4장 : 오차 수정하기

• 경사 하강법

오차가 가장작을 때 → 기울기 a가 M 위치에 있을 때.

기울기가 M일 때를 알기위해 a값을 이동시키는 것 ⇒ 경사 하강법

• 미분값이 0인 지점을 아는것이 목표

(과정)

① a_1에서 미분을 구함

② 구해진 기울기의 반대 방향 (기울기가 + 면 음의방향, − 이면 양의 방향)으로 이동시킨 a_2에서 미분을 구함

③ 미분값이 0이 아니면 위 과정 반복

• 학습률

이동거리를 정할 때 사용.

평균 제곱 오차 $\Rightarrow \frac{1}{n}\sum(y_i - (ax_i+b))^2$

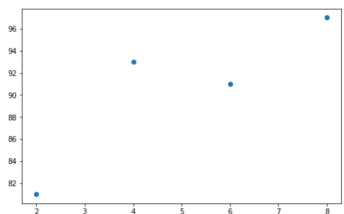
- a 편미분 : $\frac{2}{n}\sum(ax_i+b-y_i)x_i$
- b 편미분 : $\frac{2}{n}\sum(ax_i+b-y_i)$

(실습)

```python
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt

#공부시간 X와 성적 Y의 리스트를 만듭니다.
data = [[2, 81], [4, 93], [6, 91], [8, 97]]
x = [i[0] for i in data]
y = [i[1] for i in data]

#그래프로 나타내 봅니다.
plt.figure(figsize=(8,5))
plt.scatter(x, y)
plt.show()

#리스트로 되어 있는 x와 y값을 넘파이 배열로 바꾸어 줍니다.(인덱스를 주어 하나씩 불러와 계산이
#가능해 지도록 하기 위함입니다.)
x_data = np.array(x)
y_data = np.array(y)

# 기울기 a와 절편 b의 값을 초기화 합니다.
a = 0
b = 0

#학습률을 정합니다.
lr = 0.03

#몇 번 반복될지를 설정합니다.
epochs = 2001

#경사 하강법을 시작합니다.
for i in range(epochs): # epoch 수 만큼 반복
    y_hat = a * x_data + b  #y를 구하는 식을 세웁니다
    error = y_data - y_hat  #오차를 구하는 식입니다.
    a_diff = -(2/len(x_data)) * sum(x_data * (error)) # 오차함수를 a로 미분한 값입니다.
    b_diff = -(2/len(x_data)) * sum(error)  # 오차함수를 b로 미분한 값입니다.
    a = a - lr * a_diff  # 학습률을 곱해 기존의 a값을 업데이트합니다.
    b = b - lr * b_diff  # 학습률을 곱해 기존의 b값을 업데이트합니다.
    if i % 100 == 0:    # 100번 반복될 때마다 현재의 a값, b값을 출력합니다.
        print("epoch=%.f, 기울기=%.04f, 절편=%.04f" % (i, a, b))
```

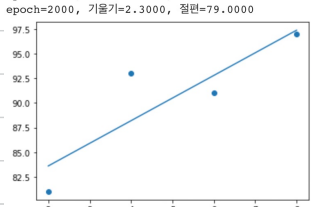
```python
# 앞서 구한 기울기와 절편을 이용해 그래프를 그려 봅니다.
y_pred = a * x_data + b
plt.scatter(x, y)
plt.plot([min(x_data), max(x_data)], [min(y_pred), max(y_pred)])
plt.show()
```

(결과



```
epoch=0, 기울기=27.8400, 절편=5.4300
epoch=100, 기울기=7.0739, 절편=50.5117
epoch=200, 기울기=4.0960, 절편=68.2822
epoch=300, 기울기=2.9757, 절편=74.9678
epoch=400, 기울기=2.5542, 절편=77.4830
epoch=500, 기울기=2.3956, 절편=78.4293
epoch=600, 기울기=2.3360, 절편=78.7853
epoch=700, 기울기=2.3135, 절편=78.9192
epoch=800, 기울기=2.3051, 절편=78.9696
epoch=900, 기울기=2.3019, 절편=78.9886
epoch=1000, 기울기=2.3007, 절편=78.9957
epoch=1100, 기울기=2.3003, 절편=78.9984
epoch=1200, 기울기=2.3001, 절편=78.9994
epoch=1300, 기울기=2.3000, 절편=78.9998
epoch=1400, 기울기=2.3000, 절편=78.9999
epoch=1500, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
epoch=1600, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
epoch=1700, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
epoch=1800, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
epoch=1900, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
epoch=2000, 기울기=2.3000, 절편=79.0000
```

