

0

Introduction

绪论

图解 + 编程 + 实践 + 数学板块融合 + 历史 + 英文术语

0.1 本册在本系列丛书的定位

本系列丛书有三大板块——编程、数学、实践。机器学习各种算法离不开数学；而《数学要素》一册是“数学”板块的第一册，介绍的数学工具是整个“数学”板块的基础，当然也是数据科学和机器学习实践的基础。

《数学要素》一册中编程和可视化无处不在，限于篇幅本书不会专门讲解编程基础内容；因此，建议编程零基础读者先学习《编程基础》和《可视化》两册内容。当然，根据个人情况，平行学习《数学要素》、《编程基础》和《可视化》也是可以的。

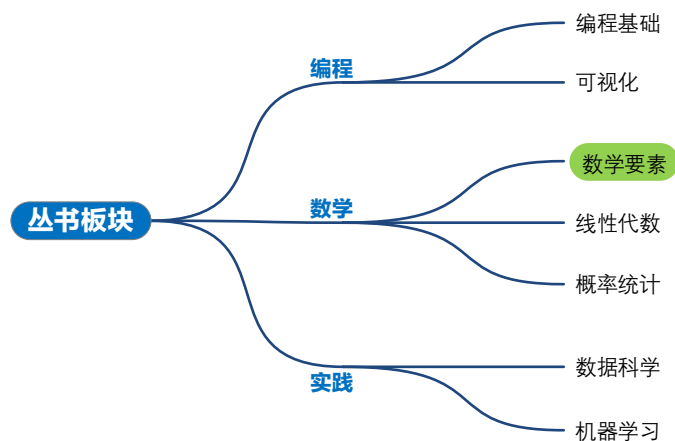


图 1. 本系列丛书板块布局

0.1 结构：八大板块

本书可以归纳为 8 大板块——基础、坐标系、函数、解析几何、概率统计、微积分、数值与优化、线性代数。

基础部从加、减、乘、除四则运算讲起；线性代数在机器学习中应用广泛，本书第 1、2 章就开门见山讲向量和矩阵的基本运算，也会在本书各个板块见缝插针介绍线性代数基础知识。

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

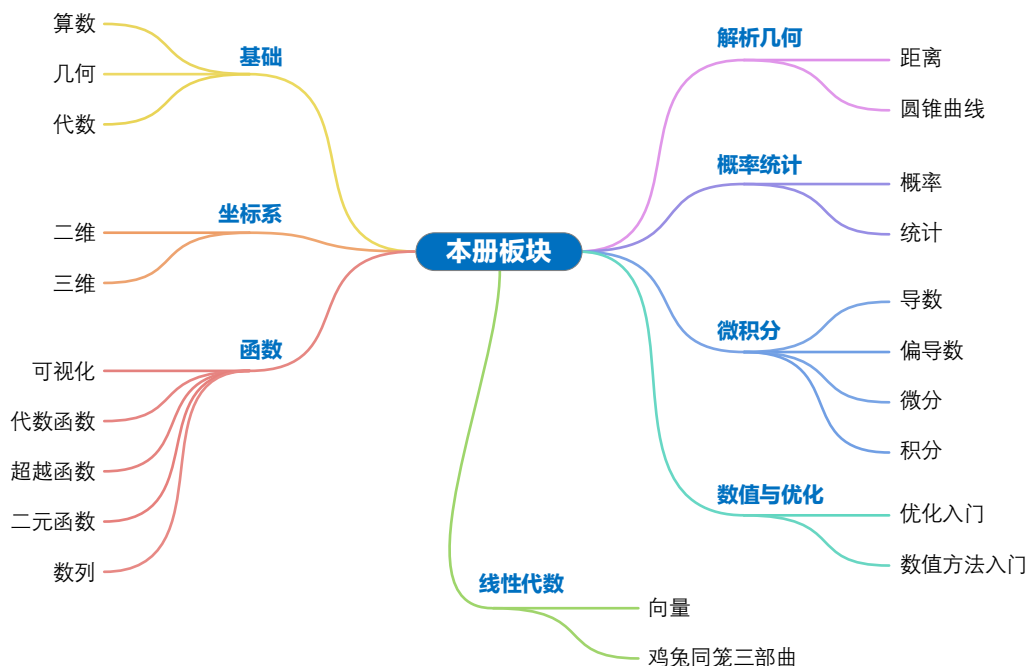


图 2. 《数学要素》板块布局

几何视角是本系列丛书的一大特色，本书第 3 章回顾常用几何知识；这一章有一大亮点——圆周率估算。圆周率估算是本书的一条重要线索，我们会按时间先后顺序了解用不同数学工具估算圆周率。

