

6.7 Triangular Grid 三角网格

这个话题，我们深入聊一聊三角网格及其应用。

三角剖分

`matplotlib.tri` 是 Matplotlib 中的一个模块，提供了三角剖分的绘图功能。`scipy.spatial` 中的 `Delaunay` 类可以帮助我们生成一个点集的 Delaunay 三角剖分，它可以用于构建三角形网格、寻找最近邻等等。

图 1 所示的网格可以手动设定，也可以自动生成。自动生成的三角网格采用 Delaunay 三角剖分。三角网格可以帮助我们绘制各种类型的三角形网格，例如等高线图、三角形色块图和三角形曲面图等。图 2 所示为三角网格等高线图。

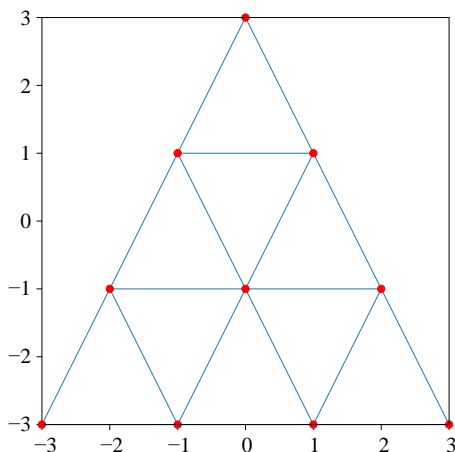


图 1. 三角网格

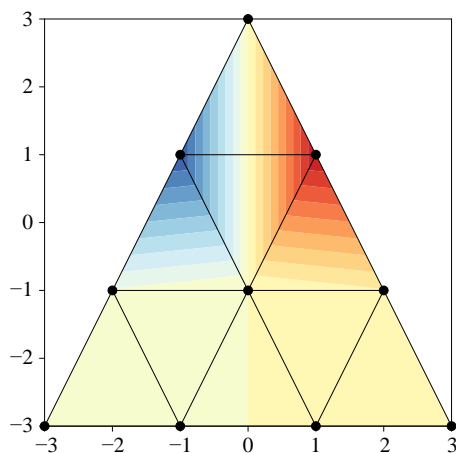


图 2. 三角网格等高线图

Bk_2_Topic_6.07_1.ipynb 笔记中给出更多三角剖分的范例，请大家自行学习。

Delaunay 三角剖分

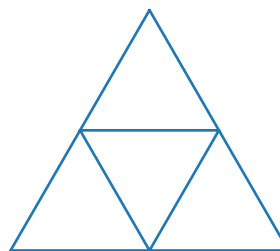
Delaunay 三角剖分是一个用于将点集分割为三角形的算法，其中任何三角形的外接圆不包含其他任何点。它的名字来源于它的发明者 Boris Delaunay。

Delaunay 三角剖分是计算机图形学、计算几何和计算机视觉中常用的技术之一，它在三维重建、图像处理、自然语言处理、机器学习等领域都有广泛的应用。

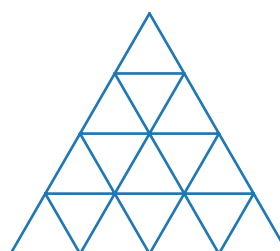
颗粒度

三角网格也存在颗粒度的问题。图 3 所示为给定等边三角形不同的颗粒度的三角网格剖分。

(a) small triangles = 4



(b) small triangles = 16



(c) small triangles = 64

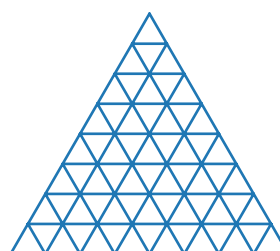


图 3. 三角网格的颗粒度

Bk_2_Topic_6.07_2.ipynb 绘制图 3。

重心坐标系

“鸢尾花书”中三维网格常常用来可视化重心坐标系。从物理角度来看，重心坐标系 (barycentric coordinate system) 是一种描述一个几何形状内部任意点位置的方法。它是以该形状的重心作为原点建立的坐标系。在平面上的一个三角形中，任何一点都可以表示为三个定点的加权平均值，其中每个定点的权重由它到该点的距离与该三角形的周长之比确定。这些权重称为该点在三角形的重心坐标。

