12

95

浙江大學

物理实验报告

实验名称：金属材料杨氏模量的测定

指导教师：郑远

信箱号：29

【实验目的】

1. 理解杨氏模量的定义及测量原理
2. 掌握用光杠杆法测量微小长度的原理
3. 学习用逐差法和作图法处理实验数据

【实验原理】（电学、光学画出原理图）

1. 杨氏模量

应力是指单位面积上所受的力（记为 F/S）。发生弹性形变时，物体内部产生的企图恢复物体原状的力叫作内应力，应变是指在外力作用下的相对形变（记为 $\Delta L/L$），它反映了物体形变的大小。

若取长为 L，截面积为 S 的均匀金属丝，在两端加外力 F，则作用在金属丝单位面积上的力 F/S 为正应力，相对伸长 $\Delta L/L$ 定义为线应变。根据胡克定律，物体在弹性限度范围内，应力与应变成正比，其比例系数称为杨氏模量（记为 E），用公式表示为

$$E=\frac{F\cdot L}{S\cdot\Delta L} \quad ①$$

杨氏模量在数值上等于产生单位应变时的应力，它与金属丝的材料有关，与外力及物体的形状无关。

2. 光杠杆法测量原理

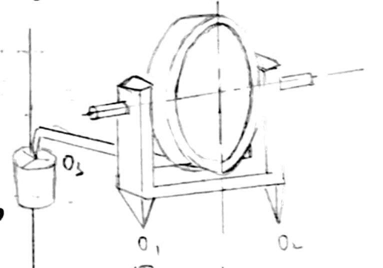
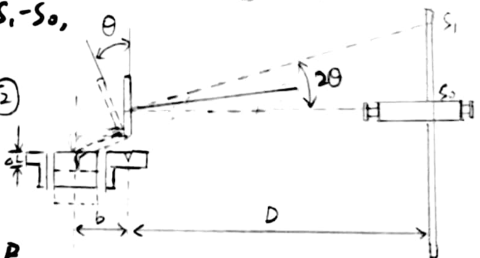


图 1

光杠杆镜是一块带有三足的平面镜，如图 1 所示。它的三个足尖 O_1、O_2、O_3 构成一个等腰三角形，O_1O_2 为等腰三角形的底边，O_3 到底边的垂直距离（即三角形底边上的高）记为 b。标尺通过平面镜反射后，在望远镜中成像，则望远镜可以通过平面镜观察到标尺的像。望远镜中十字叉丝线处在标尺上的刻度初始值记为 S_0。如果 O_1、O_2 在一个平台上，而 O_3 下降 ΔL，则望远镜中十字叉丝线处在标尺上的刻度值变为 S_1，光路图如图 2 所示。

所以从望远镜中读到十字叉丝线处在标尺的刻度值的变化值为 $\Delta S=S_1-S_0$，又因：$\frac{\Delta S}{D}=\tan 2\theta\approx 2\theta$，$\frac{\Delta L}{b}=\tan\theta\approx\theta$，由此可得到：

$$\Delta S=\frac{2D}{b}\Delta L \quad ②$$



其中 D 为标尺与光杠杆镜镜面之间的距离

随着 O_3 下降 ΔL，光杠杆镜绕 O_1O_2 转过了 θ 角。则望远镜中标尺的像也发生移动，十字线降落在标尺的刻度为 S_1 处，由于平面镜转动 θ 角，进入望远镜的光线旋转 2θ。由于 $\frac{2D}{b}\gg 1$，所以望远镜中标尺

图 2

读数的变化 ΔS 比钢丝实际伸长量 ΔL 放大了 $2D/b$ 倍。$2D/b$ 被称为光杠杆常数。

又因为钢丝的截面积 $S=\frac{1}{4}\pi d^2$（d 为钢丝的直径），将②代入①中，最后得到杨氏模量实验测量公式：

$$E=\frac{8DFL}{\pi d^2 b\cdot\Delta S} \quad ③$$

另外，根据杨氏模量不确定度传递公式可以求出相对不确定度展开式：

$$E_r=\sqrt{\left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2+\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2+\left(\frac{\Delta D}{D}\right)^2+\left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2+\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2+\left(\frac{\Delta(\Delta S)}{\Delta S}\right)^2} \quad ④$$

3. 用作图法处理实验数据。

将③式改写成：

$$\Delta S'=\frac{8DL}{\pi d^2 bE}\cdot F \quad ⑤$$

用逐差法处理实验数据，ΔS_i 为每增加 1kg 砝码钢丝的伸长量，由⑤式作 $\Delta S'-F$ 图，采用最小二乘法线性拟合，得一斜率为 K 的直线。直线的斜率 K 由图中得到。

【实验内容】（重点说明）

1. 系统调节

(1) 调整底座上的脚螺丝，使两支柱铅直，预先加2kg负荷，使钢丝拉直.

