

6.3

Geometric Transformations

几何变换

常见几何变换

图 1 所示为常见的几何变换。

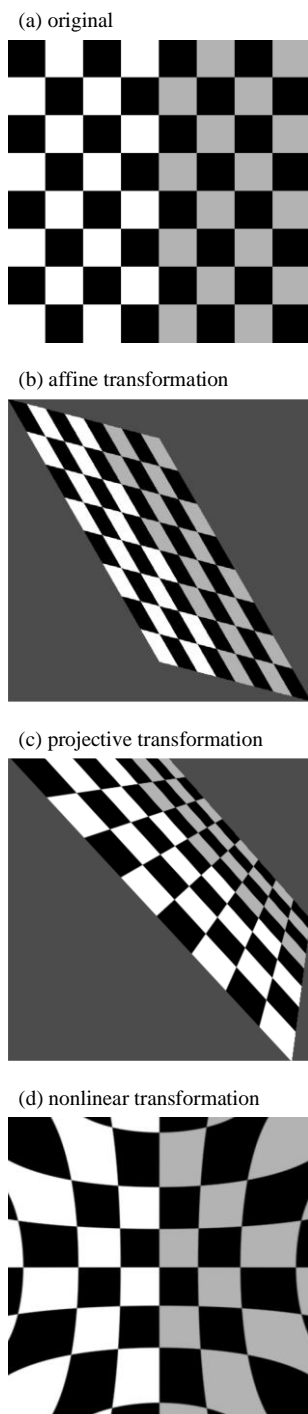


图 1. 常见几何变换

图 1 (a) 所示为原始棋盘黑白格子。

图 1 (b) 为仿射变换 (affine transformation) 的结果。仿射变换是本节的重点。

图 1 (c) 投射变换 (projective transformation) 是一种将三维空间中的点映射到二维平面上的变换，也被称为透视变换 (perspective transformation)。

图 1 (d) 所示为非线性变换的一种形式。

仿射变换

仿射变换是一种线性变换，它可以将一个二维或三维空间中的点映射到另一个二维或三维空间中的点。

在仿射变换中，原始对象的形状、大小、角度和比例等属性可能会发生变化，但它们之间的相对位置和平行关系将保持不变。

仿射变换可以应用于许多不同的领域，如计算机视觉、计算机图形学、机器学习等。在计算机视觉中，仿射变换可以用于图像的平移、缩放、旋转、对称、投影、剪切等操作。表 1 总结常见几种仿射变换。

在计算机图形学中，仿射变换可以用于三维图形的变换和投影等操作。在机器学习中，仿射变换可以用于特征提取、数据增强和数据对齐等操作。

表 1. 常见仿射变换

几何变换	
平移 (translation)	
等比例缩放 s 倍 (scaling)	
非等比例缩放 (unequal scaling)	

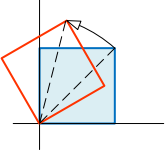
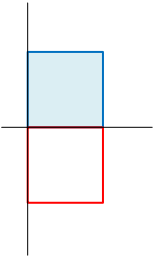
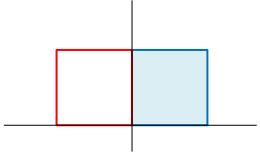
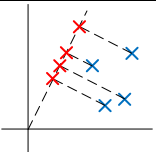
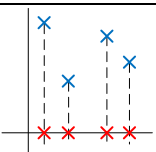
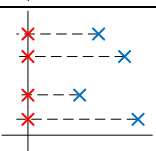
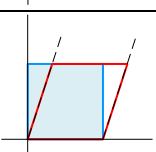
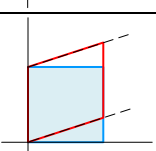
逆时针旋转 (counterclockwise rotation)	
关于横轴镜像对称 (reflection along x-axis)	
关于纵轴镜像对称 (reflection along y-axis)	
向通过原点直线投影	
向横轴投影	
向纵轴投影	
沿水平方向剪切 (shear along x-axis)	
沿垂直方向剪切 (shear along y-axis)	