实际上，用三维直角坐标系解释重心坐标系更方便。图 4 左图所示为三维直角坐标系，为了区分坐标系的横轴、纵轴、竖轴分别记做 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 。这个三维直角坐标系中坐标可以记做 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 。

图 4 左图浅蓝色平面上的每个坐标 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 都满足 $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 1$ 。这个限制条件，让原本三维的空间降维成二维。即便如此，如图 4 右图所示，三角网格的每一点仍旧对应 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ 。

图 5 从三个不同的视角分别看 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 。图 6 上下两幅子图比较两个坐标系。上图

给出的是利用三角网格表达平面直角坐标系。下图则是利用相同网格表达重心坐标系坐标。请大家注意区分。

Bk_2_Topic_6.07_3.ipynb 绘制图 6。

Dirichlet 分布

“鸢尾花书”中，重心坐标系常用来可视化 Dirichlet 分布概率密度函数。

Dirichlet 分布是一种连续的概率分布，通常用于描述一个多元随机变量的概率分布。它是以德国数学家 Peter Gustav Lejeune Dirichlet 的名字命名的。

Dirichlet 分布是一种在开区间 $(0,1)$ 上的多维概率分布，参数是一个向量 α 。

本书前文利用其它可视化方案展示过 Dirichlet 分布。图 7、图 8 向大家展示如何利用重心坐标系可视化三元 Dirichlet 分布随参数 $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$ 变化。

