

# NOI2025 广东省队集训

GDOI

时间：2025 年 5 月 1 日

题目名称	硬币	羸神	compress
题目类型	交互题	传统题	传统题
目录	coin	gen	compress
可执行文件名	coin	gen	compress
输入文件名	coin.in	gen.in	compress.in
输出文件名	coin.out	gen.out	compress.out
每个测试点时限	3 秒	2 秒	4 秒
内存限制	2048 MB	512 MB	512 MB
子任务数目	4	9	20
测试点是否等分	否	否	是

提交源程序文件名

对于 C++ 语言	coin.cpp	gen.cpp	compress.cpp
-----------	----------	---------	--------------

编译选项

对于 C++ 语言	-O2 -std=c++14
-----------	----------------

注意事项（请仔细阅读）

1. 文件名（程序名和输入输出文件名）必须使用英文小写。
2. C/C++ 中函数 `main()` 的返回值类型必须是 `int`，程序正常结束时的返回值必须是 0。
3. 提交的程序代码文件的放置位置请参考各省的具体要求。
4. 因违反以上三点而出现的错误或问题，申诉时一律不予受理。
5. 若无特殊说明，结果的比较方式为全文比较（过滤行末空格及文末回车）。
6. 选手提交的程序源文件必须不大于 100KB。
7. 程序可使用的栈空间内存限制与题目的内存限制一致。
8. 只提供 Linux 格式附加样例文件。
9. 评测在当前最新公布的 NOI Linux 下进行，各语言的编译器版本以此为准。

## 硬币（硬币）

### 【题目描述】

这是一道交互题。

有  $n$  堆硬币，第  $i$  ( $0 \leq i < n$ ) 堆硬币有  $a_i$  枚。每一枚硬币的质量是 5 克，但有一堆当中的所有硬币都是假币，假币的质量是每一枚 6 克。除了这一堆外的所有硬币都是真币。

你有一个精确的称重仪器，在它上面放置任意枚硬币之后，它会返回这些硬币的质量之和。

你需要找到假币是哪一堆，且称重的次数尽可能少。

### 实现要求

你的程序应当包含如下的头文件：

```
#include "coins.h"
```

你的程序不应包含 **main** 函数，而应当实现以下函数：

```
int solve(std::vector<int> a);
```

该函数接受大小为  $n$  的数组  $a$ ，含义与题面中相同。该函数应当返回一个 0 到  $n - 1$  中的整数，表示假币堆的编号。

你的程序可以调用以下函数：

```
long long weigh(std::vector<int> p);
```

该函数接受大小为  $n$  的数组  $p$ ，其中  $0 \leq p_i \leq a_i$ ，表示将第  $i$  堆中的  $p_i$  枚硬币放到称重仪器上。该函数返回所有放到仪器上的硬币的质量之和。称重完成后，所有硬币将会回到它本来所在的堆。

你的程序不应进行任何输入和输出操作。但是，作为特例，你可以向标准错误流 (**stderr**) 输出信息，但是注意这也会计算进你的运行时间。

### 【输入格式】

从文件 **硬币.in** 中读入数据。

假设  $a = [1, 2]$ ，假币堆的编号为 0。评分程序将会调用 **solve**(**[1, 2]**)。

示例解决方案将会调用 **weigh**(**[1, 0]**)，得到返回值 6。

示例解决方案找到了假币堆，于是返回其编号 0。

【数据范围】

在每个测试点中，solve 函数将会被调用恰好一次。如果你的程序没有正确运行，或  
是没有返回正确的答案，则得分为 0。

如果你的程序正确运行，且返回了正确的答案，令  $W$  是如果使用最优策略，在最坏  
情况下确定假币堆需要的称重次数的最小值。令  $C$  为你的程序调用 weigh 函数的次数。  
则你在该测试点的得分为：