(2) 按要求放置光杠杆镜，并使平面反射镜镜面铅直

(3) 将望远镜置于距光杠杆镜约1.5m处，松开望远镜固定螺钉，上下移动使得望远镜和光杠杆镜的镜面处于同等高度。调节望远镜直至从望远镜里可以看到清晰的标尺刻度为止。

2. 观测钢丝伸长量

先读取钢丝下挂2kg砝码后使钢丝拉直时的标尺上的读数S_0，然后每加上1kg砝码，读取一次数据，这样依次可以得到$S_0, S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6, S_7$，这是钢丝拉伸过程中的读数变化值。紧接着再每次撤掉1kg砝码，读取一次数据，依次得到$S_7', S_6', S_5', S_4', S_3', S_2', S_1', S_0'$，这是钢丝收缩过程中的读数变化值，填入表1中。

3. 测量D、b、L和d

测量光杠杆镜前后脚垂直距离b的方法是：把光杠杆镜的三只脚在白纸上压出凹痕，用尺画出两前脚的连线，再用游标卡尺读出后脚到该连线的垂直距离b。用米尺来测量钢丝长度。用螺旋测微计在钢丝的不同部位测量钢丝直径。用卷尺测量标尺到镜面的距离D，填入表2

4. 计算杨氏模量

根据实验测得的数据计算杨氏模量值，并求其不确定度.

【实验器材及注意事项】

实验器材：

1. 杨氏模量测定仪
2. 光杠杆镜
3. 尺读望远镜
4. 螺旋测微计、米尺、卷尺，游标卡尺

注意事项：

1. 若从望远镜中观察不到竖尺的像，则应先从望远镜筒外侧，沿轴线方向望去，能看到平面镜中竖尺的像。若看不到时，可调节望远镜的位置或方向，或平面反射镜的角度，直到找到竖尺的像为止，然后，再从望远镜中找到竖尺的像.
2. 若叉丝成像不清楚，可慢慢调节望远镜目镜，使叉丝像变清晰.
3. 在实验中要夹紧金属丝夹头，防止金属丝滑动；要使杨氏模量仪支柱垂直，防止使金属丝端的夹头与平台孔壁接触摩擦太大；加减砝码时，动作要平稳，防止光杠杆镜的足尖发生移动；同时要防止加砝码时超出弹性范围.

【数据处理与结果】

由实验所给数据 Δ仪： $\Delta m = \pm 500\,mg$ $\Delta D = \pm 0.5\,mm$ $\Delta L = \pm 0.5\,mm$

$\Delta b = \pm 0.02\,mm$ $\Delta d = \pm 0.004\,mm$ $\Delta S = \pm 0.2\,mm$

由实验所测得数据，结果如附表所示。 $S_0 = 0\,mm$

其中 由于实验未测砝码质量，所以 $u_F = 500mg \times g = 4.9\times10^{-3}N = 5\times10^{-3}N$

$$u_L = \sqrt{u_{LA}^2 + u_{LB}^2} = \sqrt{\frac{1}{5\times4}\sum_{i=1}^{5}(L_i-\bar{L})^2 + \Delta L^2} = 0.538mm \text{ 记为 } 0.6mm \text{ 则 } L = (964.3\pm0.6)mm$$

$$u_D = \sqrt{u_{DA}^2 + u_{DB}^2} = \sqrt{\frac{1}{5\times4}\sum_{i=1}^{5}(D_i-\bar{D})^2 + \Delta D^2} = 0.7416mm \text{ 记为 } 0.8mm \text{ 则 } D = (1460.0\pm0.8)mm$$

$$u_d = \sqrt{u_{dA}^2 + u_{dB}^2} = \sqrt{\frac{1}{5\times4}\sum_{i=1}^{5}(d_i-\bar{d})^2 + \Delta d^2} = 0.00484mm \text{ 记为 } 0.005mm \text{ 则 } d = (0.606\pm0.005)mm$$

$$u_b = \sqrt{u_{bA}^2 + u_{bB}^2} = \sqrt{\frac{1}{5\times4}\sum_{i=1}^{5}(b_i-\bar{b})^2 + \Delta b^2} = 0.0343mm \text{ 记为 } 0.04mm \text{ 则 } b = (72.32\pm0.04)mm$$

由表中得 $\bar{D} = 1460.0\,mm$ $\bar{b} = 72.32\,mm$ $\bar{L} = 964.3\,mm$ $\bar{d} = 0.606\,mm$ $\bar{\delta S} = 6.5\,mm$