Bk_2_Topic_6.07_4.ipynb 绘制图 7、图 8。

《统计至简》一册将专门讲解 Dirichlet 分布及其在贝叶斯推断的应用。

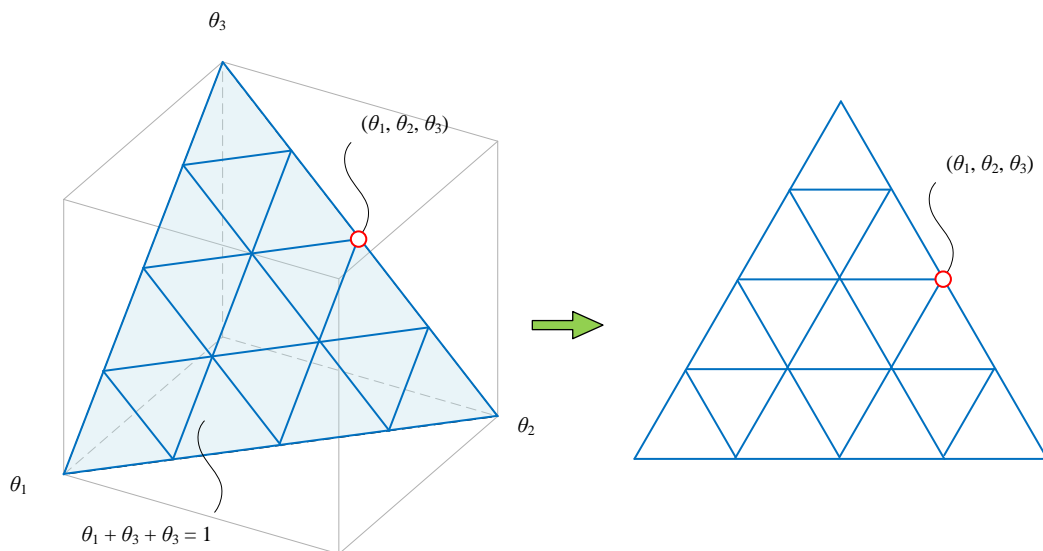


图 4. 从三维直角坐标系到重心坐标系

