湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023—17

高三数学一轮复习——概率解答题——二项分布、超几何分布、正态分布 1

1．自 2019 年底开始，一种新型冠状病毒 *COVID*-19 开始肆虐全球.人感染了新型冠状病毒后初期常见发热乏力、咽痛干咳、鼻塞流涕、腹痛腹泻等症状，严重者可致呼吸困难、脏器衰竭甚至死亡.目前筛查冠状病毒的手段主要是通过鼻拭子或咽拭子采集样本，再进行核酸检验是否为阳性来判断.假设在接受检验的样本中，每份样本的检验结果（阳性、阴性）是相互独立的，且每份样本是阳性结果的概率均为 $p\left(0<p<1\right)$.

(1)若 $p=\frac{1}{3}$，现对 4 份样本进行核酸检测，求这 4 份中检验结果为阳性的份数 ξ 的分布列及期望；

(2)若 $p=1-2^{-\frac{1}{4}}$，现有 $2k\left(k\in\mathrm{N}^{*},k\geq 2\right)$ 份样本等待检验，并提供“k 合 1”检验方案：将 $k\left(k\in\mathrm{N}^{*},k\geq 2\right)$ 份样本混合在一起检验.若检验结果为阴性，则可认为该混合样本中的每个人都为阴性；若检验结果为阳性，则要求该组中各个样本必须再逐个检验.试比较用“k 合 1”检验方案所需的检验次数 X 的期望 $E\left(X\right)$ 与 $2k$ 的大小.

2．冬季两项是第 24 届北京冬奥会的比赛项目之一，它把越野滑雪和射击两种特点不同的竞赛项目结合在一起.其中 20 km 男子个人赛的规则如下：

①共滑行 5 圈（每圈 4 km），前 4 圈每滑行 1 圈射击一次，每次 5 发子弹，第 5 圈滑行直达终点；

②如果选手有 n 发子弹未命中目标，将被罚时 n 分钟；

③最终用时为滑雪用时、射击用时和被罚时间之和，最终用时少者获胜.

已知甲、乙两人参加比赛，甲滑雪每圈比乙慢 36 秒，甲、乙两人每发子弹命中目标的概率分别为 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{2}{3}$.假设甲、乙两人的射击用时相同，且每发子弹是否命中目标互不影响.

(1)若在前三次射击中，甲、乙两人的被罚时间相同，求最终甲胜乙的概率；

(2)若仅从最终用时考虑，甲、乙两位选手哪个水平更高？说明理由.

3．学习强国中有两项竞赛答题活动，一项为“双人对战”，另一项为“四人赛”．活动规则如下：一天内参与“双人对战”活动，仅首局比赛可获得积分，获胜得 2 分，失败得 1 分；一天内参与“四人赛”活动，仅前两局比赛可获得积分，首局获胜得 3 分，次局获胜得 2 分，失败均得 1 分．已知李明参加“双人对战”活动时，每局比赛获胜的概率为$\frac{1}{2}$；参加“四人赛”活动（每天两局）时，第一局和第二局比赛获胜的概率分别为p，$\frac{1}{3}$．李明周一到周五每天都参加了“双人对战”活动和“四人赛”活动（每天两局），各局比赛互不影响．

(1)求李明这 5 天参加“双人对战”活动的总得分X的分布列和数学期望；

(2)设李明在这 5 天的“四人赛”活动（每天两局）中，恰有 3 天每天得分不低于 3 分的概率为$f\left(p\right)$．求p为何值时，$f\left(p\right)$取得最大值．

4．某单位在“全民健身日”举行了一场趣味运动会，其中一个项目为投篮游戏．游戏的规则如下：每局游戏需投篮 3 次，若投中的次数多于未投中的次数，该局得 3 分，否则得 1 分．已知甲投篮的命中率为$\frac{1}{2}$，且每次投篮的结果相互独立．

（1）求甲在一局游戏中投篮命中次数X的分布列与期望；

（2）若参与者连续玩$2n\left(n\in\mathbf{N}^{*}\right)$局投篮游戏获得的分数的平均值大于 2，即可获得一份大奖．现有$n=k$和$n=k+1$两种选择，要想获奖概率最大，甲应该如何选择？请说明理由．

