

2023학년도 서울과학기술대학교 선행학습 영향평가 보고서

2023. 03.



국립 서울과학기술대학교
SEOUL NATIONAL UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

2023학년도 서울과학기술대학교 선행학습 영향평가 보고서

2023년 3월 발행

발 행 처 서울과학기술대학교 입학처

(주 소) 서울특별시 노원구 공릉로 232

(홈페이지) <http://admission.seoultech.ac.kr>

목 차

| | |
|---|----|
| I. 선행학습 영향평가 대상 문항 | 1 |
| 1. 선행학습 영향평가 대상 문항 총괄표 | 1 |
| II. 선행학습 영향평가 진행 절차 및 방법 | 2 |
| 1. 대학별 고사의 선행학습 영향평가 이행 사항 점검 체크리스트 | 2 |
| 2. 선행학습 영향평가에 대한 대학의 자체 규정 | 3 |
| 3. 선행학습 영향평가 위원회 조직구성 | 5 |
| 4. 2023학년도 선행학습 영향평가 일정 및 절차 | 6 |
| III. 고등학교 교육과정 범위 및 수준 준수 노력 | 7 |
| 1. 출제 전 | 7 |
| 2. 출제 과정 | 9 |
| 3. 출제 후 | 11 |
| 4. 금년도 개선사항 요약 | 12 |
| IV. 논술전형 합격자 설문조사를 통한 분석 | 14 |
| 1. 설문 응답자의 논술고사 난도 응답 분석 | 14 |
| 2. 논술고사와 선행학습의 영향 분석 | 17 |
| 3. 논술고사와 준비 방법 영향 분석 | 19 |
| 4. 설문 응답자의 성별, 출신 고교유형과 소재지 분석 | 22 |

| | |
|---------------------------------|----|
| V. 문항 분석 결과 | 23 |
| 1. 문항 분석 결과 요약표 | 23 |
| 2. 선행학습 영향평가 문항에 대한 종합 평가 | 24 |
| VI. 대학입학전형 반영 계획 및 개선 노력 | 29 |
| VII. 부록 | 31 |
| 문항카드 1 | 33 |
| 문항카드 2 | 36 |
| 문항카드 3 | 42 |
| 문항카드 4 | 47 |
| 문항카드 5 | 51 |
| 문항카드 6 | 56 |

I. 선행학습 영향평가 대상 문항

1. 선행학습 영향평가 대상 문항 총괄표

<표 I-1> 선행학습 영향평가 대상 문항 총괄표

| 평가 대상 | 입학 전형 | 계열 | 입학모집 요강에 제시한 자격기준 과목명 | 문항 번호 | 하위 문항 번호 | 계열 및 교과 | | 교과 외 |
|--------------|----------|----------|-----------------------|-------|----------|---------|----|------|
| | | | | | | 수학 | 기타 | |
| 논술 등 필답고사 | 논술 전형 | 자연 오전 | 수학 | 1 | 1.1 | ○ | | |
| | | | | | 1.2 | ○ | | |
| | | | | | 1.3 | ○ | | |
| | | | | 2 | 2.1 | ○ | | |
| | | | | | 2.2 | ○ | | |
| | | | | | 2.3 | ○ | | |
| | | | | | 2.4 | ○ | | |
| | | | | 3 | 3.1 | ○ | | |
| | | | | | 3.2 | ○ | | |
| | | | | | 3.3 | ○ | | |
| | | 자연 오후 | 수학 | 1 | 1.1 | ○ | | |
| | | | | | 1.2 | ○ | | |
| | | | | | 1.3 | ○ | | |
| | | | | 2 | 2.1 | ○ | | |
| | | | | | 2.2 | ○ | | |
| | | | | | 2.3 | ○ | | |
| | | | | | 2.4 | ○ | | |
| | | | | 3 | 3.1 | ○ | | |
| | | | | | 3.2 | ○ | | |
| | | | | | 3.3 | ○ | | |

Ⅱ. 선행학습 영향평가 진행 절차 및 방법

1. 대학별 고사의 선행학습 영향평가 이행 사항 점검 체크리스트

서울과학기술대학교의 선행학습 영향평가는 수시와 정시의 대입전형에서 나타날 수 있는 선행학습 영향평가의 계획과 실행과정, 선행학습 영향평가 결과의 채택 여부, 평가 결과의 공개 및 차 년도 대입전형 시행계획 반영에 관한 내용으로 제시하였다.

<표 Ⅱ-1> 대학별 고사 시행 관련 이행 사항 점검표

| 구분 | 판단기준 | | |
|--------------------------------|---------------------------|---|------|
| | 항목 | 세부 내용 | 이행점검 |
| 대학별 고사 시행 관련 이행 사항 점검 | 1. 관련 자료의 홈페이지 게시 | ① 기간 내 선행학습 영향평가 자체평가 보고서 공개(문항과 답안 공개의 충실성) | ○ |
| | 2. 선행학습 영향평가 보고서 항목 준수 | ② 문항 총괄표 작성의 충실성 | ○ |
| | | ③ 문항 제출 양식(문항카드) 작성의 충실성 | ○ |
| | | ④ 장별 내용 제시 여부 | ○ |
| | 3. 선행학습 영향평가 위원회 구성 | ⑤ 위원회의 외부위원 포함 여부 | ○ |
| | | ⑥ 현직 고등학교 교사 포함 여부 | ○ |

2. 선행학습 영향평가에 대한 대학의 자체 규정

서울과학기술대학교는 아래 '서울과학기술대학교 규정 제644호(2021. 10. 18. 개정) 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정'에 따라 선행학습 영향평가를 실행하였다.

서울과학기술대학교 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정

서울과학기술대학교 규정 제644호
서울과학기술대학교 대입전형 선행학습 영향평가 시행에 관한 규정

제정 2015. 10. 13.

개정 2016. 09. 01.

개정 2021. 10. 18.

제1조(목적) 이 규정은 「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」제10조에 따라 대입전형 선행학습 영향평가 등의 시행에 필요한 사항을 규정함을 목적으로 한다.

제2조(정의) “대입전형 선행학습 영향평가”(이하 “선행학습 영향평가”라 한다)란「공교육 정상화 촉진 및 선행교육 규제에 관한 특별법」(이하 “특별법”이라 한다) 제10조에 따라 입학전형에서 실시하는 논술, 필답고사, 면접·구술고사 등이 고등학교 교육과정의 범위와 수준을 벗어나 운영하는지 여부와 이로 인한 선행학습 유발 요인은 없는지 매년 평가하고, 그 결과를 다음 연도 대학입학전형에 반영하도록 하는 평가활동을 말한다.

제3조(구성) ① 선행학습 영향평가를 실시하기 위하여 선행학습 영향평가위원회(이하 “위원회”라 한다)를 둔다.

② 위원회는 위원장 1명을 포함한 10명 이내의 위원으로 구성한다.

③ 위원회의 위원장은 입학처장이 되고, 입학과장은 당연직 위원이 된다. (개정 2016. 9. 1.)

④ 당연직 위원을 제외한 위원은 선행학습 영향평가의 객관성, 공정성 및 신뢰성을 확보할 수 있도록 교내·외 전문가 중에서 입학처장의 추천으로 총장이 임명하고, 그 임기는 1년으로 하며, 연임할 수 있다. (개정 2016. 9. 1.)

⑤ 위원회에 위원회의 사무를 처리할 간사 1명을 두며, 간사는 입학처 직원 중에서 위원장이 임명한다. (개정 2016. 9. 1.)

제4조(기능) 위원회는 다음 각 호의 사항을 심의한다.

1. 선행학습 영향평가의 방법 및 절차에 관한 사항
2. 서울과학기술대학교(이하 “본교”라 한다) 대학별고사의 고교 교육과정 내 출제 여부에 관한 사항
3. 선행학습 영향평가 결과의 향후 입학전형 반영에 관한 사항
4. 그 밖의 선행학습 영향평가 운영에 관한 사항

제5조(회의) ① 위원장은 위원 과반수의 요청이 있거나 위원장이 필요하다고 인정할 때 회의를 소집한다.

② 회의는 재적위원 3분의2 이상의 출석으로 개의하고, 출석위원 과반수의 찬성으로 의결한다.

제6조(영향평가 시행 및 결과 반영) ① 선행학습 영향평가는 해당 대학별 고사가 종료된 이후에 시행한다. 다만, 필요에 따라 모집 시기(수시 및 정시)별로 구분하여 시행할 수 있다.

② 선행학습 영향평가 결과에 대해서는 「서울과학기술대학교 입학전형관리위원회 규정」에 따른 입학전형관리위원회의 결정에 따라 다음 연도 입학전형에 반영하여야 한다.

제7조(결과 공시) 특별법 제10조제2항에 따른 선행학습 영향평가 결과 및 다음 연도 입학전형에의 반영 계획은 매년 3월 31일까지 본교 홈페이지에 게재하여 공개하여야 한다.

제8조(그 밖의 사항) 이 규정에 명시되지 아니한 선행학습 영향평가에 관한 사항은 위원회의 심의를 거쳐 총장이 따로 정한다.

부칙(제298호, 2015. 10. 13.)

이 규정은 공포한 날로부터 시행한다.

부칙(제339호, 2016. 9. 1.)

이 규정은 2016년 9월 1일부터 시행한다.

부칙(제644호, 2021. 10. 18.)

이 규정은 공포한 날로부터 시행한다.

3. 선행학습 영향평가 위원회 조직구성

<표 II-2> 선행학습 영향평가위원회 조직구성

| 구분 | 외부위원 | 내부위원 | 합계 |
|-------|---------------|------------|-----|
| | 현직 고교교사 및 장학사 | 입학사정관 및 직원 | |
| 인원(명) | 5 | 5 | 10 |
| 비율(%) | 50 | 50 | 100 |

| 번호 | 구분 | 직위 | 위원 |
|----|--------|--------|-----|
| 1 | 당연직 위원 | 입학처장 | 신○○ |
| 2 | 당연직 위원 | 입학과장 | 오○○ |
| 3 | 내부 위원 | 입학부처장 | 박○○ |
| 4 | 내부 위원 | 입학관리팀장 | 정○○ |
| 5 | 내부 위원 | 입학전형팀장 | 박○○ |
| 6 | 위촉 위원 | ○○고등학교 | 박○○ |
| 7 | 위촉 위원 | ○○고등학교 | 강○○ |
| 8 | 위촉 위원 | ○○고등학교 | 장○○ |
| 9 | 위촉 위원 | ○○고등학교 | 이○○ |
| 10 | 위촉 위원 | ○○고등학교 | 하○ |

4. 2023학년도 선행학습 영향평가 연구 일정 및 절차

<표 II-3> 서울과학기술대학교 선행학습 영향평가 연구 추진 일정

| 구분 | 일자 | 내용 |
|-------------------------------|-------------|---|
| 2023학년도 대입 선행학습 영향평가 연구 계획 수립 | 2022.11.15. | • 선행학습 영향평가 연구 계획 및 내용 검토 |
| 선행학습 영향평가 연구 시행 | 2022.12.01. | • 선행학습 영향평가 분석 및 유발 요인 분석 • 2023학년도 대입 논술전형 논술 문항 분석 및 선행 학습 유발 요인 분석 |
| 선행학습 영향평가 연구회의 1차 개최 | 2022.12.30. | • 2023학년도 대입 논술고사 문항 검토 |
| 선행학습 영향평가 연구회의 2차 개최 | 2023.01.12. | • 자체평가 보고서 작성 관련 의견 수렴 • 논술전형 논술 문항 분석 및 선행학습 유발 요인 분석 결과 공유 |
| 선행학습 영향평가 연구 중간보고서 검토 | 2023.02.06. | • 자체평가 보고서 작성 관련 의견 수렴 • 선행학습 영향평가 과정에 관한 내용 확인 • 차기 년도 개선사항 논의 |
| 선행학습 영향평가 연구 결과보고서 초안 검토 | 2023.02.16. | • 선행학습 영향평가 연구보고서 검토 및 의견 수렴 • 자문 결과를 반영한 결과 분석 및 입학 전형 반영 논의 |
| 선행학습 영향평가 연구 결과보고서 최종본 검토 | 2023.02.17. | • 보고서 내 설문 조사에 따른 결과 분석 및 입학 전형 반영 논의 • 선행학습 영향평가 결과 2024학년도 대입전형 계획에 반영 |
| 선행학습 영향평가 연구 결과보고서 공유 | 2023.03.31. | • 선행학습 영향평가 자체평가 보고서 홈페이지 공지 |

Ⅲ. 고등학교 교육과정 범위 및 수준 준수 노력

1. 출제 전

1) 대학별 고사 출제자 사전교육 등의 활동 내용

논술고사 문제 출제 입소일에 고등학교 수학과 교육과정 자료를 교재로 하여 고교교사가 교육을 실시하였다. 또한 서울과학기술대학교 입학처에서 2022학년도 선행학습 영향평가 보고서를 토대로 출제위원들이 고교교육 범위 및 수준을 준수하도록 교육하였다. 논술고사 검토위원으로는 현직 고교 수학교사 3명을 위촉하였다. 전년도 선행학습 영향평가 보고서를 토대로 보완 요소와 관심 부분을 도출하고 출제 과정에 적용하여 진행하였다. 서울과학기술대학교에서 시행하는 논술 시험이 선행학습과 사교육을 유발하는지 사전에 철저히 검증함으로써 고등학교 교육 과정을 벗어나지 않도록 하였다.

2) 현직 교원의 모의논술문항 검토 참여 실적

서울과학기술대학교는 2022년 6월 30일 온라인 모의 논술고사(자연계열)를 실시하였다. 출제위원은 총 4명으로 구성하였다. 위원장 1명, 자연계열 3명(위원장 및 출제위원 1명이 문장검토위원 겸직) 등이다. 검토위원으로는 1명을 위촉하였다. 검토위원은 고등학교 수학교사를 위촉하였다.

<표 Ⅲ-1> 2023학년도 대입 모의 논술고사 운영 일정

| 항목 | 내용 |
|---------|---|
| 출제본부 운영 | 2022.06.20.(월)~06.28.(화) |
| 모의고사 실시 | 2022.06.30.(목) [온라인 모의고사(자연계열)] |
| 출제위원 | 4명 [위원장(1명), 자연계열(3명) : 위원장 및 출제위원 1명이 문장검토위원 겸직] |
| 검토위원 | 1명 [교원자격 : 수학(1명)] |
| 관리요원 | 1명 [입학과 직원] |
| 채점위원 | 출제위원 3명이 겸직 |

* 일부 선별된 고교 학생들의 답안지를 선별하여 채점.

현직 교원은 고등학교 교육과정에서 다루고 있는 기본적인 개념과 원리를 바탕으로 교육과정을 정상적으로 이수한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문제를 출제함으로써 공교육 정상화에 기여하려는 노력을 하였다. 고등학교 교육과정을 최대한 반영하고 연관성이 높도록 문제를

구성하여 고등학교 교육과정에서 습득한 내용의 이해 능력과 이를 응용하여 사고할 수 있는 능력을 평가하는데 주안점을 두고 출제하도록 노력하였다. 교과서의 내용 및 지문 등을 최대한 활용하여 학생들이 사교육에 의존하지 않고도 논술전형을 스스로 준비할 수 있도록 의견을 제시하였다. 모의 논술고사 실시 후 평가 결과분석을 통하여 출제된 문제의 타당성을 재검토하고 적정 난이도를 파악하였다.