由公式计算 $$E = \frac{8\bar{D}F\bar{L}}{\pi\bar{d}^2\bar{b}\bar{\delta S}} = \frac{8\times1460.0\times10^{-3}\times1\times9.8\times964.3\times10^{-3}}{\pi\times(0.606\times10^{-3})^2\times72.32\times10^{-3}\times6.5\times10^{-3}}N/m^2 = 2.04\times10^{11}N/m^2$$

由不确定度公式得.

$$\frac{\Delta E}{E} = \sqrt{\left(\frac{u_F}{F}\right)^2+\left(\frac{u_L}{\bar{L}}\right)^2+\left(\frac{u_D}{\bar{D}}\right)^2+\left(\frac{2u_d}{\bar{d}}\right)^2+\left(\frac{u_b}{\bar{b}}\right)^2+\left(\frac{u_{\delta S}}{\bar{\delta S}}\right)^2} = 0.05388 \text{ 记为 } 0.06$$

$$\Delta E = E\cdot\sqrt{\left(\frac{u_F}{F}\right)^2+\left(\frac{u_L}{L}\right)^2+\left(\frac{u_D}{\bar{D}}\right)^2+\left(\frac{2u_d}{\bar{d}}\right)^2+\left(\frac{u_b}{\bar{b}}\right)^2+\left(\frac{u(\delta S)}{\bar{\delta S}}\right)^2} = 1.099\times10^{10}N/m^2$$

记为 $0.11\times10^{11}N/m^2$

则 $E = (2.04\pm0.11)\times10^{11}N/m^2$.

由图象法得 $k = 0.669\times10^{-3}m/N$ 则 $E = \dfrac{8DL}{\pi d^2 bK} = 2.02\times10^{11}N/m^2$

则图象法得 $E = (2.02\pm0.11)\times10^{11}N/m^2$

【误差分析】

1. 在理论推导中用了近似处理，即 $\frac{\tan 2\theta}{\sin\theta}=2$ 但，当 $\theta\to 0$ 时成立，这里会对所测量与真实之间产生误差。
2. 钢丝在测量过程中发生晃动，对测量的读数造成影响
3. 添加砝码时，其大多数都生锈了，这了 F 偏大，E 偏大。
   测量金属直径时，对于某些部分金属的直径由于生锈而偏大，由 $E=\frac{8DFL}{\pi d^2 b\Delta S}$ d↑ E↓.
4. 钢丝在多次测量过程中可能发生~~不~~非弹性形变

分析误差的具体影响 一3

【实验心得及思考题】

心得：该实验过程很好地巩固了仪器的测量准确度，实验中对需要测量的~~X~~量有长度、距离、直径等，结合数据的特点我们可以选择米尺、卷尺、千分尺及游标卡尺等仪器。另外，对微小形变量利用光学原理进行光杠杆放大的思路也很巧妙，从后我们在测量微小量的过程中也可选取用光学等方法对其放大后再测量

思考题：

	仪器	单位	估读
1. 标尺到镜面的距离 D	卷尺	mm	小数点后一位
金属丝的直径 d	千分尺	mm	小数点后二位
光杠杆镜的~~臂~~ O_3 到 O_1O_2 距离 b	游标卡尺	mm	小数点后两位
金属丝原长 L	米尺	mm	小数点后一位

2. ① 将其与前几组的测量数据进行比较，观察 ΔF 与 ΔS 是否一定程度上满足线性关系。
   ② 单组数据进行杨氏模量E的估算，与理论值的范围进行比较，观察其误差是否过多

3. 增大D，随着距离增大，光线越来越暗，刻度越来越模糊，造成读数的困难。且其要使用清晰度更高的望远镜则消费过高，且距离大占空间
   减小b会增大角θ，会出现较大的测量误差，~~因~~会很大改变放大倍数的值。
   因此不可以增大D无限放大~~放大~~倍数，综上所述，光杠杆放大倍数是有限制的。