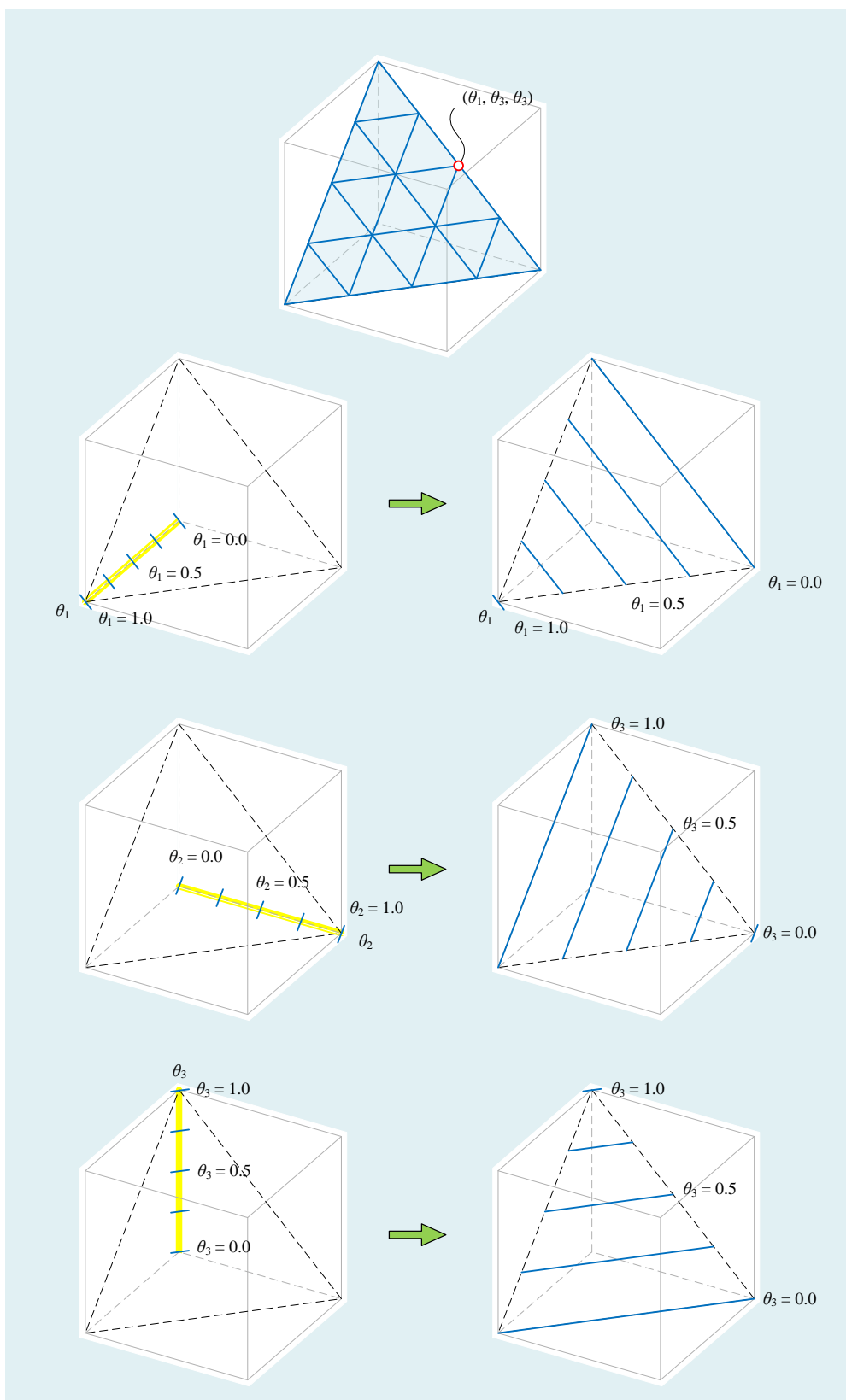


图 5. 三维直角坐标系角度看重心坐标系

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

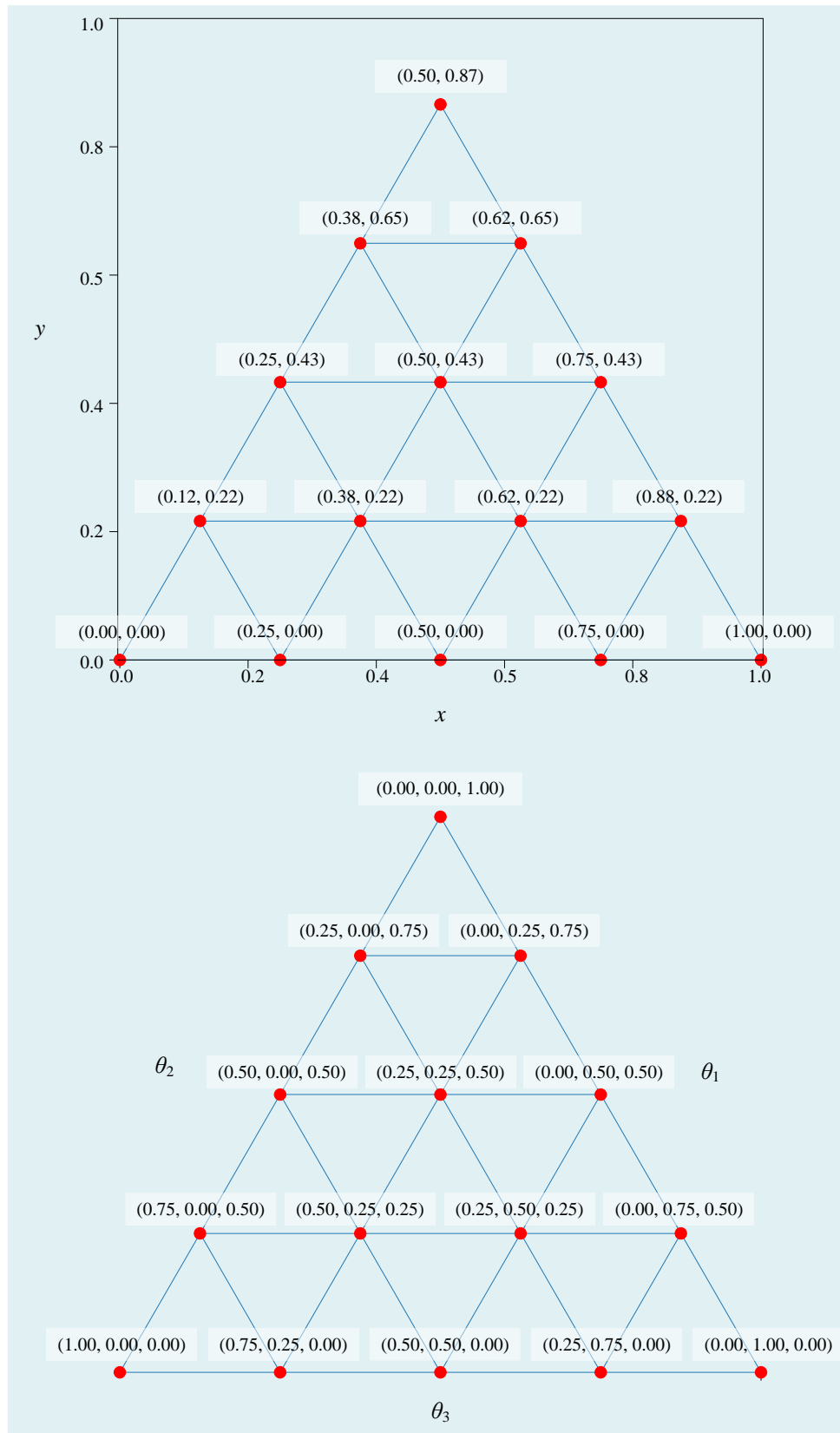


