

Cálculo II

Questão – Estoque de Doações

A organização PROTEGE realiza uma campanha mensal para arrecadar itens de doação essenciais, como roupas, calçados e utensílios domésticos. Esses itens são distribuídos para crianças e jovens em situação de vulnerabilidade na comunidade local. Nos últimos meses, a demanda por doações aumentou, e o PROTEGE deseja estimar o número de itens necessários para manter o estoque adequado ao longo do tempo.

Atualmente, a organização possui um estoque de 800 itens. Estima-se que, a cada mês, a demanda aumente a uma taxa de aproximadamente 12% sobre o estoque inicial, devido ao crescimento das solicitações.

Para se planejar, a organização quer prever a quantidade total de itens necessários ao final de 4 meses. Utilizando o Teorema de Taylor de ordem 3 encontraremos uma aproximação que permita estimar o estoque necessário após 4 meses. Com base nessa aproximação, determine o número de itens que o PROTEGE deve ter em estoque para atender à demanda.

Resolução:

- **E:** representa o número de itens no estoque.
- **t:** representa o tempo em meses.
- 800 é o estoque inicial de itens.
- 12% corresponde a 0.012 de aumento.

A fórmula de Taylor de ordem 3 para uma função $P(t)$, centrada em $t=0$, é dada por:

$$E(t) = E(0) + P'(0) * t + \frac{E''(0)}{2!} * t^2 + \frac{E'''(0)}{3!} * (t - t_0)^3$$

Passo 1: Calcular as Derivadas

Função dada:

$$E(t) = 800 * (1 + 0.12t)$$

Segunda Derivada $E'(t)$:

$$E(t) = \frac{df}{dt} 800 * (1 + 0.12t)$$

$$E'(t) = 800 * 0.12 = 96$$

A primeira derivada é igual a:

$$E'(t) = 96$$

Segunda Derivada $E''(t)$:

A primeira derivada $E'(t) = 96$ é constante, então a segunda derivada é zero:

$$E''(t) = 0$$

A segunda derivada é igual a:

Terceira Derivada $E'''(t)$:

Como a segunda derivada é zero, a terceira derivada também será zero:

$$E'''(t) = 0$$

Passo 2: Avaliação das Derivadas no Ponto $t = 0$

Agora, substituímos por $t = 0$

- $E(0) = 800$
- $E'(0) = 96$
- $E''(0) = 0$
- $E'''(0) = 0$

Passo 3: Construção do Polinômio de Taylor de 3 Ordem

Utilizamos a fórmula de Taylor:

$$E(t) = E(0) + E'(0) * t + \frac{E''(0)}{2!} * t^2 + \frac{E'''(0)}{3!} * t^3$$

Substituindo os valores:

$$E(t) = 800 + 96 * t + \frac{0}{2} * t^2 + \frac{0}{6} * t^3$$

$$E(t) = 800 + 96t + 0t^2 + 0t^3$$

$$E(t) = 800 + 96t + 0 + 0$$

$$E(t) = 800 + 96t$$

Simplificando a expressão:

$$E(t) = 800 + 96t$$

Passo 4: Estimar o Estoque Necessário após 4 Meses

Agora, substituímos $t = 4$ (4 meses):

$$E(4) = 800 + 96 * 4$$

Resolver a multiplicação:

$$(96 * 4 = 384)$$

Calcule a soma:

$$E(4) = 800 + 384$$

$$E(4) = 1184$$

Resposta: Para atender à demanda crescente, a organização PROTEGE deve ter aproximadamente 1184 itens em estoque ao final de 4 meses. Essa previsão permitirá que a organização se prepare para atender à demanda e garantir a continuidade da campanha de doações para as crianças.