

浙江大学

物理实验报告

86

实验名称：_____旋转液体综合实验_____

指导教师：_____董航_____

信箱号：_____24_____



【实验目的】

1. 了解旋转的液体抛物面成因及原理
2. 学会用旋转液体法测量重力加速度

【实验原理】（电学、光学画出原理图）

1. 旋转液体抛物面公式推导

选取随圆柱形容器旋转的参考系，这是一个转动的非惯性参考系。任取一小块液体 P ，其受力如图 1(a) 所示， F_i 为沿径向向外的惯性离心力， mg 为重力， F_n 为周围液体对它作用的合力。由对称性可知， F_n 必然垂直于液体表面。在 $x-y$ 坐标下， $P(x, y)$ 满足：

$$\begin{cases} F_n \cos \theta - mg = 0 \\ F_n \sin \theta - F_i = 0 \\ F_i = m\omega^2 x \end{cases}$$

又因为 $\tan \theta = \frac{y}{x}$ ，所以由上式可得 $y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + y_0$ ，其中 ω 为旋转角速度， y_0 为 $x=0$ 处的 y 值。此方程为抛物线方程。

2. 重力加速度测量

在实验系统中，一个盛有液体半径为 R 的圆柱形容器，沿轴心以角速度 ω 匀速稳定转动时，液体的表面形成抛物面，如图 2 所示。没旋转时液体高度为 h ，液体体积为：

$$V = \pi R^2 h$$

因液体旋转前后体积保持不变，旋转时液体体积可表示为

$$V = \int_{-R}^R y(2\pi x) dx = 2\pi \int_{-R}^R \left(\frac{\omega^2 x^2}{2g} + y_0 \right) x dx$$

由此可得

$$y_0 = h - \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

当 $x = x_0 = \frac{R}{2}$ 时， $y(x_0) = h$ ，即在液面在 x_0 处的高度是恒定值。

①) 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度

如图 2 所示，没旋转液面最高与最低处的高度差为 $2h$ ，点 $(R, y_0 + 2h)$ 在 $y = \frac{\omega^2}{2g}x^2 + y_0$ 的

抛物线上，有 $y_0 + 2h = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + y_0$ ，得 $g = \frac{\omega^2 R^2}{2h}$ ，又因为 $\omega = \frac{2\pi n}{60}$ ，则：

$$g = \frac{\pi^2 D^2 n^2}{7200 \cdot 2h}$$

其中， D 为圆筒直径， n 为转速，单位为 r/min (转/分)。

(2) 斜率法测重力加速度

如图 2 所示，将激光束平行于转轴方向入射，经过 BC 透明屏幕，打在 $x_0 = \frac{R}{2}$ 的液面 A 点上，反射光点为 C ， A 处切线与 x 方向的夹角为 θ ，则 $\angle BAC = 2\theta$ ，测出透明屏幕至圆筒底部的距离 H ，液面静止时高度 h ，以及两光点 BC 间距离 d ，则由 $\tan 2\theta = \frac{d}{H-h}$ ，可以求出 θ 值。因为 $\tan \theta = \frac{\omega^2 x}{g}$ ，在 $x_0 = \frac{R}{2}$ 处有 $\tan \theta = \frac{\omega^2 R}{2g}$ ，又因为 $\omega = \frac{2\pi n}{60}$ ， $\tan \theta = \left(\frac{2\pi n}{60} \right)^2 \frac{R}{2g}$

所以重力加速度为

$$g = \frac{2\pi^2 D n^2}{3600 \sqrt{5} \tan \theta}$$

另外，可作 $\tan \theta - n^2$ 曲线，求斜率 k ，可得 $k = \frac{2\pi^2 D}{3600 \sqrt{5} g}$ ，求出 $g = \frac{2\pi^2 D}{3600 \sqrt{5} k}$ 。