图 6. 比较平面直角坐标系坐标、重心坐标系坐标

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

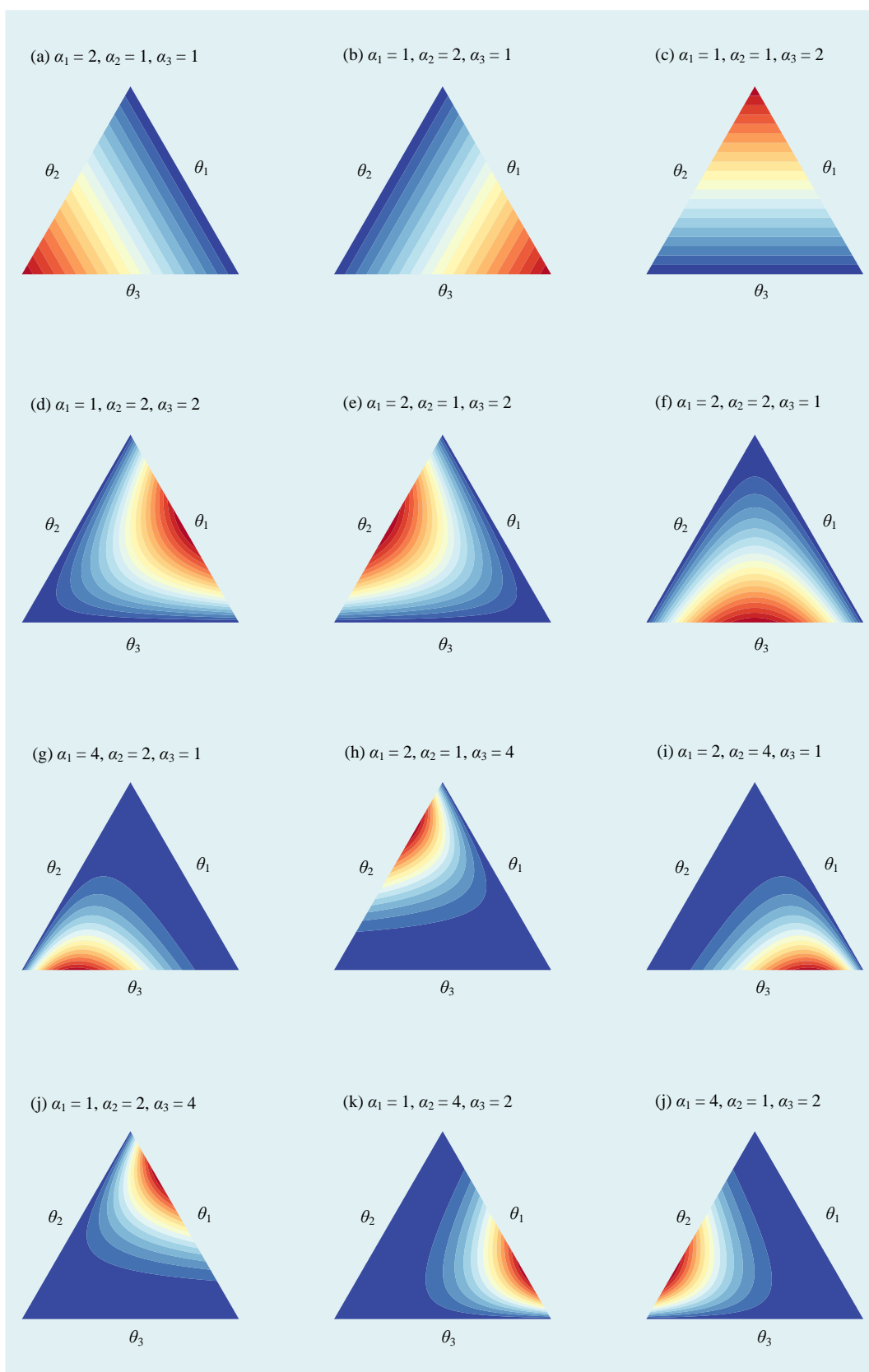


图 7. Dirichlet 分布，第 1 组