5．某企业对生产设备进行优化升级，升级后的设备控制系统由$2k-1\left(k\in N_{+}\right)$个相同的元件组成，每个元件正常工作的概率均为$p\left(0<p<1\right)$，各元件之间相互独立．当控制系统有不少于$k$个元件正常工作时，设备正常运行，否则设备停止运行，记设备正常运行的概率为p_k（例如：p_2表示控制系统由 3 个元件组成时设备正常运行的概率；p_3表示控制系统由 5 个元件组成时设备正常运行的概率）．

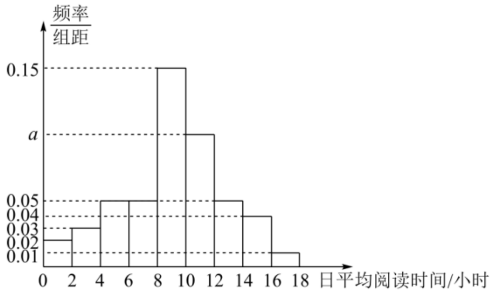
（1）若每个元件正常工作的概率$p=\dfrac{2}{3}$．

（i）当$k=2$时，求控制系统中正常工作的元件个数X的分布列和期望；

（ii）计算p_3．

（2）已知设备升级前，单位时间的产量为a件，每件产品的利润为 1 元，设备升级后，在正常运行状态下，单位时间的产量是原来的 4 倍，且出现了高端产品，每件产品成为高端产品的概率为$\dfrac{1}{4}$，每件高端产品的利润是 2 元．请用p_k表示出设备升级后单位时间内的利润y（单位：元），在确保控制系统中元件总数为奇数的前提下，分析该设备能否通过增加控制系统中元件的个数来提高利润．

6．4 月 23 日是联合国教科文组织确定的“世界读书日”．为了解某地区高一学生阅读时间的分配情况，从该地区随机抽取了 500 名高一学生进行在线调查，得到了这 500 名学生的日平均阅读时间（单位：小时），并将样本数据分成$\left[0,2\right]$，$\left(2,4\right]$，$\left(4,6\right]$，$\left(6,8\right]$，$\left(8,10\right]$，$\left(10,12\right]$，$\left(12,14\right]$，$\left(14,16\right]$，$\left(16,18\right]$九组，绘制成如图所示的频率分布直方图．



(1)从这 500 名学生中随机抽取一人，日平均阅读时间在$\left(10,12\right]$内的概率；

(2)为进一步了解这 500 名学生数字媒体阅读时间和纸质图书阅读时间的分配情况，从日平均阅读时间在$\left(12,14\right]$，$\left(14,16\right]$，$\left(16,18\right]$三组内的学生中，采用分层抽样的方法抽取了 10 人，现从这 10 人中随机抽取 3 人，记日平均阅读时间在$\left(14,16\right]$内的学生人数为X，求X的分布列和数学期望；

(3)以样本的频率估计概率，从该地区所有高一学生中随机抽取 10 名学生，用$P\left(k\right)$表示这 10 名学生中恰有k名学生日平均阅读时间在$\left(8,12\right]$内的概率，其中$k=0$，1，2，…，10．当$P\left(k\right)$最大时，写出k的值．（只需写出结论）

7.2020 年五一期间，银泰百货举办了一次有奖促销活动，消费每超过 600 元(含 600 元)，均可抽奖一次，抽奖方案有两种，顾客只能选择其中的一种.方案一：从装有 10 个形状、大小完全相同的小球(其中红球 2 个，白球 1 个，黑球 7 个)的抽奖盒中，一次性摸出 3 个球其中奖规则为：若摸到 2 个红球和 1 个白球，享受免单优惠；若摸出 2 个红球和 1 个黑球则打 5 折；若摸出 1 个白球 2 个黑球，则打 7 折；其余情况不打折.方案二：从装有 10 个形状、大小完全相同的小球(其中红球 3 个，黑球 7 个)的抽奖盒中，有放回每次摸取 1 球，连摸 3 次，每摸到 1 次红球，立减 200 元.

