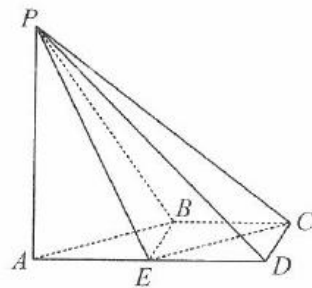


1.如下图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle ADC = \angle PAB = 90^\circ$ ， $BC = CD = \frac{1}{2}AD$ ， E 为 AD 中点，异面直线 PA 与 CD 所成角为 90° 。

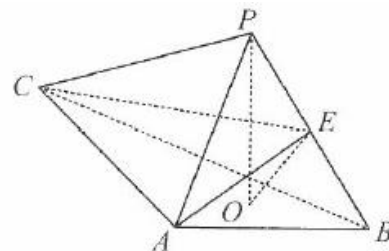
- (1) 在平面 PAB 内找一点 M ，使得直线 $CM \parallel$ 平面 PBE ，并说明理由；
- (2) 若二面角 $P-CD-A$ 的大小为 45° ，求直线 PA 与平面 PCE 所成角的正弦值。



2. (2022 · 新高考 II 卷 · 20)

如图， PO 是三棱锥 $P-ABC$ 的高， $PA = PB$ ， $AB \perp AC$ ， E 为 PB 的中点。

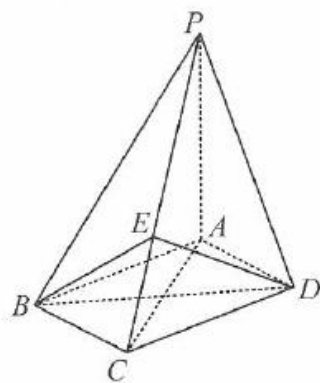
- (1) 证明： $OE \parallel$ 平面 PAC ；
- (2) 若 $\angle ABO = \angle CBO = 30^\circ$ ， $PO = 3$ ， $PA = 5$ ，求二面角 $C-AE-B$ 的正弦值。



3.

如下图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为菱形， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $AC = 2\sqrt{2}$ ， $PA = 2$ ， E 是 PC 上的一点， $PE = 2EC$ 。

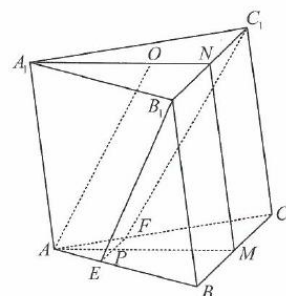
- (1) 证明： $PC \perp$ 平面 BED ；
- (2) 设二面角 $A-PB-C$ 为 90° ，求 PD 与平面 PBC 所成角的大小。



4. (2020 · 新课标 I 卷 · 理 · 20 ·)

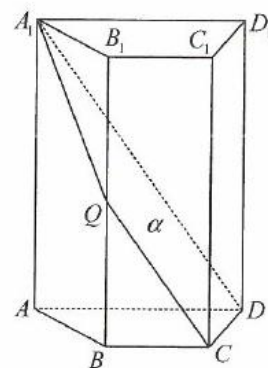
如下图所示，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是正三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形， M 、 N 分别为 BC 、 B_1C_1 的中点， P 为 AM 上一点，过 B_1C_1 和 P 的平面交 AB 于 E ，交 AC 于 F 。

- (1) 证明： $AA_1 \parallel MN$ ，且平面 $A_1AMN \perp$ 平面 EB_1C_1F ；
- (2) 设 O 为 $\triangle A_1B_1C_1$ 的中心，若 $AO \parallel$ 平面 EB_1C_1F ，且 $AO = AB$ ，求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值。



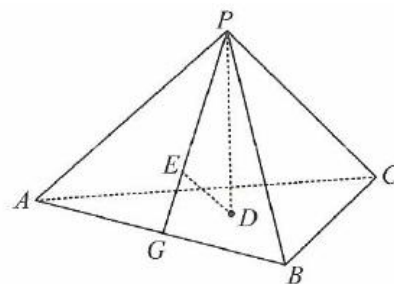
5. 如下图所示，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1 \perp$ 底面 $ABCD$ ，四边形 $ABCD$ 为梯形， $AD \parallel BC$ ，且 $AD = 2BC$ ，过 A_1 、 C 、 D 三点的平面记为 α ， BB_1 与 α 的交点为 Q 。

- (1) 证明： Q 为 BB_1 的中点；
- (2) 求此四棱柱被平面 α 所分成上下两部分的体积之比；
- (3) 若 $AA_1 = 4$ ， $CD = 2$ ，梯形 $ABCD$ 的面积为 6，求平面 α 与底面 $ABCD$ 所成二面角的大小。



6. 如下图所示，已知正三棱锥 $P-ABC$ 的侧面是直角三角形， $PA = 6$ ，顶点 P 在底面 ABC 内的射影为点 D ， D 在平面 PAB 内的正投影为点 E ，连接 PE 并延长交 AB 于点 G 。

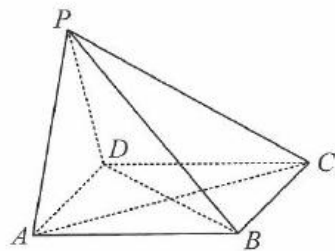
- (1) 证明： G 是 AB 的中点；
- (2) 设点 E 在平面 PAC 内的正投影为 F ，求二面角 $F-BC-P$ 的余弦值。



7.如下图所示，四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$ ， $PA=PD$ ，四边形 $ABCD$ 是正方形.

(1) 直线 AC 与平面 PBD 是否垂直?若垂直，请证明；若不垂直，请说明理由；

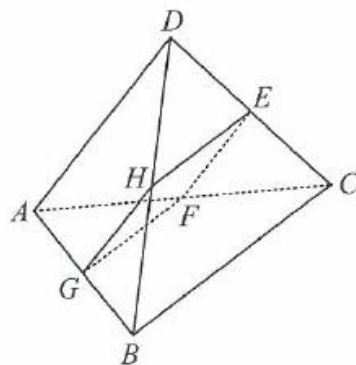
(2) 若二面角 $P-CD-B$ 的平面角为 60° ，求直线 PB 与平面 PCD 所成角的正弦值.



8.如下图所示，在四面体 $ABCD$ 中， $AD=BD=BC=AC=2$ ， $AB=\sqrt{2}$ ， E 、 F 分别为 CD 、 AC 的中点，过 EF 的平面与 AB 、 BD 交于点 G 、 H .

(1) 证明： $EF \parallel GH$ ；

(2) 若四边形 $EFGH$ 为正方形，求直线 AD 与平面 ABC 所成角的正弦值.



9.如下图所示，在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，侧面 ACC_1A_1 是等腰梯形，且 $A_1C_1=AA_1=1$ ， D 为 A_1C_1 的中点.

(1) 证明： $AC \perp BD$ ；

(2) 记二面角 A_1-AC-B 的大小为 θ ，当 $\theta \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 时，求直线 AA_1 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值的取值范围.