3) 2023학년도 대입 모의 논술고사 자료 공개

2023학년도 대입 서울과학기술대학교 논술을 준비하는 학생들의 편의를 위해 2023학년도 대입 '논술전형 모의고사 문제지'와 '출제 배경 및 해설'을 각각 2022년 6월 30일과 2022년 7월 14일에 공지하였다. 참고로 2022학년도 대입 모의 논술고사는 2022학년도와 같이 코로나19로 인한 집단시험 자제 권고에 따라 기존 '온·오프라인 모의고사'를 '문제 · 출제 배경 · 해설 온라인 공개'방식으로 전환하여 실시하였다.

<표 Ⅲ-2> 2023학년도 대입 모의 논술고사 안내 자료 공개

| 안내 자료 | 공개 여부 | 공개 방법 | 공개 시기 |
|--|-------|-------|---|
| 2023학년도 수시 논술전형 모의고사 문제 · 출제 배경 · 해설 | 공개 | 홈페이지 | 2022.06.30.(목) [온라인 모의고사 문제 공개] 2022.07.14.(목) [출제 배경 및 해설 공개] |

4) 모의논술 채점 방안 수립과 채점 및 첨삭 실시

2023학년도 서울과학기술대학교 모의 논술에 응시한 수험생의 답안 수준을 상세히 검토하여 본 논술고사의 '고등학교 교육과정 내 출제' 준수에 참고하는 것과 더불어 일부 선별된 고교에서 선별한 수험생에게도 모의 논술 출제위원(자연 총 3명)이 채점, 첨삭한 결과를 제공하여 본교 논술고사 이해도 향상과 준비에 도움을 줄 수 있도록 하였다.

일부 선별 고교에서 응시한 수험생들 중 선별한 답안지를 대상으로 채점을 실시하였고, 출제위원의 고교 교육과정 준수가 이루어지도록 도모하는 한편, 2015 개정 교육과정이 충실히 반영된 2023학년도 모의논술의 출제 방향과 채점 기준을 상세히 학생들에게 제공함으로써 논술전형의 투명성을 높이고자 하였다.

2. 출제 과정

1) 출제위원 구성

서울과학기술대학교의 출제위원 구성은 각 단과대 학장이 일정 인원 이상의 출제위원을 추천하고 총장이 선정하게 되어 있다. 2023학년도 출제위원은 위원장 1명, 수학 6명으로 구성되었다.

<표 Ⅲ-3> 2023학년도 대입 수시 논술고사 출제위원 명단

| 순번 | 계열 | 과목 | 학과명 | 직위 | 성명 | 직위 |
|----|------|----|---------|-----|-----|------|
| 1 | 자연계열 | 수학 | ○○○○학부 | 교수 | 김○○ | 위원장 |
| 2 | 자연계열 | 수학 | ○○○○학부 | 교수 | 김○○ | 출제위원 |
| 3 | 자연계열 | 수학 | ○○○○학과 | 부교수 | ○○석 | 출제위원 |
| 4 | 자연계열 | 수학 | ○○○○학부 | 조교수 | ○○경 | 출제위원 |
| 5 | 자연계열 | 수학 | ○○○학과 | 교수 | ○○경 | 출제위원 |
| 6 | 자연계열 | 수학 | ○○○학과 | 부교수 | 한○○ | 출제위원 |
| 7 | 자연계열 | 수학 | ○○○○○학과 | 조교수 | 김○○ | 출제위원 |

※ 출제위원: 7명(위원장 1명, 수학 6명)

2) 출제본부 구성

출제본부는 학교 외곽 지역에 장소를 선정하여 6박 7일 동안 출입을 통제하고 출제 문항이 유출되지 않도록 각별한 보안체계를 유지하였다. 외부 보안업체에서 4명이 상주하여 보안 업무를 담당하였다. 또한 출제본부 관리 요원 4명이 상주하여 관리 감독을 하는 체제로 운영하였다.

3) 검토위원회 구성

출제 문항이 고등학교 교육과정을 준수했는지를 확인하기 위해 검토위원회를 구성하였다. 검토위원회는 현직교사 및 문장검토위원으로 구성하였으며 역할은 고등학교 교육과정 수준 내에서 출제되었는지를 확인하는 것이다. 검토위원은 총 4명으로 현직교사 3명, 문장검토위원 1명으로 구성하였다.

<표 Ⅲ-4> 2023학년도 대입 수시 논술고사 검토위원 명단

| 순번 | 계열 | 과목 | 소속 | 직위 | 성명 | 직위 |
|----|--------|----|----------|-----|-----|--------|
| 1 | 인문사회계열 | 국어 | 서울과학기술대 | 조교수 | ○○훈 | 문장검토위원 |
| 2 | 자연계열 | 수학 | 서울지역 일반고 | 교사 | 하○ | 검토위원 |

| | | | | | | |
|---|------|----|----------|----|-----|------|
| 3 | 자연계열 | 수학 | 서울지역 일반고 | 교사 | 이○○ | 검토위원 |
| 4 | 자연계열 | 수학 | 서울지역 일반고 | 교사 | 권○○ | 검토위원 |

※ 검토위원: 4명(수학3명, 문장검토위원 1명)

2022학년도와 비교하여 2023학년도의 전체 출제 문항 수가 감소함에 따라 이를 고려하여 검토위원 인원을 조정하였다.

<표 Ⅲ-5> 2023학년도 대입 수시 논술고사 검토위원 고교 교원 참여 인원

| | 2023학년도 인원 | 2022학년도 인원 |
|------|------------|------------|
| 자연계열 | 3명 | 4명 |
| 총합 | 3명 | 4명 |

4) 문항 출제

서울과학기술대학교 자연계열 논술고사는 3문항으로 100분간 진행되었다. 문제 1은 총 점수의 34%, 문제 2와 문제 3은 각각 33%를 배점 비율로 하였다.

문항정보 양식에 따라 일반정보와 문항 및 제시문을 작성하였으며 출제 의도, 문항 및 제시문 출제 근거를 명시적으로 작성하여 운영하였다. 적용 교육과정과 고등학교의 성취기준을 밝힘으로써 고교 과정 내에서 출제하려고 노력하였다. 제시문이나 출제 관련 자료를 도서명, 저자, 발행처, 발행 연도, 쪽수를 명시하여 쉽게 확인할 수 있도록 하였다. 출제문항에 따라 출제 의도와 해설을 작성하고 채점기준을 제시하였으며 예시답안을 작성하였다.

5) 2023학년도 대입 논술고사 채점 및 채점위원 구성

2023학년도 논술고사 채점본부는 총 91명의 채점위원으로 구성하였다. 위원장 1명, 채점가이드 7명(위원장 포함), 자연계열(수학) 84명의 채점위원을 대상으로 온라인 채점 시스템 실시 교육과 과목별 채점기준에 대한설명이 이루어졌으며, 다단계의 절차를 거쳐 채점이 이루어졌다.

6) 2023학년도 대입 논술고사 안내

논술고사 실시 후 '논술전형 문제지와 출제 배경 및 해설'을 2022년 12월 15일 공지하였다.

<표 Ⅲ-6> 2023학년도 대입 논술고사 안내 자료 공개

| 안내 자료 | 공개 여부 | 공개 방법 | 공개 시기 |
|---------------------------------|-------|-------|---------------|
| 2023학년도 논술고사 문제지 및 출제 배경(해설) | 공개 | 홈페이지 | 2022. 12. 15. |

3. 출제 후

1) 출제 문제 분석

논술 문제의 교육과정 준수 여부를 모두 확인하는 과정을 거쳐 선행학습 영향평가 절차를 충실히 따랐다. 논술 시험 문항 및 제시문, 출제 의도, 출제 근거, 문항 해설, 채점기준, 예시답안을 검토한 결과, 서울과학기술대학교의 2023학년도 대입 논술고사에서 선행학습이 필요한 요소는 없었다고 판단하였다.

<표 Ⅲ-7> 논술고사 분석 결과

| 평가대상 | 입학 전형 | 계열 | 문항 번호 | 고등학교 과목명 | 교육과정 준수 여부 |
|--------------|----------|----------|----------|--------------------|------------------|
| 논술 등 필답고사 | 논술 | 자연 오전 | 1 | 수학, 수학 I, 미적분 | ○ |
| | | | 2 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | ○ |
| | | | 3 | 수학Ⅱ, 미적분 | ○ |
| | | 자연 오후 | 1 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | ○ |
| | | | 2 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | ○ |
| | | | 3 | 수학, 수학Ⅱ, 미적분 | ○ |

2) 선행학습 영향평가 회의

2023학년도 분석 결과를 토대로 2024학년도 출제 시 보완할 수 있도록 개선사항을 논의하였다.

4. 금년도 개선사항 요약

1) 금년도 개선사항

출제본부 구성 후 「교육부 논술고사 선행학습 영향평가 온라인 연수」 자체 재교육을 실시하였으며, 현직 고교교사가 영역별 교육과정 전반에 관한 구체적인 정보를 제공하여 출제위원들이 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 안내하였다. 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 2009개정 교육과정과 비교하여 삭제된 개념과 내용을 충분히 숙지하도록 하였다.

이와 더불어 교사 위원 3명을 구성해 출제 중 문항 검토하였고, 선행학습 영향평가 위원회를 활성화하여 2023학년도 논술고사 문항분석, 입시결과, 설문조사 등을 종합하여 차년도 논술고사 개선사항에 대해 논의하도록 하였다.

2) 출제위원 사전교육

출제 전 선행학습영향평가 연구보고서 교육을 실시하였고, 2015 개정 교육과정(수학) 전반에 관한 구체적인 정보를 전달함으로써 출제위원들이 충분히 이해할 수 있도록 하였다.

3) 출제 과정

논술고사 문항 출제 과정에서 3명의 고교교사를 위촉함으로써 객관적인 검토가 이뤄질 수 있도록 노력하였다. 문항 출제 범위 및 수준을 면밀히 검토하는 한편, 본교 논술전형 지원자의 고교 유형, 지역 등을 고려하여 수험생의 특성을 잘 파악할 수 있는 교사를 위촉하였다.

4) 출제 후 재검토

선행학습 영향평가 위원회를 구성하여 2023학년도 논술고사 문항분석, 입시결과, 설문조사 등을 종합, 평가하였다. 그 중 설문조사는 논술고사 자연계열 합격자 중 124명이 설문에 참여하였다. 이 응답자 중 94.4%에 해당하는 117명이 논술 시험의 난이도가 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'로 답변하여 학생들이 체감하는 난도가 높지 않았다는 것을 알 수 있었다. 또한 95.2%에 해당하는 118명이 선행학습을 진행하지 않았다고 응답하였으며, 설문에 응답한 모든 학생이 서울과기대 논술 전형 준비에 대학 수준의 선행학습은 필요하지 않다고 응답하였다.

한편, 대학 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제와 대학 발행 논술 가이드북이 논술고사를 위한 효과적인 준비 방법이라고 응답한 학생이 77명(62.1%)으로 사교육이 효과적인 준비 방법이라고 생각하는 비율보다 월등히 높았다. 이와 관련한 자유 응답 문항에서 기타 자유 응답으로는 '기출문제 중심의 학습', '교과서를 기반으로 한 기초학습', '수능 문제 풀이' 등 이 도움이 된다는

의견이 있었다. 2021학년도, 2022학년도 설문조사 결과와 비교해보면 사교육(학원 또는 과외)이 가장 효과적인 준비 방법이라고 응답한 비율은 계속 감소하는 추세를 보였고(2021학년도 29.6%→2022학년도 24.8%→2023학년도 24.2%), 사교육에 의존하지 않고 방과후 수업 등 교내 프로그램, 대학 입학처 기출문제, 논술 가이드북으로 논술고사를 준비한 학생의 비율은 64.2%로 가장 많은 비율을 차지하였다.

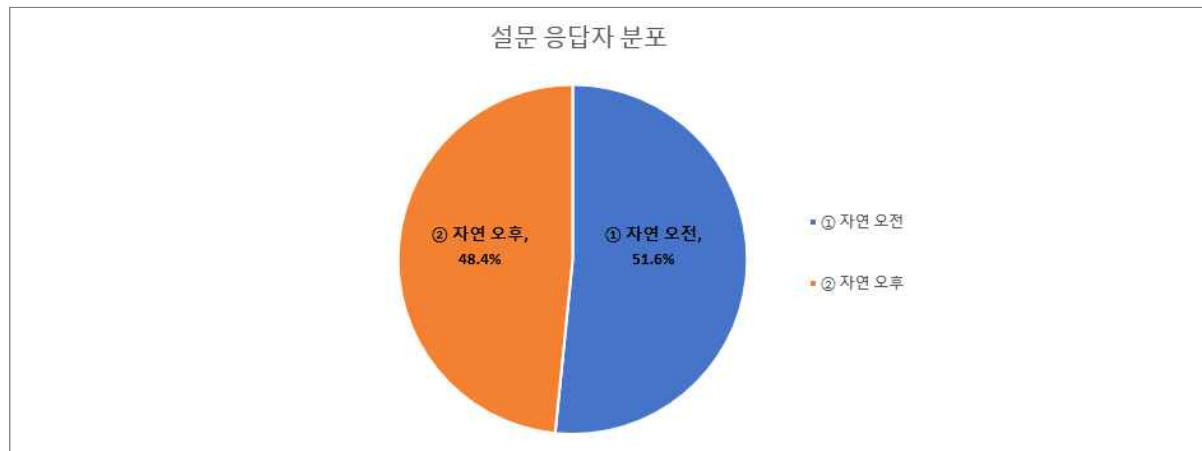
설문을 통해 결론적으로 서울과학기술대학교 논술전형은 고등학교 교육과정 범위를 준수하고 있고, 난이도도 적절하여 사교육의 도움 없이 학교에서의 학습과 대학에서 제공하는 정보를 기반으로 충분하게 준비하면 합격할 수 있다는 사실을 알 수 있었다. 앞으로도 서울과학기술대학교 입학처의 기출문제와 모의 논술 자료 공개, 논술가이드북 발행 등과 같은 대학의 노력이 지속되어 공교육 정상화에 기여하기를 기대한다.

IV. 논술전형 합격자 설문조사를 통한 분석

서울과학기술대학교 입학전형(수시모집 논술전형)에 대한 학생들의 인식과 사교육이 끼치는 영향을 알아보기 위해 2023학년도 서울과학기술대학교 논술전형에 합격한 학생들을 대상으로 설문조사를 실시하였다. 실시 대상은 <표 IV-1>과 같다. 논술전형 자연계열 합격자 중 124명이 설문에 응답하였다.

