



信息安全原理与数学基础

第四周 – 离散数学 (3)

请仔细阅读并解决下述问题，并在“学在浙大”平台上提交作业。请注意，作业中需给出解题过程，只给答案不得分。**请在 4 月 4 日 23 点前提交本次作业。**

1. 利用谓词公式翻译下列命题：

- (1) 如果有限个数因子的乘积为零，那么至少有一个因子等于 0
- (2) 对于每个实数 x ，存在一个更大的实数 y
- (3) 存在实数 x ， y 和 z ，使得 x 与 y 之和大于 x 与 z 之积

2. 指出下列公式的约束变元和自由变元，并指出约束变元受什么量词约束（全称量词还是存在量词）：

- (1) $(\forall x)P(x) \rightarrow P(y)$
- (2) $(\forall x)(P(x) \wedge Q(x)) \wedge (\exists x)S(x)$
- (3) $(\exists x)(\forall y)(A(x) \wedge B(y) \rightarrow (\forall x)C(x))$
- (4) $(\exists x)(\exists y)(E(x, y) \wedge F(z))$

3. 证明下面公式：

- (1) $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \models \forall xP(x) \vee \exists xQ(x)$
- (2) $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x) \wedge R(x)) \wedge \exists x(P(x) \wedge Q(x)) \models \exists x(Q(x) \wedge R(x))$
- (3) $\forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x) \equiv \exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$

4. 请说明下列谓词公式的类型（永真式、永假式、可满足式），并给出理由：

- (1) $\exists xA(x) \wedge \neg \exists xA(x)$
- (2) $\neg \exists xP(x) \rightarrow \forall xP(x)$
- (3) $\exists x \forall y(F(x, y) \rightarrow F(y, x))$