Introdução

Questão: Planejamento do Estoque de Alimentos na Associação PROTEGE

O propósito da Associação PROTEGE é melhorar a vida de crianças em situação de vulnerabilidade por meio de ações voltadas para educação, nutrição e desenvolvimento pessoal. A meta do projeto é criar um ambiente seguro e repleto de oportunidades, com o intuito de um futuro mais promissor, além de reduzir a dependência de contribuições externas por meio de projetos que buscam a autossustentabilidade.

Atualmente, a organização é responsável pela alimentação de 35 crianças, que consomem 87,5 kg de alimentos diariamente, totalizando 612,5 kg por semana. Com um estoque inicial de 2.000 kg e doações semanais de 300 kg, a PROTEGE enfrenta o desafio de atender à crescente demanda alimentar. Com um depósito inicial de 2.000 kg e contribuições semanais de 300 kg, a PROTEGE se depara com o desafio de suprir a demanda alimentar em expansão. Por isso, a gestão eficiente do estoque é fundamental, exigindo ajustes e reposições constantes para garantir que não faltem alimentos para as crianças.

Portanto, determine o estoque máximo necessário para suprir adequadamente a demanda alimentar, garantindo que não haja escassez, e calcule o número de semanas até que o estoque de alimentos seja completamente consumido, ou seja, quando atingirá o valor zero.

Resolução:

$$A(t) =- 4t^2 + 300t + 2000$$

Onde:

- A(t) representa o estoque de alimentos (em quilogramas) após t semanas.t
- t é o tempo em semanas desde o início do monitoramento.
- A função considera o consumo de 87,5 kg por dia ou 612,5 kg por semana pelas 35 crianças, com doações semanais de 300 kg e um estoque inicial de 2.000 kg.

Passo 1: Derivar a Função de Estoque (Derivar a primeira)

A função dada é:

$$A(t) =- 4t^2 + 300t + 2000$$

Derivamos A(t) para encontrar o ponto crítico (máximo):

$$A'(t) = \frac{d}{dt}(-\ 4t^2 + 300t + 2000)$$

Utilize a regra da derivação:

$$\frac{d}{dt}(f + g) = \frac{d}{dt}(f) + \frac{d}{dt}(g)$$

$$\frac{d}{ct}(-\ 4t^2) + \frac{d}{dt}(300t) + \frac{d}{dt}(2000)$$

Encontrar a derivada:

$$A'(t) =-\ 4\ *\ \frac{d}{dt}(t^2) + 300 + 0$$

$$A'(t) = 4 * 2t + 300 + 0$$

A derivada de A(t) é:

$$A'(t) =-\ 8t + 300$$

Passo 2: Encontrar os Pontos Críticos

Agora, para encontrar o ponto no qual o estoque atinge seu valor máximo, igualamos a derivada a zero e resolvemos para t:

$$A'(t) = 0$$

Igualamos a derivada a zero para encontrar os pontos críticos:

$$-\ 8t + 300 = 0$$

Resolvendo para t:

$$8t = 300$$

$$t = \frac{300}{8}$$

$$t = 37.5$$

Portanto, o ponto crítico ocorre em t =37,5 semanas.

Passo 3: Determinar Máximo ou Mínimo

$$A''(t) = \frac{d}{dt}(-8t + 300)$$

$$A''(t) = -8$$

Como a segunda derivada é negativa A"(t) < 0, o ponto t= 37,5 é um ponto máximo.

Passo 4: Calcular o Estoque Máximo

Agora que sabemos que o estoque atinge seu máximo após 37,5 semanas, substituímos t=37,5 na função original $A(t)$ para calcular o valor do estoque máximo:

$$A(37.5) =- 4(37.5)^2 + 300(37.5) + 2000$$

Calculando passo a passo:

$$A(37.5) =- 4(1406.25) + 11250 + 2000$$

$$A(37.5) =- 5625 + 11250 + 2000$$

$$A(37.5) = 7625\, kg$$

Portanto, o estoque máximo de alimentos será de 7.625 kg após 37,5 semanas (ou 9 meses se arredondarmos).

Passo 5: Calcular Quando o Estoque Será Esgotado (Mínimo)

Agora, queremos saber quando o estoque de alimentos será completamente esgotado, ou seja, quando $A(t)$=0. Para isso, resolvemos a equação A(t)=0:

$$-4t2 + 300t + 2000 = 0$$

Dividimos a equação por – 4 para simplificarmos:

$$t^2 - 75t - 500 = 0$$

Usamos a fórmula de Bhaskara:

