

数学微积分高中数学

爱龙在天涯1 邀请你回答此问题

邀请别人 | 忽略邀请

关注者316

被浏览3,209,573

是否可以由 $a^a=b^b$ 推出 $a=b$? 为什么?

这个问题想来是对的, 可觉得证明挺难的。显示全部

关注问题

写回答

邀请回答

好问题 4

25 条评论

分享

查看全部 204 个回答



立Eber
物竞小白, 欢迎提问和评论

+ 关注

来自专栏 · 初等数学的简单讨论

885 人赞同了该回答

令人激动的不是因为这是一个伪命题, 而是由于我们可以轻松找到无穷个满足的有理数对+解

这个有理数对集合满足 $\begin{cases} a = (\frac{n}{n+1})^n \\ b = (\frac{n}{n+1})^{n+1} \end{cases}$, 其中 $n \in \mathbb{N}^+$

证明: 由于 $\frac{n^n}{(n+1)^n} = (\frac{n^{n+1}}{(n+1)^{n+1}})^{\frac{n}{n+1}}$ 那么两边同时取 $\frac{n^n}{(n+1)^n}$ 次方, 得到:

$$(\frac{n^n}{(n+1)^n})^{\frac{n^n}{(n+1)^n}} = (\frac{n^{n+1}}{(n+1)^{n+1}})^{\frac{n^{n+1}}{(n+1)^{n+1}}}$$

得证!

实际上很多题主所说的数对 $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases}$ 就是当 $n = 1$ 时候的情况! !

类似的还有看似壮观的 $\begin{cases} a = \frac{2^{64}}{17^{16}} \\ b = \frac{2^{68}}{17^{17}} \end{cases}$ 是当 $n = 16$ 。此解由 @巧夺天工 用程序给出, 不过可惜没有发现规律

至于再回来讨论函数 x^x 的增减性质仿佛不必要了。不过我之前已经回答过了, 可参考:

[x^x 的导数怎么算?](#)

我们不计算也可以肯定, 因为 $\ln x$ 当 $x \rightarrow 0$ 发散, 所以当 x 比较接近0的时候导数有小于零的情况, 自然得不出 $a = b$

补充: 在我向下翻阅的时候看见一个和此题很像的问题, 然后我发现这二者有极高的相似性! !

可以看我后来发的回答:

关于作者



立Eber
物竞小白, 欢迎提问和评论

回答83

文章18

关注者95

关注他

发私信

被收藏 77 次

哲学

冥域·Arinor 创建

3 人关注

呵呵

哲智 创建

3 人关注

知识

zacklocx 创建

1 人关注

数学

磁悬浮青蛙呱呱 创建

1 人关注

数学

子正 创建

0 人关注

相关问题

如何证明 $a \cdot b \mid a^n \cdot b^n$? 38 个回答

$C=A \times B$ (叉乘) B 。那么说明 C 与 A 和 B 垂直? 为什么? 1 个回答

为什么 $A \subseteq A \cup B$? 2 个回答

$\log_2(a \log_2 b) = (\log_2 a)(\log_2 b)$ 是怎么推来的? 求求各位大佬帮忙解一下惑? 2 个回答

如图, 为什么 $a=b$? 1 个回答

帮助中心

知乎隐私保护指引 | 申请开通机构号 | 联系我们

举报中心

涉未成年举报 | 网络谣言举报 | 涉企侵权举报 | 更多

关于知乎

下载知乎 | 知乎招聘 | 知乎指南 | 知乎协议 | 更多

送礼物

还没有人送礼物，鼓励一下作者吧

所属专栏 · 2025-06-28 20:40 更新



初等数学的简单讨论

立Eber

32 篇内容 · 1055 赞同

订阅

最热内容 · 数学大佬予一人是如何缩放不等式的，又是如何有这么多的方法，有技巧还是长年累月的积累？

编辑于 2025-06-15 15:04 · 广东

已赞同 885



54 条评论



分享



收藏



喜欢



收起

更多回答



巧夺天工

还是C++更胜一筹

注意到

$$\frac{\frac{18446744073709551616}{48661191875666868481}^{\frac{18446744073709551616}{48661191875666868481}}=\frac{295147905179352825856}{827240261886336764177}^{\frac{295147905179352825856}{827240261886336764177}}$$

展开阅读全文

故 aAg-hAh 无法推出 a-h

赞同 2921



73 条评论



分享



收藏



喜欢



乌灵无辜受难

嘿嘿嘿殖人真好玩

证明难个p，但凡你自己写个 $y=x^x$ 的函数图像看一眼，这年头都不需要用matlab，windows的计算器都能画出这个函数图像。

展开阅读全文

这玩意根本就不是单调

赞同 1185



59 条评论



分享



收藏



喜欢



查看全部 204 个回答

京 ICP 证 110745 号 · 京 ICP 备 13052560 号



京公网安备 11010802020088 号 · 互联网新闻信息

服务许可证：11220250001 · 京网文[2022]2674-

081 号 · 药品医疗器械网络信息服务备案（京）网

药械信息备字（2022）第00334号 · 广播电视节目

制作经营许可证：（京）字第06591号 · 互联网宗教

信息服务许可证：京（2022）0000078 · 服务热

线：400-919-0001 · Investor Relations · © 2025 知

乎 北京智者天下科技有限公司版权所有 · 违法和不

良信息举报：010-82716601 · 举报邮箱：

jubao@zhihu.com



适老化
无障碍服务