**湛江一中卓越班2023-17**

**高三数学复习小专题——三角函数的化简**

题型一.齐次化模型

齐次分式：分子分母的正余弦次数相同，例如：

（一次显型齐次化）

或者（二次隐型齐次化）

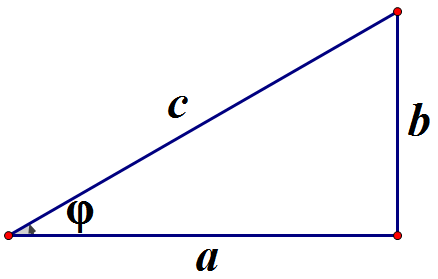
这种类型题，分子分母同除以（一次显型）或者（二次隐型），构造成的代数式

1.若，则的值是　 　．

2.当时，函数的最大值为　　 ．

3.若，则的值是　 　．

4.数，则　 　，的最小值为　 　．

题型二.辅助角与最值问题

**第一类：**一次辅助角:=．（其中）

证明：作一直角三角形如图，其中

=( )同理可得：=()

**第二类：**二次辅助角



5.函数，当时，取到最大值，则

6.函数在区间上恰有2个最大值点，则的取值范围是

7.．对任意的均有，则　　

1.  B． C． D．

8.已知，向右平移个单位后为奇函数，则　　．

9.已知函数在处取得最小值，则　　．

10.函数的图象向左平移个单位长度后对应的函数是奇函数，函数，若关于的方程在，内有两个不同的解，，则=

题型三.整体代换与二次函数模型

三角函数和二次函数交汇分三类，第一类是，与之间的二次函数关系；第二类是与之间的关系，第三类是与之间的关系.

第一类：

11.函数的最大值是　　．

12.若函数，则　　

A.是周期函数 B.在，上有4个零点 C.在上是增函数 D.的最小值为

第二类：关于，与之间的关系，我们先进行整理.

1. 若，则；=
2. 若，则；=

判断与的符号法则

，，，.

，，，.

13.函数的最大值为　　．

14（多选）设函数，则　　

A． B．在上单调递增

C．在上有最大值 D．是的一条对称轴

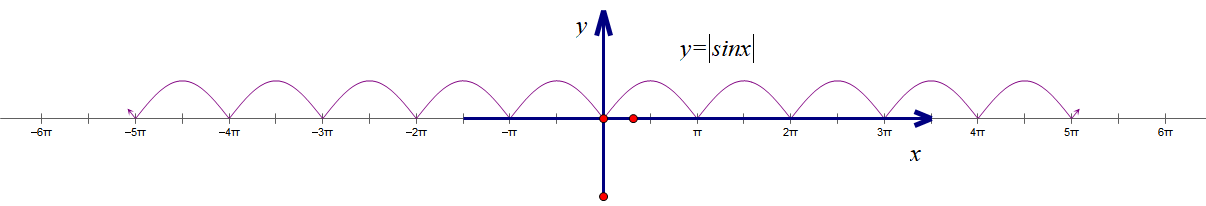
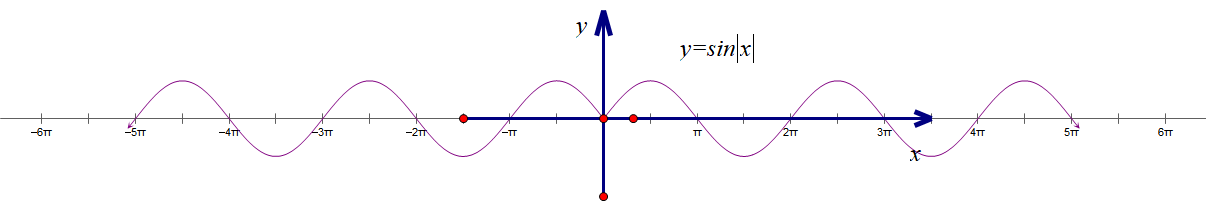
第三类：与类型和