（1）若两个顾客均分别消费了 600 元，且均选择抽奖方案一，试求两位顾客均享受免单优惠的概率；

（2）若某顾客消费恰好满 1000 元，试从概率角度比较该顾客选择哪一种抽奖方案更合算？

8．某省从 2021 年开始将全面推行新高考制度，新高考“3+1+2”中的“2”要求考生从政治、化学、生物、地理四门中选两科，按照等级赋分计入高考成绩，等级赋分规则如下：从 2021 年夏季高考开始，高考政治、化学、生物、地理四门等级考试科目的考生原始成绩从高到低划分为 A,B,C,D,E 五个等级，确定各等级人数所占比例分别为15%，35%，35%，13%，2%，等级考试科目成绩计入考生总成绩时，将 A 至 E 等级内的考生原始成绩，依照等比例转换法分别转换到 $[86,100]$、$[71,85]$、$[56,70]$、$[41,55]$、$[30,40]$ 五个分数区间，得到考生的等级分，等级转换分满分为 100 分.具体转换分数区间如下表：

等级	A	B	C	D	E
比例	15%	35%	35%	13%	2%
赋分区间	$[86,100]$	$[71,85]$	$[56,70]$	$[41,55]$	$[30,40]$

而等比例转换法是通过公式计算：$\dfrac{Y_2-Y}{Y-Y_1}=\dfrac{T_2-T}{T-T_1}$

其中 Y_1，Y_2 分别表示原始分区间的最低分和最高分，T_1、T_2 分别表示等级分区间的最低分和最高分，Y 表示原始分，T 表示转换分，当原始分为 Y_1，Y_2 时，等级分分别为 T_1、T_2

假设小南的化学考试成绩信息如下表：

考生科目	考试成绩	成绩等级	原始分区间	等级分区间
化学	75 分	B 等级	$[69,84]$	$[71,85]$

设小南转换后的等级成绩为 T，根据公式得：$\dfrac{84-75}{75-69}=\dfrac{85-T}{T-71}$，

所以 $T=76.6\approx 77$（四舍五入取整），小南最终化学成绩为 77 分.

已知某年级学生有 100 人选了化学，以半期考试成绩为原始成绩转换本年级的化学等级成绩，其中化学成绩获得 A 等级的学生原始成绩统计如下表：

成绩	95	93	91	90	88	87	85
人数	1	2	3	2	3	2	2

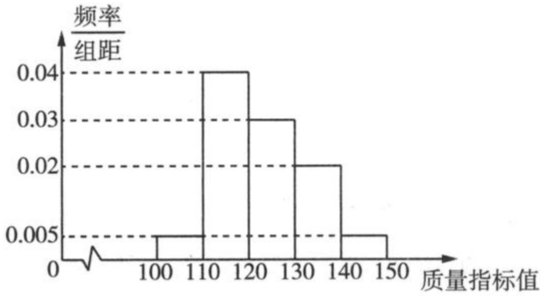
（1）从化学成绩获得 A 等级的学生中任取 2 名，求恰好有 1 名同学的等级成绩不小于 96 分的概率；

（2）从化学成绩获得 A 等级的学生中任取 5 名，设 5 名学生中等级成绩不小于 96 分人数为 ξ，求 ξ 的分布列和期望.

湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023—17

高三数学一轮复习——概率解答题——二项分布、超几何分布、正态分布 2

9．在全球抗击新冠肺炎疫情期间，我国医疗物资生产企业加班加点生产口罩、防护服、消毒水等防疫物品，保障抗疫一线医疗物资供应，在国际社会上赢得一片赞誉.我国某口罩生产厂商在加大生产的同时，狠抓质量管理，不定时抽查口罩质量，该厂质检人员从某日所生产的口罩中随机抽取了 100 个，将其质量指标值分成以下五组：$[100,110)$，$[110,120)$，$[120,130)$，$[130,140)$，$[140,150]$，得到如图所示的频率分布直方图.



