

## 4.6 2D Contour Lines 平面等高线

平面等高线、三维等高线是“鸢尾花书”中非常重要的可视化方案。我们常用等高线可视化二元乃至多元函数、概率密度函数、机器学习中的决策边界等等。

这个话题主要介绍平面等高线，本书后续将专门介绍三维等高线。

### 等高线原理

等高线图是一种展示三维数据的方式，其中相同数值的数据点被连接成曲线，形成轮廓线。

形象地说，如图 1 所示，二元函数相当于一座山峰。在平行于  $x_1x_2$  平面在特定高度切一刀，得到的轮廓线就是一条等高线。这是一条三维空间等高线。然后，如图 2 所示，将等高线投影到  $x_1x_2$  平面，我们便得到一条平面等高线。

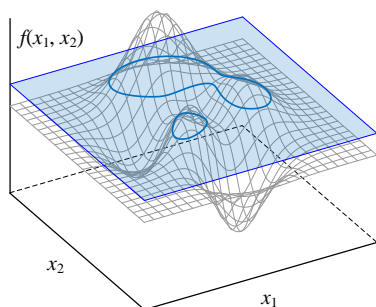


图 1. 平行  $x_1x_2$  平面切  $f(x_1, x_2)$

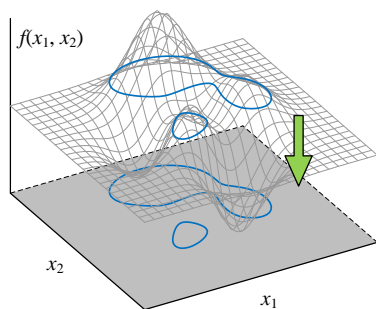


图 2. 将等高线投影到  $x_1x_2$  平面

一系列轮廓线的高度一般用不同的颜色或线型表示，使得我们可以通过视觉化方式看到数据的分布情况。如图 3 所示，将一组不同高度的等高线投影到平面便得到如图 4

所示的平面等高线。图 4 的右侧还增加了色谱条，用来展示不同等高线对应的具体高度。这一系列高度可以是一组用户输入的数值。大家可能已经发现，等高线图和海拔高度图原理完全相同。类似的图还有，等温线、等降水线、等距线等等。

