

## 6.4 Projection 投影

本书前文已经和大家聊过投影，本话题将深入介绍几个有关投影的应用场景。

### 投影

如一般情况，投影是指将一个三维物体，比如图 3 所示的马克杯，的映射到一个平面上的过程。在投影中，平面通常称为投影面，被投影的物体通常称为投影体。图 4 所示为马克杯在不同平面上的投影。

从数据角度来看，投影相当于一种数据降维。投影得到的像虽然可以“管窥一豹”，但是信息毕竟发生了“降维”压缩。仅此仅仅透过某一个角度的投影的像不能完全获得投影体的全部原始细节。

投影有不同的类型，其中最常见的包括正交投影 (orthogonal projection) 和透视投影 (perspective projection)。

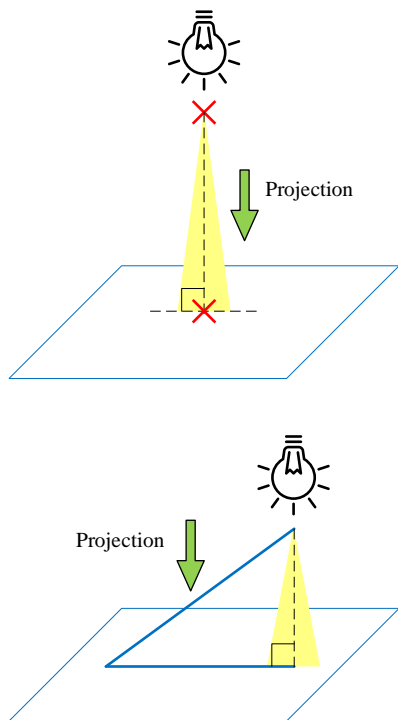


图 1. 正交投影

如图 1 所示，在正交投影中，物体被投影到一个平行于投影面的平面上，从而保留了物体的真实形状和大小。而在透视投影中，物体被投影到一个与投影面不平行的平面上，从而产生了一种远近透视的效果，使

得远离投影面的物体部分看起来比靠近投影面的物体部分更小。

投影在许多领域中都有应用，如建筑设计、计算机图形学、视觉艺术等。在建筑设计中，投影通常用于绘制建筑平面图、立面图和剖面图。在计算机图形学中，投影用于创建三维场景的二维表示，以及在计算机游戏和虚拟现实实现视觉效果。在视觉艺术中，投影可以用于创造一种深度感或透视效果，以增强画面的艺术效果。

本书前文提到，matplotlib 在绘制三维图形时，默认透视投影。本书建议科学技术作品中静态图形最好使用正交投影。“鸢尾花书”系列作品中三维图形大多采用正交投影。

### 平面投影

图 2 所示为平面上的散点、曲线投影到横轴的结果。“鸢尾花书”中用这幅图正交投影、马氏距离、数据分布、数据投影等数学概念。大家将会在《矩阵力量》、《统计至简》两册看到相关的数学工具。图 5 展示更多不同角度的平面点线投影。

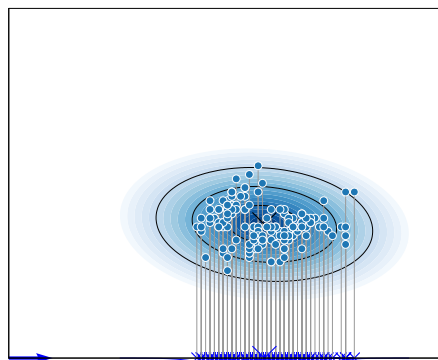


图 2. 平面投影

### 几何体投影

图 6 所示为一个旋转椭球 (ellipsoid) 在三个不同平面的投影。注意，这个椭球不是一般的椭球，它代表了一个  $3 \times 3$  的协方差矩阵的马氏距离为 1 的“等距线”。图 7 所示为图 6 旋转椭球“摆正”后的椭圆，及其在三个平面的投影。也就是说，图 6 和图 7 中两个椭球大小完全一致，空间旋转角度不同而已。《统计至简》将会详细介绍相关数学工具。

