

23

Plane Geometry

平面几何

用 Matplotlib 绘制各种平面几何形状



艺术就是谎言，但艺术让我们看清真相。

Art is the lie that enables us to realize the truth.

—— 毕加索 (Pablo Picasso) | 西班牙艺术家 | 1881 ~ 1973



- ◀ matplotlib.patches.Arc() 绘制弧线
- ◀ matplotlib.patches.Arrow() 绘制箭头
- ◀ matplotlib.patches.Circle() 绘制正圆
- ◀ matplotlib.patches.Ellipse() 绘制椭圆
- ◀ matplotlib.patches.FancyBboxPatch() 绘制 Fancy 矩形框
- ◀ matplotlib.patches.Polygon() 绘制多边形
- ◀ matplotlib.patches.Rectangle() 绘制长方形
- ◀ matplotlib.patches.RegularPolygon() 绘制正多边形
- ◀ matplotlib.pyplot.cm 提供各种预定义色谱方案，比如 matplotlib.pyplot.cm.rainbow
- ◀ matplotlib.pyplot.contour() 绘制平面等高线
- ◀ matplotlib.pyplot.contourf() 绘制填充等高线图
- ◀ numpy.cos() 计算余弦值
- ◀ numpy.diag() 如果 A 为方阵，numpy.diag(A) 函数提取对角线元素，以向量形式输入结果；如果 a 为向量，numpy.diag(a) 函数将向量展开成方阵，方阵对角线元素为 a 向量元素
- ◀ numpy.dot() 计算向量标量积。值得注意的是，如果输入为一维数组，numpy.dot() 输出结果为标量积；如果输入为矩阵，numpy.dot() 输出结果为矩阵乘积，相当于矩阵运算符@
- ◀ numpy.linalg.inv() 矩阵求逆
- ◀ numpy.linalg.norm() 计算范数
- ◀ numpy.meshgrid() 创建网格化数据
- ◀ numpy.sin() 计算正弦值
- ◀ numpy.sqrt() 计算平方根

23.1 使用 patches 绘制平面几何形状

相信大家对 `matplotlib.patches` 已经不陌生了。`matplotlib.patches` 是 Matplotlib 库中的一个模块，可以使用它来绘制如图 1 圆形、矩形、多边形、箭头等等。

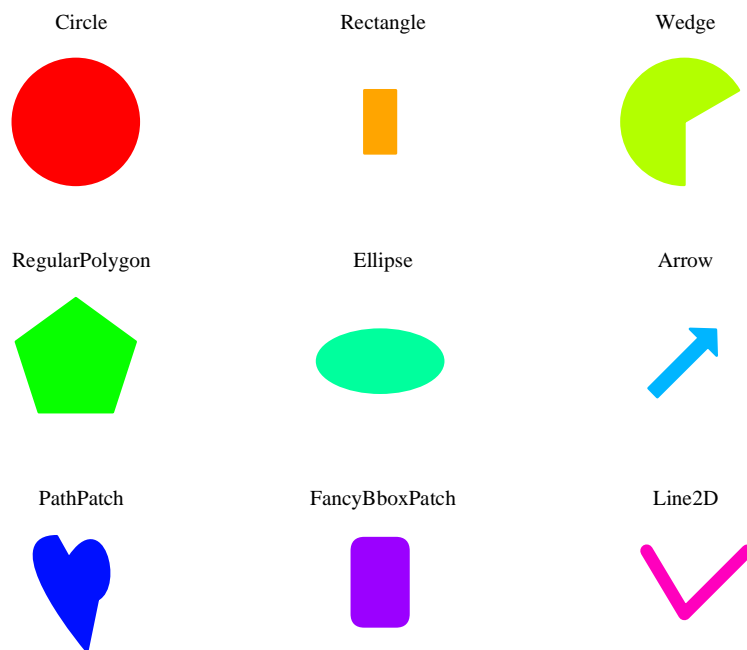


图 1. matplotlib.patches 中常见的几何图形

图 1 参考如下示例：

https://matplotlib.org/stable/gallery/shapes_and_collections/artist_reference.html

图 2 所示为利用 `matplotlib.patches` 绘制一组单位圆内接、外接正多边形。举个例子，`patches.Circle` 可以创建一个圆形对象。这个对象可以具有不同的参数，如位置、大小、边框颜色、填充颜色、阴影线等。