15.已知函数，则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

16.已知函数，则的最大值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

17.已知函数，则函数的最大值为

题型四.绝对值与三角函数综合模型

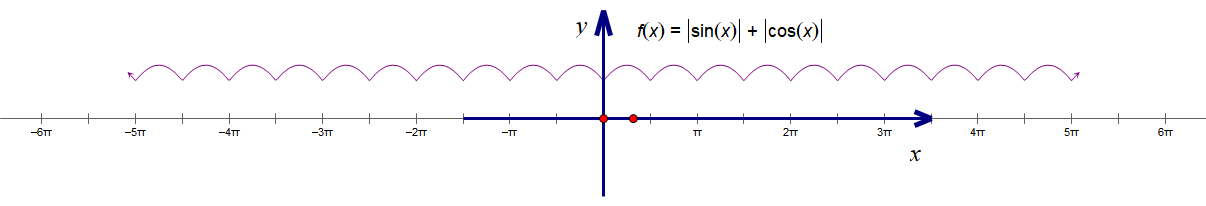
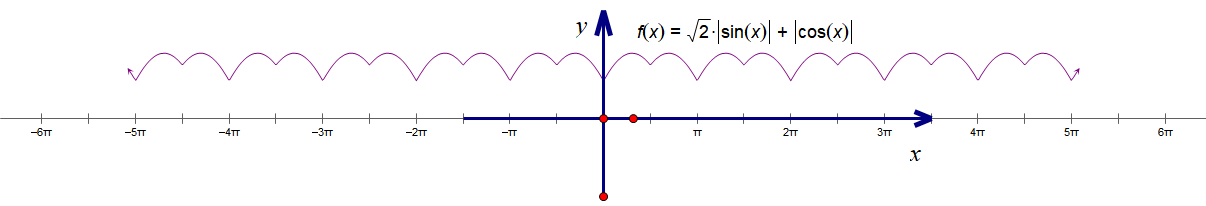
关于和，如图，将图像中轴上方部分保留，轴下方部分沿着轴翻上去后得到，故是最小正周期为的函数，同理是最小正周期为的函数；是将图像中轴右边的部分留下，左边的删除，再将轴右边图像作对称至左边，故不是周期函数.我们可以这样来表示：

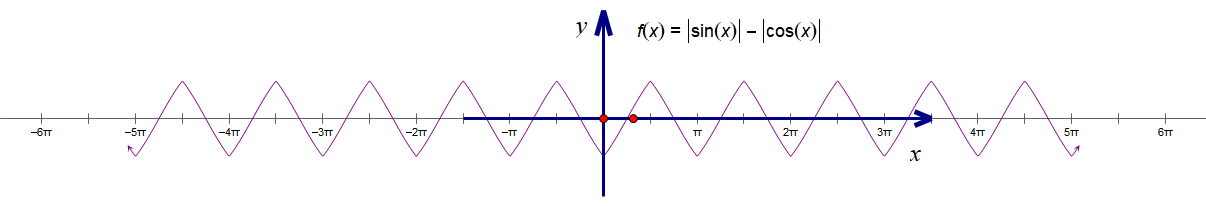
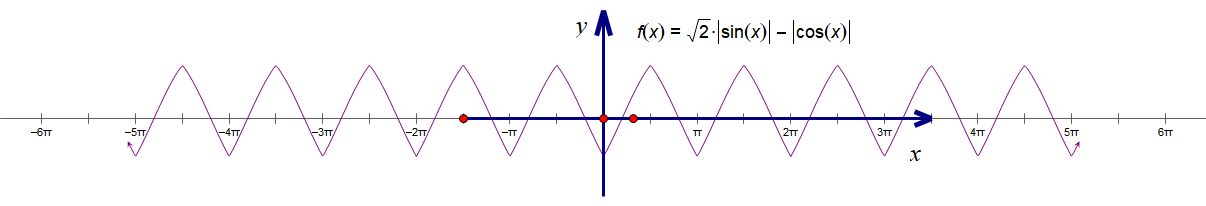
，

18.关于函数，下列结论正确的是　　

A.的最小正周期为 B.的最大值为2 C.在上单调递减 D.是的一条对称轴

关于，我们先看最简单的和，再来分类讨论

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 最小正周期 | （时为） |  |
| 最大值 |  |  |
| 最小值 |  |  |