<표 IV-1> 설문 응답자 분포

| 구분 | 자연 오전 | 자연 오후 | 계 |
|-------|-------|-------|-----|
| 인원(명) | 64 | 60 | 124 |
| 비율(%) | 51.6 | 48.4 | 100 |



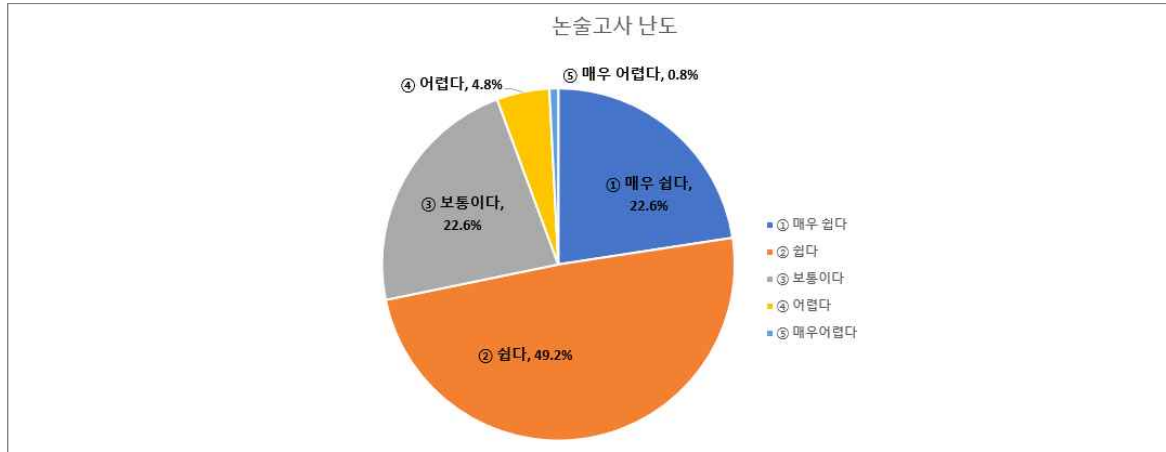
1. 설문 응답자의 논술고사 난도 응답 분석

2023학년도 서울과학기술대학교 논술고사의 난이도를 묻는 질문에 대한 응답 결과는 <표 IV-2>와 같다. 총 124명의 응답자 중 28명(22.6%)이 '매우 쉽다', 61명(49.2%)이 '쉽다'로 답변하였고, '보통이다'로 답변한 학생은 28명(22.6%), '어렵다'는 6명(4.8%)로 나타났다. '매우 어렵다'라고 답변한 학생은 1명(0.8%)이었다.

응답자 중 94.4%에 해당하는 학생들이 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 것을 볼 때, 출제 문항이 교육과정을 잘 준수하였다고 판단할 수 있다.

<표 IV-2> 논술고사 난도 응답

| 구분 | 매우 쉽다 | 쉽다 | 보통이다 | 어렵다 | 매우 어렵다 | 계 |
|-------|-------|------|------|-----|--------|-----|
| 인원(명) | 28 | 61 | 28 | 6 | 1 | 124 |
| 비율(%) | 22.6 | 49.2 | 22.6 | 4.8 | 0.8 | 100 |



응시 시험에 따른 난도 응답은 다음 <표 IV-3>, <표 IV-4>와 같다.

<표 IV-3> 논술고사 난도 응답(건수)

| 구분 | 매우 쉽다 | 쉽다 | 보통이다 | 어렵다 | 매우 어렵다 | 계 |
|-------|-------|----|------|-----|--------|-----|
| 자연 오전 | 13 | 29 | 16 | 6 | 0 | 64 |
| 자연 오후 | 15 | 32 | 12 | 0 | 1 | 60 |
| 계 | 28 | 61 | 28 | 6 | 1 | 124 |

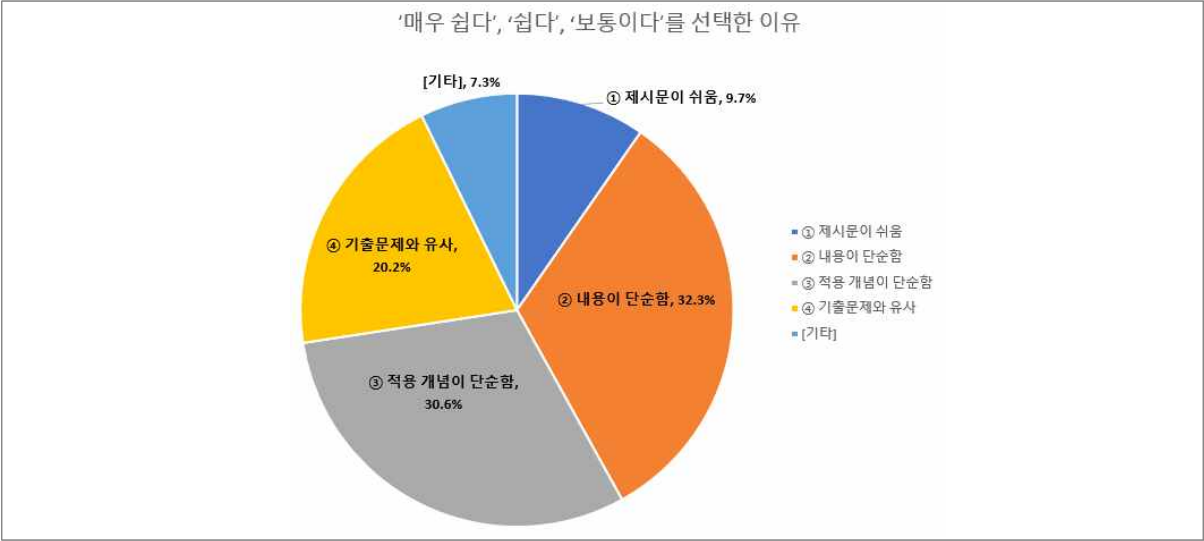
<표 IV-4> 논술고사 난도 응답(비율, %)

| 구분 | 매우 쉽다 | 쉽다 | 보통이다 | 어렵다 | 매우 어렵다 | 계 |
|-------|-------|------|------|-----|--------|-----|
| 자연 오전 | 20.3 | 45.3 | 25 | 9.4 | 0 | 100 |
| 자연 오후 | 25 | 53.3 | 20 | 0 | 1.7 | 100 |

자연 오전, 오후에 응시했던 응답자 모두 '쉽다'를 가장 많이 선택했다. 응답자 124명 중 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'에 응답한 학생이 117명으로 94.4%에 해당했다. 이 응답자들이 '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 이유는 <표 IV-5>와 같다.

<표 IV-5> '매우 쉽다', '쉽다', '보통이다'를 선택한 이유

| 구분 | 제시문이 쉬움 | 내용이 단순함 | 적용 개념이 단순함 | 기출문제와 유사 | 기타 |
|-------|---------|---------|------------|----------|-----|
| 인원(명) | 12 | 40 | 38 | 25 | 9 |
| 비율(%) | 9.7 | 32.3 | 30.6 | 20.2 | 7.3 |



응답자 중 '내용이 단순함'을 선택한 경우가 40명으로 32.3%에 해당하였고, '적용 개념이 단순함'과 '기출문제와 유사함'이 각각 38명(37.5%)과 25명(20.2%)로 나타났다. 제시문이 이해하기 쉬웠다는 반응도 12명(9.7%)이 있었다. 자유 응답으로 서술한 기타 의견으로는 '고교 수학과정을 공부했다면 충분히 풀 수 있는 난도이다.', '수능 기출문제에서도 많이 보이는 유형의 문제였다.' 등의 답변이 있었다.

자연계열 응답자 130명 중 6명이 '어렵다'를 선택하였고, '매우 어렵다'를 선택한 경우는 없었다. 이 응답자들이 '어렵다'를 선택한 이유는 <표 IV-6>과 같다

<표 IV-6> '매우 어렵다', '어렵다'를 선택한 이유

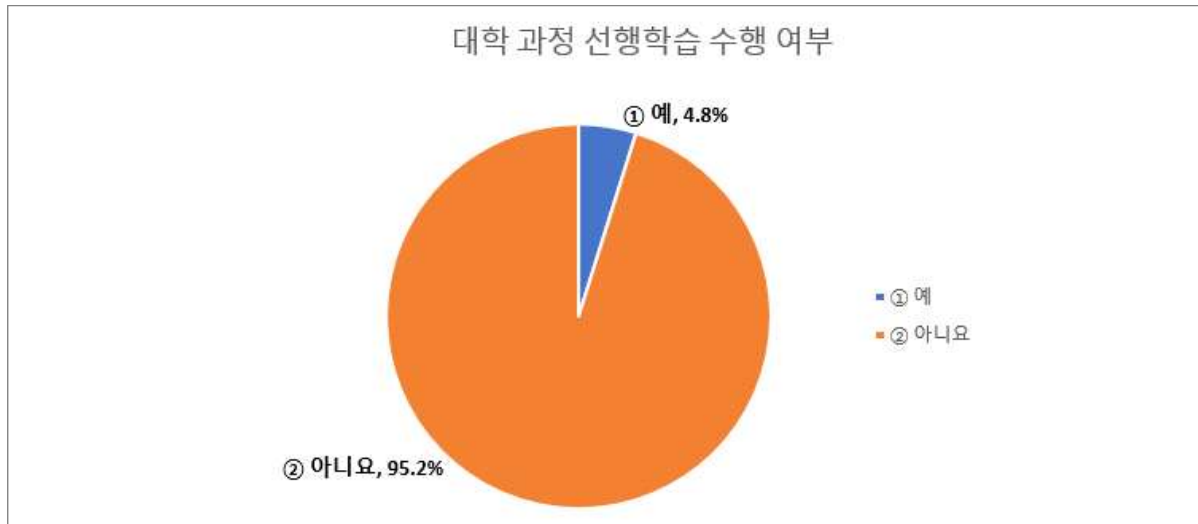
| 구분 | 기출문제와 다름 | 적용 개념이 어려움 | 내용이 복잡함 | 기타 | 계 |
|-------|-------------|---------------|------------|----|---|
| 인원(명) | 3 | 2 | 1 | 1 | 7 |

'어렵다'를 선택한 응답자 중 3명은 '기출문제와 다름'을 선택했다. '적용 개념이 어려움', '내용이 복잡함'을 선택한 응답자는 각각 2명, 1명이었다. '기타'에 응답한 경우는 1명으로 '계산이 어려웠음'으로 답변하였다.

2. 논술고사와 선행학습의 영향 분석

<표 IV-7> 대학 과정 선행학습 수행 여부

| 구분 | 예 | 아니요 | 계 |
|-------|-----|------|-----|
| 인원(명) | 6 | 118 | 124 |
| 비율(%) | 4.8 | 95.2 | 100 |



전체 응답자 124명 중 대학 과정 선행학습 여부에 대한 응답은 <표 IV-7>과 같다. 이 중 6명이 선행학습을 수행했다고 응답하였다.

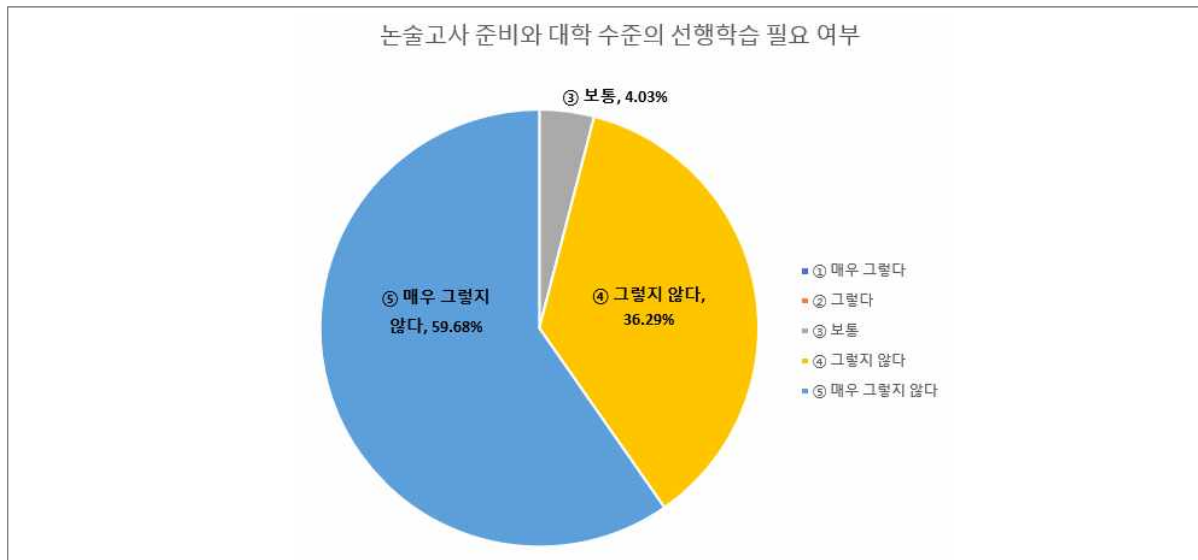
<표 IV-8> 대학 과정 선행학습이 논술고사에 도움이 되었는지 여부

| 구분 | 매우 도움이 되었다 | 도움이 되었다 | 보통이다 | 도움이 되지 않았다 | 전혀 도움이 되지 않았다 |
|-------|------------|---------|------|------------|---------------|
| 인원(명) | 1 | 2 | 2 | 1 | 0 |
| 비율(%) | 16.7 | 33.3 | 33.3 | 16.7 | 0 |

대학 과정의 선행학습을 진행했다고 답변한 6명의 학생을 대상으로 해당학습이 논술고사에 도움이 되었는지에 대해 질문하였고, 그에 대한 답변은 <표 IV-8>과 같다. '전혀 도움이 되지 않았다', '도움이 되지 않았다', '보통이다'에 응답한 비율이 50%로 나타나 선행학습이 논술고사에 유의미한 영향을 주지 못한다고 볼 수 있다.

<표 IV-9> 논술고사 준비와 대학 수준의 선행학습 필요 여부

| 구분 | 매우 그렇다 | 그렇다 | 보통 | 그렇지 않다 | 매우 그렇지 않다 |
|-------|--------|-----|----|--------|-----------|
| 인원(명) | 0 | 0 | 5 | 45 | 74 |
| 비율(%) | 0 | 0 | 4 | 36.3 | 59.7 |



전체 응답자 124명 중 논술고사를 준비하기 위해 대학 수준의 선행학습이 필요하다고 생각하는지에 대한 답변은 <표 IV-9>와 같다. 서울과학기술대학교의 논술고사 준비에 있어서 대학 수준의 선행학습의 필요성에 대한 긍정적인 답변은 없었다.

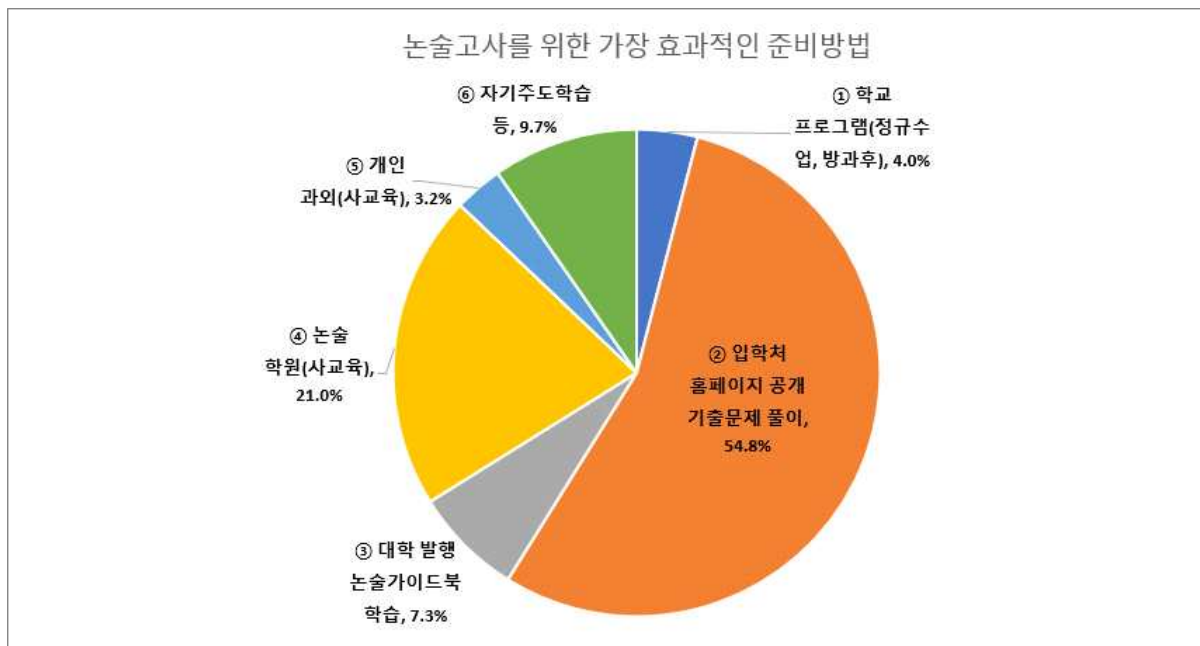
선행학습 필요 여부에 대해 자유 응답으로 서술한 의견으로는 '고교수준의 학습으로도 충분함', '본인이 대학 수준의 선행을 하지 않았음에도 충분히 문제를 풀 수 있었음', '서울과기대 기출 문제를 분석했을 때 고등학교에서 배운 수학 개념만을 가지고 무조건 풀 수 있는 문제를 출제했었기 때문', '고교 교과서 내용만 숙지하고 있으면 해결이 가능함' 등의 답변이 있었다.