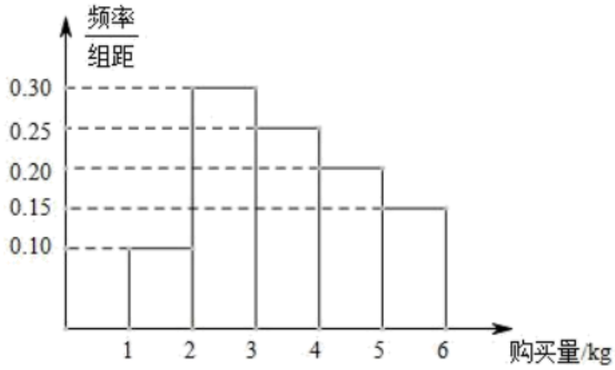
（1）规定：口罩的质量指标值越高，说明该口罩质量越好，其中质量指标值低于 130 的为二级口罩，质量指标值不低于 130 的为一级口罩.现利用分层随机抽样的方法从样本口罩中随机抽取 8 个口罩，再从抽取的 8 个口罩中随机抽取 3 个，记其中一级口罩的个数为 X，求 X 的分布列及均值.

（2）甲计划在该型号口罩的某网络购物平台上参加 A 店的一个订单“秒杀”抢购，乙计划在该型号口罩的某网络购物平台上参加 B 店的一个订单“秒杀”抢购，其中每个订单均由 $n\left(n\geq 2,n\in \mathbf{N}^*\right)$ 个该型号口罩构成.假定甲、乙两人在 A，B 两店订单“秒杀”成功的概率均为 $\frac{1}{(n+2)^2}$，记甲、乙两人抢购成功的订单总数量、口罩总数量分别为 Y，Z.

①求 Y 的分布列及均值；

②求 Z 的均值取最大值时，正整数 n 的值.

10．某小区为了加强对“新型冠状病毒”的防控，确保居民在小区封闭期间生活不受影响，小区超市采取有力措施保障居民正常生活物资供应.为做好甲类生活物资的供应，超市对社区居民户每天对甲类生活物资的购买量进行了调查，得到了以下频率分布直方图.



（1）从小区超市某天购买甲类生活物资的居民户中任意选取 5 户.

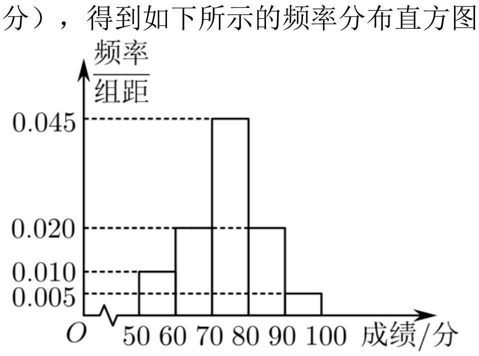
①若将频率视为概率，求至少有两户购买量在$[3,4)$（单位：kg）的概率是多少？

②若抽取的 5 户中购买量在$[3,6]$（单位：kg）的户数为 2 户，从 5 户中选出 3 户进行生活情况调查，记 3 户中需求量在$[3,6]$（单位：kg）的户数为ξ，求ξ的分布列和期望；

（2）将某户某天购买甲类生活物资的量与平均购买量比较，当超出平均购买量不少于0.5kg时，则称该居民户称为“迫切需求户”，若从小区随机抽取 10 户，且抽到 *k* 户为“迫切需求户”的可能性最大，试求 *k* 的值.

