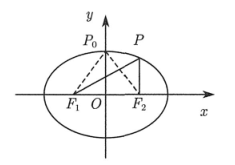
湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（2）——与椭圆有关的顶角最大问题

**一、知识要点**

**结论1:**已知,为椭圆的两个焦点,为椭圆上任意一点,

则当点为椭圆短轴的端点时,最大.

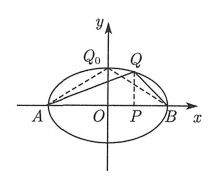
【证明】如图所示,设,,则:,,所以.(当时取等号)

由余弦定理得：.

当即时取等号,所以当时,的值最小,

又因为,所以此时最大.即点为椭圆短轴的端点时最大

**结论2:**已知,为椭圆长轴上的两个顶点,为椭圆上任意一点,则当点为椭圆短轴的端点时,最大.

【证明】如图,设,过点作,垂足为,则,,,所以,,则

因为，所以

又因为，，所以当时，取得最大值，此时最大.

即当点为椭圆短轴的端点时，最大.

**二、典型例题**

例1. 已知为椭圆的两个焦点，若椭圆上存在点使得，则椭圆离心率的取值范围是

例2. 已知椭圆，是它的两个焦点，点为其上的动点，当为钝角时，则点横坐标的取值范围是 .

例3. 已知椭圆 长轴两端点为 , 如果椭圆上存在 点使得 , 则椭圆的离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

例4.设 是椭圆 长轴的两端点, 若上存在点 满足 ,则的取值范围是

答案：例1. 2. 3. 4.

**三、练习**

1.若 是椭圆 上任意一点, 是焦点, 则 的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_.

2.已知 为椭圆 上一点, 是其左右焦点, 取最大时 ,

则椭圆的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

3.焦点在 轴上的椭圆方程为 是椭圆的两个焦点, 若椭圆上存在点 , 使得 , 那么实数 的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

4.已知 是椭圆的两个焦点, 满足 的点 总在椭圆内部，则椭圆离心率的取值范围是

5.设 是椭圆的两个焦点, 若上存在点满足 , 则 的取值范围是

6.已知椭圆 的方程为 离心率 分别为左焦点和右顶点, 点 在椭圆上,若∠为锐角，则实数m的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案1. 2. 3.［) 4..(0,) 5.6.

湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（3）——双曲线的渐近线

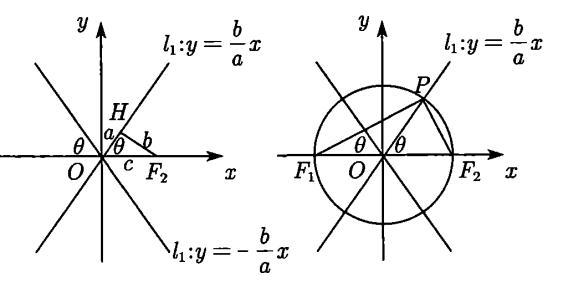
### 一、知识纵横

有关双曲线的一些结论:

结论 1: 双曲线的焦点到渐近线的距离为

【说明】如左下图, 在 中, , 则 ,

记 的倾斜角为 , 显然有：渐近线 的斜率 , 双曲线的离心率 .

称 为双曲线的特征三角形, 显然, 这样的三角形有 4 个.

结论 2: 双曲线 的左、右焦点分别为 ，

以线段 为直径的圆与双曲线相交, 设第一象限的交点为 , 则点 坐标为

结论 3: 过双曲线 上任一点 作两渐近线的平行线 , 则它们和两条

渐近线围成的平行四边形的面积为定值

【证明】先证明一个引理：若 , 则 .

证明:

下面结合引理来证明结论 3 .

依题意可设 , 则 ,

即 , 代入双曲线方程得, , 化简整理, 得 ,

则 , 所以 .

结论 4: 过双曲线 上一点 , 作双曲线的切线交两渐近线于 ,

两点, 则称 为双曲线的渐近三角形, 双曲线的渐近三角形有如下性质:

(1) 点 是线段 的中点, 即 .

(2) 渐近三角形的面积为定值, 即 .

### 二、例题

例 1.已知双曲线 的左、右焦点分别为 ,过 的直线与 的两条渐近线分别交于 两点. 若 , 则 的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

例 2. (多选）过双曲线 右焦点 作双曲线一条渐近线的垂线, 垂足为 , 与另一条渐近线交于点 , 若 , 则双曲线 的离心率为 A. B. C. D.

例 3. 已知双曲线 的左右焦点分别为 , 右顶点为 是双曲线右支上一点, 与渐近线 交于点 , 与渐近线 交于点 的中点为 , 若 , 且, 则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：1.2 2. 3. 2

### 三、练习

已知双曲线 为坐标原点, 为 的右焦点, 过点 的直线 与双曲线 的两条渐近线分别交于点 若 为直角三角形, 则 \_\_\_\_\_\_\_\_.

2.设 是双曲线 的左、右焦点, 是坐标原点. 过 作 的一条渐近线 的垂线, 垂足为 . 若 , 则 的离心率为（ ）

3.已知坐标平面 中, 点 分别为双曲线 的左、右焦点, 点 在双曲线 的左支上， 与双曲线 的一条渐近线交于点 , 且 为 的中点, 点 为 的外心, 若 三点共线, 则双曲线 的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

4.已知双曲线 的右焦点为 , 若过点 且倾斜角为 的直线与双曲线

的右支有两个交点, 则此双曲线离心率的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

5.已知 是双曲线 的右焦点, 是坐标原点. 过 作 的一条渐近线的垂线, 垂足为 , 并交 轴于点 . 若 , 则 的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

6.双曲线 的左焦点为 , 过 作 轴垂线交 于点 , 过 作与 的一条渐近线平行的直线交 于点 , 且 在 轴同侧, 若 , 则 的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

7.过双曲线 右焦点 作双曲线一条渐近线的垂线, 垂足为 , 与双曲线交于点 , 若 , 则双曲线 的渐近线方程为

8.已知双曲线 右支上一点 , 经过点 的直线与双曲线 的两渐近线分 别交于 两点. 若点 分别位于第一、四象限, 为坐标原点. 当 时, 的面积 为 , 则双曲线 的实轴长为

9.双曲线 的左、右焦点分别为 , 点 为 的左支上任意一点, 直线 是双曲线的一条渐近线, , 垂足为 . 当 的最小值为 3 时, 的中点在双曲线 上,则 的方程为（）

10.已知 是双曲线 的左右两个焦点, 若双曲线左支上存在一点 与点 关于直线 对称, 则该双曲线 的离心率为.

11.已知双曲线 的左、右焦点分别为 , 过 的直线分别交双曲线的两条渐近线于 . 若点 是线段 的中点, 且 , 则此双曲线的离心率等于\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：1.3 2 3 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11.2