3. 논술고사와 준비 방법 영향 분석

서울과학기술대학교 논술전형에 가장 효과적이라고 생각하는 준비 방법과 학생들이 실제로 수행했던 준비과정, 그리고 사교육의 필요성에 대한 설문을 실시하였다.

<표 IV-10> 논술고사를 위한 가장 효과적인 준비 방법

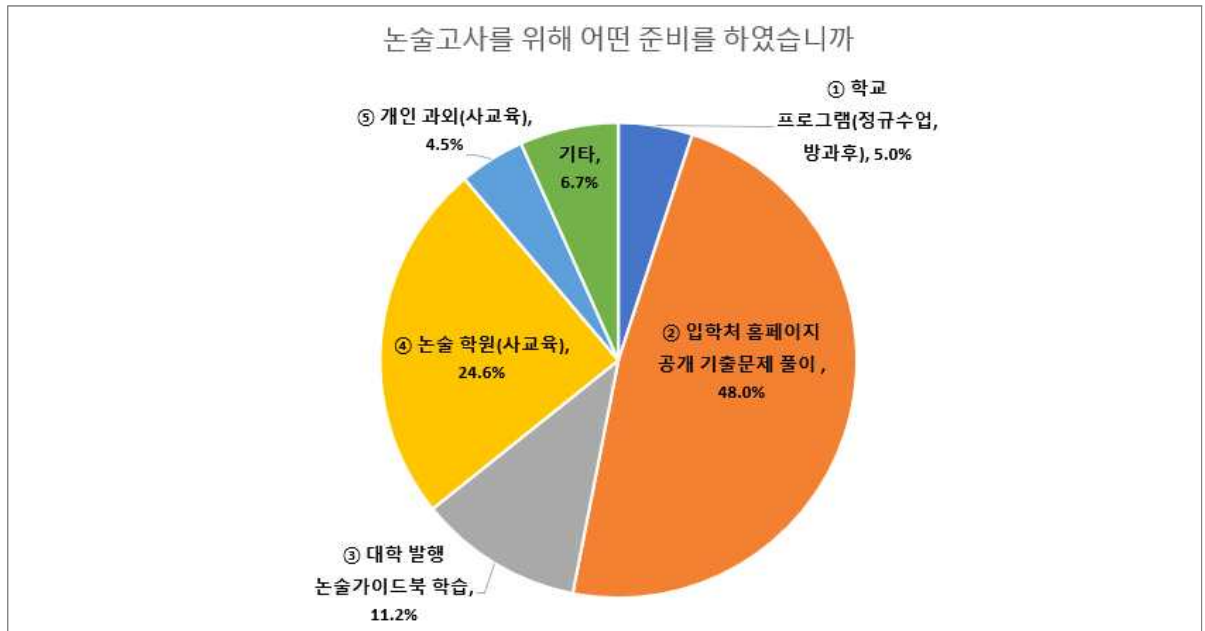
| 구분 | 교내 프로그램 (정규수업, 방과후수업) | 입학처 홈페이지 기출문제 | 대학 발행 논술 가이드북 | 논술 학원 (사교육) | 개인 과외 (사교육) | 기타 (자기주도 학습 등) |
|-------|--------------------------|------------------|------------------|----------------|----------------|-------------------|
| 인원(명) | 5 | 68 | 9 | 26 | 4 | 12 |
| 비율(%) | 4 | 54.8 | 7.3 | 21 | 3.2 | 9.7 |



논술고사를 대비하기 위해 가장 효과적인 준비 방법에 대한 설문 결과는 <표 IV-10>과 같다. 설문에 참여한 총 124명의 학생 중 절반이 넘는 68명이 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제가 가장 효과적이라고 응답하였다. 뒤를 이어 논술학원, 대학 발행 논술 가이드북, 교내 프로그램, 개인 과외 순으로 나타났다. 입학처에서 공개하는 기출문제가 논술고사 대비에 큰 도움이 된다는 것을 확인할 수 있었지만, 학원 등 사교육의 도움을 받는 경우도 적지 않았다. 기타 자유 응답으로는 '기출문제 중심으로 학습하기', '교과서를 자주 보고 기초를 다지기', '수능 기출문제를 풀며 해결과정을 적어보기'가 도움이 된다는 의견이 있었다.

<표 IV-11> 논술고사를 위해 어떤 준비를 하였습니까

| 구분 | 교내 프로그램 (정규수업, 방과후수업) | 입학처 홈페이지 기출문제 | 대학 발행 논술 가이드북 | 논술학원 (사교육) | 개인 과외 (사교육) | 기타 |
|-------|--------------------------|------------------|------------------|---------------|----------------|-----|
| 인원(명) | 9 | 86 | 20 | 44 | 8 | 12 |
| 비율(%) | 5 | 48 | 11.2 | 24.6 | 4.5 | 6.7 |

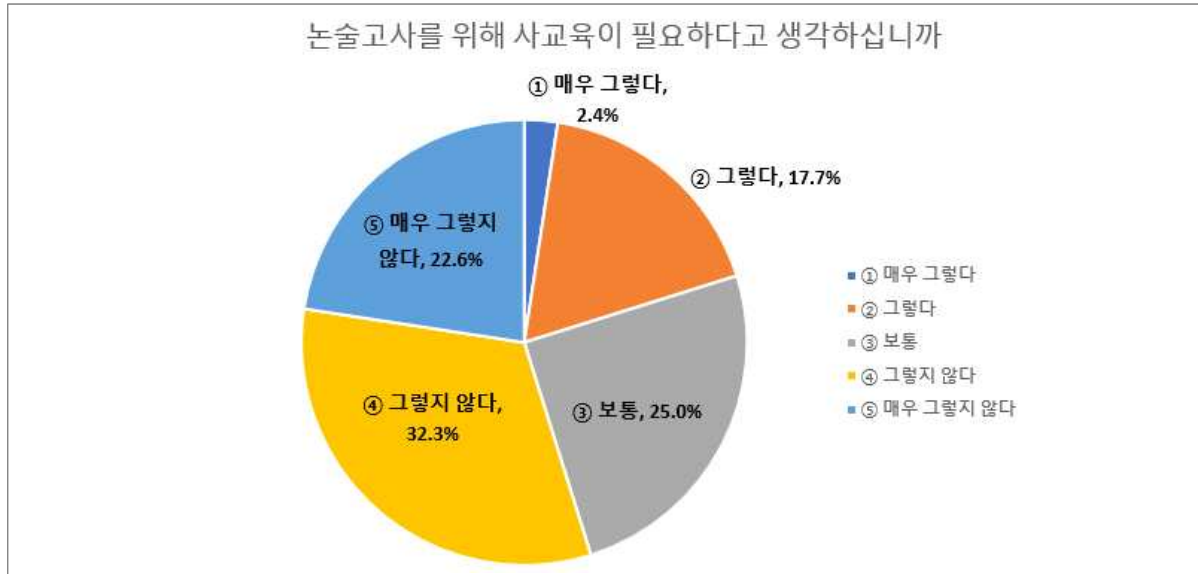


설문 응답자가 논술고사를 위해 준비한 방법에 관한 응답 결과는 <표 IV-11>과 같다. 합격자들을 대상으로 실시한 설문이기에 때문에 실제 준비한 방법과 논술 합격 결과 사이에 유의미한 관련성이 존재한다고 볼 수 있다. 48%의 학생들이 입학처 홈페이지에 공개된 기출문제를, 11.2%의 학생이 대학에서 발행한 논술가이드북을 통해 준비하였다고 답해 절반이 넘는 학생이 대학에서 제공한 자료를 통해 논술고사를 준비하였다는 것을 알 수 있었다.

기타 자유 응답으로 '수능 준비만 하고 논술은 따로 준비하지 않았다' 는 의견이 대다수였다.

<표 IV-12> 논술고사를 위해 사교육이 필요했다고 생각합니까

| 구분 | 매우 그렇다 | 그렇다 | 보통 | 그렇지 않다 | 매우 그렇지 않다 |
|-------|--------|------|----|--------|-----------|
| 인원(명) | 3 | 22 | 31 | 40 | 28 |
| 비율(%) | 2.4 | 17.7 | 25 | 32.3 | 22.6 |



설문 대상자들에게 2023학년도 서울과학기술대학교 논술고사를 준비하기 위해 사교육이 필요했다고 생각하는지에 대한 응답은 <표 IV-12>와 같다. '매우 그렇다'와 '그렇다'가 20.1%, '보통'과 '그렇지 않다', '매우 그렇지 않다'가 79.9%로 '사교육이 필요하지 않았다'라고 응답한 학생들이 '필요하다'고 응답한 경우에 비해 3배 이상 높게 나타났다.

4. 설문 응답자의 성별, 출신 고교유형과 소재지 분석

<표 IV-13> 설문 응답자 성별

| 구분 | 남 | 여 | 계 |
|-------|----|----|-----|
| 인원(명) | 88 | 36 | 124 |
| 비율(%) | 71 | 29 | 100 |

설문 응답자 124명의 성별은 <표 IV-13>과 같다. 남학생과 여학생의 비율은 각각 약 71%와 29%로 나타났다.

<표 IV-14> 설문 응답자 출신 고교유형

| 구분 | 일반고 | 자사고 | 영재고/ 과학고 | 외국어고 | 특성화고 | 기타 (검정고시 등) | 계 |
|-------|------|-----|-------------|------|------|----------------|-----|
| 인원(명) | 116 | 7 | 0 | 0 | 0 | 1 | 124 |
| 비율(%) | 93.5 | 5.6 | 0 | 0 | 0 | 0.8 | 100 |

설문 응답자 124명의 출신 고교유형은 <표 IV-14>와 같다. 일반고가 116명으로 93.5%에 해당하였고, 자사고 5.6%, 기타(검정고시 등) 0.8%로 나타났다.

<표 IV-15> 재학, 졸업 여부

| 구분 | 재학(2022년 고3) | 졸업 | 계 |
|-------|--------------|------|-----|
| 인원(명) | 74 | 36 | 124 |
| 비율(%) | 59.7 | 40.3 | 100 |

설문 응답자 124명의 재학, 졸업 여부는 <표 IV-15>과 같다. 재학생(2022년 고3)과 졸업생의 비율은 각각 약 59.7%와 40.3%로 나타났다.

<표 IV-16> 설문 응답자 출신 고교 소재지(명)

| | 서울 | 경기 | 인천 | 강원 | 경남 | 경북 | 광주 | 대구 | 대전 | 부산 | 세종 | 울산 | 전남 | 전북 | 제주 | 충남 | 충북 |
|---|------|------|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|-----|----|-----|-----|-----|----|-----|
| 명 | 52 | 42 | 3 | 1 | 1 | 1 | 0 | 6 | 3 | 3 | 1 | 5 | 2 | 1 | 2 | 0 | 1 |
| % | 41.9 | 33.9 | 2.4 | 0.8 | 0.8 | 0.8 | 0 | 4.8 | 2.4 | 2.4 | 0.8 | 4 | 1.6 | 0.8 | 1.6 | 0 | 0.8 |

설문 응답자 124명의 출신 고교 소재지는 <표 IV-15>와 같다. 총 14개 시·도 지역 중 서울과 경기 지역 고교 출신자가 94명으로 전체의 75.8%에 해당하였다.

V. 문항 분석 결과

1. 문항 분석 결과 요약표

<표 V-1> 문항 분석 결과 요약표

| 평가 대상 | 입학 전형 | 계열 | 문항 번호 | 교과별 교육과정 과목명 | 교육과정 준수 여부 | 문항 붙임 번호 |
|------------------|-------|----------|-------|--------------------|------------|----------|
| 논술 등 필답 고사 | 논술 | 자연 오전 | 1 | 수학, 수학 I, 미적분 | 준수 | 문항카드 1 |
| | | | 2 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | 준수 | 문항카드 2 |
| | | | 3 | 수학Ⅱ, 미적분 | 준수 | 문항카드 3 |
| | | 자연 오후 | 1 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | 준수 | 문항카드 4 |
| | | | 2 | 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분 | 준수 | 문항카드 5 |
| | | | 3 | 수학, 수학Ⅱ, 미적분 | 준수 | 문항카드 6 |

2. 선행학습 영향평가 문항에 대한 종합 평가

논술 문항 출제 전 출제위원을 대상으로 2015 개정 교육과정에 대한 사전교육을 실시하였고, 출제 시 문항카드를 작성하며 교육과정 내 출제 근거를 확인하였다. 출제 후 선행학습 영향평가 절차에 따라 2023학년도 대입 논술고사 문항 전체를 검토하였다. 그 결과 2023학년도 서울과학기술대 논술전형 문항에서 선행학습이 필요한 요소는 없었다.

서울과학기술대 논술전형의 가장 큰 장점은 난이도의 유지와 출제 유형의 예측 가능성에서 비롯된다. 2023학년도 서울과학기술대 논술 문항은 2022학년도 논술고사와 2023학년도 모의 논술의 형태에서 크게 벗어나지 않았다. 이는 수험생이 안정적으로 논술고사를 준비할 수 있도록 배려한 출제로 판단된다.

문항 분석 결과 문항의 수준은 고등학교 교과 수준 안에서 해결 가능하였다. 앞으로도 학교 교육과 기출문제 및 논술 가이드 등 대학 제공 자료만으로도 충분히 준비 가능한 현 상태를 유지하는 것이 중요하다 할 수 있다.

자연계열 논술의 경우 수학 과목 특성상 3~4개의 수학 개념을 바탕으로 한 문항이 구성된다. 논술 문항에 포함된 수학적 개념들은 고교 교육과정을 이수하였다면 기본적으로 알고 있어야 하는 개념들로 구성되었고 이들은 해결 과정에서 자연스럽게 사용되었다.

전체적인 문항의 난이도와 풀이 과정은 정규 교육과정을 받은 학생이라면 충분히 생각할 수 있는 범위에 속하며, 다양한 수학적 개념과 이해, 그래프 해석 능력, 계산 능력 및 문제 해결력을 측정할 수 있는 좋은 문항으로 구성되어 있었다. 따라서 평소 학교 내 교육과정 이수를 통해 수학적 개념을 올바르게 이해하였고, 교과서 등 제시되는 문제들을 통해 충분히 문제 해결 능력을 배양했다면 2023학년도 서울과학기술대 자연계열 논술 문항을 충분히 해결할 수 있다.