是否存在其他限制？ 一2

【数据记录及草表】

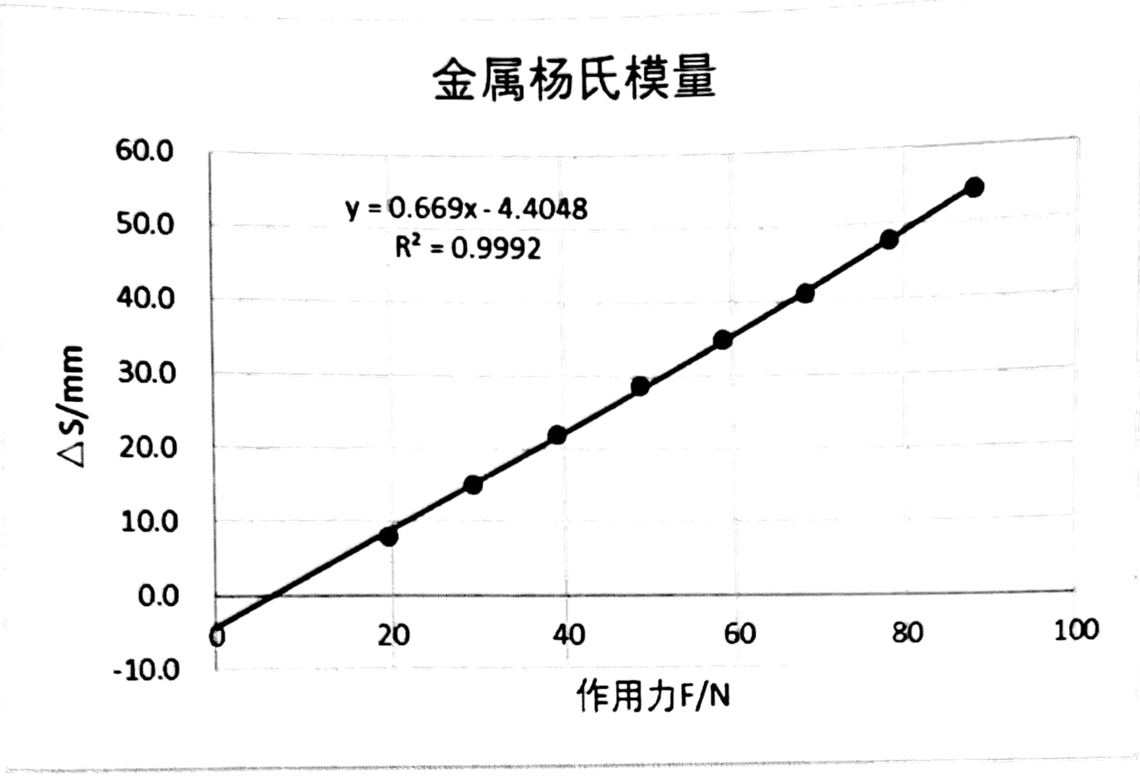
表 一

实验次数	作用力 $F_i=m_ig$	标尺读数 / mm			[illegible] ΔS [illegible]	[illegible]
		增砝码时 S_i	减砝码时 S_i	平均值 $\bar{S}=\frac{}{2}$		
0	2kg	7.5	8.5			
1	3kg	14.5	16.0		ΔS_1	
2	4kg	21.0	23.05		ΔS_2	
3	5kg	28.0	30.0		ΔS_3	
4	6kg	34.0	36.5		ΔS_4	
5	7kg	41.0	41.5		$\overline{\Delta S}$	
6	8kg	48.0	48.0			
7	9kg	54.0	54.5			

表 二

	D /mm	$\Delta D=\lvert D_i-\bar{D}\rvert$	b /mm	$\Delta b=\lvert b_i-\bar{b}\rvert$	L /mm	$\Delta L=\lvert L_i-\bar{L}\rvert$	d /mm	$\Delta d=\lvert d_i-\bar{d}\rvert$
1	1462.0		72.40		965.0		0.600	
2	1460.0		72.30		964.0		0.605	
3	1459.0		72.26		964.5		0.615	
4	1460.0		72.36		964.0		0.602	
5	1459.0		72.26		964.0		0.610	
平均值	$\bar{D}=$	$\Delta\bar{D}=$	$\bar{b}=$	$\Delta\bar{b}=$	$\bar{L}=$	$\Delta\bar{L}=$	$\bar{d}=$	$\Delta\bar{d}=$

教师签字：童彦轩



实验次数	作用力	标尺读数/mm 增砝码	减砝码	平均值	有重砝码相差1kg时的读数差:	ΔS的绝对不确定度
0	2kg	7.5	8.5	8.0	ΔS1=6.8	Δ(ΔS1)=0.3
1	3kg	14.5	16.0	15.3	ΔS2=6.5	Δ(ΔS2)=0.0
2	4kg	21.0	23.5	22.3	ΔS3=6.4	Δ(ΔS3)=0.1
3	5kg	28.0	30.0	29.0	ΔS4=6.3	Δ(ΔS4)=0.2
4	6kg	34.0	36.5	35.3		
5	7kg	41.0	41.5	41.3	ΔS=6.5（6.53）	Δ(ΔS)=0.3
6	8kg	48.0	48.0	48.0		
7	9kg	54.0	54.5	54.3		

次数	D/mm	b/mm	L/mm	d/mm
1	1462.0	72.40	965.0	0.600
2	1460.0	72.30	964.0	0.605
3	1459.0	72.26	964.5	0.615
4	1460.0	72.36	964.0	0.602
5	1459.0	72.26	964.0	0.610
平均值	1460.0	72.32	964.3	0.606