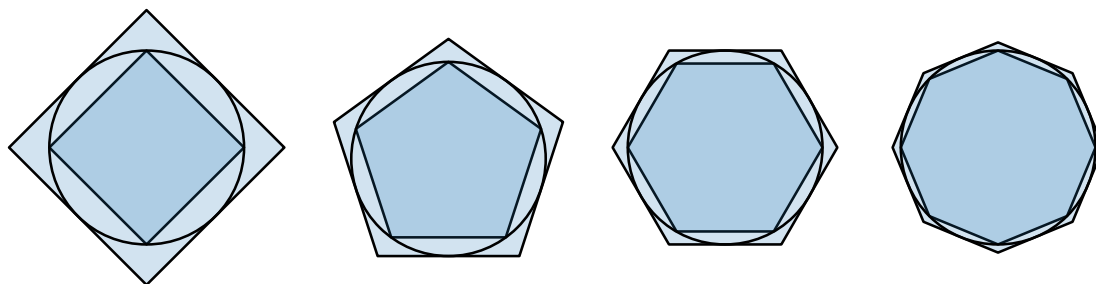


图 2. 利用 patches 绘制正圆，以及外切、内接正多边形

《数学要素》第 3 章中，大家会看到我们利用图 2 介绍如何估算圆周率。



Jupyter 笔记 BK_2_Ch23_1.ipynb 绘制图 2。

23.2 使用等高线绘制平面几何形状

“鸢尾花书”中，我们更常见的是利用平面等高线可视化平面几何形状。

图 8 上图所示为利用等高线绘制的一组圆锥曲线。通过在 $[0, 3]$ 范围之内改变离心率，圆锥曲线从正圆、椭圆，最终变成双曲线。绘制每条曲线时，我们先设置离心率，然后利用网格数据生成特定圆锥曲线的数据。绘制等高线时，仅仅绘制等高线值为 1 的那一条曲线。并且，利用色谱我们生成一组连续变化的颜色，分别渲染每一条圆锥曲线。



《数学要素》第 9 章将介绍如何通过设定离心率改变圆锥曲线类型。

图 8 下图绘制的是在给定椭圆上不同点处的切线。绘制这幅图时需要用到椭圆切线的解析式，《矩阵力量》第 20 章将专门讲解这一话题。

下面我们看两个更复杂的例子。如图 9 上图所示，给定矩形，绘制一组和矩形相切的椭圆。图中的矩形用 `matplotlib.patches` 绘制。而椭圆采用等高线绘制。



《数学要素》第 9 章会专门讲解这组椭圆的性质。

如图 9 下图所示，给定旋转椭圆，绘制一组和椭圆相切的矩形。椭圆采用参数方程绘制，而矩形采用 `matplotlib.patches`。

绘制矩形还用到了仿射变换 (affine transformation)。本书后续将专门讲解仿射变换。



《统计至简》第 14 章将讲解图 9 下图用到的数学工具。



Jupyter 笔记 BK_2_Ch23_2.ipynb 绘制图 8 上图。Jupyter 笔记 BK_2_Ch23_3.ipynb 绘制图 8 下图。Jupyter 笔记 BK_2_Ch23_4.ipynb 绘制图 9 上图。Jupyter 笔记 BK_2_Ch23_5.ipynb 绘制图 9 下图。