2023학년도 자연계열 논술 문항은 자문교사 모두 학교에서 논술을 충실하게 준비할 수 있도록 교육과정 내의 핵심 개념을 바탕으로 문제를 출제하였고, 2023 모의논술의 출제범위, 유형을 유지했으며, 변별력이 있는 문제도 교육과정을 성실하게 이수했다면 충분히 풀 수 있는 정도의 난도의 문항으로 구성되어 있다고 판단하였다. 한 자문교사는 모든 문제의 문장과 용어 사용 및 설명이 교과서의 표현을 바탕으로 최대한 간결하고 명확하게 작성되었고, 복잡한 상황에 대한 설명도 해석 상의 오해가 없도록 충분히 설명하고 그림도 제시했다는 점에서 논술 응시 학생들을 배려하는 출제진의 노력이 인상적이었다고 언급하였다. 또 다른 자문교사는

서울과기대의 논술은 변별을 유지하면서도 사교육 없이 학교 교육과 자기주도학습을 통해 충분히 해결할 수 있는 문제를 출제하여 전형 운영의 취지와 목표에 온전히 부합하고 공교육 정상화에 도움을 주고 있다고 언급하였다.

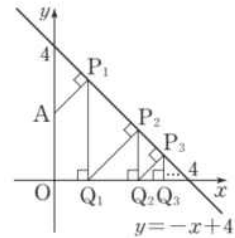
한편 출제범위가 공통과목인 수학과 일반선택과목인 수학 I, 수학 II, 미적분, 확률과 통계로 내용이 많은 만큼 과목에 따라 문항 수를 고르게 출제할 필요가 있다는 의견도 있었다. 또 출제된 확률 문제에서 공통과목인 수학의 개념인 순열과 조합으로 문제를 해결할 수 있다는 점에서 확률과 통계 과목을 논술고사 시험 범위에서 제외하는 것도 고려할 필요가 있다는 의견도 있었다.

자연 오전과 오후의 1번 문항은 세 개의 소문항으로 구성되어 있다. 서로의 연관성은 없지만 각 문항별로 3~4개의 교과 개념을 수반하고 있으며, 각 개념의 접근은 모두 아래와 같이 교육과정 안에서 학습하고 경험할 수 있는 수준으로서 교육과정 범위 안에서 충분히 해결 가능한 좋은 문제들이다.

(자연 오전 1.1 문항 유사 문제) 미적분 교과서(지학사) 46쪽

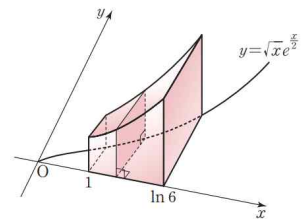
그림과 같이 점 A (0, 2)에서 직선 $y = -x + 4$ 에 내린 수선의 발을 P_1 이라 하고, 점 P_1 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_1 이라고 하자. 자연수 n 에 대하여 점 Q_n 에서 직선 $y = -x + 4$ 에 내린 수선의 발을 P_{n+1} , 점 P_{n+1} 에서 x 축에 내린 수선의 발을 Q_{n+1} 이라고 할 때, 다음 물음에 답하시오.

- 선분 $P_n Q_n$ 의 길이를 a_n 이라고 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 합을 구하시오.



(자연 오전 1.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(천재교육) 187쪽

다음 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x} e^{\frac{x}{2}}$ ($1 \leq x \leq \ln 6$)과 x 축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오.



(자연 오후 1.2 문항 유사 문제) 수학 I 교과서(천재교육) 160쪽

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n(n+1)(n+2)$ 를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{a_k}$ 의 값은?

(자연 오후 1.3 문항 유사 문제) 수학 II 교과서(천재교육) 72쪽

두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족할 때, 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(2, g(2))$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오.

$$(가) g(x) = x^3 f(x) - 7$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - g(x)}{x - 2} = 2$$

자연 오전 2번 문항은 주어진 상황을 만족하는 두 원의 위치관계가 무엇인지 파악하고, 이차함수 또는 이차방정식의 개념을 이용하여 필요한 값을 구하는 문제이다. 문제 해결을 위해 수학, 수학 I, 수학 II의 개념이 골고루 적용된다. 이를 통해 학생의 기본적인 개념과 응용능력을 확인하고 고교 과정 내의 필수적인 개념을 적용할 수 있는지 평가하기에 적합한 문제로 판단된다.

(자연 오전 2.1 문항 유사 문제) 수학 II 교과서(신사고) 150쪽

어느 고층 건물에 설치된 엘리베이터가 1층에서 출발하여 멈추지 않고 올라가서 맨 위층에 도착하여 멈추지 않고 올라가서 맨 위층에 도착하여 멈추었다고 한다. 이때 t 초 후의 엘리베이터의 속도 $v(t)$ m/s는 다음과 같다.

$$v(t) = \begin{cases} 4t & (0 \leq t \leq 5) \\ 20 & (5 \leq t \leq 20) \\ -2t + 60 & (20 \leq t \leq a) \end{cases}$$

이 엘리베이터가 출발한 지 a 초 후에 멈추었을 때, 출발한 후 멈출 때까지 엘리베이터가 움직인 거리를 구하시오.

(자연 오전 2.2 문항 유사 문제) 수학 I 교과서(지학사) 103쪽

삼각형 ABC에서 $B = \frac{\pi}{6}$, $a = 10$, $c = 8$ 일 때, 이 삼각형의 넓이를 구하라.

(자연 오전 2.3 문항 유사 문제) 수학 I 교과서(천재교육) 75쪽

반지름의 길이가 4, 중심각의 크기가 $\frac{3}{8}\pi$ 인 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하시오.

자연 오전 3번 문항은 함수의 연속과 미분가능성에 대해 이해하고 극한값을 구할 수 있는지 평가하는 문항이다. 이를 통해 연속과 미분계수의 정의를 이용하여 미지수를 구하는 과정을 통해, 학생들이 미분의 기본을 이해하고 있는지 파악할 수 있다. 이어 미분을 이용해 함수의 증가와 감소를 파악하며, 이를 표로 나타내고 그래프로 그려내고 방정식과 적분을 활용해 넓이를 구하는 과정을 통해 출제자의 의도를 알고 문제를 바르게 해결하고 있는지 평가할 수 있다. 미적분의 기본적인 개념의 이해와 연산 능력, 문제 해결 능력과 수학적 사고력을 측정하기에 적절한 문제이다.

(자연 오전 3.1 문항 유사 문제) 수학 I 교과서(교학사) 109쪽

미분가능한 함수 $f(x) = \begin{cases} -x + 1 & (x < 0) \\ a(x-1)^2 + b & (x \geq 0) \end{cases}$ 에 대하여 $f(1)$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 상수)

(자연 오전 3.2 문항 유사 문제) 수학Ⅱ 교과서(미래엔) 96쪽

방정식 $2x^3 + 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 실수 k 의 값의 범위에 따라 조사하려고 한다. 다음에 답하시오.

- (1) $f(x) = 2x^3 + 6x^2$ 이라 할 때, 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형을 그리시오.
- (2) 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = -k$ 의 교점의 개수를 k 의 값의 범위에 따라 조사하시오.
- (3) (2)의 결과를 이용하여 방정식 $2x^3 + 6x^2 + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수를 k 의 값의 범위에 따라 말하시오

(자연 오전 3.3 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 171쪽

두 곡선 $y = -\ln(x+1)$, $y = \sin x$ 및 직선 $x = \pi$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

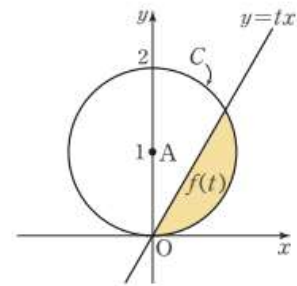
자연 오후 2번 문항은 삼각형과 직선의 기본성질, 삼각함수의 미분, 미분의 방정식과 부등식에서의 활용 등 수학적 개념을 적용하여 주어진 문제를 해결하도록 한다. 수학, 수학 I, 수학Ⅱ, 미적분의 다양한 내용을 적절하게 평가하는 문제로 학교 수업을 성실하게 학습한 학생이 주어진 시간에 해결할 만한 난도로 출제되었으며 수학적 사고력과 문제 해결 능력을 측정하기에 적합하였다.

(자연 오후 2.1 문항 유사 문제) 수학 I 교과서(천재교육) 106쪽

삼각형 ABC에서 $A = 120^\circ$, $B = 30^\circ$ 이고 외접원의 반지름의 길이가 4일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오.

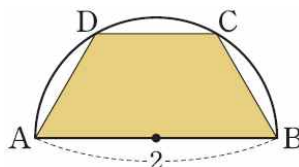
(자연 오후 2.2 문항 유사 문제) 미적분 교과서(천재교육) 106쪽

그림과 같이 점 A(0, 1)을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원 C가 있다. 양의 실수 t 에 대하여 직선 $y = tx$ 과 원 C로 둘러싸인 도형 중 그 넓이가 작은 것의 넓이를 $f(t)$ 라고 할 때, $f'(2)$ 의 값을 구하시오.



(자연 오후 2.4 문항 유사 문제) 미적분 교과서(신사고) 116쪽

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원에 내접하는 등변사다리꼴 ABCD의 넓이의 최댓값을 구하시오.



자연 오후 3번 문항은 역함수의 기하학적 성질을 이해하고 이를 적절히 활용하도록 한다. 또 두 점 사이의 거리, 접선의 방정식, 정적분 개념을 적용하여 문제를 해결하도록 한다. 이러한 내용들은 교과서에서 자주 접할 수 있는 유형으로 학생들이 고교 교육과정의 성취기준과 평가 기준을 적절하게 측정하고 있으며 고교 수학의 전반적인 내용을 이해하고 있다면 주어진 시간 안에 충분히 해결할 수 있는 난도의 문제이다. 추가로 문제 상황을 나타내는 그림이 구체적으로 표현되어 있어 더욱 쉽게 접근할 수 있을 것이라 판단된다.

(자연 오후 3.1 문항 유사 문제) 수학 교과서(천재교육) 255쪽

함수 $y = \sqrt{3x+3} - 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면 함수 $y = \sqrt{3x-3} + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이때 실수 m, n 의 값을 각각 구하시오.

(자연 오후 3.2 문항 유사 문제) 수학 교과서(신사고) 243쪽

함수 $f(x) = \sqrt{3x-5} + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오.

(자연 오후 3.3 문항 유사 문제) 수학Ⅱ 교과서(금성출판사) 151쪽

곡선 $y = -x^2 - a$ 과 이 곡선 위의 점 $(1, -2)$ 에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

서울과학기술대의 자연계열 논술 문항은 교육과정 내에서도 기본에 충실히 한 학생들에게 유리하도록 구성되어 있다. 사교육을 받지 않아도 학교 수업 시간에 기본 개념을 확실히 익히고 적용해본 연습을 한 학생이라면 충분히 해결할 수 있는 문항들이었다. 이는 설문조사 결과를 통해 학생들이 어렵지 않게 느꼈음을 확인할 수 있었다. 하지만 문제를 해결할 때 교과 과정 내의 다양한 개념을 적용하고, 문제의 조건을 정확하게 고려하여야 하며, 답안을 논리적으로 구성해야 한다는 점에서 충분하게 학생 수준을 변별하였을 것이라 판단된다.

서울과학기술대가 앞으로도 기존의 출제 기조대로 교육과정 내에서 논술전형을 충실하게 운영하여 다른 수시 전형 또는 정시 전형에서 온전히 평가받지 못할 수도 있는 우수한 인재를 선발하기를 기대한다.

VI. 대학입학전형 반영 계획 및 개선 노력

■ 2023학년도 논술고사 개선사항

2023학년도 논술고사 출제본부에서는 「교육부 논술고사 선행학습 영향평가 온라인 연수」 자체 재교육을 실시하였으며, 현직 고교교사의 사전 집중교육을 통해 출제위원들에게 영역별 교육과정 전반에 관한 구체적인 정보를 제공하여 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 안내하였다. 특히 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 이전 교육과정에서 삭제되는 개념과 내용을 충분히 숙지하도록 하였다.

2023학년도 논술고사에서는 3명의 교사 위원이 교육과정 준수 여부와 문제의 타당성, 적정성, 난이도를 분석하여 검토 결과를 출제위원에게 제시하도록 하여 교육과정 준수 여부를 면밀히 검토, 환류하였다.

■ 논술전형에서 수능최저학력기준 폐지 유지

논술 문항을 정상적인 고교 교육과정의 학습범위 안에서 해결할 수 있는 내용으로 출제하는 것도 중요하지만 논술이라는 전형 요소를 제외한 다른 전형 요소가 큰 영향을 미치게 된다면 이것도 사교육을 유발할 수 있는 요소가 될 수 있다. 이에 서울과학기술대학교는 논술전형에서 수능최저학력기준을 폐지하여 논술고사 성적이 주요 전형 요소가 될 수 있도록 하고 있다.

■ 사교육과 선행학습 영향평가 연계 연구 진행

선행교육 금지법 이후 대학은 다각적인 노력을 통해 사교육이나 선행학습이 없이도 대학별 고사에 대비할 수 있도록 하고 있다. 그 노력의 하나로 서울과학기술대학교에서는 고등학교 현장의 진학 교사들을 연구위원으로 위촉하여 선행학습 영향평가 연계 연구를 매년 진행하고 있다. 이 연구를 바탕으로 서울과학기술대학교는 객관적이고 공정한 선행학습 영향평가를 하고 있다고 할 수 있다.

■ 선행학습 영향평가 연구 결과를 바탕으로 출제위원에 대한 지속적인 연수 실시

서울과학기술대학교에서는 매년 선행학습 영향평가 연구 결과를 논술 출제위원들에게 제공함으로써 다음 연도 출제에 참고하도록 하고 있으며, 동시에 현 고등학교 교육과정의 이해를 돕는 연수를 통해 출제위원들이 정상적인 고등학교 교육과정의 학습범위 내에서 논술 문항을 출제할 수 있도록 하고 있다. 또한 2015 개정 교육과정과 이전 교육과정의 차이점을 분석하고, 2015 개정 교육과정에서 변경되는 내용을 포함하여, 출제위원들이 고등학교 교육과정에 대해 충분히 이해할 수 있도록 노력하고 있다.

■ 논술문제 검토 및 자문과 관련한 고교 현직교사 위촉 유지

서울과학기술대학교는 2023 대입 논술전형을 실시함에 있어서 논술고사 출제 과정에 고등학교 현직교사 3명을 논술 검토·자문위원으로 위촉하여 논술고사가 고등학교 교육과정 수준에서 출제되었는지 검토하는 과정을 지속해서 운영하고 있다.

■ 논술문제 해설 및 예시답안 공개 및 모의 논술고사 실시

서울과학기술대학교는 논술고사 문제와 해설 및 예시답안을 홈페이지에 이미 공개하였으며, 모의 논술고사를 실시함으로써 논술전형을 준비하는 수험생에게 정보를 제공하고 있다. 또, 모의 논술에 응시한 수험생의 답안 수준을 상세히 검토하여 본 논술고사의 '고등학교 교육과정 내 출제' 준수 여부에 참고하는 것과 더불어 수험생에게도 모의 논술 출제위원이 채점, 첨삭한 결과를 제공하여 본교 논술고사 이해도 향상과 준비에 기여하도록 하였다.

선별한 고교 학생들의 답안지 중 일부를 선별하여 채점하였으며, 2015 개정 교육과정이 반영된 2023학년도 모의 논술의 출제 방향과 채점기준을 상세히 학생들에게 제공함으로써 논술전형의 투명성을 높이하고자 하였다.

■ 논술가이드북을 통한 논술전형 운영 안내

서울과학기술대학교의 논술전형은 전년도 대비 선발 인원을 소폭 축소하는 등의 변화가 있었다. 또한 2015 개정 교육과정 도입에 따라 본인의 선택에 따라 과목을 수강한 수험생들에게는 논술고사의 출제 범위가 중요한 문제였다.

