<3장. 가장 훌륭한 예측선 긋기 : 선형 회귀>

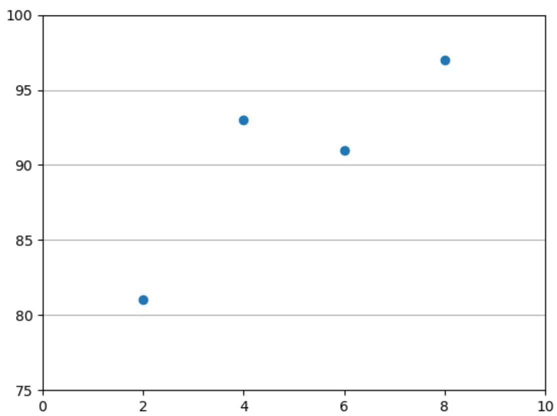
1.선형 회귀의 정의

선형 회귀 : 독립 변수 x를 사용해 종속 변수 y의 움직임을 예측하고 설명하는 작업

- 단순 선형 회귀 : 하나의 x값만으로도 y값을 설명할 수 있을 때
- 다중 선형 회귀 : x값이 여러 개 필요 할 때

2. 가장 훌륭한 예측선이란?

공부한 시간	2시간	4시간	6시간	8시간
성적	81점	93점	91점	97점



선형 회귀를 공부하는 과정
= 이 점들의 특징을 가장 잘 나타내는 정확한 선을 그리는 과정

여기에서 선은 직선이므로 곧 일차 함수 그래프이다.

y = ax + b

정확하게 선을 그리기 위해서 a,b 값을 알아야함

3. 최소 제곱법

최소 제곱법 : 주어진 x의 값이 하나일 때 적용이 가능한 공식

$$a = \frac{(x - x\text{평균})(y - y\text{평균})\text{의 합}}{(x - x\text{평균})^2\text{의 합}}$$

$$\Rightarrow a = \frac{(2-5)(81-90.5)+(4-5)(93-90.5)+(6-5)(91-90.5)+(8-5)(97-90.5)}{(2-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2}$$

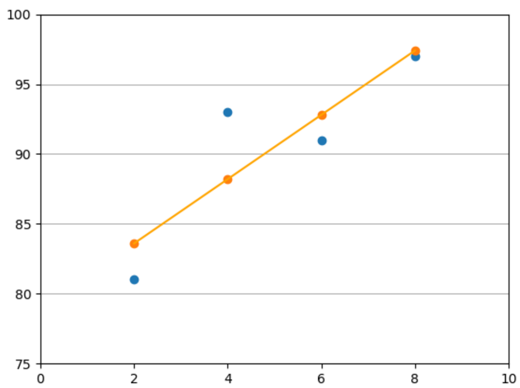
$$= \frac{46}{20} = 2.3$$

$$\text{b} = y\text{의 평균} - (x\text{의 평균} \times \text{기울기 } a)$$

$$b = 90.5 - (2.3 \times 5)$$
$$= 79$$

※ $y = 2.3x + 79$

공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4

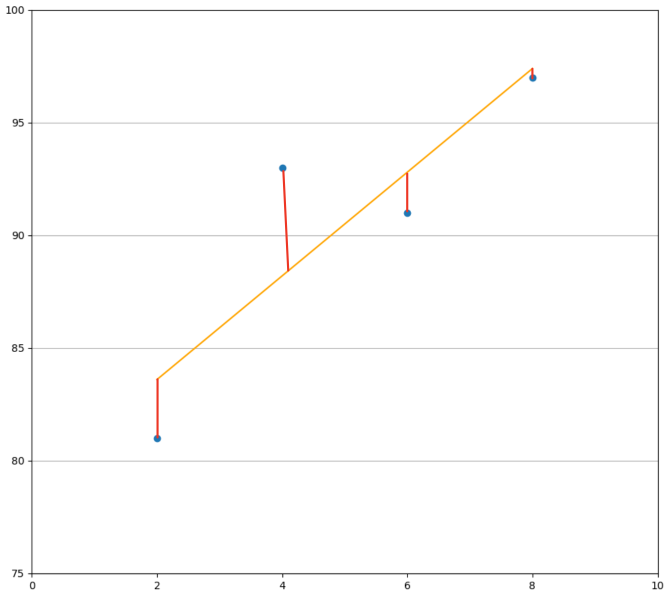


5. 평균 제곱 오차

최소 제곱법만을 이용하여 여러 개의 입력을 처리하기 어렵기 때문에 오차를 평가하는 방법이 필요

=> 평균 제곱 오차를 사용

6. 잘못 그은 선 바로잡기



공부한 시간	2	4	6	8
성적	81	93	91	97
예측 값	83.6	88.2	92.8	97.4
오차	1	-5	3	3

오차의 합 $= \sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2$

$$\text{평균 제곱 오차}(MSE) = \frac{1}{n}\sum_i^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