想要理解如何用 `patches` 绘制各种几何图形，大家可以参考如下链接：

https://matplotlib.org/stable/api/patches_api.html

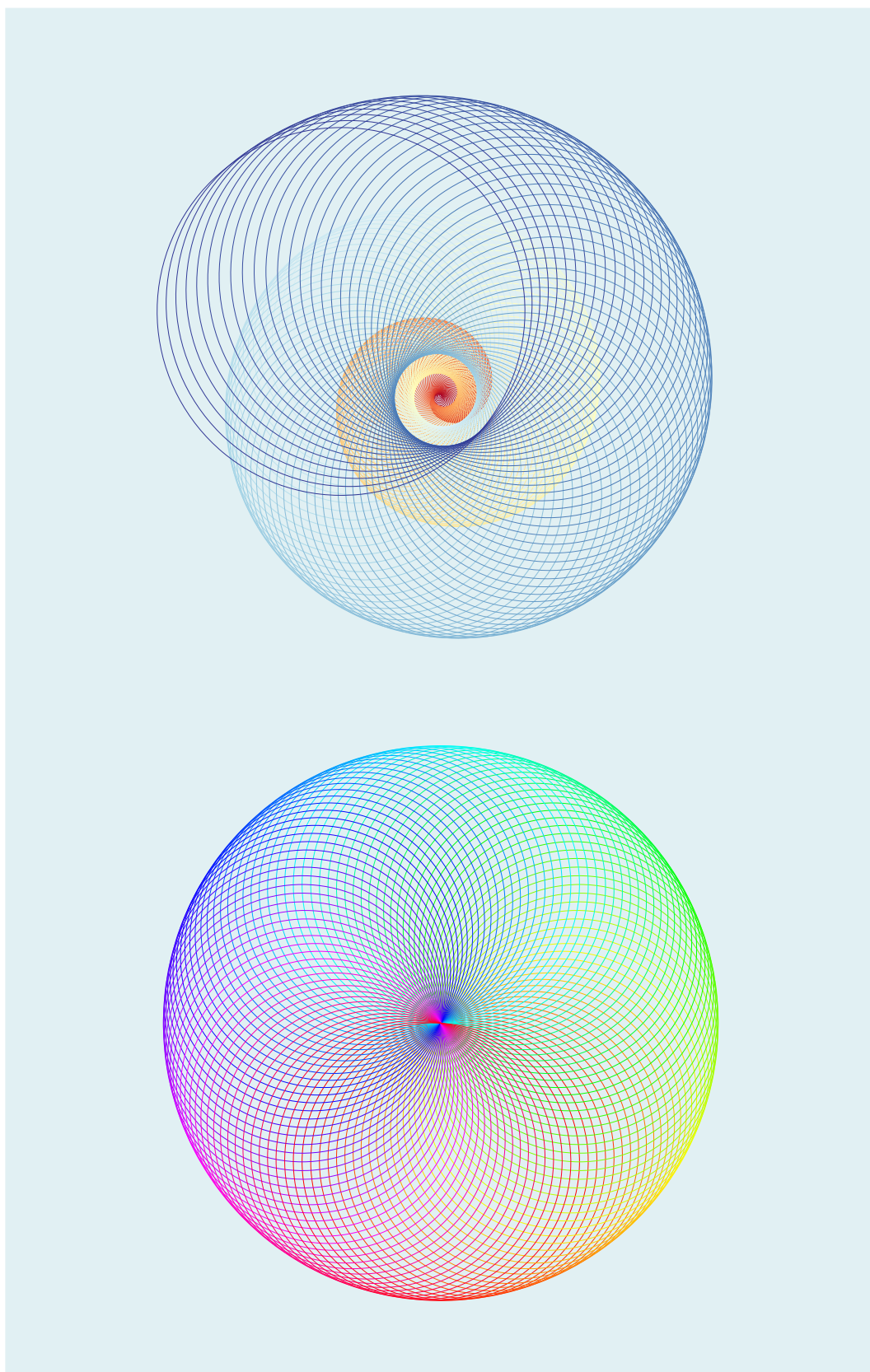


图 3. 两组旋转正圆