따라서 서울과학기술대학교는 2023학년도 논술전형 주요 변경사항 및 모집단위, 2022학년도 논술전형 결과분석, 논술전형의 이해와 대비, 2023학년도 모의논술 기출문제와 해설을 내용으로 한 논술가이드북을 제작하여 고교에 배포하고 입학처 홈페이지에도 게시하여 변화된 전형 정보를 상세히 안내하여 사교육 없이 학교 현장에서 논술고사를 준비할 수 있도록 하였다.

VII. 부록

문항카드 1

1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|--------------------------------------|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오전 / 문제 1번 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학 I, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 무리함수, 지수함수, 삼각함수, 등비수열, 등비급수, 미분, 적분 |
| 예상 소요 시간 | 34분 / 전체 100분 | |

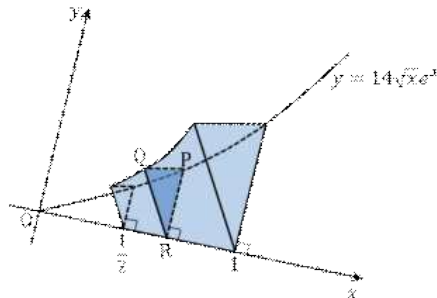
2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P_1(a_1, b_1)$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 $Q_2(0, b_2)$ 라 하고, 점 Q_2 를 지나며 x 축에 평행한 직선과 곡선의 교점을 $P_2(a_2, b_2)$ 라 하자. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P_2(a_2, b_2)$ 에서의 접선이 y 축과 만나는 점을 $Q_3(0, b_3)$ 이라 하고, 점 Q_3 을 지나며 x 축에 평행한 직선과 곡선의 교점을 $P_3(a_3, b_3)$ 이라 하자. 이와 같은 과정을 반복하여 얻은 점 $P_n(a_n, b_n)$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 합을 구하시오. (단, $a_1 = 4$)

[1.2] 함수 $f(x) = \frac{\sin x + 3}{\cos x - 1}$ ($0 < x < 2\pi$)이 $x = \alpha$ 에서 극값을 가질 때, $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ 의 값을 구하시오.

[1.3] 아래 그림은 곡선 $y = 14\sqrt{x}e^x$ 과 x 축, 두 직선 $x = \frac{1}{2}$, $x = 1$ 로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형을 나타낸다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면은 $\overline{PQ} : \overline{QR} : \overline{RP} = 5 : 6 : 7$ 인 삼각형 PQR 일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오.



3. 출제 의도

고등학교 수학 교과과정의 내용을 확인하는 문항들로 구성하였다. 이를 해결하기 위해서는 문항의 내용을 수식화하고 원하는 답을 얻기 위해 관련된 기본 개념을 활용할 수 있어야 한다. 특히 등비급수, 접선의 방정식, 무리함수 및 삼각함수의 미분, 부분적분, 삼각함수 공식, 함수로 표현되는 도형의 부피와 그 부피의 단면인 도형의 넓이의 관계들을 잘 알고 적용할 수 있는지 평가하고자 하였다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [1.1] 무리함수의 미분을 이용하여 수열의 점화식을 얻을 수 있는지 평가한다. 또 등비급수를 이용하여 급수의 합을 구할 수 있는지 평가한다.
- [1.2] 주어진 구간에서 함수가 극값을 갖는 조건을 활용할 수 있는지와 삼각함수의 미분, 삼각함수의 합의 공식을 맞게 적용할 수 있는지 평가한다.
- [1.3] 적분을 활용하여 주어진 조건으로부터 단면의 넓이와 부피를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] |
|----------|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 1.1 | <p>[수학] - (1) 함수 - ② 유리함수와 무리함수 [10수학04-05] 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해한다. [수학 I] - (3) 수열 - ① 등차수열과 등비수열 [12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다. [미적분] - (1) 수열의 극한 - ② 급수 [12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.</p> |
| 1.2 | <p>[미적분] - (2) 미분법 - ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적02-03] 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. [12미적02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ② 여러 가지 미분법 [12미적02-06] 함수의 몫을 미분할 수 있다.</p> |
| 1.3 | <p>[수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-06] 입체도형의 부피를 구할 수 있다.</p> |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|------|-------|--------|------|--|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 243~249 |
| | 수학 I | 김원경 외 | 비상교육 | 2021 | 94~107 |
| | 수학 I | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2021 | 98~100 123~127 |
| | 미적분 | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2021 | 32~36 49~51 58~64 70~71 76~79 102~108 |
| | 미적분 | 김원경 | 비상교육 | 2020 | 121~133 |
| | 미적분 | 권오남 | 교학사 | 2021 | 176~178 |

5. 문항 해설

- [1.1] 무리함수의 미분법을 이용하여 접선의 방정식을 구하고, 수열의 인접한 두 항 사이의 관계식과 등비급수의 합을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [1.2] 삼각함수의 미분과 함수가 극값을 가질 조건, 삼각함수 합의 공식을 알고 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [1.3] 세 변의 길이를 알 때 삼각형의 넓이를 구할 수 있고, 단면적이 함수로 표현될 때 적분을 이용하여 부피를 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|---|----|
| 1.1 | $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 이므로 점 $P_n(a_n, b_n)$ 에서의 접선의 방정식은 $y = \frac{1}{2\sqrt{a_n}}(x - a_n) + b_n = \frac{1}{2\sqrt{a_n}}x + \frac{\sqrt{a_n}}{2}$ 이다. 접선의 y 절편 $b_{n+1} = \frac{\sqrt{a_n}}{2}$ 이고 $b_{n+1} = \sqrt{a_{n+1}}$ 이므로, $\sqrt{a_{n+1}} = \frac{\sqrt{a_n}}{2} \quad \text{즉,} \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n$ 이다. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4이고 공비가 $\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로, | 5 |
| | 급수의 합은 다음과 같다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{4}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{16}{3}$ | 5 |

| | | |
|-----|--|---|
| 1.2 | <p>함수 $f(x)$를 미분하면</p> $f'(x) = \frac{\cos x(\cos x - 1) - (\sin x + 3)(-\sin x)}{(\cos x - 1)^2} = \frac{1 - \cos x + 3\sin x}{(\cos x - 1)^2}$ <p>이므로 $f'(x) = 0$에서 $\cos x - 1 = 3\sin x$의 양변을 제곱하여 정리하면</p> $10\cos^2 x - 2\cos x - 8 = 2(5\cos x + 4)(\cos x - 1) = 0$ <p>이다. $\cos x \neq 1$이므로 $f'(\alpha) = 0$에서 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}, \sin \alpha = -\frac{3}{5}$이다.</p> | 6 |
| | <p>$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{7}{25}, \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{24}{25}$</p> <p>이므로</p> $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2\alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2\alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{31}{50}\sqrt{2}$ <p>이다.</p> | 6 |
| 1.3 | <p>삼각형 PQR에서 코사인 법칙에 의하여</p> $\cos(\angle PQR) = \frac{\overline{PQ}^2 + \overline{QR}^2 - \overline{RP}^2}{2\overline{PQ} \cdot \overline{QR}} = \frac{1}{5}$ <p>이고</p> $\sin(\angle PQR) = \sqrt{1 - \cos^2(\angle PQR)} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$ <p>이다. 주어진 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이를 $S(x)$라고 하면</p> $S(x) = \frac{1}{2}\overline{PQ} \cdot \overline{QR} \cdot \sin(\angle PQR) = 24\sqrt{6}xe^{2x}$ <p>이다.</p> | 6 |
| | <p>따라서 입체도형의 부피는</p> $\int_{\frac{1}{2}}^1 24\sqrt{6}xe^{2x} dx = 24\sqrt{6} \left[\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} \right]_{\frac{1}{2}}^1 = 6\sqrt{6}e^2$ <p>이다.</p> | 6 |

7. 예시 답안

[1.1] $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ 이므로 점 $P_n(a_n, b_n)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y = \frac{1}{2\sqrt{a_n}}(x - a_n) + b_n = \frac{1}{2\sqrt{a_n}}x + \frac{\sqrt{a_n}}{2}$$

이다.

접선의 y 절편 $b_{n+1} = \frac{\sqrt{a_n}}{2}$ 이고 $b_{n+1} = \sqrt{a_{n+1}}$ 이므로,

$$\sqrt{a_{n+1}} = \frac{\sqrt{a_n}}{2} \quad \text{즉,} \quad a_{n+1} = \frac{1}{4}a_n \text{이다.}$$

따라서 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 4이고 공비가 $\frac{1}{4}$ 인 등비수열이므로,

급수의 합은

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{4}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{16}{3}$$

이다.

[1.2] 함수 $f(x)$ 를 미분하면

$$f'(x) = \frac{\cos x(\cos x - 1) - (\sin x + 3)(-\sin x)}{(\cos x - 1)^2} = \frac{1 - \cos x + 3\sin x}{(\cos x - 1)^2}$$

이므로

$f'(x) = 0$ 에서 $\cos x - 1 = 3\sin x$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$10\cos^2 x - 2\cos x - 8 = 2(5\cos x + 4)(\cos x - 1) = 0$$

이다.

$\cos x \neq 1$ 이므로 $f'(\alpha) = 0$ 에서 $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$, $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ 이다.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{7}{25}, \quad \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha = \frac{24}{25}$$

이므로

$$\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \sin 2\alpha \cos \frac{\pi}{4} + \cos 2\alpha \sin \frac{\pi}{4} = \frac{31}{50} \sqrt{2}$$

이다.

[1.3] 삼각형 PQR에서 코사인 법칙에 의해

$$\cos(\angle PQR) = \frac{\overline{PQ}^2 + \overline{QR}^2 - \overline{RP}^2}{2\overline{PQ} \cdot \overline{QR}} = \frac{1}{5}$$

이고

$$\sin(\angle PQR) = \sqrt{1 - \cos^2(\angle PQR)} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

이다. 주어진 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이를 $S(x)$ 라고 하면

$$S(x) = \frac{1}{2} \overline{PQ} \cdot \overline{QR} \cdot \sin(\angle PQR) = 24\sqrt{6}xe^{2x}$$

이다. 따라서 입체도형의 부피는

$$\int_{\frac{1}{2}}^1 24\sqrt{6}xe^{2x} dx = 24\sqrt{6} \left[\frac{1}{2}xe^{2x} - \frac{1}{4}e^{2x} \right]_{\frac{1}{2}}^1 = 6\sqrt{6}e^2$$

이다.

문항카드 2

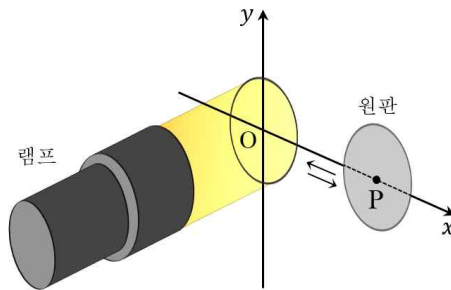
1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|--------------------------------|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오전 / 문제 2번 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학 I, 수학 II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 속도와 거리, 정적분, 일반각과 호도법, 삼각형의 넓이 |
| 예상 소요 시간 | 33분 / 전체 100분 | |

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 램프에서 나온 빛이, xy 평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 2인 원과 원의 내부를 비추고 있다.



(가) 반지름의 길이가 2인 불투명 원판의 중심인 점 P는 x 축 위를 연속적으로 움직인다. $x = 7$ 에서 출발한 점 P의 시각 t ($0 \leq t \leq 8$)에서의 위치를 $x = f(t)$ 라 할 때, 점 P의 속도 $v(t)$ 는

$$v(t) = \begin{cases} -2t & (0 \leq t < 2) \\ 2t - 8 & (2 \leq t < 6) \\ -2t + 16 & (6 \leq t \leq 8) \end{cases}$$

이다.

(나) 원판이 빔에 닿거나 비추어질 때, 원판에 연결된 센서에서 소리가 난다.

[2.1] 점 P의 시각 t 에서의 위치 $f(t)$ 를 구하시오.

[2.2] 점 P의 위치가 $x = 2\sqrt{2}$ 일 때, 빔이 원판에 비친 부분의 넓이를 구하시오.

[2.3] $t = 4 - \sqrt{3}$ 일 때, 빔이 원판에 비친 부분의 넓이를 구하시오.

[2.4] 센서에서 소리가 나는 시각 t 의 범위를 구하시오.

3. 출제 의도

주어진 문제들을 파악하고 그 의미를 깊이 이해하는 데 있어 이를 수학적으로 기술하고 해석하는 능력은 이공계 전공 공부에서 중요한 요소이다. 예를 들어 빛을 다루는 광학의 경우, 삼각함수, 지수함수, 미적분 등의 수학적 지식을 이용하여 간섭, 회절 등의 빛의 현상과 레이저, LED 조명 등 광원의 특성을 기술할 수 있다. 특히, 레이저 빛의 경우 복잡한 빔의 형상을 가우스 함수로 근사함으로써 빔이 갖는 여러 광학 현상들을 간단히 다룰 수 있다. 최근 주목받고 있는 양자점, OLED, 입체 디스플레이 등의 여러 기술은 수학 함수와 모형화를 통해 그 결괏값을 예측하고 이를 실제 기술 발전에 활용할 수 있다. 본 문제에서는 램프에서 나오는 빔이 움직이는 불투명 원판에 비칠 때의 상황을 간단한 미적분과 원의 방정식, 두 원의 관계 등을 이용해서 파악할 수 있는지 평가하고자 하였다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [2.1] 속도의 개념을 알고 적분을 통해 위치 함수를 구할 수 있는지 평가한다.
 [2.2] 두 원의 중심이 주어진 거리만큼 떨어졌을 때, 부채꼴, 원 및 삼각형의 넓이를 올바르게 활용하는지 평가한다.
 [2.3] 주어진 시간에서 두 원의 관계를 이해하고 이를 통해 부채꼴, 원 및 삼각형의 넓이를 올바르게 활용하는지 평가한다.
 [2.4] 앞에서 구한 위치를 바탕으로 질문에 답할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] |
|----------|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. |
| 2.1 | [수학 II] - (1) 함수의 극한과 연속 - ② 함수의 연속 [12수학II01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다. [수학 II] - (3) 다항함수의 적분법 - ① 부정적분과 정적분 [12수학II03-02] 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적02-14] 속도와 가속도에 대한 문제를 해결할 수 있다. [12미적03-07] 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다. |
| 2.2 | [수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학I02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. |
| 2.3 | [수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학I02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. |
| 2.4 | [수학] - (2) 방정식과 부등식 - ② 이차방정식과 이차함수 [10수학01-10] 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계를 이해한다. |