$C$	得分
$\leq W$	100%
$= W + 1$	50%
$= W + 2$	25%
$\geq W + 3$	0%

你在一个子任务的得分是该子任务中每个测试点得分的最小值。

在正式的评分程序中，如果你调用 weigh 函数的次数不超过  $W + 2$ ，则保证评分程  
序占用的时间不超过 1 秒，占用的空间不超过 256MiB。

数据约束

$1 \leq n \leq 10^6$   
 $1 \leq a_i \leq 10^9 \ (0 \leq i < n)$

子任务的列表如下：

子任务编号	额外约束	分数
1	$a_i = 1 \ (0 \leq i < n)$	8
2	至多一次称重就能确定假币堆，即 $W \leq 1$	8
3	$n \leq 1000$ ，且至多两次称重就能确定假币堆，即 $W \leq 2$	28
4	所有 $a_i$ 相等	12
5	$n \leq 10^3$	32
6	无	12

下发文件中包含了如下内容：

- coins.h：你的程序需要包含的头文件。
- coins.cpp：本题解决方案的示例代码。
- grader.cpp：示例评分程序。
- coins1 3.in：样例输入。

你可以使用以下的命令编译示例评分程序（其中 coins.cpp 是你的解决方案）：

```
g++ -std=c++14 -O2 -o grader coins.cpp grader.cpp
```

编译好的评分程序将会从标准输入以如下的格式读入数据：

- 第一行两个整数  $n, k$ ，表示硬币的堆数和假币堆的编号。
- 第二行  $n$  个整数  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ ，表示每一堆硬币的枚数。

如果你的程序执行了不合法的操作，或是得到了错误的答案，评分程序会返回如下的错误：

- Wrong answer [1]:  $p$  的大小不为  $n$ 。
- Wrong answer [2]:  $p_i$  的范围不在 0 到  $a_i$  中。
- Wrong answer [3]: solve 的返回值不在 0 到  $n - 1$  中。
- Wrong answer [4]: solve 返回了错误的硬币堆。

如果你的程序正确运行并返回了正确答案，则评分程序会告知你调用 weigh 函数的次数。

- 注意！示例评分程序和正式评分使用的评分程序不同：
- 正式评分程序是适应性的，即假币堆并不是事先确定的，而是可以在交互过程中随时改变，只要与之前的所有称重结果一致。

时间限制:3s 空间限制: 2048MB

## 羸神 (gen)

### 【题目描述】

有一个无穷大的网格，记  $(i, j)$  处羸的个数为  $a_{i,j}$ 。初始  $\forall i \in [1, n], j \in [1, m], a_{i,j} = 1$ 。  
接下来的每一天里，这个网格里的羸都会扩张。具体来说，当天结束时，有  $a'_{i,j} = a_{i,j-1} + a_{i-1,j} + a_{i,j+1} + a_{i+1,j}$ 。

羸神十分不满羸无限扩张的样子。于是祂决定消灭一些羸。每天结束后，对于所有  $i \in \{0, n + 1\}, j \in \{0, m + 1\}$ ，羸神会消灭位于  $(i, j)$  的羸，即令  $a_{i,j} = 0$ 。

羸神想考考你，如果祂在第  $t$  天结束后额外消灭了位于  $(x, y)$  的所有羸，则第  $t'$  天结束后， $(x', y')$  处有多少羸。

### 【输入格式】

从文件 `gen.in` 中读入数据。  
一行八个正整数  $n, m, x, x', y, y', t, t'$ 。

### 【输出格式】

输出到文件 `gen.out` 中。  
输出一行一个正整数，表示答案对 1004535809 取模后的结果。

### 【样例 1 输入】

1 2 3 2 2 3 2 1 4

### 【样例 1 输出】

1 31

### 【样例 2 输入】

1 30 1200 6 6 123 121 209 231

### 【样例 2 输出】

1 374074590

样例 3-8 见选手目录下的 `gen/gen*.in` 与 `gen/gen.ans` 。

样例 3, 4, 5, 6, 7, 8 满足子任务 2, 4, 5, 7, 8, 9 的限制。

【数据范围】

数据约束和子任务对于所有数据， $2 \leq n \leq 10^9$ ， $1 \leq m \leq 10^9$ ， $1 \leq x, x' \leq n$ ， $1 \leq y, y' \leq m$ ， $1 \leq t' \leq 10^5$ ， $1 \leq t \leq 2 \times 10^9$ 。