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

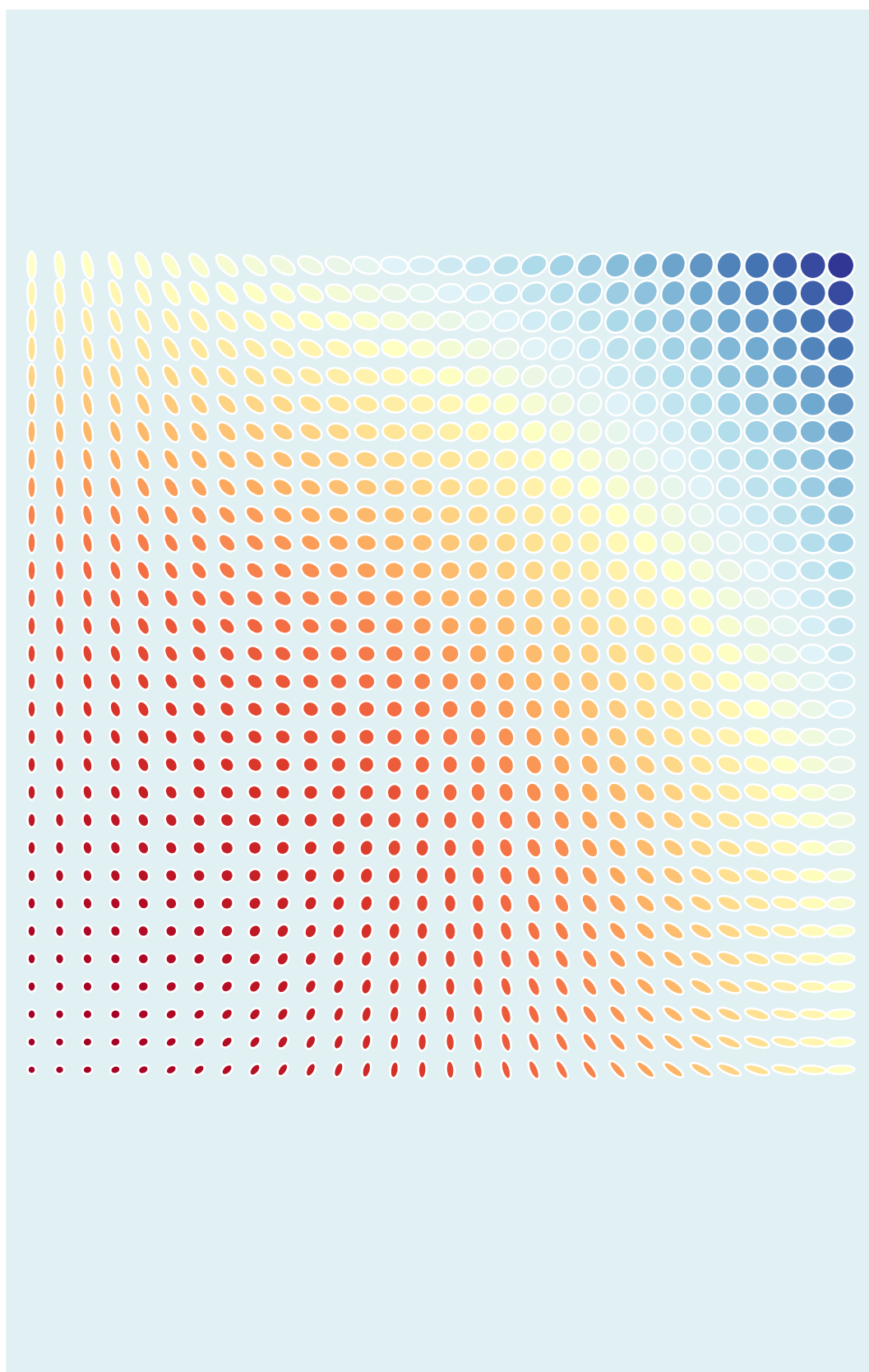


图 4. 一组旋转椭圆

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