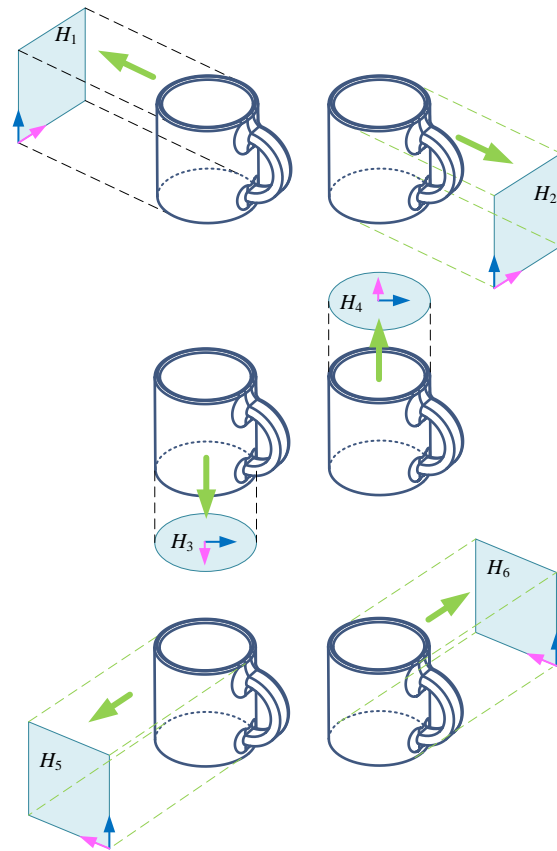


图 3. 咖啡杯六个投影方向

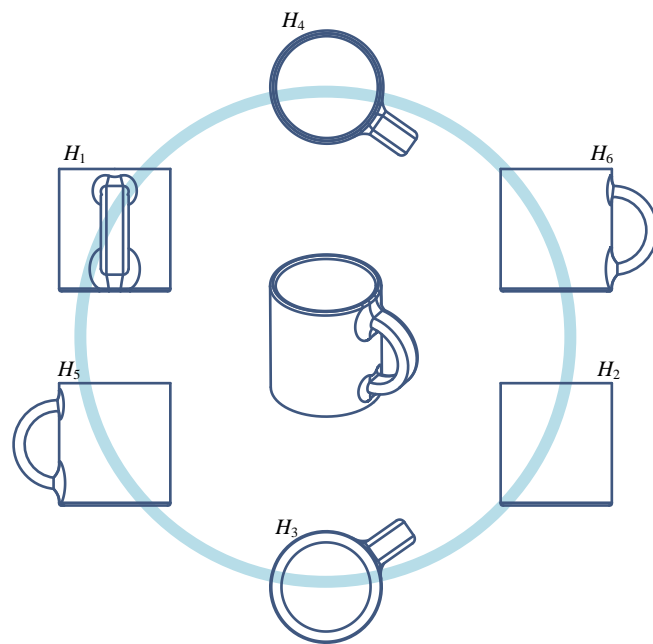


图 4. 咖啡杯在六个方向投影图像

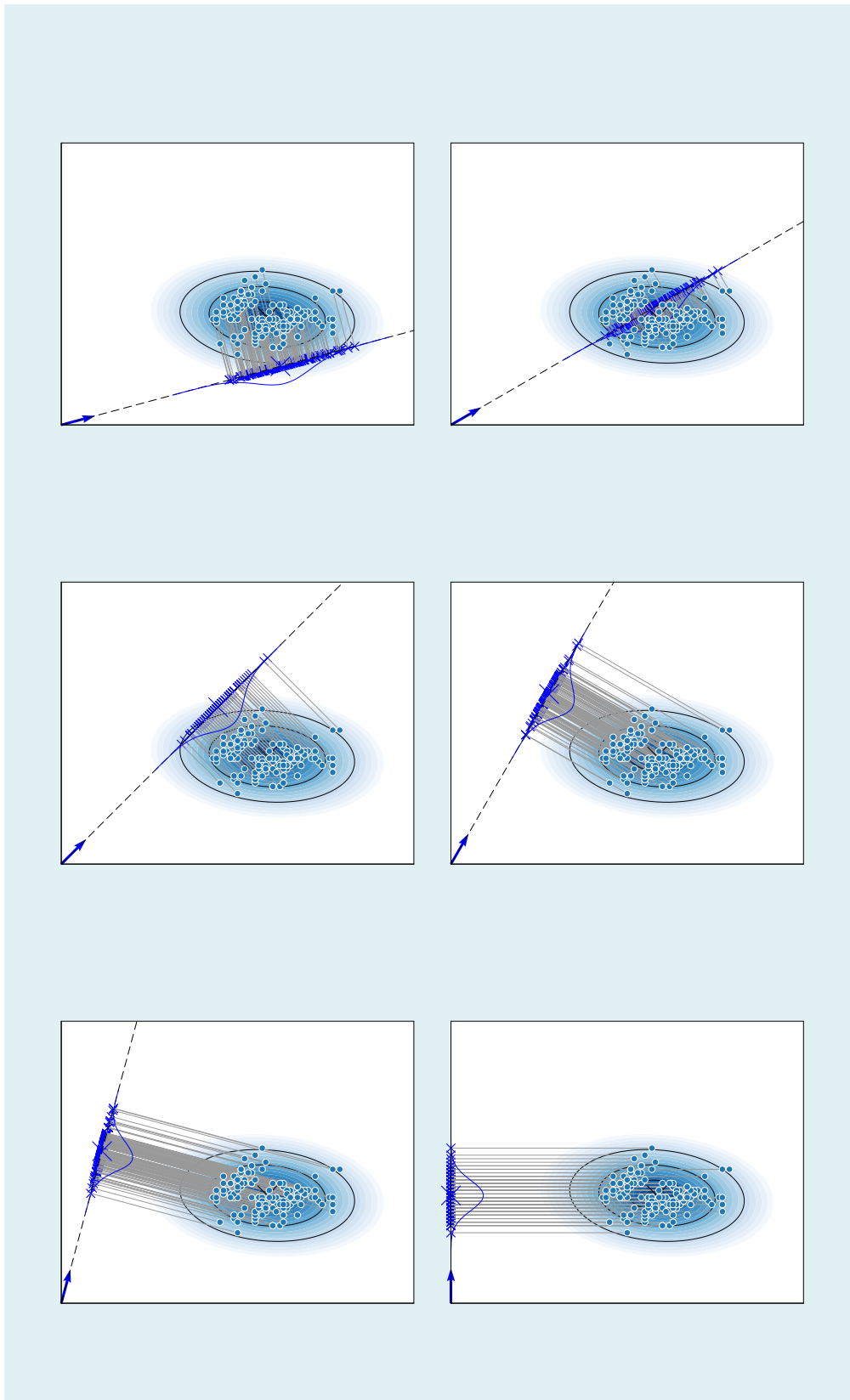


图 5. 平面上点、线投影

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)

