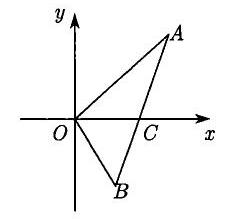
湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（5）——面积问题

### 一、知识点

1. 面积问题的解决策略

(1) 面积公式的选择: 常用的面积公式是 , 寻底找高, 一般需要求出底与高的长度, 用到 两个公式：弦长公式和点到直线的距离公式.

(2) 面积的分割：一种常见的分割是

2. 相关公式

（1）弦长公式的两种形式

(1)若 是直线 与圆锥曲线的两个交点, 且由两方程消去 后得到一元二次方程

, 则 .

(2)若 是直线 与圆锥曲线的两个交点, 且由两方程消去 后得到一元二次方程

, 则

（2）三角形面积的三种常用形式

(1)

(2) .

(3)设 , 则 （三角形的坐标面积公式)

证明:

（3）四边形面积公式

设四边形的两条对角线长度为 , 夹角2为 , 则四边形面积 特别地, 当两对角线

互相垂直时, 有 .

3. 面积的最值问题

通常利用公式将面积表示为某个变量的函数（如斜率、角度、坐标等），转化为求函数的最值. 求函 数值域（最值）的常用方法有：换元法、配方法, 判别式法，基本不等式, 利用导数单调性，三角函数的 有界性等.

### 二、例题

#### 类型 1：三角形面积

例 已知椭圆 的一个顶点为 , 离心率为 , 直线 与椭圆 交于 两点, 若存在过点 的直线, 使得点 与点 关于该直线对称.

(1) 求椭圆 的方程;

(2) 求实数 的取值范围;

(3) 用 表示 的面积 , 并·判断 是否存在最大值. 若存在, 求出最大值; 若不存在, 说明

理由.

例 2. 在平面直角坐标系 中, 点 与点 关于原点 对称, 是动点, 且直线 与 的

斜率之积等于 .

（1）求动点 的轨迹方程;

(2) 设直线 和 分别与直线 交于点 , 问：是否存在点 使得 与 的面 积相等? 若存在, 求出点 的坐标; 若不存在, 说明理由.

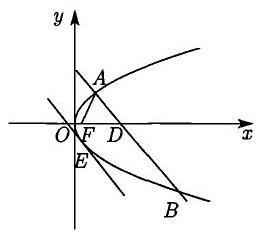
例 3.如图, 已知拋物线 的焦点为 为 上异于原点的任意一 点, 过点 的直线 交 于另一点 , 交 轴的正半轴于点 , 且有 . 当点 的横坐标为 3 时, 为正三角形.

(1) 求 的方程;

(2) 若直线 , 且 和 有且只有一个公共点 ,

(1)证明直线 过定点, 并求出定点坐标.

(2) 的面积是否存在最小值？若存在, 请求出最小值; 若不存在, 请说明理由.

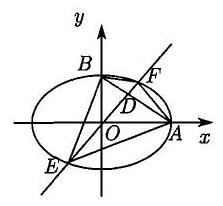


#### 类型 2：四边形面积

例 4. 设椭圆中心在坐标原点, 是它的两个顶点, 直线 与 相交于点 , 与椭圆相交于 两点.

(1) 若 , 求 的值;

(2) 求四边形 面积的最大值.



例 5. 已知椭圆 的离心率为 , 点 为椭圆上一点.

（1）求椭圆 的方程;

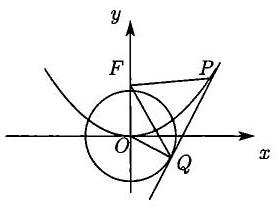
(2) 已知两条互相垂直的直线 经过椭圆 的右焦点 , 与椭圆 交于 与

四点, 求四边形 面积的的取值范围.

#### 类型 3：面积之比

例 6. 已知焦点为 的拋物线 , 圆 , 直线 与抛物线相切于点 , 与

圆相切于点 .

(1) 当直线 的方程为 时, 求拋物 线的方程.

(2) 记 分别为 的面积, 求 的最小值.

### 三、练习

1．已知 为椭圆 上的一个动点, , 设直线 和 分别与直线 交 于 两点, 若 与 的面积相等, 则线段 的长为\_

2.已知 为抛物线 的焦点, 点 在该拋物线上, (其中 为坐标原点), 则 与 面积之差的最小值是

3.已知椭圆 的焦点在 轴上， 是 的左顶点, 斜率为 的直 线交 于 两点, 点 在 上, .

(1) 当 时, 求 的面积;

(2) 当 时，求 的取值范围.

(1) 求椭圆 的标准方程;

求 的最大值.

5.已知两点 , 直线 相交于 , 且这两条直线的斜率之积为

(1) 求点 的轨迹方程;

(2) 记点 的轨迹为曲线 , 曲线 上在第一象限的点 的横坐标为 1, 过点 且斜率互为相反数 的两条直线分别交曲线 于 , 求 的面积的最大值（其中点 为坐标原点）.

6.已知 是椭圆 的左、右焦点, 点 在椭圆上，线段 与 轴的交点 满足 .

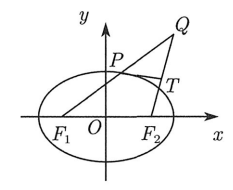
(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 过点 作不与 轴重合的直线 , 设 与圆 相交于 两点, 与椭圆相交于 ,

7.已知椭圆 的左、右焦点分别是 是椭圆外的动点, 满足 点 是线段 与该椭圆 的交点, 点 在线段 上, 并且满足 .

(1) 求点 的轨迹 的方程;

(2) 过原点的直线 与曲线 分别交于点 不重合 , 设 的面

积分别为 , 求 的取值范围.

答案

1.

2.

3.（1 (2) .

5. (1) (2) .

6.(1) (2) .

7. (1) (2) .