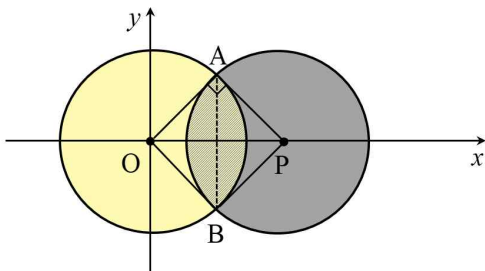
나) 자료 출처

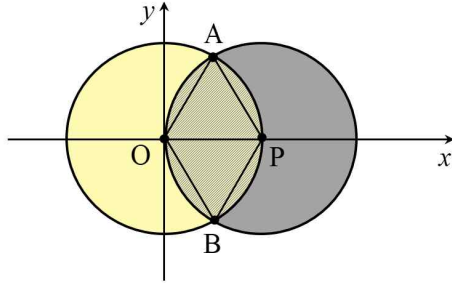
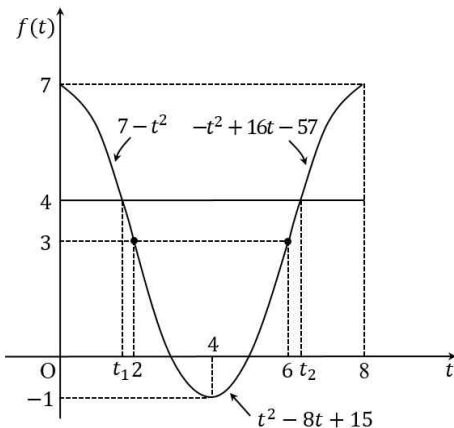
| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|-------------|-----|-------|--------|------|--------------------|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 이준열 외 | 천재교육 | 2021 | 140~153 |
| | 수학Ⅰ | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2020 | 65~59 98~100 |
| | 수학Ⅱ | 박교식 외 | 동아출판 | 2020 | 90~106 123~125 |
| | 수학Ⅱ | 김원경 외 | 비상교육 | 2020 | 93~98 |
| | 미적분 | 이준열 | 천재교육 | 2021 | 122~133 |
| | 미적분 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 125~134 170~171 |

5. 문항 해설

- [2.1] 다항식의 적분과, 속도함수를 적분하여 위치함수를 얻을 수 있음을 안다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [2.2] 반지름이 같은 두 원의 위치관계와 두 원이 겹쳐 생긴 도형의 넓이를 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [2.3] 구간에 따라 정의된 함수의 함숫값을 구할 수 있고 두 원의 겹쳐진 도형의 넓이를 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [2.4] 구간에 따라 정의된 함수의 함숫값을 알 때 이를 만족하는 정의역의 원소를 찾을 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| 2.1 | $v(t)$ 를 적분하여 $f(t)$ 를 구하면 다음과 같다. $x = f(t) = \begin{cases} 7 - t^2 & (0 \leq t < 2) \\ t^2 - 8t + 15 & (2 \leq t < 6) \\ -t^2 + 16t - 57 & (6 \leq t \leq 8) \end{cases}$ | 6 |
| 2.2 | <p>점 P의 위치가 $x = 2\sqrt{2}$일 때 빔과 원판의 위치는 다음 그림과 같다.</p>  | 8 |

| | | |
|-----|--|---|
| | <p>그림에서 $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 이므로 빔이 원판에 비친 부분의 넓이는 다음과 같다.</p> $2\left(\frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \times 2^2\right) = 2\pi - 4$ | |
| 2.3 | <p>$t = 4 - \sqrt{3}$ 일 때 점 P의 위치는 다음과 같다.</p> $f(4 - \sqrt{3}) = (4 - \sqrt{3})^2 - 8(4 - \sqrt{3}) + 15 = 2$ | 4 |
| | <p>빔과 원판의 위치의 그림</p>  <p>에서 $\overline{OP} = \overline{OA} = \overline{AP} = 2$ 이므로 $\angle AOP = \frac{\pi}{3}$ 이다. 따라서 빔이 원판에 비친 부분의 넓이는 $\frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$ 이다.</p> | 6 |
| 2.4 | <p>$-4 \leq f(t) \leq 4$ 일 때, 원판이 빔에 닿거나 비추어진다. $f(t) = 4$의 해를 t_1, t_2 ($t_1 < t_2$)라 하면</p> $7 - t_1^2 = 4, \quad -t_2^2 + 16t_2 - 57 = 4$ <p>이므로 $t_1 = \sqrt{3}$, $t_2 = 8 - \sqrt{3}$ 이다.</p> | 6 |
| | <p>따라서 센서에서 소리가 나는 시각 t의 범위는</p> $\sqrt{3} \leq t \leq 8 - \sqrt{3}$ <p>이다.</p>  | 3 |

7. 예시 답안

[2.1] $v(t)$ 를 적분하면

$$x = f(t) = \begin{cases} -t^2 + c_1 & (0 \leq t < 2) \\ t^2 - 8t + c_2 & (2 \leq t < 6) \\ -t^2 + 16t + c_3 & (6 \leq t \leq 8) \end{cases} \quad (\text{단, } c_1, c_2, c_3 \text{는 상수})$$

이다. $f(0)=7$ 이므로 $f(0)=c_1=7$ 이다.

함수 $f(t)$ 는 연속이므로

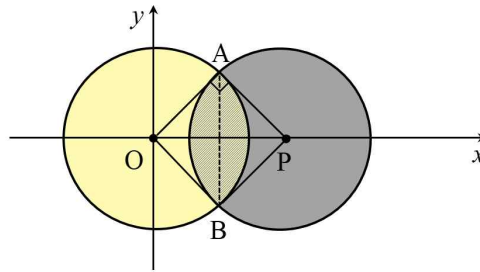
$$\lim_{t \rightarrow 2^-} f(t) = f(2) \text{에서 } \lim_{t \rightarrow 2^-} (-t^2 + 7) = -12 + c_2 \quad \therefore c_2 = 15$$

이고,

$$\lim_{t \rightarrow 6^-} f(t) = f(6) \text{에서 } \lim_{t \rightarrow 6^-} (t^2 - 8t + 15) = 60 + c_3 \quad \therefore c_3 = -57$$

$$\text{따라서 } x = f(t) = \begin{cases} 7 - t^2 & (0 \leq t < 2) \\ t^2 - 8t + 15 & (2 \leq t < 6) \\ -t^2 + 16t - 57 & (6 \leq t \leq 8) \end{cases}$$

[2.2] 점 P의 위치가 $x = 2\sqrt{2}$ 일 때 빔과 원판의 위치는 다음 그림과 같다.



위 그림에서 $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$, $\angle AOB = \frac{\pi}{2}$ 이므로 빔이 원판에 비친 부분의 넓이는

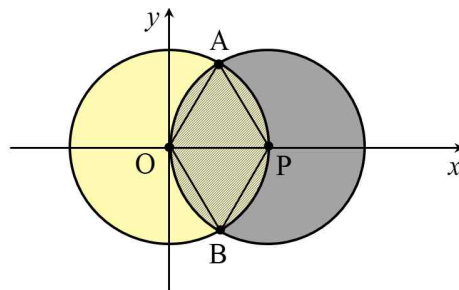
$$2\left(\frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \times 2^2\right) = 2\pi - 4$$

이다.

[2.3] $t = 4 - \sqrt{3}$ 일 때 점 P의 위치는

$$f(4 - \sqrt{3}) = (4 - \sqrt{3})^2 - 8(4 - \sqrt{3}) + 15 = 2$$

이므로 빔과 원판의 위치는 다음 그림과 같다.



위 그림에서 $\overline{OP} = \overline{OA} = \overline{AP} = 2$ 이므로 $\angle AOP = \frac{\pi}{3}$ 이다.

따라서 빔이 원판에 비친 부분의 넓이는

$$4 \times \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\pi}{3} - 2 \times \frac{1}{2} \times 2^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi}{3} - 2\sqrt{3}$$

이다.

[2.4] $-4 \leq f(t) \leq 4$ 일 때, 원판이 빔에 닿거나 비추어진다. $f(t) = 4$ 의 해를 t_1, t_2 ($t_1 < t_2$)라 하면

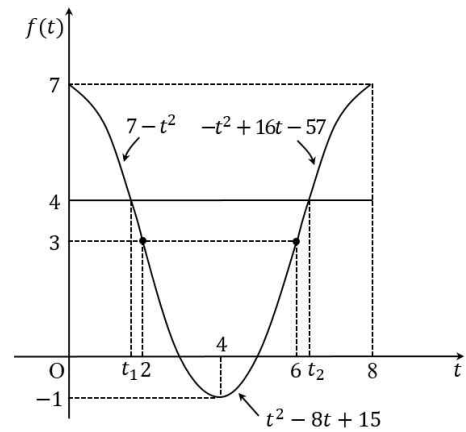
$$7 - t_1^2 = 4, \quad -t_2^2 + 16t_2 - 57 = 4$$

이므로 $t_1 = \sqrt{3}$, $t_2 = 8 - \sqrt{3}$ 이다.

따라서 센서에서 소리가 나는 시각 t 의 범위는

$$\sqrt{3} \leq t \leq 8 - \sqrt{3}$$

이다.



문항카드 3

1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|-------------------------|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술전형 | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오전 / 문제 3번 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 로그함수, 다항함수, 미분, 정적분, 넓이 |
| 예상 소요 시간 | 33분 / 전체 100분 | |

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 두 함수 $f(x) = \begin{cases} a \ln x + 6 & (0 < x \leq 1) \\ bx + 12 & (x > 1) \end{cases}$, $g(x) = -3x^2 + 6x + c$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

[3.1] 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

[3.2] 문항 [3.1]을 만족시키는 상수 a, b 에 대하여, 방정식 $f(x) = g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 실수 c 의 값의 범위에 따라 구하시오.

[3.3] 문항 [3.1]을 만족시키는 상수 a, b 에 대하여 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 1개의 실근을 가질 때, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 직선 $x = \frac{1}{2}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

3. 출제 의도

함수의 미분을 통해 주어진 자료를 설명하는 함수에 대한 여러 정보를 알아낼 수 있다. 원하는 정보를 얻기 위해 함수의 도함수를 이용하는 능력을 평가하고자 한다. 이를 위하여 고등학교 수학에서 배우는 미분 가능성, 도함수의 활용, 정적분 등 다양한 개념들을 알고 있는지 확인하는 문항들로 구성하였다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

[3.1] 함수의 미분가능성과 연속성의 관계를 이해하고 함수의 극한값을 구할 수 있는지 평가한다.

[3.2] 도함수를 활용하여 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있는지 평가한다.

[3.3] 여러 가지 함수의 적분을 활용하여 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] |
|----------|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 3.1 | [수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다. |
| 3.2 | [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. |
| 3.3 | [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-12] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다. [12미적02-13] 방정식과 부등식에 대한 문제를 해결할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ② 정적분의 활용 [12미적03-02] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|------|-------|--------|------|--|
| 고등학교 교과서 | 수학II | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2020 | 58~59 61~66 110~126 |
| | 미적분 | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2021 | 109~110 |
| | 미적분 | 황선욱 외 | 미래엔 | 2021 | 110~118 |
| | 미적분 | 김원경 외 | 비상교육 | 2020 | 55~57 121~133 134~137 147~149 |

5. 문항 해설

- [3.1] 구간에 따라 정의된 함수가 미분가능할 조건을 안다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [3.2] 방정식의 해의 개수를 함수의 그래프의 평행이동을 이용하여 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [3.3] 이차함수의 접선의 방정식을 구할 수 있고 다항함수 및 로그함수의 적분을 할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------|--|-----|-----|-----|---|-----|---------|--|---|---|---|--------|--|---|---|---|----|
| 3.1 | <p>함수 $f(x)$가 $x = 1$에서 미분가능하면 $x = 1$에서 연속이므로,</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \{a \ln x + 6\} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \{bx + 12\}$ <p>로부터 $b = -6$이다.</p> | 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>또, $f(x)$의 $x = 1$에서의 미분계수 $f'(1)$이 존재하므로,</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(a \ln x + 6) - 6}{x - 1} = a \ln \left\{ \lim_{t \rightarrow 0^-} (1 + t)^{\frac{1}{t}} \right\} = a$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-6x + 12) - 6}{x - 1} = -6$ <p>로부터 $a = -6$이다.</p> | 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.2 | <p>$h(x) = f(x) - g(x) + c = \begin{cases} -6 \ln x + 3x^2 - 6x + 6 & (0 < x \leq 1) \\ 3x^2 - 12x + 12 & (x > 1) \end{cases}$</p> <p>라 두면, 방정식 $f(x) = g(x)$의 해는 방정식 $h(x) = c$의 해와 같다.</p> $h'(x) = \begin{cases} -\frac{6}{x} + 6x - 6 & (0 < x \leq 1) \\ 6x - 12 & (x > 1) \end{cases}$ <p>이므로 $h'(x) = 0$인 x의 값은 2, $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \infty$이므로 함수 $h(x)$의 증감표와 그래프는 다음과 같다.</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>(0)</td> <td>...</td> <td>2</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$h'(x)$</td> <td></td> <td>—</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$h(x)$</td> <td></td> <td>↘</td> <td>0</td> <td>↗</td> </tr> </table> <div style="text-align: center;"> </div> <p>따라서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 $c < 0$일 때 0, $c = 0$일 때 1, $c > 0$일 때 2이다.</p> | x | (0) | ... | 2 | ... | $h'(x)$ | | — | 0 | + | $h(x)$ | | ↘ | 0 | ↗ | 15 |
| x | (0) | ... | 2 | ... | | | | | | | | | | | | | |
| $h'(x)$ | | — | 0 | + | | | | | | | | | | | | | |
| $h(x)$ | | ↘ | 0 | ↗ | | | | | | | | | | | | | |
| 3.3 | <p>방정식 $f(x) = g(x)$가 $c = 0$일 때 1개의 실근을 갖고 이때 두 곡선은 $x = 2$에서 접하므로 도형의 넓이는 다음과 같다.</p> $\int_{\frac{1}{2}}^2 \{f(x) - g(x)\} dx$ $= \int_{\frac{1}{2}}^1 (-6 \ln x + 6) dx + \int_1^2 (-6x + 12) dx - \int_{\frac{1}{2}}^2 (-3x^2 + 6x) dx$ | 10 | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|--|--|--|
| | $= \left[-6x \ln x + 12x \right]_{\frac{1}{2}}^1 + \left[-3x^2 + 12x \right]_1^2 - \left[-x^3 + 3x^2 \right]_{\frac{1}{2}}^2$ $= \frac{45}{8} - 3\ln 2$ | |
|--|--|--|

7. 예시 답안

[3.1] 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분가능하면 $x=1$ 에서 연속이므로,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \{a \ln x + 6\} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \{bx + 12\}$$

로부터 $b=-6$ 이다. 또, $f(x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수 $f'(1)$ 이 존재하므로,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(a \ln x + 6) - 6}{x - 1} = \lim_{t \rightarrow 0^-} \frac{a \ln(1+t)}{t} = a \ln \left(\lim_{t \rightarrow 0^-} (1+t)^{\frac{1}{t}} \right) = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(-6x + 12) - 6}{x - 1} = -6$$

로부터 $a=-6$ 이다.

[3.2] 함수 $h(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$h(x) = f(x) - g(x) + c = \begin{cases} -6 \ln x + 3x^2 - 6x + 6 & (0 < x \leq 1) \\ 3x^2 - 12x + 12 & (x > 1) \end{cases}$$

방정식 $f(x) = g(x)$ 의 해는 방정식 $h(x) = c$ 의 해와 같다.

한편 $h(x)$ 도 $x=1$ 에서 미분가능하고, $f'(1) = -6$, $g'(1) = 0$ 이므로

$h'(1) = f'(1) - g'(1) = -6$ 에서

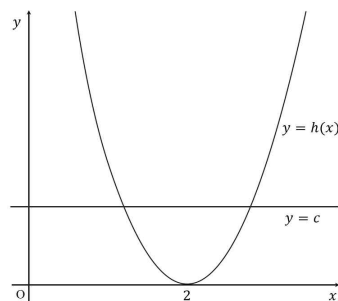
$$h'(x) = \begin{cases} -\frac{6}{x} + 6x - 6 & (0 < x \leq 1) \\ 6x - 12 & (x > 1) \end{cases}$$

이므로 $h'(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값은 2이다.