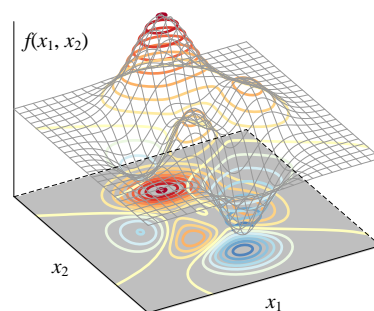


图 3. 将不同高度 (值) 对应的一组等高线投影到  $x_1x_2$  平面

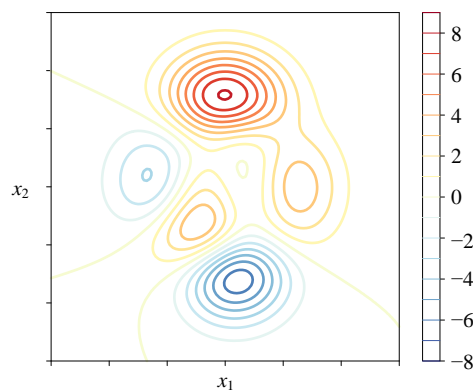


图 4. 平面等高线

Matplotlib 中平面 contour 的原理是根据一组二维数据，在二维平面上绘制等高线图。具体来说，Matplotlib 中绘制等高线图需要以下步骤：

**准备数据：**等高线图需要的数据是一个二维数组，其中每个元素都表示一个点的数值。通常这个二维数组被称为“网格”。

**计算轮廓线：**Matplotlib 会通过对数据进行插值，计算出一组轮廓线的值，并把它们绘制在二维平面上。轮廓线的数量取决于我们指定的等高线的数量。

**绘制轮廓线：**Matplotlib 会根据轮廓线的高度在不同的颜色或线型中表示，使得我们

可以通过可视化方式看到数据的分布情况。通常使用 `plt.contour()` 函数进行绘制。

### 等高线设置

Matplotlib 还提供了许多与等高线图相关的函数和选项，例如设置轮廓线的样式、标签、标记等。这些选项可以帮助我们更好地展示数据。

图 5 所示为给每条等高线增加高度注释。图 6 所示为单色等高线，matplotlib 会用虚线代表负值。

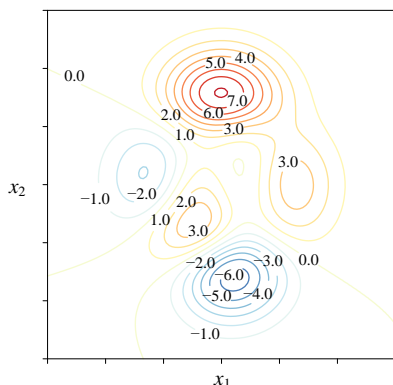


图 5. 给等高线加注释

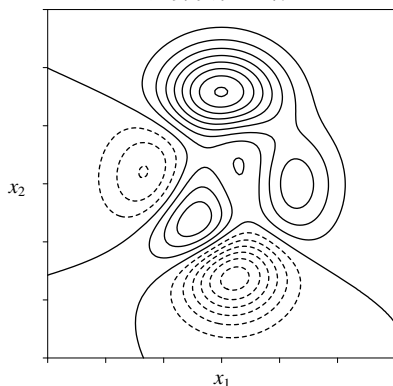


图 6. 单色等高线

### 填充等高线

`contourf` 是 Matplotlib 库中用于绘制等高线填充图的函数。其原理是通过将数据转换为等高线线段的集合，然后通过填充线段之间的空隙来创建颜色填充图。具体地说，`contourf` 函数首先根据数据生成一组等高线，这些等高线可以使用 `contour` 函数绘制。然后 `contourf` 函数会根据这些等高线，将图像中每个等高线所围成的区域填充上颜色。

填充的颜色根据指定的 colormap 进行选择，可以通过设置 `cmap` 参数来控制。

如图 7 所示，在三维空间中，我们可以把填充等高线想象成是“梯田”。每个颜色代表一定的高度区间。将图 7 填充等高线画在水平面上，我们便得到图 8。图 8 中，我们还绘制一条指定高度 (0.0) 的等高线。

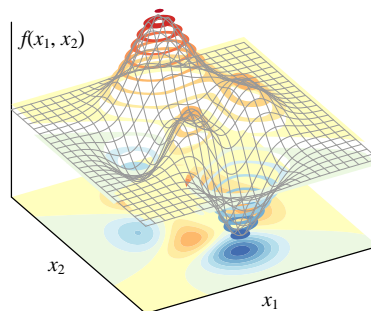


图 7. 填充等高线原理

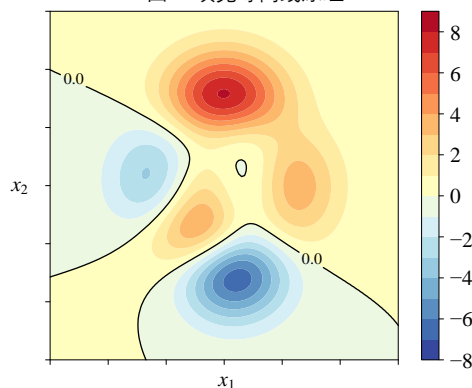


图 8. 平面填充等高线

此外，`contourf` 还可以通过调整填充级别的数量和间隔来控制填充效果，可以通过设置 `levels` 参数来控制填充级别的数量和大小。此外，还可以通过设置 `alpha` 参数来控制填充颜色的透明度，以及通过设置 `extend` 参数来控制 `levels` 范围之外的值应如何处理。