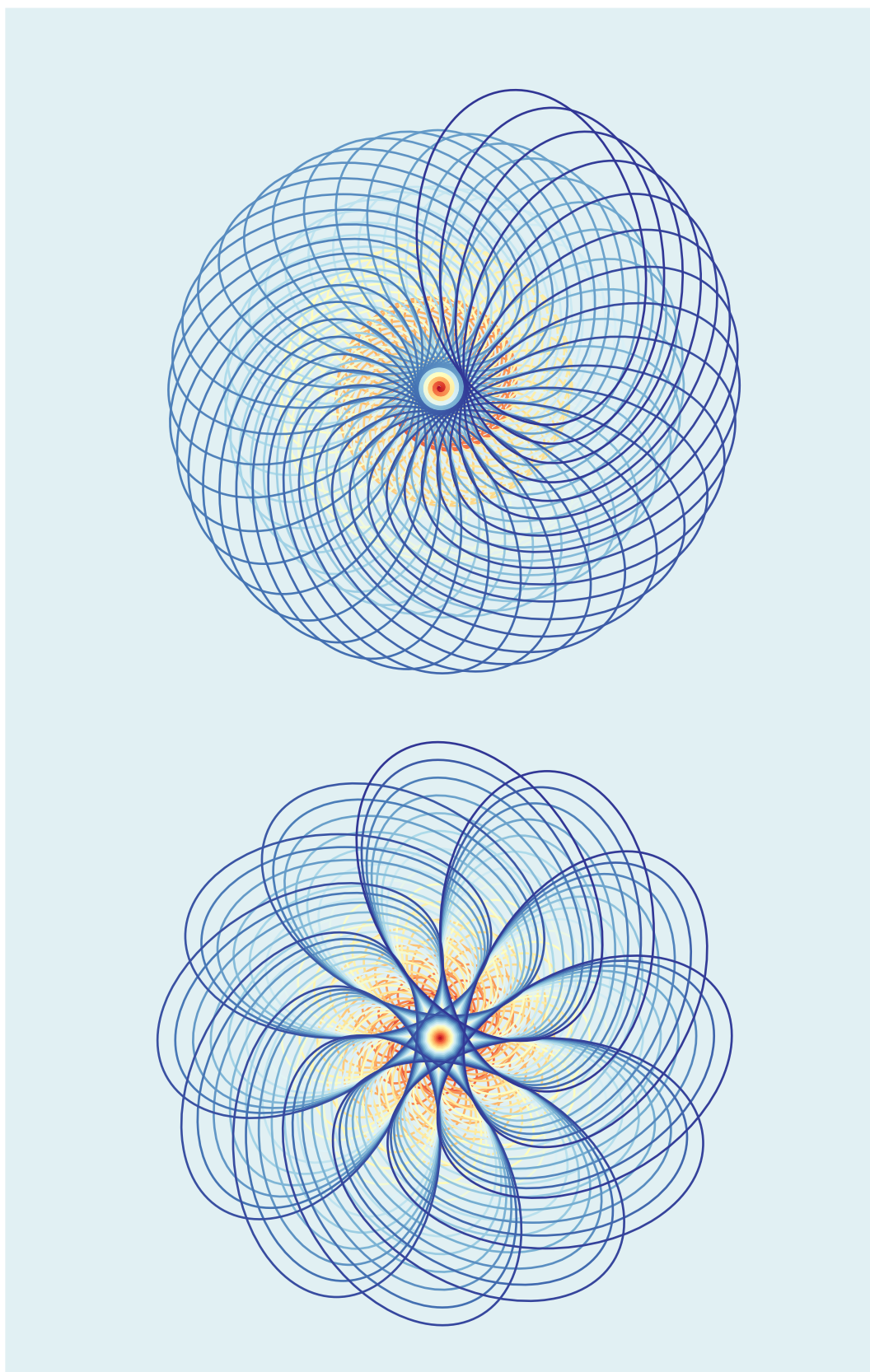


图 5. 两组旋转椭圆

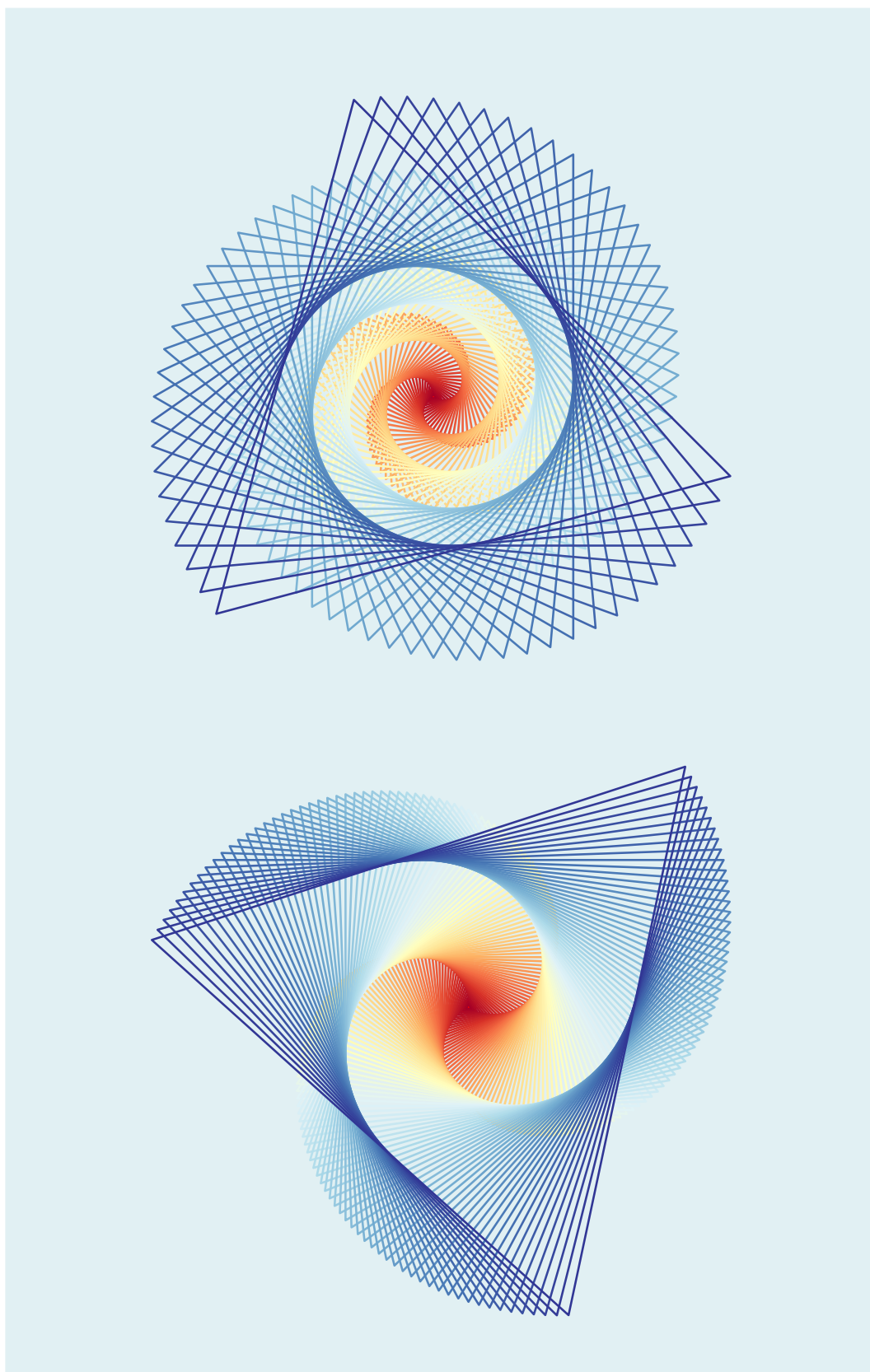


图 6. 两组旋转三角形

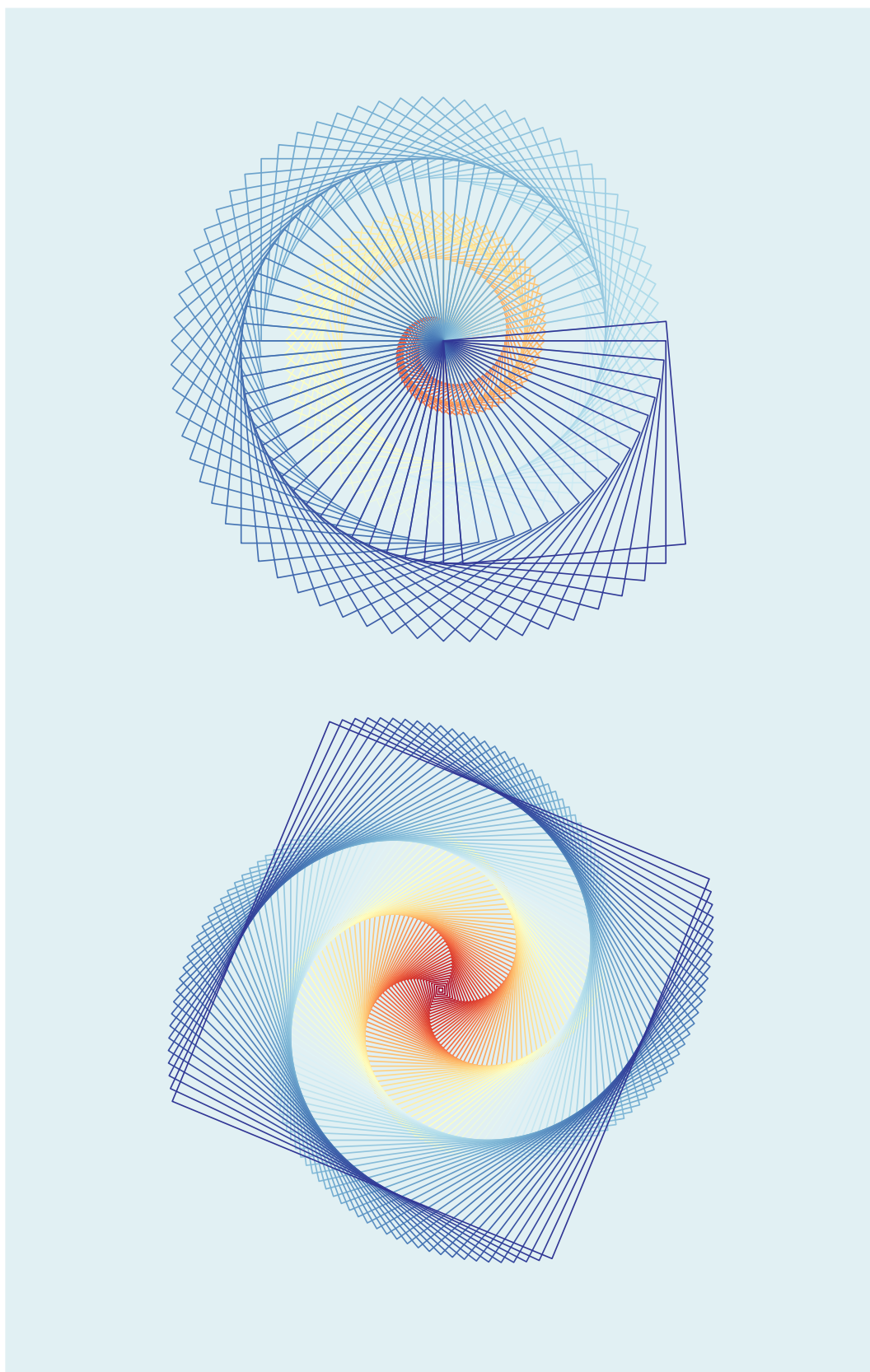


图 7. 两组旋转正方形

