一、

(1) F：~~因子~~乘积为0　G：等于0

$\exists x F(x) \rightarrow \exists x G(x)$.

(2) ~~F~~ 存在一个更大的实数　F：存在实数

$\forall x F(x) \land \exists y G(y)$

(3) $F(x,y)$ 表示 $x>y$

$\exists x,y,z \ F(x+y, xz)$

二、(1) x为约束变量　~~F为~~受V全称量词约束　y是自由变量.

$S(x)$ 中x为约束变量，存在量词

(2) $P(x) \land Q(x)$ 中的x为约束变量 存在量词

(3) $A(x)$ 中x为约束变量 ~~全~~存在量词

$B(y)$ 中y为约束变量，全称量词

$C(x)$ 中x为约束变量，全称量词

存在量词　z为自由变量.

x,y为约束量词，存在量词

三、(1). $\forall x(P(x) \lor Q(x)) \equiv \forall(x)P(x) \lor \forall(x)Q(x)$

$\vDash \forall(x)P(x) \lor \exists(x)Q(x)$.

(2) $\forall(x)(P(x) \rightarrow Q(x) \land R(x)) \land \exists_x(P(x) \land Q(x))$

$\equiv \forall(x)x(\neg P(x) \lor Q(x) \land R(x)) \land \exists x[P(x) \land Q(x)]$

$\equiv \forall x(\neg P(x) \lor Q(x)) \land \forall(x)(Q(x) \land R(x)) \land \exists x(P(x) \land Q(x))$

$\vDash \exists x(\neg P(x) \lor Q(x)) \lor \forall x(Q(x) \land R(x)) \land \exists x(P(x) \land Q(x))$

$\equiv \exists x(Q(x) \land R(x))$

(5) $\forall x P(x) \rightarrow \exists(x) Q(x)$

$\equiv \neg \forall(x) P(x) \vee \exists(x) Q(x)$

$\equiv \exists(x) \neg P(x) \vee \exists(x) Q(x)$

$\equiv \exists(x) (\neg P(x) \vee Q(x))$

$\equiv \exists(x) (P(x) \rightarrow Q(x))$

四. (1). $\exists(x) A(x) \wedge \neg \exists x A(x)$ $\cancel{\forall(x) \neg(A(x))}$

$\equiv \exists x A(x) \wedge \forall(x) \neg A(x)$

且 $\forall(x)$，使 $\neg A(x)$ 成立 则 $\exists x A(x)$ 不成立

∴永假

(2) $\neg \exists x P(x) \rightarrow \forall x P(x)$

$\equiv \forall x \neg P(x) \rightarrow \forall x P(x)$,

$\forall x \neg P(x)$ 真与 $\forall(x) P(x)$ 值相反

∴可满足式

(3) $\exists x \forall y (F(x,y) \rightarrow F(y,x))$

令 $x=y$ 则该谓词公式不可能为永假式

原 $= \exists x \forall y (\neg F(x,y) \vee F(y,x))$

$\equiv \neg \exists x \forall y F(x,y) \vee \exists x \forall y F(y,x)$

$\equiv \forall x \exists y \neg F(x,y) \vee \exists x \forall y F(y,x)$

$\equiv \forall y' \exists x' \neg F(y',x') \vee \exists x \forall y F(y,x)$

∴可满足式.