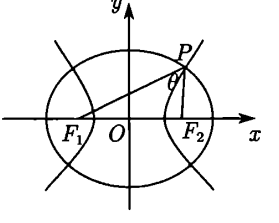
湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（4）——共焦点问题

### 一、知识点

椭圆与双曲线共焦点求解模型:

结论 1: 已知 为椭圆和双曲线的公共焦点, 为它们的一个公共点,

且 , 分别为椭圆和双曲线的离心率, 则 .

【证明】设椭圆方程为 , 双曲线方程为 , 设 为椭圆与双曲线在第一象限内的公共点, 分别为左、右焦点, 则 ,在 中, 由余弦定理得： ,

,

即

结论 2: 已知椭圆 (其中 ）与双曲线 (其中 )

的焦点重合, 分别为 的离心率, 则

【 证明】 .

### 二、典型例题

#### 类型 1：已知顶角的共焦点问题

例 1. 已知 分别是具有公共焦点 的椭圆和双曲线的离心率, 是两曲线的一个公共点, 是线段 的中点, 且 , 则

例2. 已知 为椭圆和双曲线的公共焦点, 为它们的一个公共点, 且 , 则该椭圆和双曲线的离心率之积的最小值是

例 3. 已知 为椭圆和双曲线的公共焦点, 为它们的一个公共点, 且 , 则该椭圆和 双曲线的离心率之积的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_.

例 4.已知 是椭圆和双曲线的公共焦点, 是它们的一个公共点, 且 , 则椭圆和双曲线的离心率的倒数之和的最大值为

答案：1. 2 3. 4

#### 类型 2: 与面积有关的共焦点问题

例 5.已知椭圆 与双曲线 的焦点重合, , 分别为 的离心率, 则（ A. 且 B. 且 C. 且 D. 且

例6.记共焦点的椭圆和双曲线的离心率分别为 , 若椭圆短轴长

例 7. 已知 是双曲线 与椭圆 的公共焦点, 点 是曲线 在第一象限的交点, 若 的面积为 , 则双曲线 的离心率为

例 8. 若椭圆 与双曲线 在第一象限内有交点 , 且双曲线左、右焦点分别是 , 点 是敉圆上任意一点, 则 面积的最大值是\_\_\_\_\_\_\_.

**答案5.A** 6. 7. 8.

#### 类型 3：与焦半径有关的共焦点问题

例 9. 椭圆 与双曲线 有相同的左右焦点分别为 , 椭圆 的离心率为 , 双曲线 的离心率为 , 且两曲线在第一象限的公共点 满足 , 则 的值为

例 10. 双曲线 与椭圆 有相同的焦点, 且左、右焦点分别为 , 它们在第一象限的交点为 , 若 , 且椭圆与双曲线的离心率互为倒数,则该双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_.

例 11. 已知椭圆 与双曲线 有共同的焦点, 且在第一象限的交点为 , 满足 （其中 为原点）. 设 的离心率分别为 , 当 取得最小值时, 的值为

例 12. 设椭圆 与双曲线 在第一象限的交点为 为其共同的左右焦点,

且 , 若椭圆和双曲线的离心率分别为 , 则 的取值范围为

答案9. 2 10. 11. 12.

### 三、练习

1.已知椭圆 (其中 ) 与双曲线 其中 的焦点重合,

分别为 的离心率, 则( )

A. 且 B. 且 C. 且 D. 且

2.已知 是双曲线与椭圆 的公共焦点, 点 ,

分别是曲线 在第一、第三象限的交点, 四边形 的面积为 , 设双曲线 与椭圆 的

离心率依次为 , 则

3. 离心率为 2 的双曲线 与椭圆 有共同的焦点 分别是

, 在第一、三象限的交点, 若四边形 是矩形, 则椭圆 的离心率为

4.已知椭圆 与双曲线 有相同的左右焦点 ,

, 若点 是 与 在第一象限内的交点, 且 , 设 与 的离心率分别为 , 则 的取值范围是

5.已知中心在原点的椭圆与双曲线有公共焦点, 左右焦点分别为 , 且两条曲线在第一象限的

交点为 是以 为底边的等腰三角形,若 , 椭圆与双曲线的离心率分别为 , 则 的取值范围是

6.已知中心在原点的椭圆和双曲线有共同的左、右焦点 , 两曲线在第一象限的交点为 是以 为底边的等腰三角形, 若 , 椭圆和双曲线的离心率分别为 , 则 的取值范围是

7. 中心在原点的椭圆 与双曲线 具有相同的焦点 为 与 在第一

象限的交点, 且 , 若双曲线 的离心率 , 则椭圆 的离心率 的范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

8.已知椭圆 与双曲线 有相同的焦点, 其左、右焦点分别为 、

, 若椭圆与双曲线在第一象限内的交点为 , 且 , 则双曲线的离心率为\_\_\_\_\_\_\_.

9.已知椭圆 和双曲线 的焦点相同, 分 别为左、右焦点, 是椭圆和双曲线在第一象限的交点, 轴, 为垂足, 若 ( 为 坐标原点）, 则椭圆和双曲线的离心率之积为\_\_\_\_\_\_\_.

答案1.A 2. 3. 4 5. 6. 7 8. . 9.