湛江一中 2023 届高三卓越班　NLXF2023-17

高三数学限时训练 40——数列的通项公式与求和

学号：________姓名：____________

一、单选题（本大题共 10 小题，共 50 分）

1．据《乾陵百迷》记载：乾陵是陕西关中地区唐十八陵之一，位于乾县县城北部的梁山上，是唐高宗李治和武则天的合葬墓.乾陵是目前保存最完好的一座帝王陵墓.1961 年 3 月被国务院公布为第一批全国重点文物保护单位.乾陵气势雄伟，规模宏大．登乾陵需要通过一段石阶路，石阶路共 526 级台阶（各台阶高度相同）和 18 座平台，宽 11 米，全路用 32000 块富平墨玉石砌成．右阶有许多象征意义．比如第一道平台的 34 级台阶，象征唐高宗李治在位执政 34 年，第二道平台的 21 级台阶，象征武则天执政 21 年……第九道平台的 108 级台阶，象征有 108 个“吉祥”现已知这 108 级台阶落差高度为 17.69 米，那么乾陵石阶路 526 级台阶的落差高度约为（　　）

A．86.2 米　　　B．83.6 米　　　C．84.8 米　　　D．85.8 米

2．一对夫妇为了给他们的独生孩子支付将来上大学的费用，从孩子一周岁生日开始，每年到银行储蓄 a 元一年定期，若年利率为 r 保持不变，且每年到期时存款（含利息）自动转为新的一年定期，当孩子 18 岁生日时不再存入，将所有存款（含利息）全部取回，则取回的钱的总数为（　　）

A．$a(1+r)^{17}$　　B．$\frac{a}{r}\left[(1+r)^{17}-(1+r)\right]$　　C．$a(1+r)^{18}$　　D．$\frac{a}{r}\left[(1+r)^{18}-(1+r)\right]$

3．复利是指一笔资金产生利息外，在下一个计息周期内，以前各计息周期内产生的利息也计算利息的计息方法，单利是指一笔资金只有本金计取利息，而以前各计息周期内产生的利息在下一个计息周期内不计算利息的计息方法.小闯同学一月初在某网贷平台贷款 10000 元，约定月利率为 1.5%，按复利计算，从一月开始每月月底等额本息还款，共还款 12 次，直到十二月月底还清贷款，把还款总额记为 x 元.如果前十一个月因故不还贷款，到十二月月底一次还清，则每月按照贷款金额的 1.525%，并且按照单利计算利息，这样的还款总额记为 y 元.则 y-x 的值为（ ）(参考数据：$1.015^{12}\approx1.2$)

A．0　　　B．1200　　　C．1030　　　D．900

4．已知数列 $\{a_n\}$ 中的前 n 项和为 S_n，对任意 $n\in N^*$，$S_n=(-1)^n a_n+\frac{1}{2^n}+2n-6$，且 $(a_{n+1}-p)(a_n-p)<0$ 恒成立，则实数 p 的取值范围是

A．$(-\frac{7}{4},\frac{23}{4})$　　B．$(-\infty,\frac{23}{4})$　　C．$(-\frac{7}{4},6)$　　D．$(-2,\frac{23}{4})$

5．在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，当 $n\geq2$ 时，其前 n 项和为 S_n 满足 $S_n{}^2=a_n(S_n-1)$，设 $b_n=\log_2\frac{S_n}{S_{n+2}}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，则满足 $T_n\geq6$ 的最小正整数 n 是

A．12　　　B．11　　　C．10　　　D．9

6．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=5$，$a_n=-\frac{1}{2}a_{n-1}+6(n\geq2)$，若对任意的 $n\in N^*$，$1\leq p(S_n-4n)\leq3$ 恒成立，则实数 p 的取值范围为

A．$(2,3]$　　　B．$[2,3]$　　　C．$(2,4]$　　　D．$[2,4]$

7．公元前 5 世纪，古希腊哲学家芝诺发表了著名的阿基里斯悖论：他提出让乌龟在跑步英雄阿基里斯前面 1000 米处开始与阿基里斯赛跑，并且假定阿基里斯的速度是乌龟的 10 倍.当比赛开始后，若阿基里斯跑了 1000 米，此时乌龟便领先他 100 米，当阿基里斯跑完下一个 100 米时，乌龟先他 10 米，当阿基里斯跑完下一个 10 米时，乌龟先他 1 米....所以，阿基里斯永远追不上乌龟.按照这样的规律，若阿基里斯和乌龟的距离恰好为 0.1 米时，乌龟爬行的总距离为（　　）