3. 验证抛物面焦距与转速关系

旋转液体表面形成的抛物面可看作一个凹面镜，符合光学成像系统的规律。若光线平行于曲面对称轴入射，反射光将全部会聚于抛物面的焦点。根据抛物线方程得抛物面的焦距为

$$f = \frac{g}{2\omega^2}$$

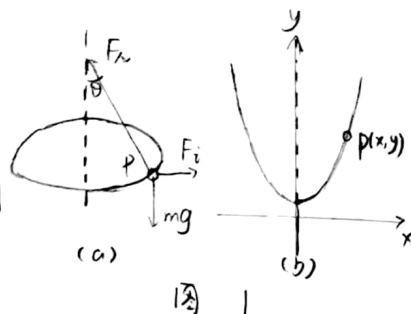


图 1

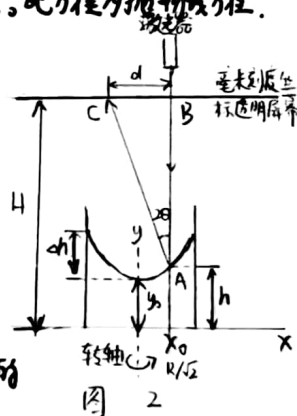


图 2



【实验内容】（重点说明）

1. 仪器调整

将圆形水平仪放在载物台中心，调整仪器底部支撑脚，直到水平仪上的气泡到中心位置。

用自准直法调整激光束平行转轴入射，经过透明屏幕，对准桶底 $X_0 = R/\sqrt{2}$ 处的记号（自行计算后标注）， R 为圆桶半径。

2. 测量重力加速度

(1) 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度

改变圆桶转速 n 共 6 次，测量液面最高与最低处的高度差，计算重力加速度 g ，填入表 1

计算 \bar{g} ，并求与杭州地区重力加速度公认值 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ 的相对误差 E

(2) 斜率法测重力加速度

水平透明屏幕置于圆桶上方，用自准直法调整激光束平行转轴入射，经过透明屏幕，对准桶底 $X_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}$ 处的记号。测出透明屏幕至圆桶底部的距离 H ，液面静止时高度 h 。

改变圆桶转速 n 共 6 次，在透明屏幕上读出射光与反射光点 BC 间距离 d ，并求出 $\tan\theta$ 值，填入表 2 中。计算 \bar{g} ，并求与本地区重力加速度公认值 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ 的相对误差 E 。

3. 验证抛物面焦距与转速的关系

将毫米刻度垂直屏幕通过转轴放入实验容器中央，激光束平行转轴入射至液面后聚焦在该屏幕上，改变入射位置再观察聚焦情况。改变圆桶转速 n 共 6 次，记录焦点位置，计算时取 $g = 979.30 \text{ cm/s}^2$ ，填入表 3，作出 $f-n$ 图，将实验曲线与理论计算曲线进行比较分析。

【实验器材及注意事项】

实验器材：

旋转液体综合实验仪（含毫米刻度垂直屏幕，圆桶实验容器，激光器，毫米刻度水平屏幕，水平标线，水平仪，调速开关）。

注意事项：

1. 应注意将水平仪调整水平，否则实验中，水在旋转时会因液面高度不稳定而导致测量结果不佳。
2. 应注意不要用眼睛直视激光束，否则容易对眼睛造成伤害。
3. 在用斜率法测量重力加速度时，应注意不要把转速开得太快，否则会使 θ 角过大而无法在毫米刻度水平屏幕上观察到光斑。



表一 实验所测得结果记录表

公认值 $g/(cm/s^2)$	979.30	直径 $D/(cm)$	10.020				
高度差法测量 g							
实验次数	1	2	3	4	5	6	平均
转速 $n/(转/分)$	135	143	123	110	98	88	\
液面顶高度 $h_1/(cm)$	3.19	3.29	3.05	2.83	2.60	2.52	\
液面底高度 $h_2/(cm)$	0.82	0.65	1.02	1.28	1.35	1.55	\
高度差 $h_1-h_2/(cm)$	2.37	2.64	2.03	1.55	1.25	0.97	\
$g/(cm/s^2)$	1.06E+03	1.07E+03	1.03E+03	1.07E+03	1.06E+03	1.10E+03	1.06E+03
						相对误差	8.59%
斜率法测量 g							
屏幕高度 $H/(cm)$	9.00	液面高度 $h/(cm)$					
实验次数	1	2	3	4	5	6	平均
转速 $n/(转/分)$	100	95	82	76	68	61	\
BC之间距离 $d/(cm)$	5.43	4.69	3.47	2.86	2.45	1.79	\
$\tan 2\theta$	0.78	0.67	0.50	0.41	0.35	0.26	\
θ	0.33	0.30	0.23	0.20	0.17	0.13	\
$\tan \theta$	0.34	0.31	0.24	0.20	0.17	0.13	\
$g/(cm/s^2)$	1.13E+03	1.15E+03	1.11E+03	1.13E+03	1.05E+03	1.14E+03	1.12E+03
						相对误差	14.17%
验证抛物面焦距与转速的关系							
实验次数	1	2	3	4	5	6	979.30
转速 $n/(转/分)$	51	55	57	59	62	65	平均
焦点高度 $h_1/(cm)$	16.60	14.70	13.60	12.60	11.60	10.60	\
液面底高度 $h_2/(cm)$	2.35	2.30	2.20	2.10	1.95	1.90	\
焦距测量值 $h_1-h_2/(cm)$	14.25	12.40	11.40	10.50	9.65	8.70	\
焦距计算值 $f/(cm)$	17.17	14.76	13.74	12.83	11.62	10.57	\