第 4 章回顾代数知识，里面有两个亮点值得大家注意：一个是杨辉三角，本书后面会将杨辉三角和概率统计、随机过程联系起来；另一个是鸡兔同笼问题，本书最后三章都围绕鸡兔同笼这个话题展开。

笛卡尔坐标系让几何和代数走到一起，本书第 5、6 两章介绍坐标系有关内容。这两章的一大特色是——代数式可视化，几何体参数化。没有坐标系，就没有函数，也不会有微积分；因此，坐标系的地位毋庸置疑。

第 7 章到第 11 章都是围绕函数展开。有几点值得强调，学习任何函数时，建议大家编程绘制函数线图，以便观察函数形状、变化趋势；此外，学会利用曲面、剖面线、等高线等可视化工具观察分析二元函数；再者，不同函数都有自身特定性质，对应独特应用场景。另外，数列可以看成是特殊的函数。第 11 章讲解数列时，有两个重要的知识点——累加、极限；这两个数学工具都是微积分的基础。

第 12、13、14 三章介绍解析几何内容，其中有量大两点——距离度量、椭圆。距离度量中，大家要善于用等距线这个可视化工具；此外，大家需要注意欧氏距离并不是唯一的距离度量。第二个亮点是椭圆，椭圆可谓“多面手”，它在概率统计、线性代数、数学科学、机器学习中可谓大放异彩。

第 15、16 两章是概率统计入门，本系列丛书专门有《概率统计》一册系统讲解这个版块；但是，这不意味着本书第 15、16 两章内容毫无出彩之处；相反，这两章亮点颇多。第 15 章概率内

容实际上是代数部分杨辉三角的延伸，本章用二叉树这个结构，将代数和概率统计串联在一起；第 15 章最后还探讨了随机过程。第 16 章的关键词就是“图解”，用图像可视化数据，用图像展示概率统计定义。

第 17 章到第 20 章讲解微积分内容。牛顿和莱布尼兹分别发明微积分之后，整个数学王国的版图天翻地覆。导数、偏导数、微分、积分给我们提供研究函数性质的量化工具。学好这四章的秘诀就是——几何图解。导数是切线斜率，偏导数是某个变量方向上切线斜率，微分是线性近似，泰勒展开是多项式函数叠加，积分是求面积，二重积分是求体积。

数据科学、机器学习中所有算法都可以写成优化问题，而构造、求解优化问题离不开微积分；因此，本书在讲完微积分之后立刻安排了第 21、22 两章，分别介绍优化问题和数值方法两个板块的入门知识。本系列丛书后续还会在各册不断介绍优化方法。

本书最后四章以线性代数收尾。第 23 章可视化向量和向量运算。第 24、25、26 三章是“鸡兔同笼三部曲”，这三章虚构了一个世外桃源，讲述与世隔绝的村民如何利用舶来的线性代数知识，解决村民养鸡养兔时遇到的数学疑难杂症。这三章涉及线性方程组、向量空间、投影、最小二乘法线性回归、马尔科夫过程、特征值分解等内容。第 24、25、26 三章相当于为本系列丛书《矩阵力量》一册做了内容预告和铺垫。

0.3 特点：知识融合

《数学要素》打破数学板块的藩篱，将算数、代数、线性代数、几何、解析几何、概率、微积分、优化、数值方法等板块有机结合在一起。

作为丛书的核心特点，《数学要素》一册内容编排上突出“图解 + 编程 + 机器学习应用”。讲解一些特定数学工具时，本书会穿插介绍其在数据科学和机器学习领域应用场景，让大家学以致用。

《数学要素》一册还强调数学文化，内容安排上尽可能沿着数学发展先后脉络，为大家展现整副历史图景；本书还介绍数学史上关键人物，让大家看到数学如何薪火相传、接续发展。

为了帮助大家阅读英文文献以及学术交流，本书还特别总结常用数学知识的英文表述。

下面让我们一起开始《数学要素》一册的学习之旅。



重要的不是生命的长度，而是深度。

It is not the length of life, but the depth.

—— 拉尔夫·沃尔多·爱默生 (Ralph Waldo Emerson) | 美国思想家、文学家 | 1942 ~ 2018