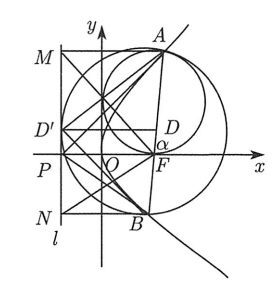
湛江一中2023届高三卓越班 NLXF2023—17

高三数学一轮复习——解析几何小专题（6）——拋物线的性质及其应用

### 一、知识点

1.拋物线焦点弦的常用性质

已知直线 过抛物线 的焦点 , 交抛物线 于 （点 在 轴上方）两点,其中 , 直线 的倾斜角为 , 抛物线 的准线为 , 如左下图所示, 则有:

(1)

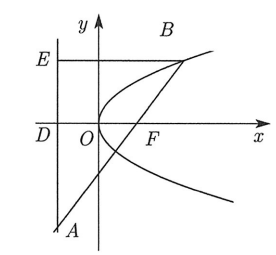
(2)

(3) ;

(4) 从点 分别作准线的垂线, 垂足分别为 , 从弦 的中点 作准线的垂线, 垂足为 ,则有:

(i) ;

(ii) 即以 为直径的圆与准线 相切;

(iii)以 （或 ）为直径的圆与 轴相切;

(5) 准线与 轴的交点为 , 则 , 即 ;

(6) 于点 于点 , 则点 共线, 点 共线.

**2. 拋物线的性质**

如上图所示, 设 为抛物线 上的任意两点, 若直线 与 轴交于点 , 则有 .

【证明】设直线 的方程为 , 联立 , 整理可得 ,由韦达定理, 得 , 又 , 两式相乘, 得 ,

所以 .

### 二、例题

例 1. 已知抛物线 上有两点 , 焦点 .

个

例 2. 已知拋物线 的焦点为 和准线为 , 过点 的直线交 于点 , 与拋物线的一个交点为 , 则

例3.已知拋物线 的焦点为, 过点作直线交拋物线于 两点, 则 的最小值为

例 4. 已知抛物线 , 过点 作该抛物线的两条切线, 切点分别为 , 则直线 的方程为

例 5.已知 为抛物线 的焦点, 均为抛物线上的点, 直线 经过焦点 且直线 的倾斜角与直线 的倾斜角互补. 若 , 则点 的横坐标为\_\_\_\_\_\_\_.

例 6. 如图, 已知抛物线 的焦点为 . 过点 的直线交拋物线于 两 点, 直线 分别交抛物线于点 .

(1) 求 的值:

(2) 记直线 的斜率为 , 直线 的斜率为 , 证明: 为定值.

答案 1.1 2. 9 3. 4 5. 6.（1）

### 三、练习

1.设拋物线的顶点为坐标原点, 焦点 的坐标为 . 若该抛物线上两点 的横坐标之和是 5 ,则弦 的长的最大值为

2. 过拋物线 的焦点 作一条倾斜角为 的直线, 与抛物线交于 两点, 则

3.已知拋物线 的焦点为 , 过点 的直线 交抛物线 于 两点, 其中点 在第一象限, 若弦 的长为 , 则

4.过抛物线 的焦点 作斜率为 的直线, 与拋物线相交丁点 两点, 设直线 、 为坐标原点）的斜率分别为 , 则下列等式正确的是( )

A. B. C. D.

5.过抛物线 的焦点 的直线交拋物线于 两点, 若线段 的中点 到 轴的距离为 2 ,则

6.已知 为坐标原点, 点 在抛物线 上, 过点 作两直线分别交抛物线 于点 ,

7. 已知拋物线 为 的焦点, 过焦点 且倾斜角为 的直线 与 交于 两点，则下面结论不正确的是（ ）

A. 以 为直径的圆与抛物线 的准线相切

B.

C. 过点 分别作抛物线 的切线, 则两切线互相垂直

D. 记原点为 , 则

8.过拋物线 的准线上任意一点 作抛物线的切线 , 切点分别为 , 则 点到准线的距离与 点到准线的距离之和的最小值是( )

其中 位于第一象限, 则 的最小值为\_\_\_\_\_\_\_.

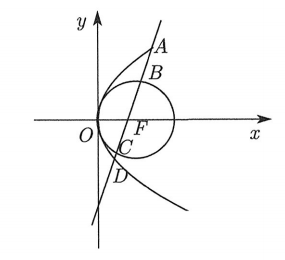
10.点 是抛物线 上的两点, 是抛物线 的焦点, 中点 到拋物线 的准线的距离为 , 则 的最大值为 .

11.已知 , 直线 的斜率与直线 的斜率之差是 1 , 则点 的轨迹 的方程 是\_\_\_\_\_\_\_． 若点 的坐标为 是直线 上的一点, 是直线 与轨迹 的交点, 且, 则

12.已知抛物线 的焦点为 , 准线为 , 过 的直线交拋物线于 两点, 作

13.已知点 是拋物线 的对称轴与准线的交点, 点 为拋物线的焦点, 在拋物线上且满足, 当 取最小值时，点 恰好在以 为焦点的双曲线上, 则双曲线的离心率为

14. 如图, 直线  过抛物线  的焦点  且交抛物线于  两点, 直线  与圆  交于  两点, 若 , 设直线  的斜率为 , 则 \_\_\_\_\_\_\_.



15. 已知点  在抛物线  上, 过点  作抛物线  的切线 , 切点分别为 ,, 若 , 且 , 则  的准线方程为

16．抛物线和圆，其中，直线经过的焦点，依次交于，四点，则的值为

答案1. 7 2 16 3 4 或 4.C 5. 6 6. 7.D 8. 4

9.2 10.1. 11. , 12 13.D 14. 15.  16．