19.（多选）设函数，则　　

A.最小正周期为 B.值域为， C.在上递增 D.在，上有4个零点

20.（多选）已知函数，则下列结论正确的是　　

A.是偶函数 B.是周期函数 C.在区间，上单调递增 D.的最大值为1

21．（多选）已知函数，则　　

A．在，上的最小值是1 B．的最小正周期是

C．直线是图象的对称轴 D．直线与的图象恰有2个公共点

22．（多选）已知函数，则　　

A.是周期函数 B.的图象必有对称轴 C.的增区间为 D.的值域为

23．（多选）关于函数，则下列结论正确的是　　

A.是偶函数 B.是周期函数 C.在区间上单调递减 D.的最大值为1

24．（多选）设，则下列关于的判断正确的有　　

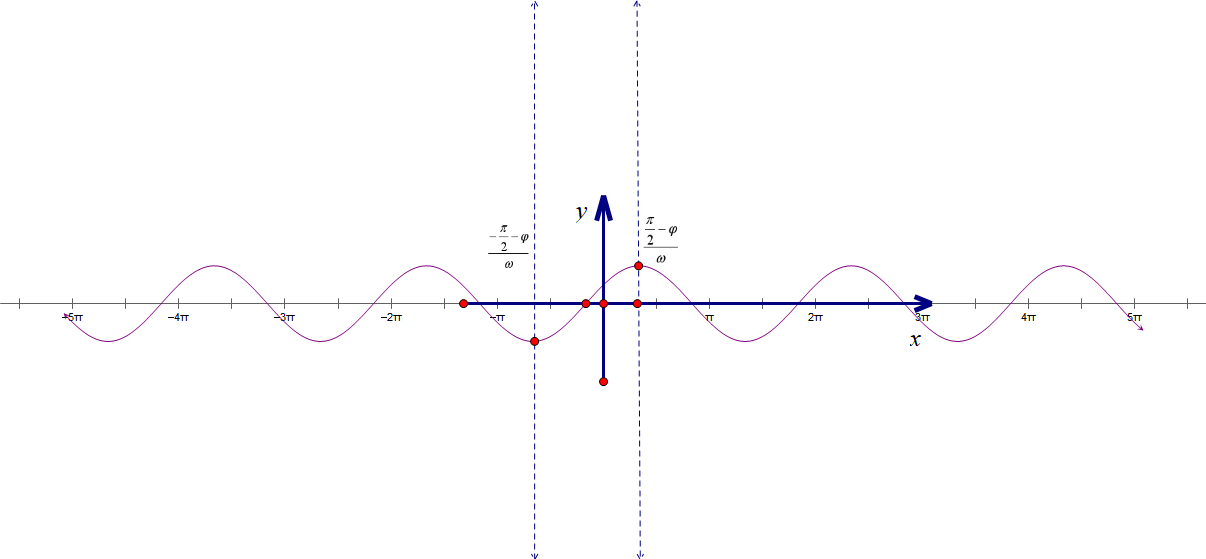
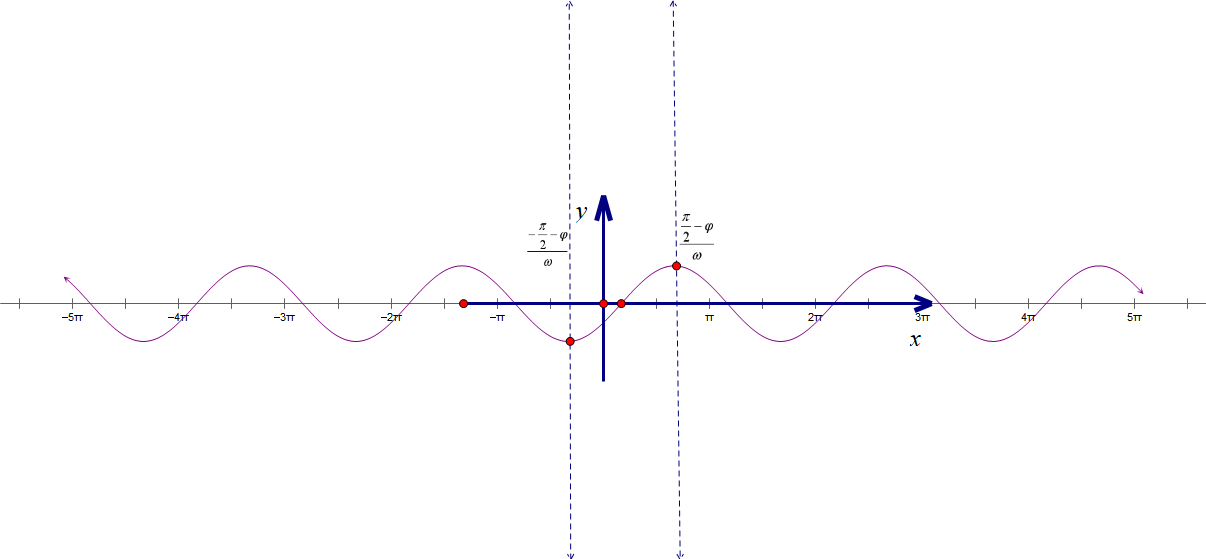
A.对称轴为， .B.最小值为 C.一个极小值为1 D.最小正周期为