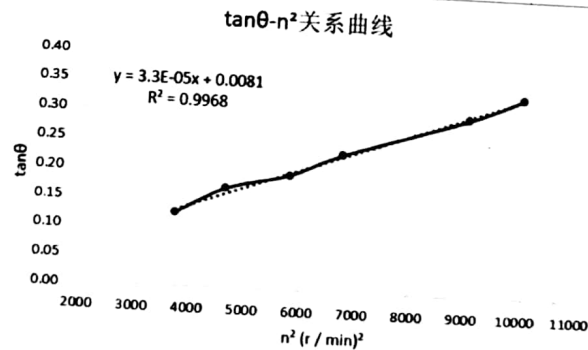


图 3 tan θ - n^2 关系曲线

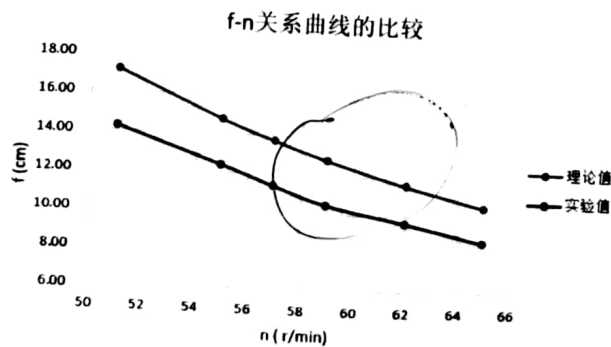


图 4 f-n 关系曲线的比较



【数据处理与结果】

1. 用旋转液体液面最高与最低处的高度差测量重力加速度

将实验测得数据填入表中. 由 $g = \frac{\pi^2 D^2 n^2}{7200 \sin \theta}$ 可得.

$$g_1 = 1.06 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_2 = 1.07 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_3 = 1.03 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_4 = 1.07 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

$$g_5 = 1.06 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_6 = 1.10 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad \text{填入表中.}$$

由此可得 $\bar{g} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 g_i = 1.06 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. g 的公认值为 979.30 cm/s^2 .

$$E = \frac{|\bar{g} - g|}{\bar{g}} \times 100\% = 8.59\%$$

$$u_g = \sqrt{\frac{1}{6 \times 5} \sum_{i=1}^6 (g_i - \bar{g})^2} = 0.01 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad \text{则 } g = (\bar{g} \pm u_g) = (1.06 \pm 0.01) \times 10^3 \text{ cm/s}^2.$$

2. 斜率法测重力加速度.

(1) 将实验所测得数据代入公式 $g = \frac{2\pi^2 D n^2}{3600 \sqrt{k} \tan \theta}$ 可得

$$g_1 = 1.13 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_2 = 1.15 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_3 = 1.11 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_4 = 1.13 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

$$g_5 = 1.05 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad g_6 = 1.14 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad \text{填入表中}$$

由此可得 $\bar{g} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 g_i = 1.12 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$. g 的公认值为 979.30 cm/s^2 .

$$E = \frac{|\bar{g} - g|}{\bar{g}} \times 100\% = 14.17\%.$$

$$u_g = \sqrt{\frac{1}{6 \times 5} \sum_{i=1}^6 (g_i - \bar{g})^2} = 0.015 \times 10^3 \text{ cm/s}^2 \quad \text{记为 } 0.02 \times 10^3 \text{ cm/s}^2.$$

$$\text{则 } g = (\bar{g} \pm u_g) = (1.12 \pm 0.02) \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

(2) 由实验数据作得的图如图3所示.

