33}\right)$       D.  $\left(-\infty, \frac{4}{21}\right)$

## 二、填空题

11. 已知数列  $\{a_n\}$  的通项公式  $a_n=\log_2 \frac{n+1}{n+2} (n \in \mathbb{N}^*)$ , 设其前  $n$  项和为  $S_n$ , 则使  $S_n \leq -3$  成立的最小的自然  $n$  为\_\_\_\_\_
12. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n+a_{n+2}=n (n \in \mathbb{N}^*)$ , 则  $\{a_n\}$  的前 20 项和  $S_{20}=\underline{\hspace{2cm}}$ .
13. 已知正项数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1=2$  且  $a_{n+1}^2-2a_n^2-a_n a_{n+1}=0$ , 令  $b_n=(n+2)a_n-\frac{25}{7}$ , 则数列  $\{b_n\}$  的前 7 项的和等于\_\_\_\_\_.
14. 已知  $a_n=2n+1$ , 记数列  $\left\{\frac{1}{a_n a_{n+1}}\right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 且对于任意的  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $T_n \leq \frac{a_n+11}{t}$ , 则实数  $t$  的最大值是\_\_\_\_\_.
15. 数列  $\{a_n\}$  且  $a_n=\begin{cases} \frac{1}{n^2+2n}, n=2k-1 \\ \sin \frac{n\pi}{4}, n=2k \end{cases} (k \in \mathbb{N}^*)$ , 若  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 则  $S_{2021}=\underline{\hspace{2cm}}$ .