子任务编号	得分	$n$	$m$	$t' \leq$
1	2	$\leq 300$	$\leq 300$	300
2	9	$\leq 2000$	$\leq 2000$	2000
3	7	$\leq 300$	$\leq 300$	$10^5$
4	8	$= 10^6$	$= 1$	$10^5$
5	9	$\geq 10^6$	$\geq 10^6$	$10^5$
6	15	$\geq 3 \times 10^4$	$= 1$	$5 \times 10^4$
7	12	$\geq 3 \times 10^4$	$\geq 3 \times 10^4$	$10^5$
8	20	$\leq 2 \times 10^5$	$= 1$	$8 \times 10^4$
9	18	$\leq 10^9$	$\leq 10^9$	$10^5$

表格中的空白表示无额外限制。

时间限制：2s

空间限制：512MB

## compress (compress)

### 【题目描述】

对于一个由区间构成的序列  $a = ([l_1, r_1], \dots, [l_n, r_n])$ ，定义  $a$  的**宽度**为最小的非负整数  $k$ ，使得：

- 存在一个由区间构成的序列  $b = ([s_1, t_1], \dots, [s_n, t_n])$ ，满足：
  1. 对于所有  $1 \leq i \leq n$ ，有  $1 \leq s_i \leq t_i \leq k$ 。对于所有  $1 \leq i < j \leq n$ ，有  $[l_i, r_i] \cap [l_j, r_j] \neq \emptyset \iff [s_i, t_i] \cap [s_j, t_j] \neq \emptyset$ ，即
  2.  $[l_i, r_i]$  与  $[l_j, r_j]$  相交  $[s_i, t_i]$  与  $[s_j, t_j]$  相交要么同时成立，要么同时不成立。

特别地，空序列的**宽度**为 0。

给定长度为  $n$  的序列  $c$ ，你需要处理  $q$  次询问。每次询问给定参数  $x, y$  ( $x \leq y$ )，然后按照以下方式计算出序列  $a$ ：

- 初始序列  $a$  为空。
- 对于  $c$  中的每个元素  $[l_i, r_i]$ ，依次执行：
  1. 若  $r_i < x$  或  $l_i > y$ ，什么都不做；
  2. 否则，在序列  $a$  的末尾添加一个元素  $[\max\{l_i, x\}, \min\{r_i, y\}]$ 。

你需要对序列  $a$ ，求出以下问题的答案：

对于  $a$  的所有  $2^{|a|}$  个子序列，计算它们的**宽度**，求这  $2^{|a|}$  个**宽度**的和。

注意序列  $a$  中相同的元素在选取子序列时被视作本质不同的。

例如，若  $a = ([1, 1], [2, 3], [2, 3])$ ，则  $a$  的 8 个子序列为：,  $([1, 1])$ ,  $([2, 3])$ ,  $([1, 1, 2, 3])$ ,  $([2, 3])$ ,  $([1, 1], [2, 3])$ ，答案对 998244353 取模。