$1.5\times0.10+2.5\times0.30+3.5\times0.25+4.5\times0.20+5.5\times0.15=3.5$（$\text{kg}$）

11．某校为了解该校学生“停课不停学”的网络学习效率，随机抽查了高一年级 100 位学生的某次数学成绩（单位：分），得到如下所示的频率分布直方图：



(1)估计这 100 位学生的数学成绩的平均值$\overline{x}$；（同一组中的数据用该组区间的中点值代表）

(2)根据整个年级的数学成绩可以认为学生的数学成绩 X 近似地服从正态分布$N(\mu,\ \sigma^2)$，经计算，（1）中样本的标准差 s 的近似值为 10，用样本平均数$\overline{x}$作为μ的近似值，用样本标准差 s 作为σ的估计值，现任抽取一位学生，求他的数学成绩恰在 64 分到 94 分之间的概率；（若随机变量$X\sim N(\mu,\ \sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma)\approx0.6827$，$P(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma)\approx0.9545$，$P(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma)\approx0.9973$)

(3)该年级 1 班的数学老师为了能每天督促学生的网络学习，提高学生每天的作业质量及学习数学的积极性，特意在微信上设计了一个每日作业小程序，每当学生提交的作业获得优秀时，就有机会参与一次小程序中”玩游戏，得奖

励积分”的活动，开学后可根据获得积分的多少向老师领取相应的小奖品.小程序页面上有一列方格，共 15 格，刚开始有只小兔子在第 1 格，每点一下游戏的开始按钮，小兔子就沿着方格跳一下，每次跳 1 格或跳 2 格，概率均为$\frac{1}{2}$，依次点击游戏的开始按钮，直到小兔子跳到第 14 格（奖励 0 分）或第 15 格（奖励 5 分）时，游戏结束，每天的积分自动累加，设小兔子跳到第$n(1\le n\le 14)$格的概率为P_n，试证明$\left\{P_{n+1}-P_n\right\}$是等比数列，并求$P_{15}$（获胜的概率）的值.

12．2020 年我国科技成果斐然，其中北斗三号全球卫星导航系统 7 月 31 日正式开通．北斗三号全球卫星导航系统由 24 颗中圆地球轨道卫星、3 颗地球静止轨道卫星和 3 颗倾斜地球同步轨道卫星，共 30 颗卫星组成．北斗三号全球卫星导航系统全球范围定位优于 10 米，实测的导航定位精度都是 2~3 米，全球服务可用性 99%，亚太地区性能更优．

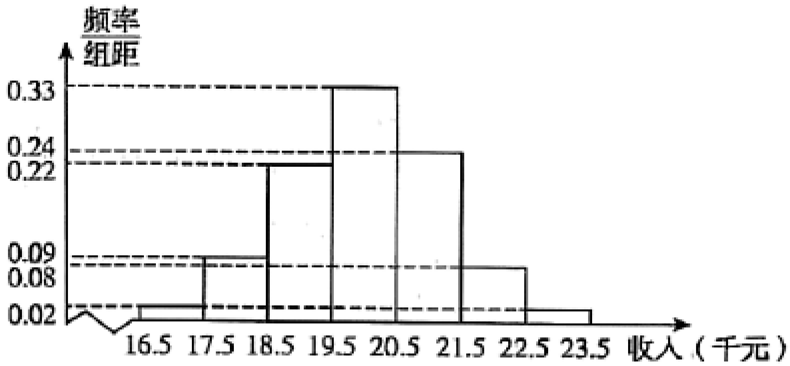
（Ⅰ）南美地区某城市通过对 1000 辆家用汽车进行定位测试，发现定位精确度X近似满足$X\sim N\left(\frac{5}{2},\frac{1}{4}\right)$，预估该地区某辆家用汽车导航精确度在$[1,3]$的概率；

（Ⅱ）（ⅰ）某地基站工作人员 30 颗卫星中随机选取 4 颗卫星进行信号分析，选取的 4 颗卫星中含 3 颗倾斜地球同步轨道卫星数记为Y，求Y的分布列和数学期望；

（ⅱ）某日北京、上海、拉萨、巴黎、里约 5 个基地同时独立随机选取 1 颗卫星进行信号分析，选取的 5 颗卫星中含中圆地球轨道卫星的数目记为ξ，求ξ的数学期望．

附：若$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P\left(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma\right)\approx 0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma\right)\approx 0.9545$，$P\left(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma\right)\approx 0.9973$.