图 2 所示为原始网格散点。图 4、图 5 所示为各种仿射变换及其组合的结果。请大家注意，多数情况仿射变换先后影响结果。

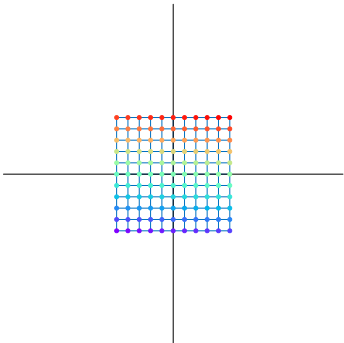


图 2. 网格散点

图 3 给出第二个例子。我们在单位圆上不同位置用不同颜色标记位置，管它们叫“小彩灯”。然后，对这些“小彩灯”先旋转，再剪切。同时，相同颜色的“小彩灯”之间再绘制一条线段，用来标识运动轨迹。

图 6 所示当旋转角度不同时，经过“旋转→剪切”变化的小彩灯都在同一个椭圆上。但是显然，每幅子图的小彩灯位置不同。此外，我们也在这些图上利用大小两个正方形来可视化旋转。

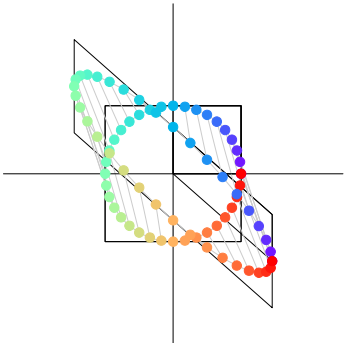


图 3. 正圆散点

《矩阵力量》将专门讲解仿射变换中用到的一系列数学工具。《统计至简》将会利用图 6 解析蒙特卡罗模拟产生的具有一定相关性的随机数。

请大家自学如下范例，理解如何对图像进行仿射变换：

https://matplotlib.org/stable/gallery/images_contours_and_fields/affine_image.html