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

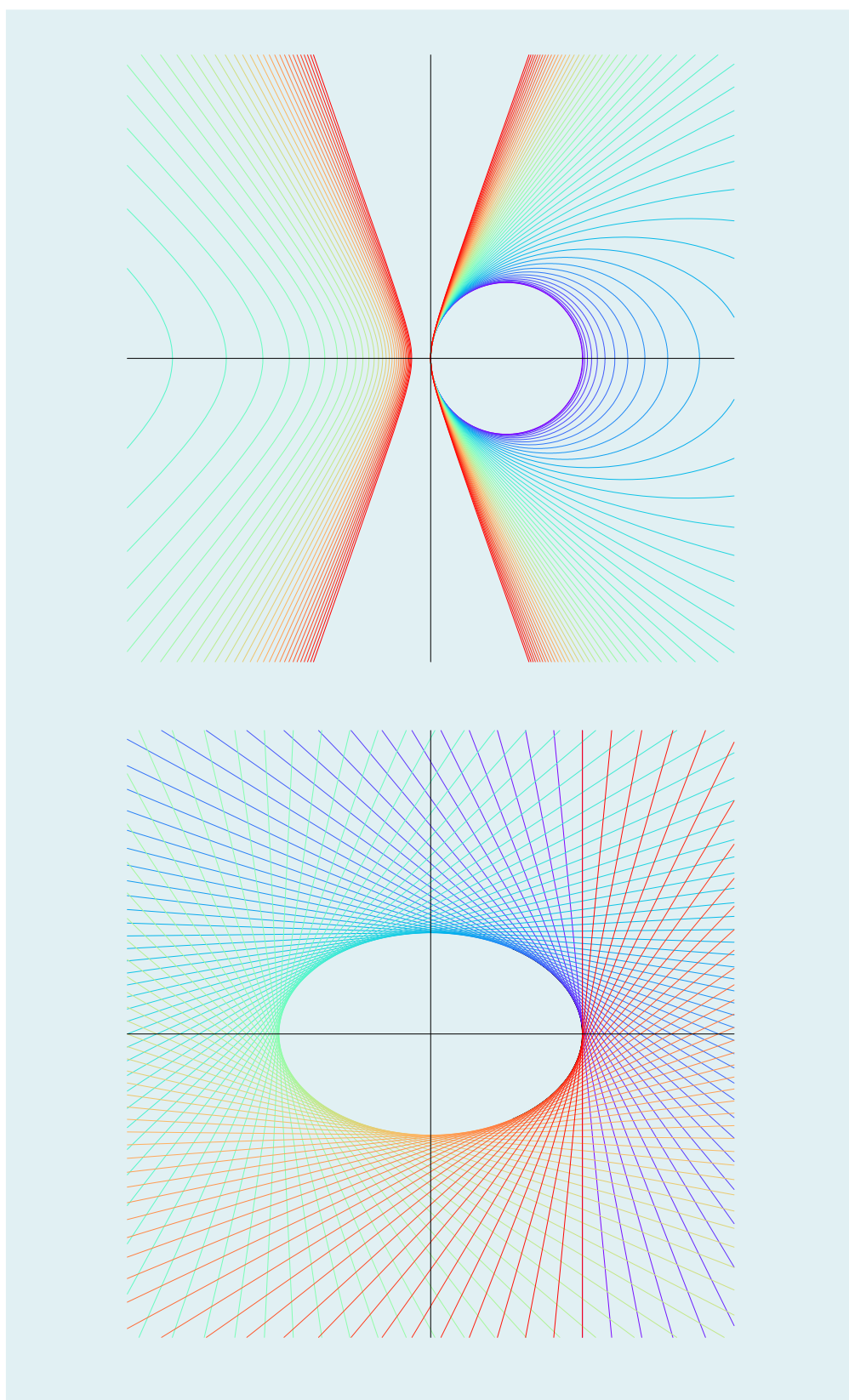


图 8. 利用等高线绘制圆锥曲线、椭圆切线

本 PDF 文件为作者草稿，发布目的为方便读者在移动终端学习，终稿内容以清华大学出版社纸质出版物为准。