=> 평균 제곱 오차를 구하면

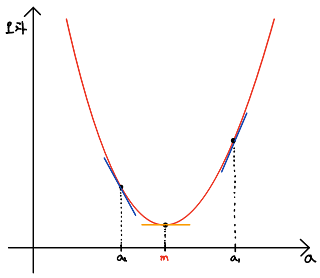
1/4 x (1 + 25 + 9 + 9) = 11

- 선형 회귀란

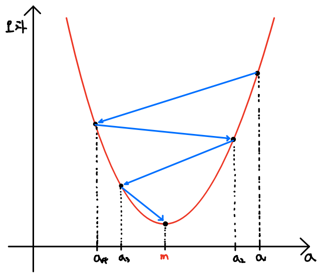
- 임의의 직선을 그어 이에 대한 평균 제곱 오차를 구하고, 이 값을 가장 작게 만들어 주는 a와 b 값을 찾아가는 작업

<4장. 오차 수정하기 : 경사 하강법>

1. 경사 하강법의 개요



최솟값 m에서의 순간 기울기 = 0
=> 우리는 미분 값이 0인 지점을 찾아야 한다!



1) a1에서 미분을 구한다.
2) 구해진 기울기의 반대 방향(기울기가 +면 음의 방향, -면 양의 방향)으로 이동시킨 a2에서 미분을 구한다.
3) 위에서 구한 미분 값이 0이 아니면 위 과정을 반복

=> 경사 하강법
: 이렇게 반복적으로 기울기 a를 변화시켜 m의 값을 찾아내는 방법

- 기울기의 부호를 바꿔 이동시킬 때 적절한 거리를 찾지 못해 너무 멀리 이동 시키면 a값이 한 점으로 모이지 않고 위로 치솟아 버림. 따라서 어느 만큼 이동시킬지를 정하는 것이 중요. 이 때 이동거리를 정해주는 것이 학습률
- 학습률 : 기울기의 부호를 바꿔 이동 시킬 적절한 거리

<경사 하강법 계산식>

$$\frac{1}{n}\sum_{i}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 \Rightarrow \frac{1}{n}\sum_{i}^{n}(y_i - (ax_i + b))^2$$

a로 편미분 한 결과 $= \frac{2}{n}\sum(ax_i + b - y_i)x_i$

b로 편미분 한 결과 $= \frac{2}{n}\sum(ax_i + b - y_i)$

학습률

$$a = a - lr \times \frac{2}{n}\sum(a_1x_{1i} + b - y_i)x_{1i}$$

$$b = b - lr \times \frac{2}{n}\sum(ax_i + b - y_i)$$

a, b값 업데이트

4. 다중 선형 회귀란

- 더 정확한 예측을 위해 추가 정보(독립 변수)를 추가해 새로운 예측 값을 구하는 것

공부한 시간(x_1)	2	4	6	8
과외 수업 횟수(x_2)	0	4	2	3
성적	81	93	91	97

$$a_1 = a_1 - lr \times \frac{2}{n}\sum(a_1x_{1i} + b - y_i)x_{1i}$$

$$a_2 = a_2 - lr \times \frac{2}{n}\sum(a_2x_{2i} + b - y_i)x_{2i}$$

$$b = b - lr \times \frac{2}{n}\sum(ax_{1i} + b - y_i)$$

a1, a2, b값 업데이트

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + b$$

< 5장. 참 거짓 판단 장치 : 로지스틱 회귀 >

- 딥러닝을 수행 한다는 것은 복잡한 연산을 해낸 끝에 최적의 예측 밧을 내놓는 작업이라고 할 수 있음.