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

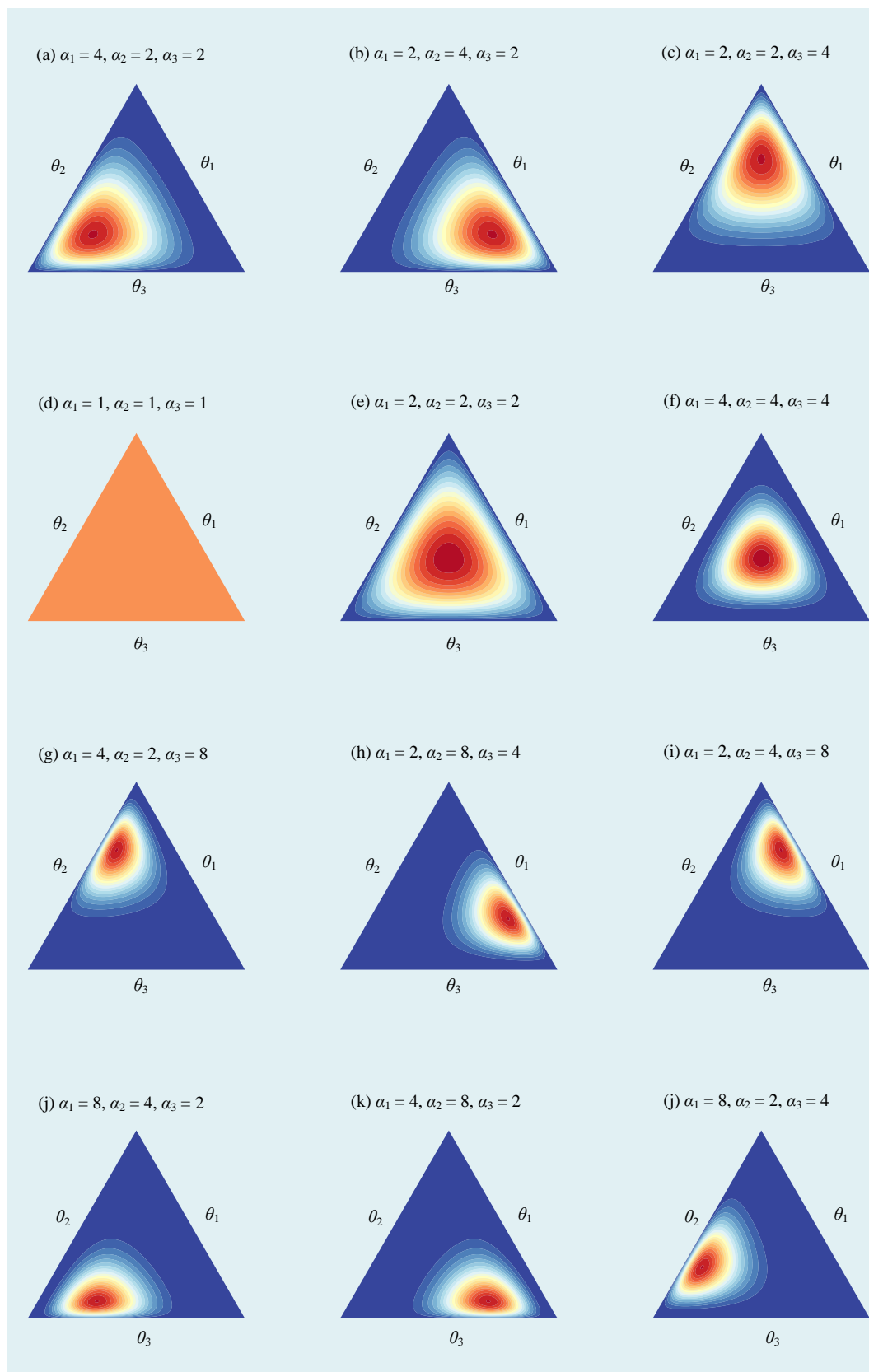


图 8. Dirichlet 分布，第 2 组

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com