湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（1）——曲线与方程

### 一、知识纵横

解析几何主要研究两方面的内容:一是根据条件求曲线的方程(即轨迹方程)，二是根据曲线方程,研究曲线的性质.

**1.求轨迹方程**

求曲线的轨迹方程是高考命题的热点,其一般步骤为:建(坐标系)、设(动点坐标)、限(限制条件,点满足的条件)、代(坐标代入)、化(化简整理),最后检验轨迹的纯粹性与完备性.

即:①建系;②设点;③列式;④化简;⑤检验.

求轨迹方程的常用方法:

已知曲线类型——待定系数法

未知曲线类型——①定义法:②直接法:③代入法;④交轨法;⑤参数法.

**2.研究曲线的性质**

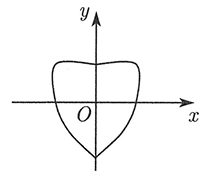
主要是图形形状、对称性、范围、最值等.

### 二、典型例题

例1．方程所表示的曲线是( )

A. 一个圆 B. 两个圆 C. 半个圆 D. 两个半圆

例2.数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，曲线C:就是其中之一(如图).给出下列三个结论:

①曲线C恰好经过6个整点(即横、纵坐标均为整数的点)；

②曲线C上任意一点到原点的距离都不超过;

③曲线C所围成的“心形”区域的面积小于3.

其中,所有正确结论的序号是( )

A.① B.② C.①② D.①②③

例3.在数学中有这样形状的曲线:.关于这种曲线，有以下结论：

①曲线恰好经过9个整点（即横、纵坐标均为整数的点）;②曲线上任意两点之间的距离都不超过2;

③曲线所围成的“花瓣”形状区域的面积大于5.其中正确的结论有（ ）

A.①③ B.②③ C.①② D.①②③

例4.（多选题）双扭线最早于1694年被瑞士数学家雅各布·伯努利用来描述他所发现的曲线.在平面直角坐标系中，把到定点,距离之积等于的点的轨迹称为双扭线.

已知点是双扭线上一点，下列说法中正确的有（ ）

A.双扭线关于原点中心对称; B.;

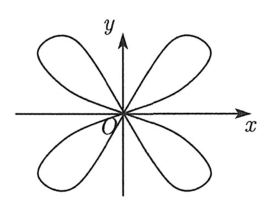
C.双扭线上满足的点有两个; D.的最大值为.

例5．（多选题）在平面直角坐标系中，为曲线上一点，则（ ）

A．曲线关于原点对称 B．

C．曲线围成的区域面积小于18 D．到点的最近距离为

例6.（多选题）数学中的数形结合，也可以组成世间万物的绚丽画面.一些优美的曲线是数学形象美，对称美，和谐美的结合产物，曲线：恰好是四叶玫瑰线.给出下列结论正确的是（ ）

.曲线经过5个整点（即横，纵坐标均为整数的点）

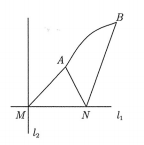
.曲线上任意一点到坐标原点的距离都不超过2

.曲线围成区域的面积大于

.方程表示的曲线在第一象限和第三象限

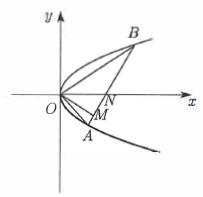
例7.曲线是平面内到定点的距离与到定直线的距离之和为3的动点*P*的轨迹．则曲线与轴交点的坐标是\_\_\_\_\_\_\_；又已知点 (为常数)，那么的最小值\_\_\_\_\_\_．

例.如图所示,直线和相交于点,点,以端点的曲线段上任一点到的距离与到点的距离相等，若是锐角三角形,且,建立适当的坐标系, 求曲线的方程.



**例9.**已知双曲线的左、右顶点分别为，点是双曲线上不同的两个动点，求直线与交点的轨迹的方程.

例.如图,设点和为抛物线上除原点以外的两个动点,已知,则点的轨迹方程为



例1 A 例2 C 例3 A 例4. ABD 例5．ACD 例6.

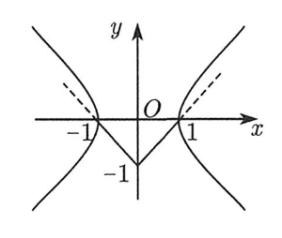
例7 

例. **例9.**且 例 (原点除外)

### 三、巩固练习

1.如果把一个平面区域内两点间的距离的最大值称为此区域的直径，那么曲线围成的平面区域的直径为（ ）A.  B. C. D. 

2.由曲线围成的图形面积为（ ）A.  B. C. D. 

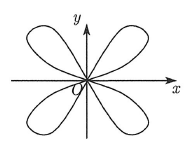
3.如图，平面直角坐标系中，曲线（实线部分）的方程可以是（ ）

A． B．

C． D．

4．已知点集，则平面直角坐标

系中区域的面积是（ ）A．1 B． C． D．

5.数学中有许多形状优美、寓意美好的曲线，例如：四叶草曲线就是其中一种，其方程为.给出下列四个结论：①曲线*C*有四条对称轴；②曲线*C*上的点到原点的最大距离为；③曲线*C*第一象限上任意一点作两坐标轴的垂线与两坐标轴围成的矩形面积最大为；④四叶草面积小于.其中，