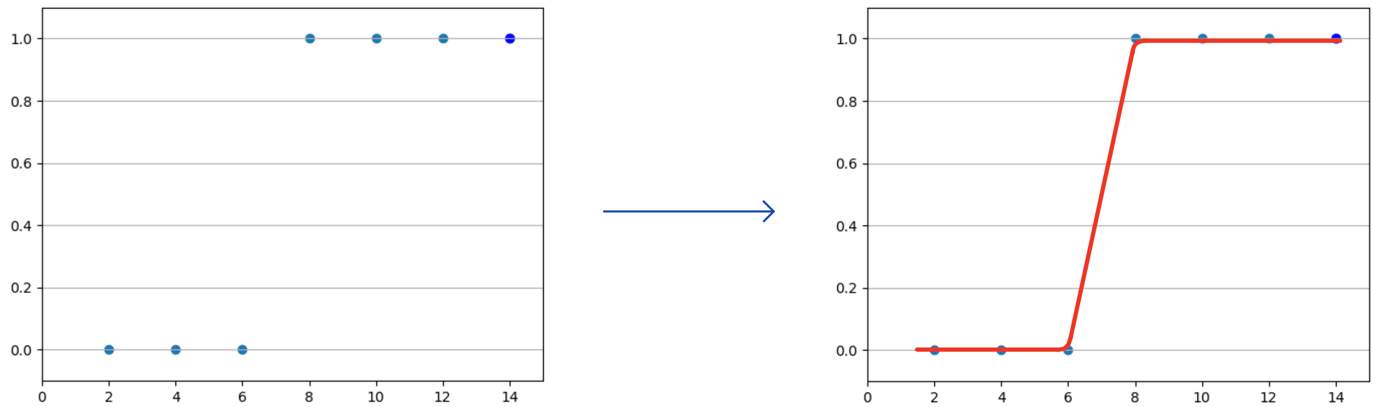
=> 참과 거짓 중에 하나를 내놓는 과정은 로지스틱 회귀의 원리를 거쳐 이루어짐.

- 딥러닝 동작 원리

1. 로지스틱 회귀의 원리를 이용해 주어진 입력 값의 특징을 추출하여 모델을 만든다.
2. 비슷한 질문을 하면 지금까지 만들어 놓은 모델을 꺼내어 답을 한다.

1. 로지스틱 회귀의 정의

공부한 시간	2	4	6	8	10	12	14
합격 여부	불합격	불합격	불합격	합격	합격	합격	합격



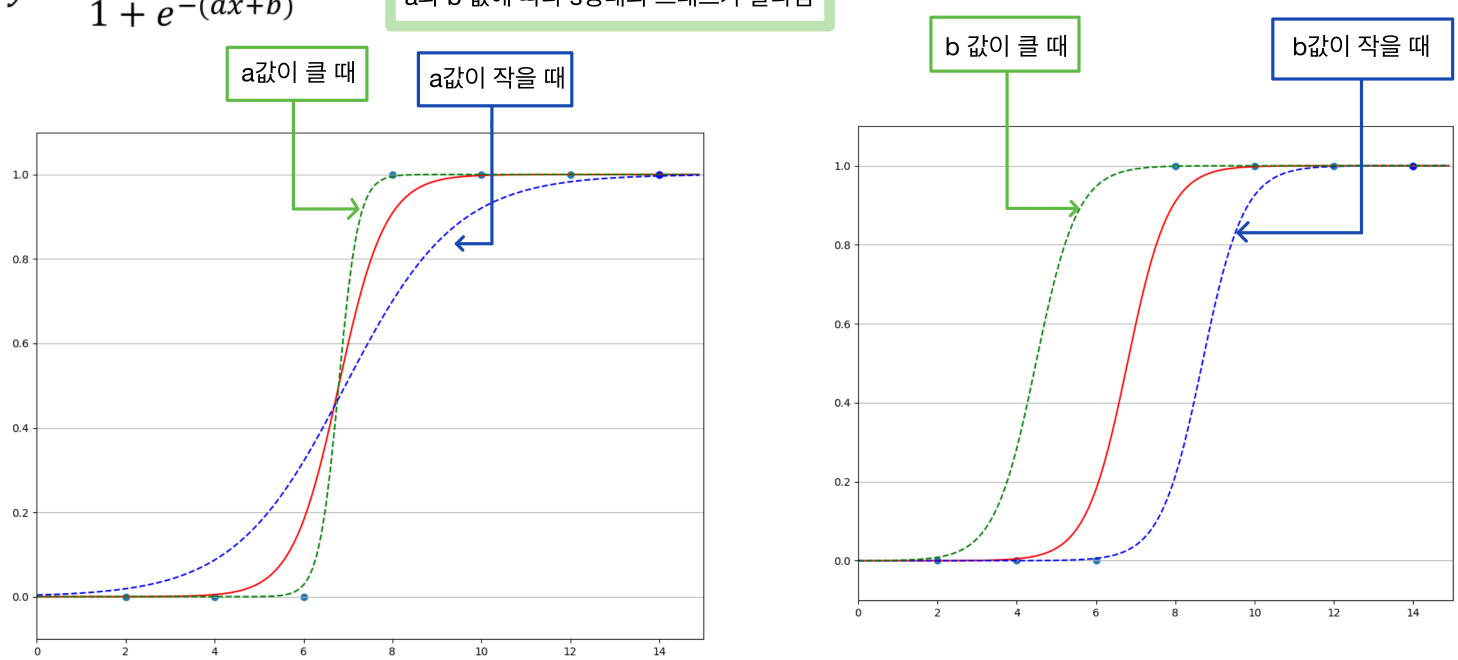
- 로지스틱 회귀 : 참(1)과 거짓(0) 사이를 구분하는 S자 형태의 선을 그어 주는 작업