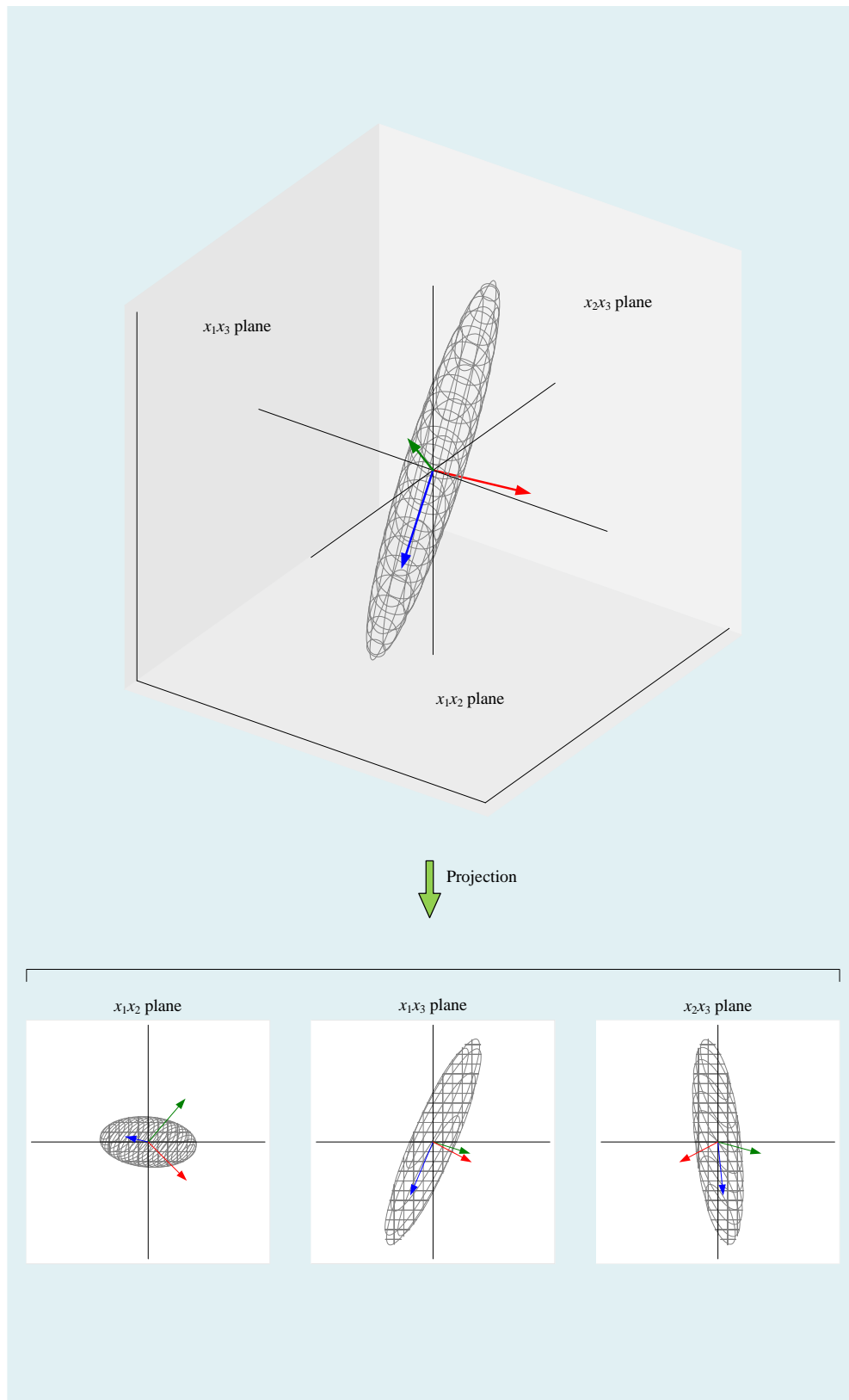


图 6. 旋转椭球在三个平面的投影

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)

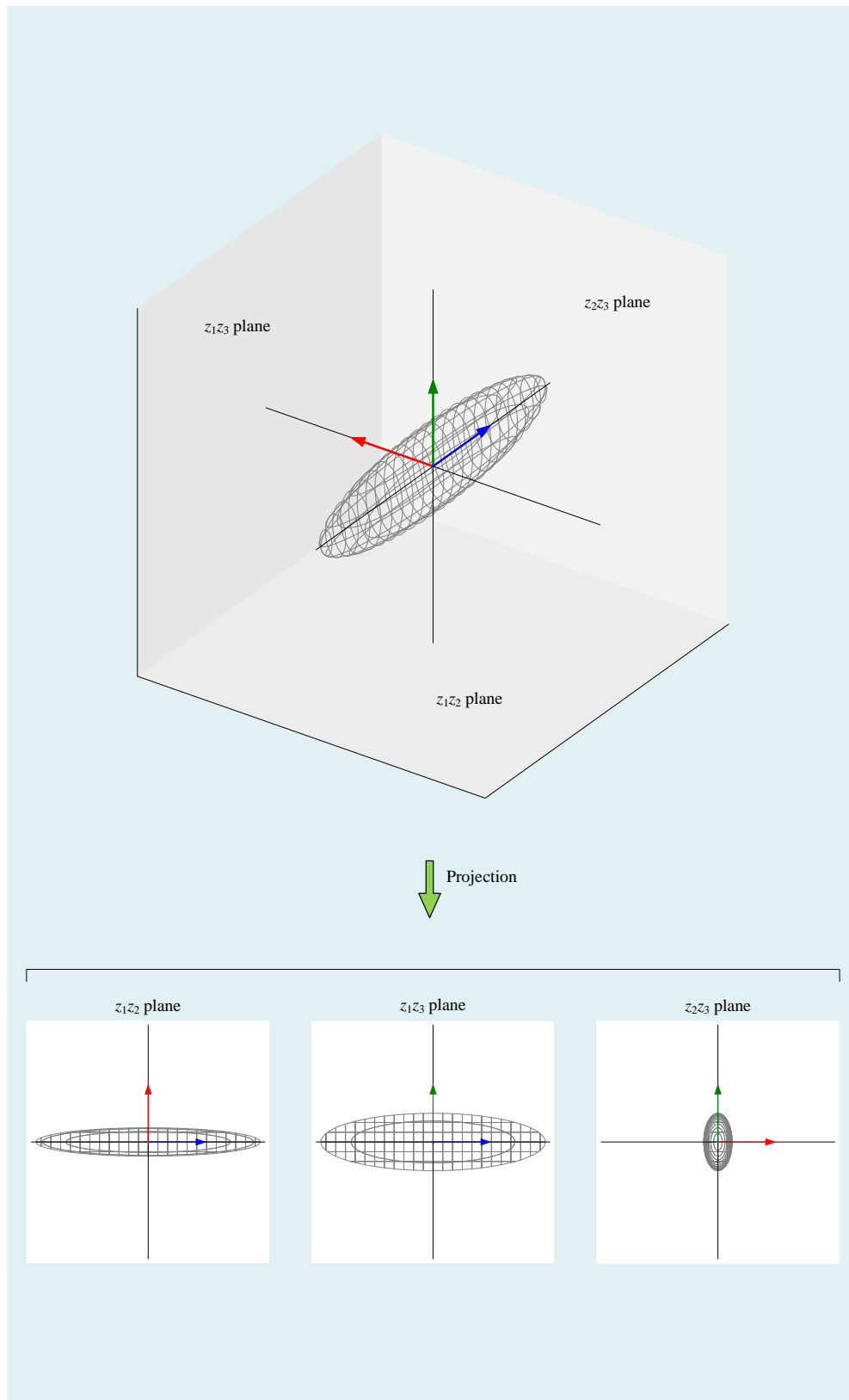


图 7. 正椭球在三个平面的投影

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：[jiang.visualize.ml@gmail.com](mailto:jiang.visualize.ml@gmail.com)