A．$\frac{10^5-1}{900}$ 米　　B．$\frac{10^5-9}{90}$ 米　　C．$\frac{10^4-9}{900}$ 米　　D．$\frac{10^4-1}{90}$ 米

8．朱世杰是元代著名数学家，他所著的《算学启蒙》是一部在中国乃至世界最早的科学普及著作.《算学启蒙》中涉及一些“堆垛”问题，主要利用“堆垛”研究数列以及数列的求和问题.现有 132 根相同的圆形铅笔，小明模仿“堆垛”

问题，将它们全部堆放成纵断面为等腰梯形的“垛”，要求层数不小于 2，且从最下面一层开始，每一层比上一层多 1 根，则该“等腰梯形垛”应堆放的层数可以是（　　）

A．5　　　　B．6　　　　C．7　　　　D．8

9．删去正整数数列$1,2,3,\cdots$ 中的所有完全平方数，得到一个新数列，这个数列的第 2018 项是

A． 2062　　　　B． 2063　　　　C． 2064　　　　D． 2065

10． 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n， $a_{n+1}+a_n=2n+3$，且$S_n=1450$，若$a_2<4$，则n的最大值为

A． 51　　　　B． 52　　　　C． 53　　　　D． 54

二、填空题（本大题共 4 小题，共 20 分）

11． 设数列$\{a_n\}$满足$a_1=\dfrac{2}{3}$，且对任意的$n\in N^*$，满足$a_{n+2}-a_n\le 2^n$， $a_{n+4}-a_n\ge 5\times 2^n$,则$a_{2017}=$_________

12. 数列$\{a_n\}$满足$a_na_{n+1}a_{n+2}=a_n+a_{n+1}+a_{n+2}(a_na_{n+1}\ne 1,n\in N^*)$，且$a_1=1$，$a_2=2$.若$a_n=A\sin(\omega n+\varphi)+c(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2})$，则实数$A=$__________.

13. 1967 年，法国数学家蒙德尔布罗的文章《英国的海岸线有多长？》标志着几何概念从整数维到分数维的飞跃.1977 年他正式将具有分数维的图形成为“分形”，并建立了以这类图形为对象的数学分支——分形几何．分形几何不只是扮演着计算机艺术家的角色，事实表明它们是描述和探索自然界大量存在的不规则现象的工具．下面我们用分形的方法来得到一系列图形，如图 1，线段 *AB* 的长度为 1，在线段 *AB* 上取两个点 *C*，*D*，使得$AC=DB=\dfrac{1}{3}AB$，以 *CD* 为一边在线段 *AB* 的上方做一个正三角形，然后去掉线段 *CD*，得到图 2 中的图形；对图 2 中的线段 *EC*、*ED* 作相同的操作，得到图 3 中的图形；依此类推，我们就得到了以下一系列图形：

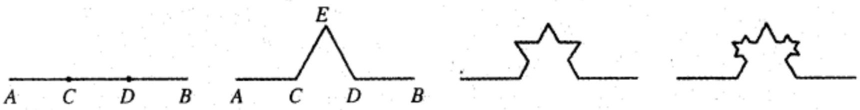

图1　　图2　　图3　　图4

记第 *n* 个图形（图 1 为第一个图形）中的所有线段长的和为S_n，对任意的正整数 *n*，都有$S_n<a$，则 *a* 的最小值为_______.

14． 对于实数 x，[x]表示不超过 x 的最大整数，已知正数列$\{a_n\}$满足$S_n=\dfrac{1}{2}\left(a_n+\dfrac{1}{a_n}\right)$，$n\in N^*$，其中$S_n$为数列$\{a_n\}$的前 n 项的和，则$\left[\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_{121}}\right]=$______.

15． 已知无穷数列$\{a_n\}$与无穷数列$\{b_n\}$满足下列条件：①$a_n\in\{0,1,2\},n\in\mathbf{N}^*$；② $\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=(-1)^n\cdot\left|\dfrac{1}{2}a_n-\dfrac{1}{4}a_{n+1}\right|,n\in\mathbf{N}^*$.

记数列$\{b_n\}$的前n项积为T_n .

（1）若$a_1=b_1=1$,$a_2=0$,$a_3=2$,$a_4=1$， 则$T_4=$_______________;

（2）若$b_1=1$，则T_{2021}的最大值是____________