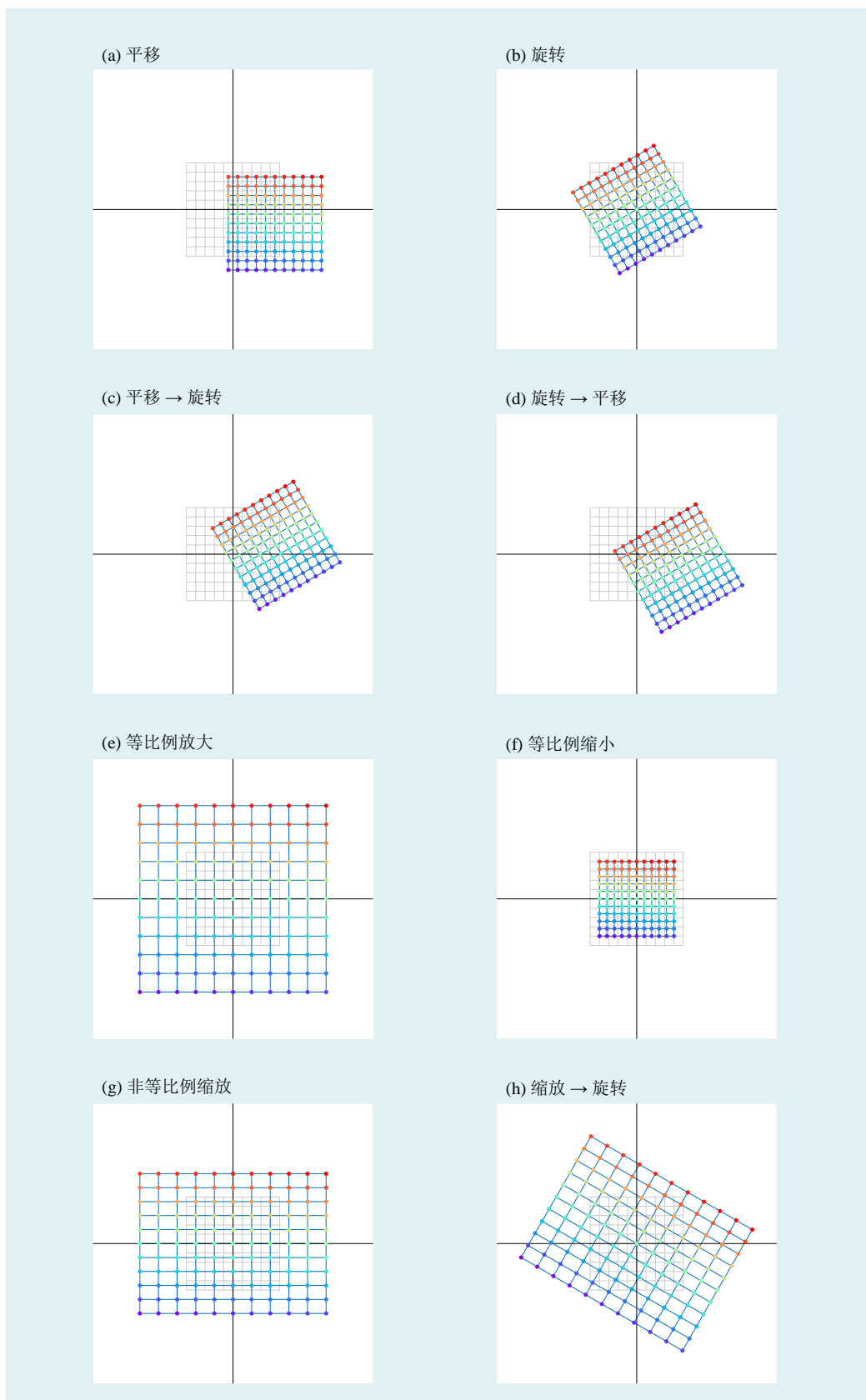


图 4. 仿射变换，第 1 组

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

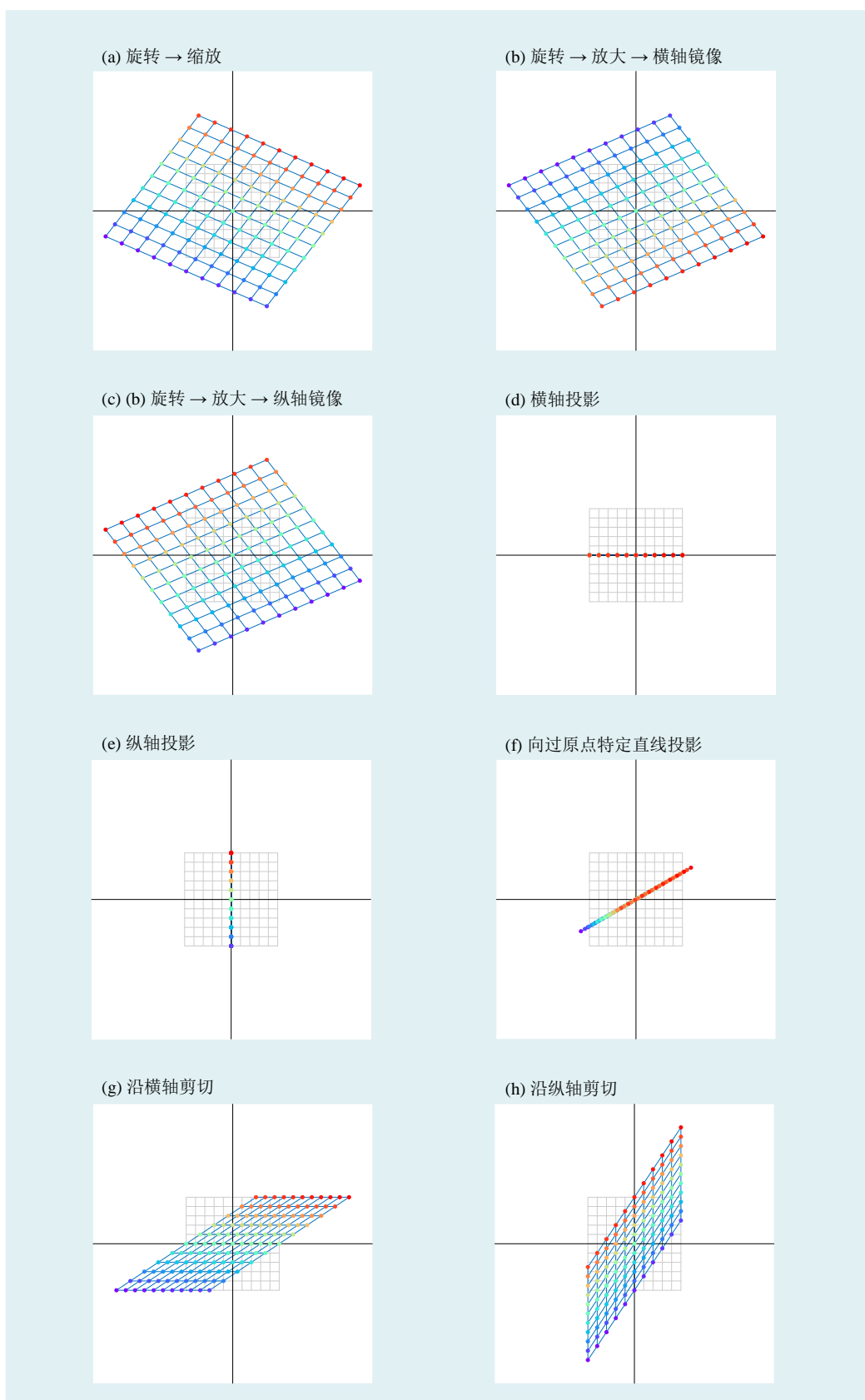


图 5. 仿射变换，第 2 组

