



信息安全原理与数学基础

第六周 – 离散数学 (5)

请仔细阅读并解决下述问题，并在“学在浙大”平台上提交作业。请注意，作业中需给出解题过程，只给答案不得分。**请在 4 月 18 日 23 点前提交本次作业。**

1. 判断下列命题的真假：

- (1) ϕ 是 ϕ 的子集
- (2) 如果 $S \cup T = S \cup M$ ，则 $T = M$
- (3) 如果 $S - T = \phi$ ，则 $S = T$
- (4) 如果 $\sim S \cup T = E$ (E 为全集)，则 $S \subseteq T$
- (5) $S - S = S$

2. 请用数学归纳法证明下列式子：

- (1) $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + n(n+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$
- (2) $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$

3. 设 $A = \{a, b, c, d\}$ ， A 上的二元关系为：

$$R = \{(a, a), (a, b), (b, a), (a, d), (d, a), (b, b), (c, c), (d, d)\}$$

请解决下列问题：

- (1) 画出 R 的关系图
- (2) 求出 R 的关系矩阵

4. 确定下列各题的 f 是否为从 A 到 B 的函数，若是，请指出函数 $f: A \rightarrow B$ 是单射、满射或双射；若不是，请说明理由：

- (1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$, $f = \{(1, 8), (3, 9), (4, 10), (2, 6), (5, 9)\}$
- (2) A 和 B 同 (1)， $f = \{(1, 8), (3, 10), (2, 6), (4, 9)\}$
- (3) A 和 B 为实数集， $f(x) = x^2 - x$
- (4) A 和 B 为正整数集， $f(x) = x + 1$