13．某市为提升农民的年收入，更好地实现 2021 年精准扶贫的工作计划，统计了 2020 年50位农民的年收入并制成频率分布直方图，如图．



（1）根据频率分布直方图，估计这50位农民的年平均收入$\bar{x}$（单位：千元）（同一数据用该组数据区间的中点值表示）；

（2）由频率分布直方图，可以认为该市农民年收入X服从正态分布$N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中$\mu$近似为年平均收入$\bar{x}$，$\sigma^2$近似为样本方差$s^2$，经计算得$s^2=1.5$，利用该正态分布，求：

①在扶贫攻坚工作中，若使该市约有占农民人数的84.135%的农民的年收入高于本市规定的最低年收入标准，则此最低年收入标准大约为多少千元？

②该市为了调研“精准扶贫，不落一人”的政策落实情况，随机走访了1000位农民．若每位农民的年收入互相独立，问：这1000位农民中的年收入不少于17.56千元的人数最有可能是多少？

附：$\sqrt{1.5}\approx 1.22$；若$X\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则$P\left(\mu-\sigma\le X\le\mu+\sigma\right)\approx 0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma\le X\le\mu+2\sigma\right)$，$P\left(\mu-3\sigma\le X\le\mu+3\sigma\right)\approx 0.9973$．

14．在创建“全国文明城市”过程中，我市“创城办”为了调查市民对创城工作的了解情况，进行了一次创城知识问卷调查（一位市民只能参加一次）通过随机抽样，得到参加问卷调查的 100 人的得分统计结果如表所示：

组别	[30，40)	[40，50)	[50，60)	[60，70)	[70，80)	[80，90)	[90，100]
频数	2	13	21	25	24	11	4

（1）由频数分布表可以大致认为，此次问卷调查的得分$Z\sim N\left(\mu,198\right)$，$\mu$近似为这 100 人得分的平均值（同一组中的数据用该组区间的左端点值作代表），

①求μ的值；

②利用该正态分布，求$P\left(74.5<Z\le 88.5\right)$；

（2）在（1）的条件下，“创城办”为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案：

①得分不低于μ的可以获赠 2 次随机话费，得分低于μ的可以获赠 1 次随机话费；

②每次获赠的随机话费和对应的概率为：

赠送话费的金额（单位：元）	20	50
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

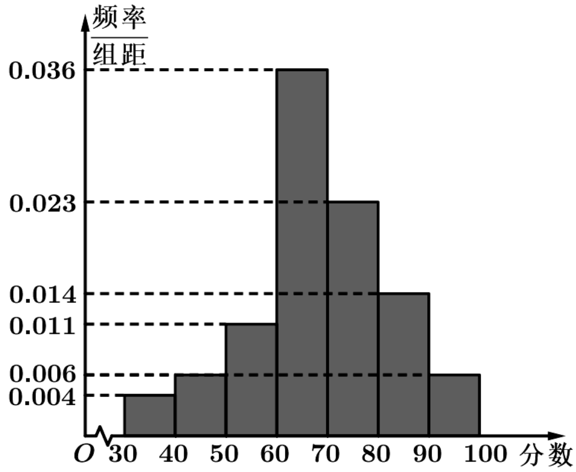
现有市民甲参加此次问卷调查，记X（单位：元）为该市民参加问卷调查获赠的话费，求X的分布列与数学期望．

参考数据与公式：$\sqrt{198}\approx 14$．若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X\le\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<X\le\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)=0.9974$.

湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023—17

高三数学一轮复习——概率解答题——二项分布、超几何分布、正态分布 3

15．　2021 年是中国共产党百年华诞.中国站在“两个一百年”的历史交汇点，全面建设社会主义现代化国家新征程即将开启.2021 年 3 月 23 日，中宣部介绍中国共产党成立 100 周年庆祝活动八项主要内容，其中第一项是结合巩固深化“不忘初心、牢记使命”主题教育成果，在全体党员中开展党史学习教育.这次学习教育贯穿 2021 年全年，总的要求是学史明理、学史增信、学史崇德、学史力行，教育引导党员干部学党史、悟思想、办实事，开新局.为了配合这次学党史活动，某地组织全体党员干部参加党史知识竞赛，现从参加人员中随机抽取 100 人，并对他们的分数进行统计，得到如图所示的频率分布直方图.