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4*a*c}}{2a}$$

$Com\, a = 1,\ b =- 75,\ c =- 500$:

$$t = \frac{-(-75) \pm \sqrt{(-75)^2 - 4*(1)*(-500)}}{2*(1)}$$

$$t = \frac{75 \pm \sqrt{5625+2000}}{2}$$

$$t = \frac{75 \pm \sqrt{7625}}{2}$$

Calculando a raiz quadrada:

$$\sqrt{7625 \approx 87.33} = t = \frac{75 \pm 87.33}{2}$$

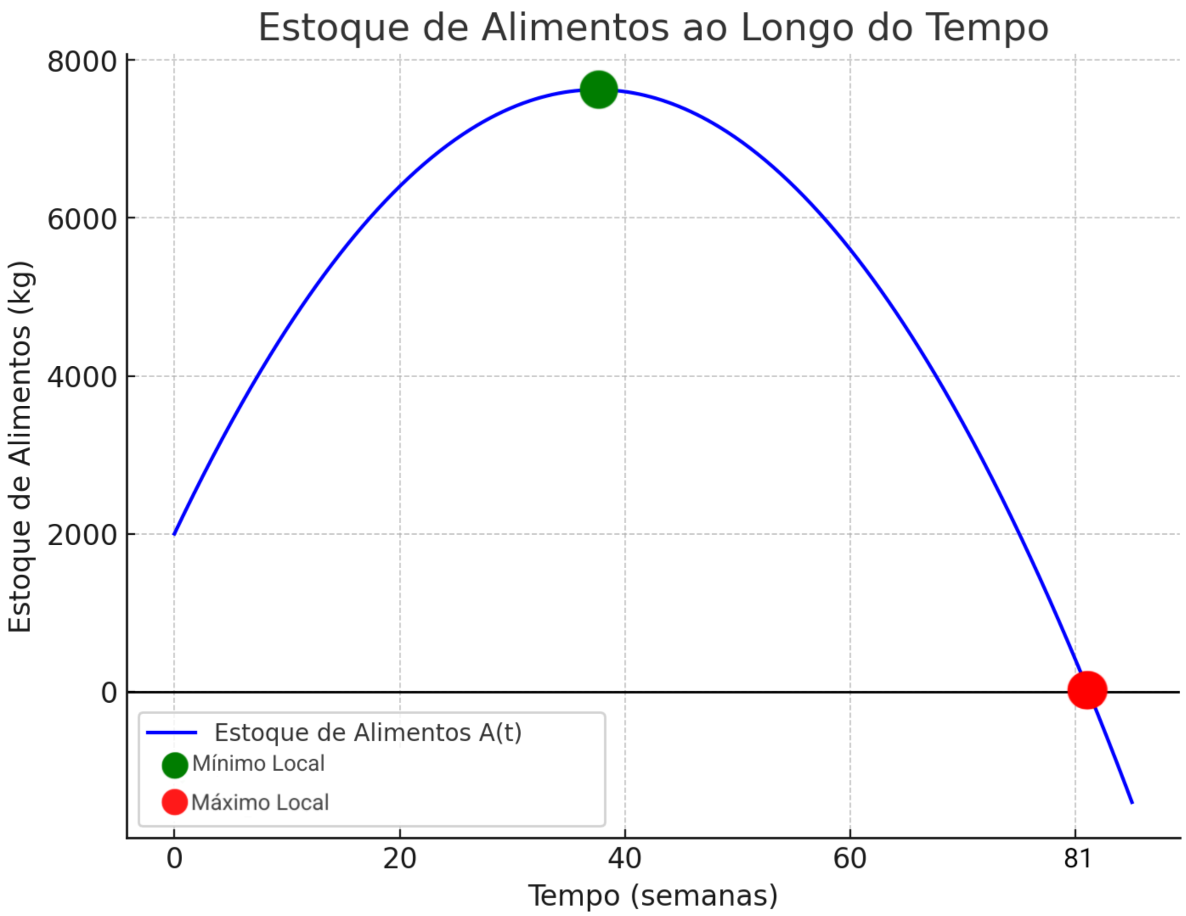
Calculando ambos os valores de t:

1. $t1 = \frac{75 + 87.33}{2} = \frac{162.33}{2} \approx 81.17$
2. $t2 = \frac{75 - 87.33}{2} = \frac{-12.33}{2} \approx -6.17$ (Essa solução não faz sentido no contexto do cálculo, pois o tempo não pode ser negativo).

Portanto, o estoque estará completamente esgotado após aproximadamente 81,17 semanas (ou 81 semanas, se arredondarmos).

Resposta: O estoque máximo de alimentos será de 7.625 kg e será atingido após 37,5 semanas. O estoque de alimentos será completamente esgotado após aproximadamente 81 semanas (se não houver novas doações ou mudanças no consumo).

Gráfico



Estoque de Alimentos ao Longo do Tempo
8000
6000
4000
2000
0
Estoque de Alimentos (kg)
0
20
40
60
81
Tempo (semanas)
Estoque de Alimentos A(t)
Mínimo Local
Máximo Local