### 【输入格式】

从文件 **compress.in** 中读入数据。

第一行包含两个正整数  $n, q$ 。

接下来  $n$  行，每行包含两个正整数  $l_i, r_i$ ，表示序列  $c$  的第  $i$  个元素  $c_i = [l_i, r_i]$ 。

接下来  $q$  行，每行包含两个正整数  $x_i, y_i$ ，表示一次询问。

### 【输出格式】

输出到文件 **compress.out** 中。

输出  $q$  行，每行一个非负整数，表示询问的答案对 998244353 取模的结果。

【样例 1 输入】

```
1 5 2
2 1 1
3 1 2
4 2 2
5 2 3
6 1 2
7 2 3
8 1 3
```

【样例 1 输出】

```
1 15
2 43
```

【样例 1 解释】

- 一些子序列的宽度：
- $([1, 1], [1, 2])$ ：宽度为 1，可以选取  $b = ([1, 1], [1, 1])$ 。
  - $([1, 1], [2, 2])$ ：宽度为 2，可以选取  $b = ([1, 1], [2, 2])$ 。
  - $([1, 1], [1, 2], [2, 3])$ ：宽度为 2，可以选取  $b = ([1, 1], [1, 2], [2, 2])$ 。

【样例 2 输入】

```
1 20 5
2 4 5 3 8 1 3 3 9 1 6 2 9 1 1 1 9 1 2 3
3 6 2 2 3 3 5 8 1 2 2 7 4 5 2 5 3 6 6 9 3 7
4 5 5
5 4 6
6 3 7
7 2 8
8 1 9
```



**【样例 2 输出】**

```
1 8191
2 23551
3 138751
4 1564847
5 3629339
```

**【样例 2 解释】**

为了压缩题面长度，部分换行被替换为了空格。下发文件中有格式正确的样例。

**【样例 3 输入】**

见下发文件中的 *ex\_compress3.in* 和 *ex\_compress3.ans*，该样例满足  $n \leq 400$ ， $q = 1$ 。

**【样例 4 输入】**

见下发文件中的 *ex\_compress4.in* 和 *ex\_compress4.ans*，该样例满足  $n \leq 2 \times 10^5$ ， $q = 1$  和特殊性质 A。

**【样例 5 输入】**

见下发文件中的 *ex\_compress5.in* 和 *ex\_compress5.ans*，该样例满足  $n \leq 3000$ ， $q = 1$  和特殊性质 B。

**【样例 6 输入】**

见下发文件中的 *ex\_compress6.in* 和 *ex\_compress6.ans*，该样例满足  $n \leq 2 \times 10^5$ ， $q \leq 2 \times 10^4$ ， $y_i - x_i + 1 \leq 4$ 。

**【样例 7 输入】**

见下发文件中的 *ex\_compress7.in* 和 *ex\_compress7.ans*。

[大样例下载](file://compress.zip)

**【数据范围】**

数据约束和子任务

对于所有数据，保证  $1 \leq n, q \leq 5 \times 10^5$ ， $1 \leq l_i \leq r_i \leq 10^6$ ， $1 \leq x_i \leq y_i \leq 10^6$ 。

若  $q = 1$ ，保证  $x_1 \leq l_i \leq r_i \leq y_1$ ，即计算出的  $a$  等于  $c$

测试点编号	$n \leq$	$q \leq$	$r_i \leq$	$y_i - x_i + 1 \leq$	特殊性质
1	15	1	4	4	
2	20	1	100	100	
3	400	1	$10^6$	$10^6$	
4	3000	1	$10^6$	$10^6$	B
5, 6	3000	1	$10^6$	$10^6$	
7, 8	3000	$2 \times 10^4$	$10^6$	$10^6$	
9	$2 \times 10^5$	1	4	4	
10	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^4$	$10^6$	4	
11, 12	$2 \times 10^5$	1	$10^6$	$10^6$	A
13	$2 \times 10^5$	1	$10^6$	$10^6$	B
14, 15	$2 \times 10^5$	1	$10^6$	$10^6$	
16, 17	$2 \times 10^5$	$2 \times 10^5$	$10^6$	$10^6$	
18 ~ 20	$5 \times 10^5$	$5 \times 10^5$	$10^6$	$10^6$	

特殊性质 A：保证不存在  $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ ，使得  $l_i \leq l_j \leq r_i \leq r_j$ 。

特殊性质 B：保证不存在  $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$ ，使得  $l_i \leq l_j \leq r_j \leq r_i$ 。

时间限制：4s

空间限制：512MB