Jupyter 笔记 BK\_2\_Topic\_4.06\_1.ipynb 绘制本话题前几幅图。

### 颗粒度

前文提过，绘制连续等高线基于插值，因此等高线是否“平滑”，也取决于网格数据的颗粒度是否足够细腻。

如图 9 所示，绘制等高线采用的网格数据显然过于粗糙，这导致不管是三维等高线，还是平面等高线都非常毛糙。

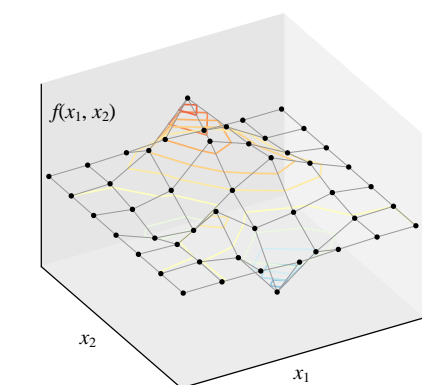


图 9. 颗粒度粗糙

图 10 则采用更为细腻的网络数据。显然，插值得到的三维等高线、平面等高线看上去更加平滑。

注意，网格不是越密越好。网格能够取得多密，还受到算力制约。图 11 所示马氏距离、高斯分布概率密度等高线，进一步提高网格密度会受到内存空间限制。

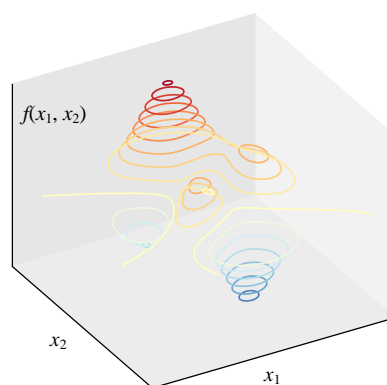


图 10. 颗粒度细腻

Jupyter 笔记 BK\_2\_Topic\_4.06\_2.ipynb 绘制图 9、图 10。BK\_2\_Topic\_4.06\_2.ipynb 绘制图 11。

本书后续还会介绍等高线的更广泛的用途。

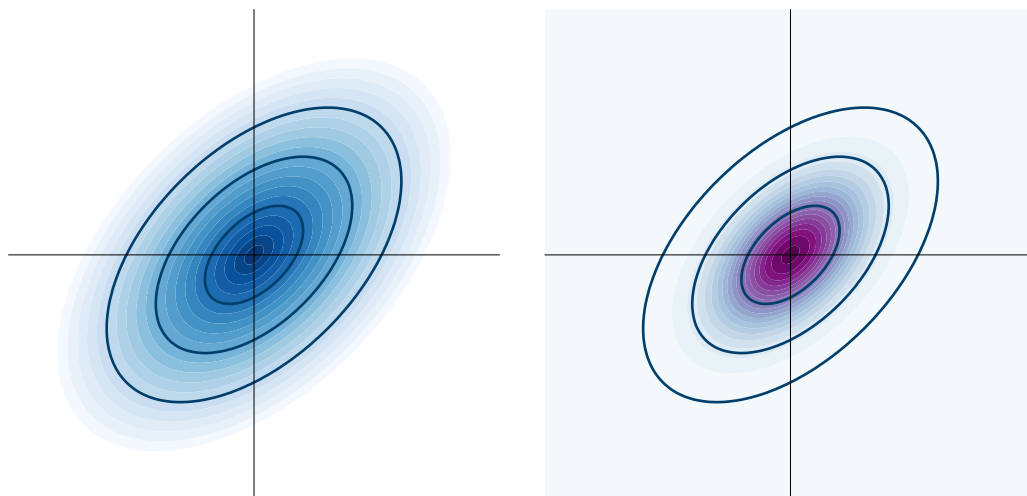


图 11. 马氏距离、高斯概率密度函数等高线