2. 시그모이드 함수

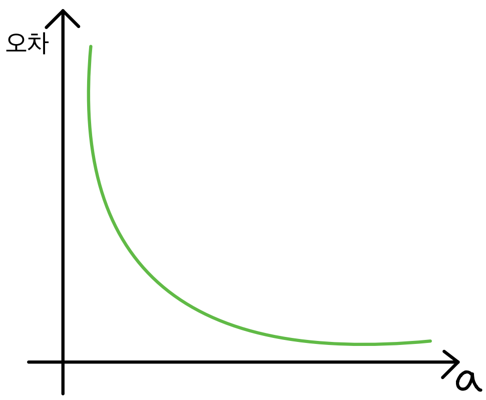
- 시그모이드 함수(sigmoid function) : S자 형태로 그래프를 그려주는 함수

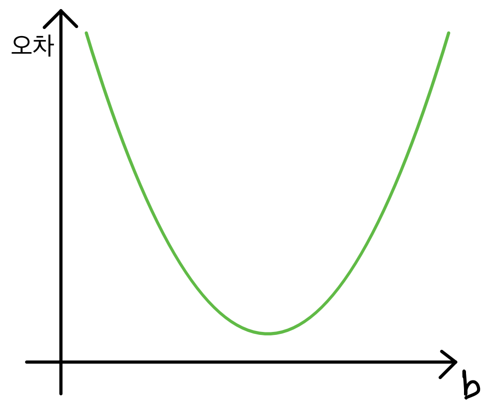
$$y = \frac{1}{1 + e^{-(ax+b)}} \rightarrow$$

a와 b 값에 따라 s형태의 그래프가 달라짐



- a와 b 값에 따라 오차가 변함



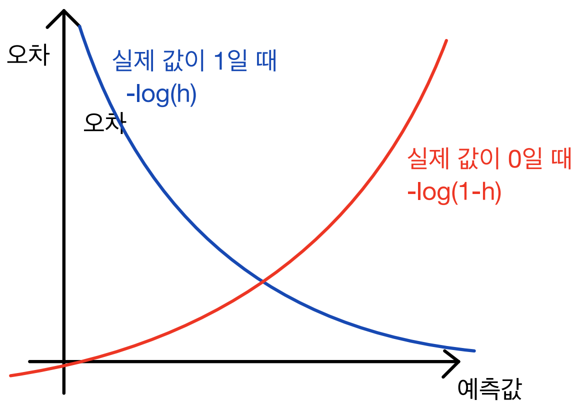


3. 오차 공식

- 시그모이드 함수의 특징 : y값이 0과 1 사이
- 실제 값이 1일 때 예측 값이 0에 가까워지면 오차가 커짐
- 실제 값이 0일 때 예측 값이 1에 가까워지면 오차가 커짐

=> 공식으로 만들 수 있게 해주는 함수 = 로그함수

4. 로그함수



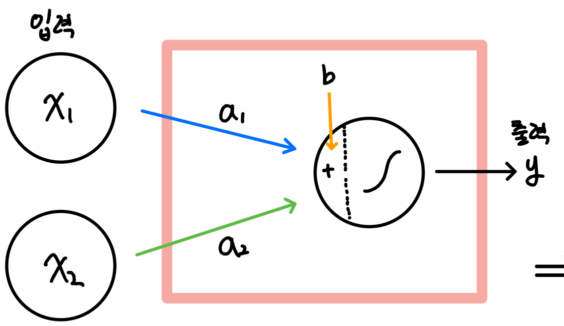
$$-\{\underbrace{y_{data}\log h}_{A} + \underbrace{(1-y_{data})\log(1-h)}_{B}\}$$

y_data가 1이면 B부분이 없어지고
y_data가 0이면 A부분이 없어져 오차를 알 수 있다.

- 로지스틱 회귀의 오차 함수

$$-\frac{1}{n}\sum\{y_{data}\log h + (1-y_{data})\log(1-h)\}$$

6. 로지스틱 회귀에서 퍼셉트론으로



$\Longrightarrow$ 로지스틱 회귀를 퍼셉트론 방식으로 표현