版权归清华大学出版社所有，请勿商用，引用请注明出处。

代码及 PDF 文件下载：<https://github.com/Visualize-ML>

本书配套微课视频均发布在 B 站——生姜 DrGinger：<https://space.bilibili.com/513194466>

欢迎大家批评指教，本书专属邮箱：jiang.visualize.ml@gmail.com

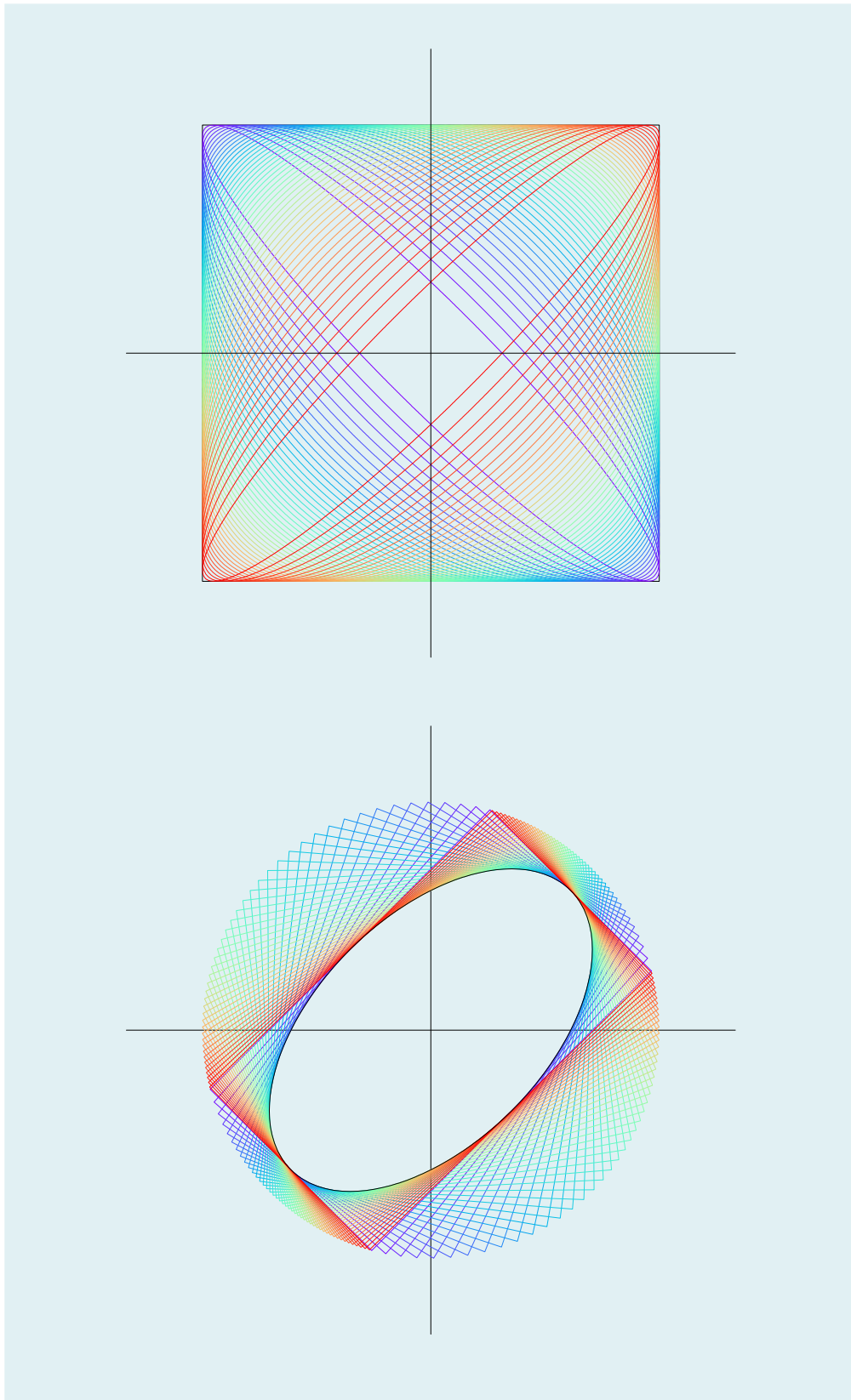


图 9. 给定矩形相切的一组椭圆、给定椭圆相切的一组矩形

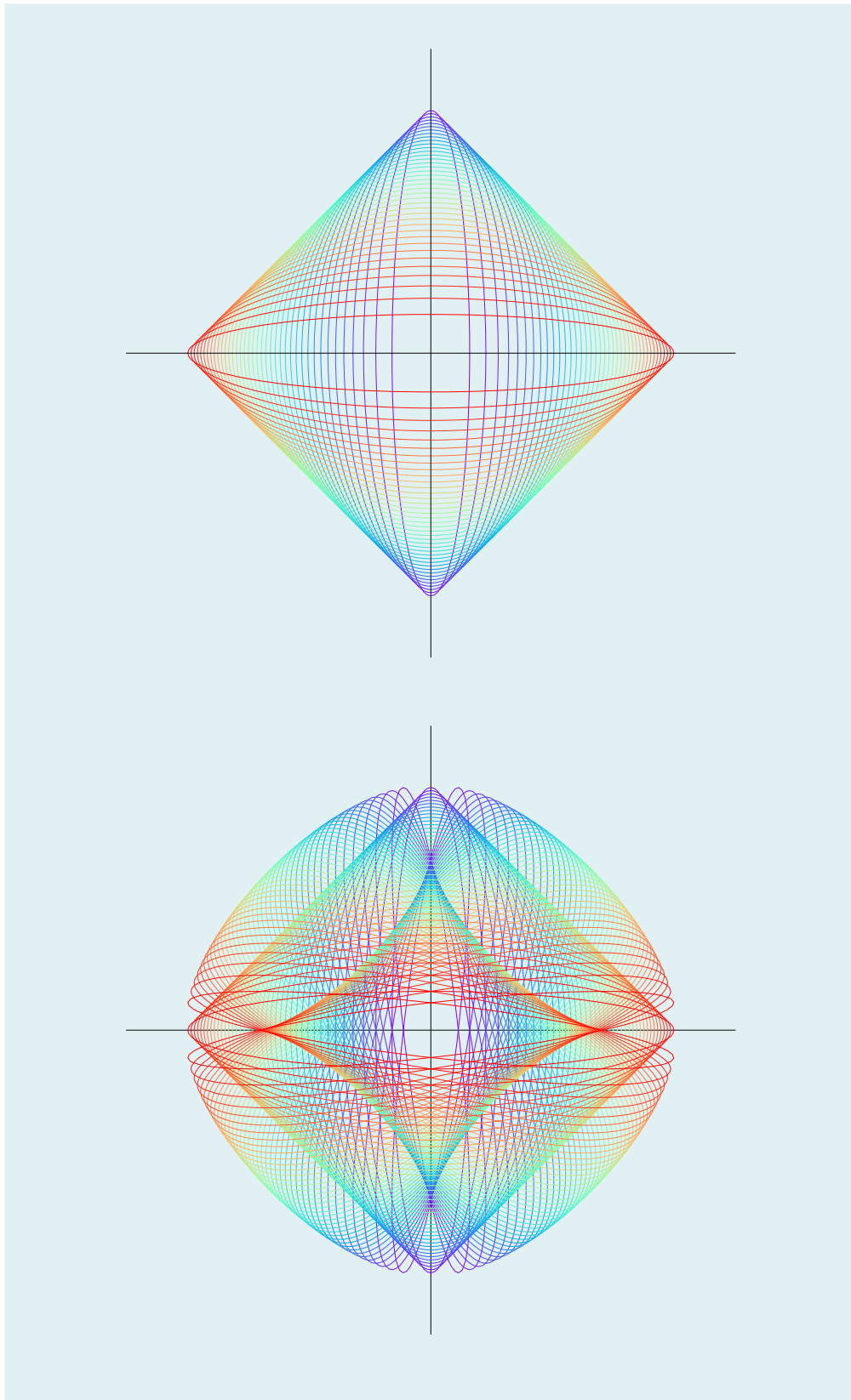


图 10. 一组椭圆，长半轴平方、短半轴平方之和为定值