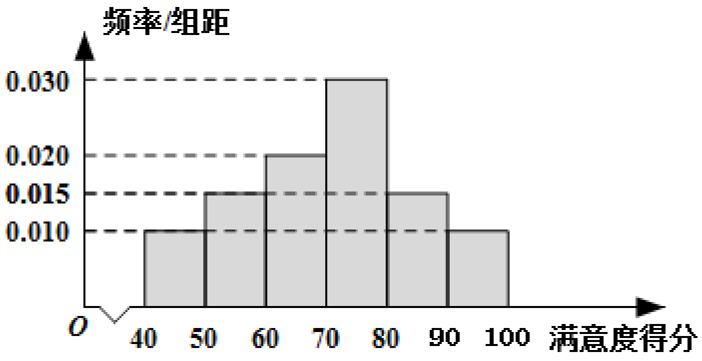


（1）现从这 100 人中随机抽取 2 人，记其中得分不低于 80 分的人数为ξ，试求随机变量ξ的分布列及期望；

（2）由频率分布直方图，可以认为该地参加党史知识竞赛人员的分数 X 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中$\mu$近似为样本平均数，$\sigma^2$近似为样本方差$s^2$，经计算$s^2=192.44$.现从所有参加党史知识竞赛的人员中随机抽取 500 人，且参加党史知识竞赛的人员的分数相互独立，试问这 500 名参赛者的分数不低于 82.3 的人数最有可能是多少？

参考数据：$\sqrt{192.44}\approx 13.9$，$P\left(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma\right)=0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma\right)=0.9545$，
$P\left(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma\right)=0.9974$.

16． $5G$ 网络是第五代移动通信网络的简称，是新一轮科技革命最具代表性的技术之一. 2020 年初以来，我国 $5G$ 网络正在大面积铺开.A 市某调查机构为了解市民对该市 $5G$ 网络服务质量的满意程度，从使用了 $5G$ 手机的市民中随机选取了 200 人进行了问卷调查，并将这 200 人根据其满意度得分分成以下 6 组：$[40,50)$、$[50,60)$、$[60,70)$、…、$[90,100]$，统计结果如图所示：



（1）由直方图可认为 A 市市民对 $5G$ 网络满意度得分 z（单位：分）近似地服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，其中 μ 近似为样本平均数 $\overline{x}$，σ 近似为样本的标准差 s，并已求得 $s=14.31$.若 A 市恰有 2 万名 $5G$ 手机用户，试估计这些 $5G$ 手机用户中满意度得分位于区间 $(56.19,99.12]$ 的人数（每组数据以区间的中点值为代表）；

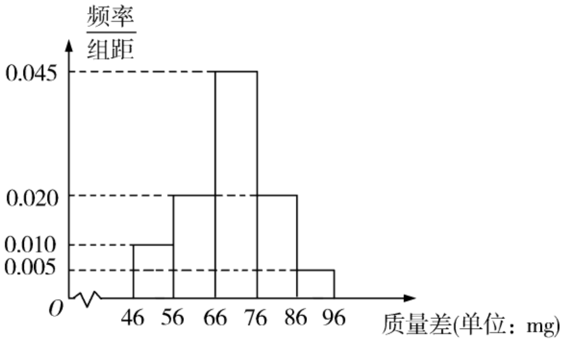
（2）该调查机构为参与本次调查的 $5G$ 手机用户举行了抽奖活动，每人最多有 10 轮抽奖活动，每一轮抽奖相互独立，中奖率均为 $\frac{1}{2}$.每一轮抽奖，若中奖，奖金为 100 元话费且继续参加下一轮抽奖；若未中奖，则抽奖活动结束，现小王参与了此次抽奖活动.

（ⅰ）求小王获得 900 元话费的概率；

（ⅱ）求小王所获话费总额 X 的数学期望（结果精确到 0.01）.