由 $\tan \theta - n^2$ 关系曲线得 $k = 3 \times 10^{-5} [(\text{r/min})^2]^{-1}$

$$\text{代入 } g = \frac{2\pi^2 D}{3600 \sqrt{k}} = 1.18 \times 10^3 \text{ cm/s}^2. \quad g \text{ 的公认值为 } 979.30 \text{ cm/s}^2$$

$$E = \frac{|\bar{g} - g|}{\bar{g}} \times 100\% = 19.87\%.$$

3. 验证抛物面焦距与转速的关系.

理论值通过公式 $f = \frac{g}{\omega^2}$ (g 为公认值, $\omega = 2\pi n$, n 为转速) 可计算出.

实验值由 $h_1 - h_2$ 作用可得. 作用如图4所示. 由此可得看出随着转速增大, 理论值和测量值更接近.



【误差分析】

由实验3种计算方法可得 $g_1 = (1.06 \pm 0.01) \times 10^3 \text{ m/s}^2$, $g_2 = (1.12 \pm 0.02) \times 10^3 \text{ m/s}^2$, $g_3 = 1.18 \times 10^3 \text{ m/s}^2$
且其相对误差均较大,因此在此给出其误差分析:

- ① 实验数据均靠人为观测测量,与人的读数习惯有较大关系,可见 g_1, g_2 都比理论值偏大.
- ② 实验仪器在旋转过程无法保证整个平面水平,由于其仍存在杂物等,只能保证中心点处水平,则会导致其旋转后形成的曲面与理论计算曲面不同,同时在测量过程中液面无法很好地保持在同一平面.
- ③ 在调整激光探头时无法精确保证其在中心处,由此会造成系统误差,由此可见 g_2 的相对误差比 g_1 大,且调节垂直屏幕时,如何做到完全垂直不易把握.
- ④ 图像作图中,斜率的保留数位有限,导致 k 有较大的误差,且 k 值较小,在公式中处于分母中,较小的偏差引起计算所得 g 有较大的误差.
- ⑤ 在作抛物面拟合与转速交集中,所选取的 n 相近且较小,由图可见 n 越大,实验值与理论值越接近,可见 n 还应取得更大一些.

【实验心得及思考题】

实验心得:

该实验中人的主观因素影响较大,很多操作都取决于人眼的观测与测量,所以在对准液面以及数格子读数时,都要比较仔细,防止出现较大的差错,同时,也要尽可能让毫米刻度垂直屏幕处于垂直状态.

总体而言,该实验误差较大,如果想要准确测量某地重力加速度的话,这个实验还不太能胜任工作,但也通过这个实验,我们了解旋转的液体抛物面成因及原理,还对测量重力加速度的方法,都具有一定的参考价值和意义.

思考题:

1. 影响实验测量精度的主要因素有哪些?

- ① 实验过程中,所有数据的读取均为目测,与人的测量习惯有关,会产生主观误差.
- ② 在验证抛物面焦距与转速的关系时,毫米刻度垂直屏幕位置不易确定.
- ③ 液体旋转过程中,液面并不完全静止,会产生误差.
- ④ 实验还与刻度尺刻度的精度、激光束的平行及聚焦程度、液体的光学性质等有关.

2. 分析转速快慢对实验的影响,哪个更大

对于方法一来说,转速较慢时对实验影响大,旋转液面最高和最低的液面差较小,读数时误差较大,液面最低点不易观察.

对于方法二来说,转速较快时对实验影响大,速度过大,会导致BC点间距过大,反射点可能无法投影在水平屏幕上,影响读数.



【数据记录及草表】

$$D = 10.020 \text{ cm}$$

次数	1	2	3	4	5	6
转速	135	143	123	110	98	88
$h_{\text{高}}$	3.19	3.29	3.05	2.83	2.60	2.52
$h_{\text{低}}$	0.82	0.65	1.02	1.28	1.35	1.55

$$H = 9.00 \text{ cm} \quad h = 2.05 \text{ cm}$$

次数	1	2	3	4	5	6
n	100	95	82	76	68	61
d	5.43	4.59	3.47	2.86	2.45	1.79

次数	1	2	3	4	5	6
n	51	55	57	59	62	65
h_1	16.60	14.70	13.60	12.60	11.60	10.60
h_2	2.35	2.30	2.20	2.10	1.95	1.90

教师签字：

董航

