

## Cálculo II

### Questão – Teorema de Taylor de 3º Ordem na Cunicultura da Organização PROTEGE

#### Introdução

A Organização PROTEGE está implementando um projeto de cunicultura no Lar "Zapatito Roto" para garantir a autossustentabilidade da instituição, gerando recursos internos e melhorando a qualidade de vida dos residentes. A criação de coelhos da raça "Cui" foi escolhida pela sua adaptabilidade e rápido crescimento, permitindo à organização obter uma fonte constante de alimento rico em proteínas para as crianças e adolescentes atendidos. Além disso, o projeto visa gerar renda extra por meio da venda de coelhos e derivados, promovendo a sustentabilidade financeira do lar.

Inicialmente, a organização adquiriu 50 coelhos da raça "Cui" e espera que a população cresça ao longo do tempo para sustentar o lar. Com isso, é fundamental prever o número de coelhos após 6 meses, a fim de planejar adequadamente o fornecimento de alimento, o espaço necessário na granja e os recursos financeiros para o projeto. Utilizando o Teorema de Taylor de ordem 3, usaremos uma construção aproximada da população de coelhos ao longo do tempo. A partir dessa aproximação, estimaremos o número de coelhos em 6 meses.

#### Resolução:

A fórmula de Taylor de ordem 3 para uma função  $P(t)$ , centrada em  $t=0$ , é dada por:

$$P(t) \approx P(0) + P'(0) * t + \frac{P''(0)}{2!} * t^2 + \frac{P'''(0)}{3!} * (t - t_0)^3$$

ou  $P(t) \approx P(0) + P'(0) * t + \frac{P''(0)}{2} * t^2 + \frac{P'''(0)}{6} * t(t - t_0)^3$

#### Passo 1: Calcular as Derivadas da Função

A função dada é:

$$P(t) = 50 * (1 + 0.1t)^2$$

#### Primeira Derivada $P'(t)$ :

$$\begin{aligned} P'(t) &= \frac{df}{dt} [50 * (1 + 0.1t)^2] \\ &= 50 * 2(1 + 0.1t) * 0.1 \end{aligned}$$

Simplificando:

$$P'(t) = 10 \cdot (1 + 0.1t) \rightarrow 10 * (1 + \frac{1}{10}t) \rightarrow = 10 + 10 * \frac{1}{10}t$$

A primeira derivada é igual a:

$$P'(t) = 10 + t$$

**Segunda Derivada  $P''(t)$ :**

$$\begin{aligned} P''(t) &= \frac{df}{dt} [10 * (1 + 0.1t)] \\ &= 10 * 0.1 = 1 \end{aligned}$$

A segunda derivada é igual a:

$$P''(t) = 1$$

**Terceira Derivada  $P'''(t)$ :**

$$P'''(t) = \frac{df}{dt} [1] = 0$$

A terceira derivada é igual a:

$$P'''(t) = 0$$

**3 Passo: Avaliação das Derivadas no Ponto  $t = 0$**

Agora, substituímos por  $t = 0$ :

- $P(0) = 50 * (1 + 0.1 \cdot 0)^2$
- $P'(0) = 10 * (1 + 0) = 10$
- $P''(0) = 1$
- $P'''(0) = 0$

**4 Passo: Construção do Polinômio de Taylor de Ordem 3**

Utilizamos a fórmula de Taylor:

$$P(t) \approx P(0) + P'(0) * t + \frac{P''(0)}{2!} * t^2 + \frac{P'''(0)}{3!} * (t - t_0)^3$$

Substituindo os valores encontrados:

$$P_3(t) = 50 + 10t + \frac{1}{2}t^2 + \frac{0}{6}t^3$$

Simplificando:

$$P3(t) = 50 + 10t + \frac{1}{2}t^2 \text{ ou } P3(t) = 50 + 10t + 0.5t^2$$

### **Passo 5: Estimar o Número de Coelhos após 6 Meses**

Agora, substituimos  $t = 6$ :

$$P(6) = 50 + 10 * 6 + 0.5 * (6)^2$$

Calculando cada um dos termos da multiplicação:

- $10 * 6 = 60$
- $0.5 * (6)^2 = 0.5 * 36 = 18$

Portanto:

$$P(6) = 50 + 60 + 18 = 128$$

Portanto, a população de coelhos na organização após 6 meses é estimada em 128 coelhos.

**Resposta:** Após ajustar a taxa de crescimento, estimamos que, após 6 meses, a população de coelhos será de aproximadamente 128 coelhos. Esse valor é significativamente maior do que na versão anterior, que era de 50 coelhos, mostrando um crescimento mais acelerado, e permite à Organização PROTEGE planejar adequadamente os recursos alimentares e a infraestrutura da fazenda de coelhos.