参考数据：若随机变量 z 服从正态分布 $N\left(\mu,\sigma^2\right)$，即 $z\sim N\left(\mu,\sigma^2\right)$，则 $P\left(\mu-\sigma<z\le\mu+\sigma\right)=0.6827$，$P\left(\mu-2\sigma<z\le\mu+2\sigma\right)=0.9545$.

17．中国国家统计局 2019 年 9 月 30 日发布数据显示，2019 年 9 月中国制造业采购经理指数(PMI)为 49.8%，反映出中国制造业扩张步伐有所加快.以新能源汽车、机器人、增材制造、医疗设备、高铁、电力装备、船舶、无人机等为代表的高端制造业突飞猛进，则进一步体现了中国制造目前的跨越式发展.已知某精密制造企业根据长期检测结果，得到生产的产品的质量差服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，并把质量差在$(\mu-\sigma,\mu+\sigma)$内的产品称为优等品，质量差在$(\mu+\sigma,\mu+2\sigma)$内的产品称为一等品，优等品与一等品统称为正品，其余范围内的产品作为废品处理.现从该企业生产的正品中随机抽取 1000 件，测得产品质量差的样本数据统计如下：



（1）根据大量的产品检测数据，检查样本数据的方差的近似值为 100，用样本平均数$\overline{x}$作为μ的近似值，用样本标准差s作为σ的估计值，记质量差$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，求该企业生产的产品为正品的概率P；(同一组中的数据用该组区间的中点值代表)

（2）假如企业包装时要求把2件优等品和n($n\geq 2$，且$n\in N^*$)件一等品装在同一个箱子中，质检员从某箱子中摸出两件产品进行检验，若抽取到的两件产品等级相同则该箱产品记为A，否则该箱产品记为B.

①试用含n的代数式表示某箱产品抽检被记为B的概率p；

②设抽检 5 箱产品恰有 3 箱被记为B的概率为$f(p)$，求当n为何值时，$f(p)$取得最大值，并求出最大值.

参考数据：若随机变量ξ服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，则：$P(\mu-\sigma<\xi\leq\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma<\xi\leq\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma<\xi\leq\mu+3\sigma)\approx 0.9973$.

18．某省2021年开始将全面实施新高考方案．在6门选择性考试科目中，物理、历史这两门科目采用原始分计分；思想政治、地理、化学、生物这 4 门科目采用等级转换赋分，将每科考生的原始分从高到低划分为 A，B，C，D，E 共5个等级，各等级人数所占比例分别为15%、35%、35%、13%和2%，并按给定的公式进行转换赋分．该省组织了一次高一年级统一考试，并对思想政治、地理、化学、生物这 4 门科目的原始分进行了等级转换赋分．

（1）某校生物学科获得A 等级的共有 10 名学生，其原始分及转换分如下表：

原始分	91	90	89	88	87	85	83	82
转换分	100	99	97	95	94	91	88	86
人数	1	1	2	1	2	1	1	1

现从这 10 名学生中随机抽取 3 人，设这 3 人中生物转换分不低于95分的人数为 X，求 X 的分布列和数学期望；

（2）假设该省此次高一学生生物学科原始分 Y 服从正态分布 $N(75.8,36)$．若 $Y \sim N(\mu,\sigma^2)$，令 $\eta=\dfrac{Y-\mu}{\sigma}$，则 $\eta \sim N(0,1)$，请解决下列问题：

①若以此次高一学生生物学科原始分 C 等级的最低分为实施分层教学的划线分，试估计该划线分大约为多少分？（结果保留为整数）

②现随机抽取了该省800名高一学生的此次生物学科的原始分，若这些学生的原始分相互独立，记 ξ 为被抽到的原始分不低于71分的学生人数，求 $P(\xi=k)$ 取得最大值时 k 的值．

附：若 $\eta \sim N(0,1)$，则 $P(\eta \leqslant 0.8) \approx 0.788$，$P(\eta \leqslant 1.04) \approx 0.85$．