题型五.函数卡根法模型

一轮复习里面就重点介绍了卡根，二轮有一点炒剩饭的感觉，当一轮二轮都重复提及卡根，那么说明此方法的重要性，卡根更多利用几何性质，我们这里介绍的方法，全程无，尽量简单便捷.

卡根分两种，一是五点法卡根，二是周期卡根，区别就在于卡根的区间或者是否包含0，比如这个范围内进行卡根，那么一定选择五点卡根法，这个范围内进行卡根，那么一定选择周期卡根法。

一．五点卡根法，通常当中，都会给一个条件，就是，所以，当时，图像如左下，当时，图像如右下：

我们通过图形可以知道，无论为任意正数，则正弦函数的靠近零点的第一个递增区间最小值和最大值均在第三和第一象限，卡根就从这个周期的五点开始操作，我们称之为五点卡根法.先看例题.

例18．（2021•铁岭模拟）函数在内有且仅有一个极大值点，则的取值范围为　　

A．， B．， C．， D．，

例19．（2021•南通模拟•多选）已知函数在，上有且只有三个零点，则下列说法中正确的有　　

A．在上存在，，使得 B．的取值范围为

C．在上单调递增 D．在上有且只有一个最大值点

例20.（2021•宿州三模）已知函数，函数的图象可以由函数的图象先向右平移个单位长度，再将所得函数图象保持纵坐标不变，横坐标变为原来的得到．若函数在上恰有3个零点，则的取值范围是　　

A．， B．， C．， D．，

22．（2021•凉州区模拟）若函数在区间上有最大值，则的取值范围为　　

A． B． C． D．

23．（2021•汉中模拟）已知函数在区间上是增函数，且在区间，上存在唯一的使得，则的取值可能为　　

A． B． C． D．2

24．（2021•宁江区三模•多选）已如函数在，上有且仅有6个零点，则实数的值可能为　　

A． B． C．3 D．

25．（2021•香坊区四模）已知函数在区间内有且仅有一个极大值，且方程在区间内有4个不同的实数根，则的取值范围是　　．

1. **周期卡根法**

如果卡根区间没有过零点，那么在卡根区间进行周期卡根，就看最多或者最少能放进去几个周期，当然，前提需要就是先要卡形式，即关于的表达式(为正整数).

定理：轴心距,也可以转化为

例21．（2021•全国三模）已知把函数的图象向左平移后得到的图象关于，对称，在，上具有单调性，则的最大值为　　

A．8 B．16 C．32 D．36

26.（2020•深圳月考）已知函数，，是的零点，直线是图象的对称轴，且在上单调，则的最大值为　　

A．1 B．2 C．3 D．4

27．（2016•新课标Ⅰ）已知函数，，为的零点，为图象的对称轴，且在，上单调，则的最大值为（ ）

A．11 B．9 C．7 D．5

28．（2021•射洪市月考）若函数在区间内没有最值，则的取值范围是　　

A． B． C． D．