몇번 반복해야 실행됐는지



- 다중 선형 회귀

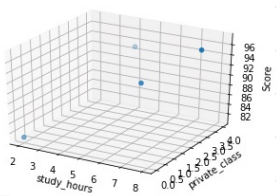
독립 변수가 두개 이상일 경우

$y = a_1x_1 + a_2x_2 + b$

〈실습〉

```python
import numpy as np
import pandas as pd
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits import mplot3d

#공부시간 X와 성적 Y의 리스트를 만듭니다.
data = [[2, 0, 81], [4, 4, 93], [6, 2, 91], [8, 3, 97]]
x1 = [i[0] for i in data]
x2 = [i[1] for i in data]
y = [i[2] for i in data]

#그래프로 확인해 봅니다.
ax = plt.axes(projection='3d')
ax.set_xlabel('study_hours')
ax.set_ylabel('private_class')
ax.set_zlabel('Score')
ax.dist = 11
ax.scatter(x1, x2, y)
plt.show()
```

〈결과〉




```python
#리스트로 되어 있는 x와 y값을 넘파이 배열로 바꾸어 줍니다.(인덱스를 주어 하나씩 불러와 계산이 가능해 지도록 하기 위함입니다.)
x1_data = np.array(x1)
x2_data = np.array(x2)
y_data = np.array(y)

# 기울기 a와 절편 b의 값을 초기화 합니다.
a1 = 0
a2 = 0
b = 0

#학습률을 정합니다.
lr = 0.02

#몇 번 반복될지를 설정합니다.(0부터 세므로 원하는 반복 횟수에 +1을 해 주어야 합니다.)
epochs = 2001

#경사 하강법을 시작합니다.
for i in range(epochs): # epoch 수 만큼 반복
    y_pred = a1 * x1_data + a2 * x2_data + b  #y를 구하는 식을 세웁니다
    error = y_data - y_pred  #오차를 구하는 식입니다.
    a1_diff = -(2/len(x1_data)) * sum(x1_data * (error)) # 오차함수를 a1로 미분한 값입니다.
    a2_diff = -(2/len(x2_data)) * sum(x2_data * (error)) # 오차함수를 a2로 미분한 값입니다.
    b_new = -(2/len(x1_data)) * sum(y_data - y_pred)  # 오차함수를 b로 미분한 값입니다.
    a1 = a1 - lr * a1_diff  # 학습률을 곱해 기존의 a1값을 업데이트합니다.
    a2 = a2 - lr * a2_diff  # 학습률을 곱해 기존의 a2값을 업데이트합니다.
    b = b - lr * b_new  # 학습률을 곱해 기존의 b값을 업데이트합니다.
    if i % 100 == 0:    # 100번 반복될 때마다 현재의 a1, a2, b값을 출력합니다.
        print("epoch=%.f, 기울기1=%.04f, 기울기2=%.04f, 절편=%.04f" % (i, a1, a2, b))
```

〈결과〉

```
epoch=0, 기울기1=18.5600, 기울기2=8.4500, 절편=3.6200
epoch=100, 기울기1=7.2994, 기울기2=4.2867, 절편=38.0427
epoch=200, 기울기1=4.5683, 기울기2=3.3451, 절편=56.7901
epoch=300, 기울기1=3.1235, 기울기2=2.8463, 절편=66.7100
epoch=400, 기울기1=2.3591, 기울기2=2.5823, 절편=71.9589
epoch=500, 기울기1=1.9546, 기울기2=2.4427, 절편=74.7362
epoch=600, 기울기1=1.7405, 기울기2=2.3688, 절편=76.2058
epoch=700, 기울기1=1.6273, 기울기2=2.3297, 절편=76.9833
epoch=800, 기울기1=1.5673, 기울기2=2.3090, 절편=77.3948
epoch=900, 기울기1=1.5356, 기울기2=2.2980, 절편=77.6125
epoch=1000, 기울기1=1.5189, 기울기2=2.2922, 절편=77.7277
epoch=1100, 기울기1=1.5100, 기울기2=2.2892, 절편=77.7886
epoch=1200, 기울기1=1.5053, 기울기2=2.2875, 절편=77.8209
epoch=1300, 기울기1=1.5028, 기울기2=2.2867, 절편=77.8380
epoch=1400, 기울기1=1.5015, 기울기2=2.2862, 절편=77.8470
epoch=1500, 기울기1=1.5008, 기울기2=2.2860, 절편=77.8518
epoch=1600, 기울기1=1.5004, 기울기2=2.2859, 절편=77.8543
epoch=1700, 기울기1=1.5002, 기울기2=2.2858, 절편=77.8556
epoch=1800, 기울기1=1.5001, 기울기2=2.2858, 절편=77.8563
epoch=1900, 기울기1=1.5001, 기울기2=2.2857, 절편=77.8567
epoch=2000, 기울기1=1.5000, 기울기2=2.2857, 절편=77.8569
```

〈3차원 예측 평면〉