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

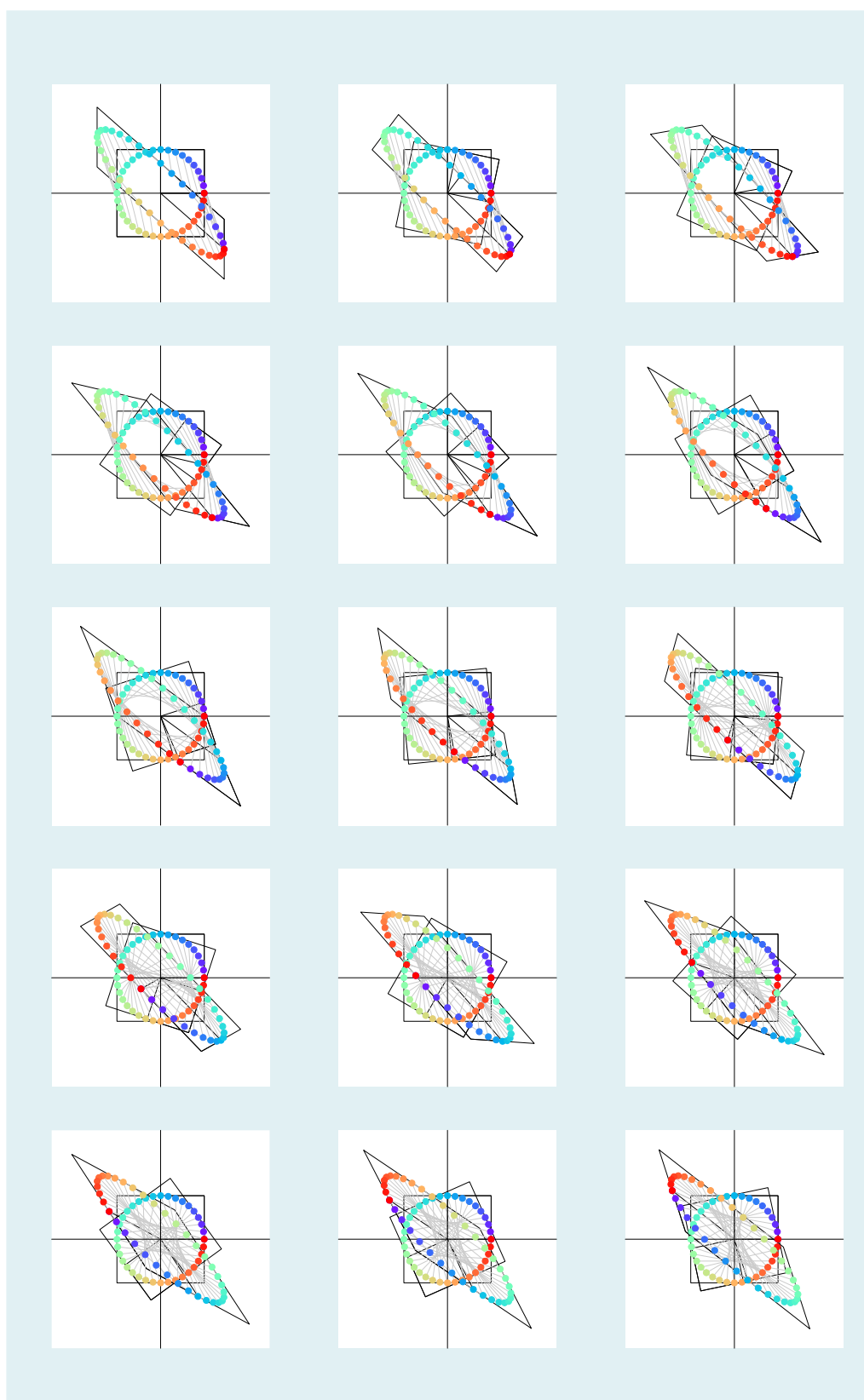


图 6. 正方形、单位圆剪切、旋转变换

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com