1. (1) $R_1 \circ R_2 = \{<1,0>\ \ <2,1>\}$

(2) $R_2 \circ R_1 = \{<3,2>\ \ <2,1>\}$

(3) $R_1 \circ R_2 \circ R_1 = \{<1,1>,\ <2,2>\}$

2. (1) $R_1 \circ R_2 = \{<x,z> \mid \exists y \in (xRy \wedge yRz)\}$

R_1, R_2 对称 则: $R\ \forall x \forall y (x,y \in A \wedge xRy \to yRx)$

则 $R_1 \circ R_2 \subseteq R_2 \circ R_1$ 则 $(xRy \wedge yRz) \subseteq ($~~y~~$ yRz \wedge xRy) = (zRy \wedge yRx)$

$\therefore\ R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$

(2) R S: $\forall x (x \in A \to xRx)$.

$R \circ S = \{<x,z> \mid \exists y \in xRy \wedge yRz\}$

则 R: xRx 以: S: $yRy\ zRz$

$\therefore$ $R \circ S$ 存在 $\forall \underset{<x,z>}{x} (\underset{<x,z>}{x} \in R\circ S \to \overset{<x,z>}{x} R (x,z))$

3. (1) 已知 $ad=bc$

则 $(a,b) \sim (c,d)$ 设为 $x \sim y$

则 xRx, yRy

且 $(a,d) \sim (c,d) \Rightarrow (c,d) \underset{x}{\sim} (a,d)$ 由 $ad=bc \Rightarrow cb=ad$ 得证.

若 ~~$ab=cd$~~ $ad=bc$ 设 $ae=bc$ $ad=fc$

则易证: $(a,f) \sim (c,e)$

$\therefore$ $\sim$ 为等价关系、满足 $N \times N$ 上 自反 对称 传递

(2) (1) (x,x) $(x,x+4)$ $(x,x+1)$ $(x,x-1)$ $(x,x+3)$ $(x,x-4)$

(2) $\pi_1 = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{4\},\{5\},\{6\}\}$

$\pi_2 = \{\{1,\overset{3\,4}{3}\}\ \{2,\overset{5}{4}\}\ \{\overset{3}{5},6\}\}$

$\pi_3 = \{\{1,3,5\},\{2,4,6\}\}$

$\pi_4 = \{\{1,2,3,4,5,6\}\}$

5. (a) 存在自反关系，对称关系。

$$\begin{array}{cccc} & a & b & c \\ a & 1 & 1 & 1 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

(b) 传递关系

$$\begin{array}{cccc} & a & b & c \\ a & 0 & 0 & 1 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

(c) 完全图 存在自反关系. 传递关系.

$$\begin{array}{cccc} & a & b & c \\ a & 1 & 1 & 0 \\ b & 0 & 1 & 1 \\ c & 1 & 0 & 1 \end{array}$$