所有正确结论的序号是（ ）

A.①② B.①③

C.①③④ D.①②④

6.曲线C为：到两定点、距离乘积为常数16的动点的轨迹

以下结论：(1)曲线C一定经过原点；(2)曲线C关于*x*轴、y轴对称；(3)△的面积不大于8；(4)曲线C在一个面积为64的矩形范围内.正确的个数为 （ ）

A.1 B.2 C.3 D.4

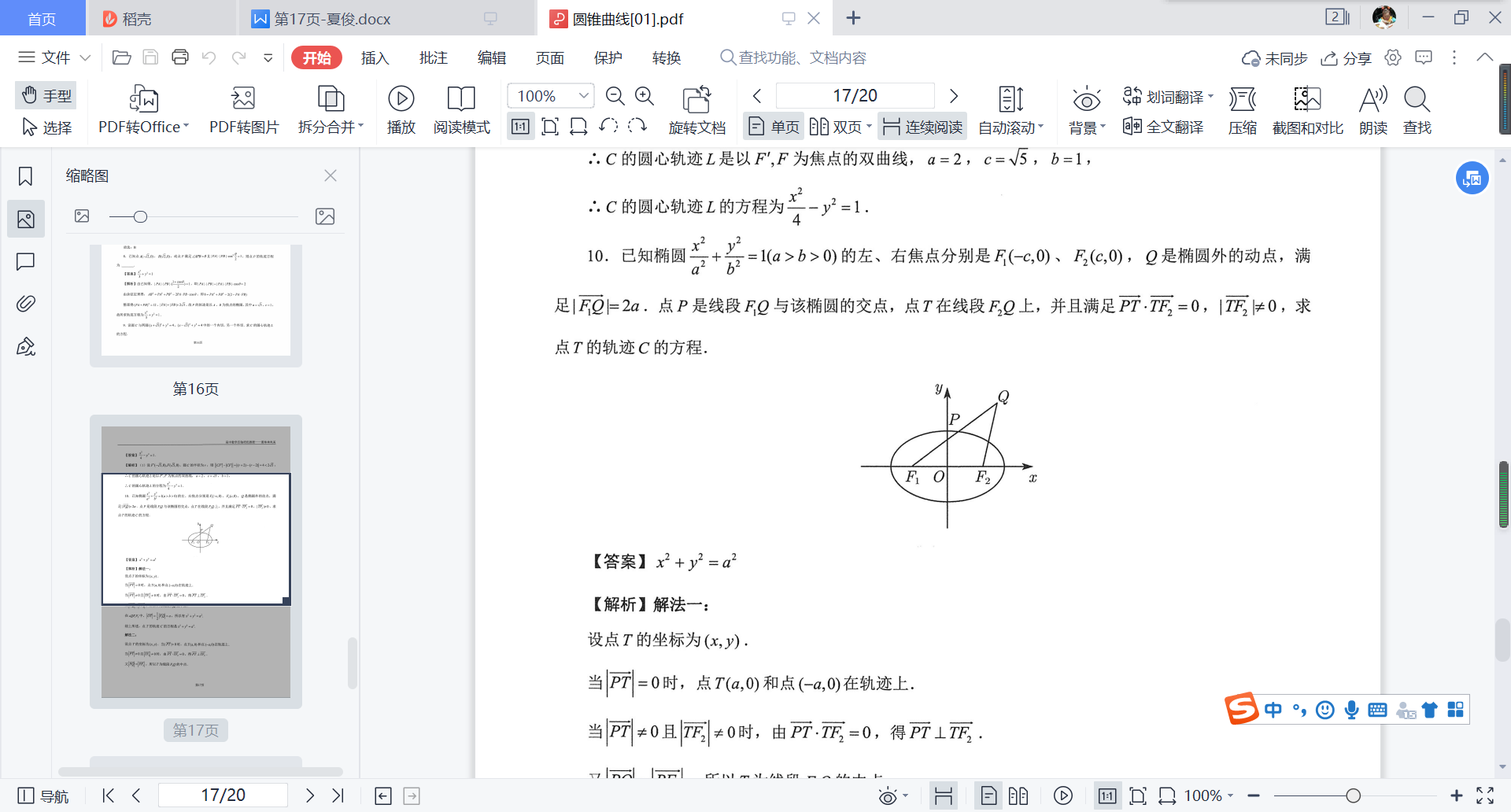
7.双曲线最早于1694年被瑞士数学家雅各布伯努利用来描述他所发现的曲线.在平面直角坐标系中，把到定点，的距离之积等于的点的轨迹称为双纽线.已知点是双纽线上一点，下列说法中：①双纽线关于原点中心对称；②；③双纽线上满足的点P有两个；④的最大值为.正确的有( )

A.①② B.①②④ C.②③④ D.①③

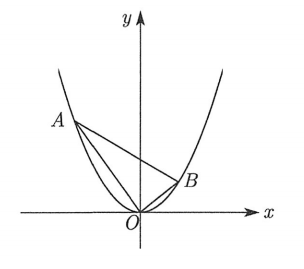
8.已知点,动点满足且,则点的轨迹方程为 .

9.设圆与两圆中的一个内切,另一个外切.求的圆心轨迹的方程.

10.已知椭圆的左、右焦点分别是，，是椭圆外的动点，满足，点是线段与该椭圆的交点，点在线段上，并且满足，，求点的轨迹的方程.



11. 在平面直角坐标系  中, 抛物线  上异于坐标原点  的两不同动点  满足 (如图所示）, 求的重心（即三角形三条中线的交点）的轨迹方程.



### 三、巩固练习

1. 2. 3.C 4.D 5.C 6.C 7.B

.**.**



.