또 $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \infty$ 이므로 함수 $h(x)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내고,

이를 이용하여 그래프를 그리면 다음과 같다.

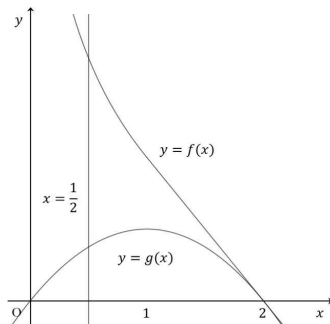
| x | (0) | ... | 2 | ... |
|---------|-----|-----|---|-----|
| $h'(x)$ | | - | 0 | + |
| $h(x)$ | | ↘ | 0 | ↗ |



따라서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는
 $c < 0$ 일 때 0, $c = 0$ 일 때 1, $c > 0$ 일 때 2이다.

[3.3] 방정식 $f(x) = g(x)$ 가 $c = 0$ 일 때 1개의 실근을 가지므로

두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 직선 $x = \frac{1}{2}$ 로 둘러싸인 도형은 아래 그림과 같다.



두 곡선은 $x = 2$ 에서 접하므로 도형의 넓이는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{2}}^2 \{f(x) - g(x)\} dx &= \int_{\frac{1}{2}}^1 (-6\ln x + 6) dx + \int_1^2 (-6x + 12) dx - \int_{\frac{1}{2}}^2 (-3x^2 + 6x) dx \\ &= \left[-6x \ln x + 12x \right]_{\frac{1}{2}}^1 + \left[-3x^2 + 12x \right]_1^2 - \left[-x^3 + 3x^2 \right]_{\frac{1}{2}}^2 \\ &= \frac{45}{8} - 3\ln 2 \end{aligned}$$

문항카드 4

1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|-------------------------------------|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술(논술전형) | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오후 / 문제 1 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학 I, 수학 II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 경우의 수, 도함수, 함수의 극한, 곱의 미분, 여러 가지 수열 |
| 예상 소요 시간 | 34분 / 전체 100분 | |

2. 문항 및 제시문

[문제 1] 다음 물음에 답하시오.

[1.1] 서로 다른 강아지 4마리와 고양이 5마리 중에서 일부를 선물하려고 한다. 다음을 구하시오.

- (1) 연수에게 3마리를 주려고 할 때, 강아지와 고양이를 적어도 1마리씩 주는 경우의 수
 (2) 민수와 창수에게 각각 2마리를 주는 경우의 수 (단, 민수에게 고양이를 적어도 1마리 준다면, 창수에게는 강아지를 적어도 1마리 준다.)

[1.2] 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{n} = \frac{n(n+5)}{2}$$

를 만족시키고

$$T_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}$$

이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$ 의 값을 구하시오.

[1.3] 실수 전체에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = x^2 f(x) - 16$

(나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = -4$

3. 출제 의도

고등학교 과정 수학에서 다루는 기본적인 내용에 대한 이해도를 평가하고자 하였다. 이를 위하여 고등학교 수학에서 배우는 경우의 수, 수열의 합과 극한, 미분의 개념을 알고 있는지 확인하는 문항들로 구성하였다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [1.1] 고등학교 수학에서 배우는 개념들은 경우의 수를 이용하여 사회현상을 수학적 모델로 설명할 수 있으며, 조합을 활용하여 제시된 조건에 대한 경우의 수를 구할 수 있는지 평가한다.
- [1.2] 수열의 합이 주어진 식으로부터 수열의 일반항을 구하고 급수의 합의 극한을 구할 수 있는지 평가한다. 유리식을 부분분수로 변환할 수 있어야 한다.
- [1.3] 함수의 미분을 통해 주어진 조건을 설명하는 함수에 대한 여러 정보를 알아낼 수 있으며, 도함수를 확실히 이해하고 있고 제시된 함수에 적용할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|----------|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 1.1 | [수학] - (6) 확률과 통계 - ① 경우의 수 [10수학05-01] 합의 법칙과 곱의 법칙을 이해하고, 이를 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다. [10수학05-03] 조합의 의미를 이해하고, 조합의 수를 구할 수 있다. |
| 1.2 | [수학 I] - (3) 수열 - ② 수열의 합 [12수학 I 03-04] Σ 의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. [12수학 I 03-05] 여러 가지 수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구할 수 있다. |
| 1.3 | [수학 II] - (2) 미분 - ② 도함수 [12수학 II 02-03] 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다. [12수학 II 02-05] 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|-------|-------|--------|------|----------------|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 115~276 |
| | 수학 | 이준열 외 | 천재교육 | 2021 | 272~275 |
| | 수학 I | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 140~143 |
| | 수학 II | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 62~71 |
| | 미적분 | 이준열 외 | 천재교육 | 2021 | 11~15 30~34 |
| | 미적분 | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2020 | 48~57 |

5. 문항 해설

- [1.1] 문항의 상황을 이해하고 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하기 위해, 합의 법칙, 곱의 법칙, 조합을 이용할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [1.2] 수열의 합과 일반항 사이의 관계를 알고 일반항이 분수 형태로 주어진 수열의 합을 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
- [1.3] 극한값이 존재할 조건, 함수의 미분의 정의, 곱의 미분법을 안다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| 1.1 | 연수에게 강아지 1마리와 고양이 2마리, 그리고 강아지 2마리와 고양이 1마리를 주는 경우의 수는 다음과 같다. $C_1 \times C_2 + C_2 \times C_1 = 70$ | 5 |
| | 두 사람에게 각각 2마리를 주는 전체 경우의 수는 ${}_9C_2 \times {}_7C_2$ 이다. 이 중, (a) 고양이와 강아지를 1마리씩 민수에게 주고, 고양이 2마리를 창수에게 주는 경우 (b) 고양이 2마리를 민수에게 주고, 나머지 고양이 중 2마리를 창수에게 주는 경우 를 모두 빼면 다음과 같이 구할 수 있다. ${}_9C_2 \times {}_7C_2 - ({}_5C_1 \times {}_4C_1 \times {}_4C_2 + {}_5C_2 \times {}_3C_2) = 756 - (120 + 30) = 606$ | 7 |
| 1.2 | $a_1 = \frac{1 \times 6}{2} = 3$ 이고, $n \geq 2$ 일 때 $\frac{a_n}{n} = \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{n} \right) - \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{n-1} \right)$ $= \frac{n(n+5)}{2} - \frac{(n-1)(n+4)}{2}$ $= n+2$ 이므로 $a_n = n(n+2)$ 이다. 이것은 $n=1$ 인 경우도 포함하므로 $a_n = n(n+2) \quad (n \geq 1)$ | 5 |
| | $T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$ 이다. 따라서 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{3}{4}$ 이다. | 6 |
| 1.3 | 주어진 조건으로부터 $g(3) = 9f(3) - 16, \quad f(3) = g(3)$ 이므로 $g(3) = f(3) = 2$ 이다. | 4 |
| | 첫 번째 조건식의 양변을 x 에 관하여 미분하고 $x=3$ 을 대입하면 $g'(3) = 12 + 9f'(3)$ 이고, 두 번째 조건으로부터 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} - \frac{g(x) - g(3)}{x - 3} \right)$ | 7 |

$$= f'(3) - g'(3) = -4$$

이다. 따라서 $g'(3) = 3$ 이다.

7. 예시 답안

[1.1]

(1) 연수에게 강아지 1마리와 고양이 2마리, 그리고 강아지 2마리와 고양이 1마리를 주는 경우의 수는 $C_1 \times C_2 + C_2 \times C_1 = 70$ 이다.

(2) 두 사람에게 각각 2마리를 주는 전체 경우의 수는 ${}_9C_2 \times {}_7C_2$ 이다. 이 중,

(a) 고양이와 강아지를 1마리씩 민수에게 주고, 고양이 2마리를 창수에게 주는 경우

(b) 고양이 2마리를 민수에게 주고, 나머지 고양이 중 2마리를 창수에게 주는 경우
를 모두 빼면

$${}_9C_2 \times {}_7C_2 - ({}_5C_1 \times {}_4C_1 \times {}_4C_2 + {}_5C_2 \times {}_3C_2) = 756 - (120 + 30) = 606$$

이다.

[1.2] $a_1 = \frac{1 \times 6}{2} = 3$ 이고, $n \geq 2$ 일 때

$$\begin{aligned} \frac{a_n}{n} &= \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_n}{n} \right) - \left(a_1 + \frac{a_2}{2} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{n-1} \right) \\ &= \frac{n(n+5)}{2} - \frac{(n-1)(n+4)}{2} = n+2 \end{aligned}$$

이므로 $a_n = n(n+2)$ 이다. 이것은 $n=1$ 인 경우도 포함하므로

$$a_n = n(n+2) \quad (n \geq 1)$$

이고

$$T_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right)$$

이다. 따라서

$$\lim_{n \rightarrow \infty} T_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} \right) = \frac{3}{4}$$

이다.

[1.3] 주어진 조건으로부터

$$g(3) = 9f(3) - 16, \quad f(3) = g(3)$$

이므로 $g(3) = f(3) = 2$ 이다.

첫 번째 조건식의 양변을 x 에 관하여 미분하고 $x=3$ 을 대입하면

$$g'(3) = 12 + 9f'(3)$$

이고, 두 번째 조건으로부터

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{f(x) - f(3)}{x - 3} - \frac{g(x) - g(3)}{x - 3} \right) = f'(3) - g'(3) = -4$$

이다. 따라서 $g'(3) = 3$ 이다.

문항카드 5

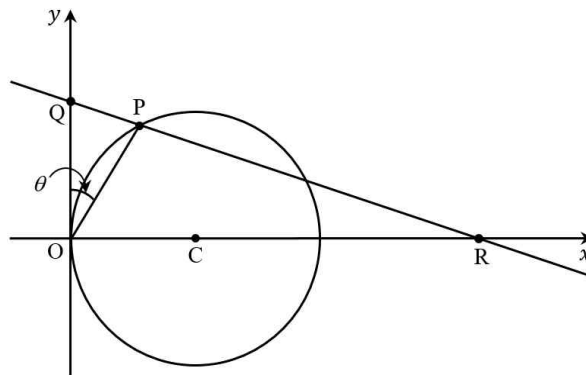
1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|----------------------------------|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술(논술전형) | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오후 / 문제 2 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학 I, 수학 II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 직선의 방정식, 일반각과 호도법, 삼각함수, 도함수, 미분 |
| 예상 소요 시간 | 33분 / 전체 100분 | |

2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림은 중심이 점 $C(2,0)$ 이고 반지름의 길이가 2인 원과 그 위의 점 P 를 지나는 직선을 나타낸다.



- (가) 점 P 는 제1사분면에 있고, y 축과 선분 OP 가 이루는 예각을 θ 라 하자.
 (나) 점 Q 는 y 축 위에 있고, 선분 OQ 의 길이는 호 OP 의 길이와 같다.
 (다) 두 점 P, Q 를 지나는 직선이 x 축과 만나는 점은 R 이다.
 (라) 호 OP 와 선분 OP 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 , 삼각형 ORP 의 넓이를 S_2 ,

$$f(\theta) = \frac{S_1 \times S_2}{\theta} \text{라 하자.}$$

[2.1] $\angle OCP$ 의 크기를 θ 에 대한 식으로 나타내시오.

[2.2] S_1 을 θ 에 대한 식으로 나타내시오.

[2.3] $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때, 두 점 P, Q 를 지나는 직선의 기울기를 구하시오.

[2.4] $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 일 때, 함수 $f(\theta)$ 의 최댓값을 구하시오.

3. 출제 의도

제시문에 설명한 도형에 대하여 충분히 이해하고, 주어진 조건을 적절히 활용하여 필요한 결과를 수학적으로 도출하는 것은 학생이 갖춰야 할 기본 능력이다. 이 문제를 풀기 위한 개념은 호도법, 삼각함수, 직선의 기울기, 삼각함수의 미분, 최댓값 등 고등학생이 알아야 할 기본적인 내용이다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [2.1] 삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있는지 평가한다.
- [2.2] 부채꼴과 삼각형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.
- [2.3] 주어진 조건을 만족하는 점의 좌표를 찾고 직선의 방정식을 구할 수 있는지 평가한다.
- [2.4] 부채꼴과 삼각형의 넓이로 정의된 함수의 표현식을 찾고, 이 함수에 삼각함수의 미분을 이용하여 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|----------|---|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. |
| 2.1 | [수학 I] - (2) 삼각함수 - ① 삼각함수의 뜻과 그래프 [12수학 I 02-01] 일반각과 호도법의 뜻을 안다. |
| 2.2 | [수학 I] - (2) 삼각함수의 활용- ① 사인법칙 [12수학 I 02-03] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. |
| 2.3 | [수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식 [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. |
| 2.4 | [수학 II] - (2) 미분 - ③ 도함수의 활용 [12수학 II 02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다. [미적분] - (2) 미분법 ① 여러 가지 함수의 미분 [12미적분02-05] 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|-------|-------|------|------|----------------|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 127~130 |
| | 수학 I | 김원영 외 | 비상교육 | 2021 | 65~70 71~75 |
| | 수학 II | 박교식 외 | 동아출판 | 2021 | 62~67 81~88 |
| | 미적분 | 이준열 외 | 천재교육 | 2021 | 71~77 |

5. 문항 해설

- [2.1] 중심각의 크기와 호의 길이와의 관계를 이해하면 쉽게 해결할 수 있다.
 [2.2] 중심각의 크기와 반지름을 알 때 부채꼴의 넓이를 구할 수 있고, 삼각형의 넓이를 사인법칙을 이용하여 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.
 [2.3] 각을 이용하여 점의 좌표를 표현하고 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구할 수 있으면 쉽게 해결할 수 있다.
 [2.4] 삼각함수의 미분을 이용하여 함수의 최댓값을 구할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| 2.1 | 삼각형 OCP는 이등변삼각형이고 $\angle OPC = \angle POC = \frac{\pi}{2} - \theta$ 이므로 $\angle OCP = \pi - \angle POC - \angle OPC = 2\theta$ 이다. | 6 |
| 2.2 | 부채꼴 OCP의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2^2 \times 2\theta = 4\theta$ 이고, 삼각형 OCP의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sin 2\theta = 2\sin 2\theta$ 이므로 $S_1 = 2(2\theta - \sin 2\theta)$ 이다. | 6 |
| 2.3 | 점 P의 좌표는 $(2 - 2\cos \frac{\pi}{3}, 2\sin \frac{\pi}{3}) = (1, \sqrt{3})$, 점 Q의 좌표는 $(0, \frac{2\pi}{3})$ 이므로 점 P, Q를 지나는 직선의 기울기는 다음과 같다. $\frac{\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}}{1 - 0} = \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ | 6 |
| 2.4 | 점 P의 좌표는 $(2 - 2\cos 2\theta, 2\sin 2\theta)$ 이고, 점 Q의 좌표는 $(0, 4\theta)$ 이므로 점 P와 점 Q를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{2\sin 2\theta - 4\theta}{2 - 2\cos 2\theta} = \frac{\sin 2\theta - 2\theta}{1 - \cos 2\theta}$ 이다. 또 점 P와 점 Q를 지나는 직선의 방정식은 $y = \frac{\sin 2\theta - 2\theta}{1 - \cos 2\theta}x + 4\theta$ 이므로 점 R의 x좌표는 $x = \frac{4\theta(1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta}$ 이고, $S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4\theta(1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta} \times 2\sin 2\theta = \frac{4\theta \sin 2\theta (1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta}$ 이다. | 5 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|---|------------|---------|------------|-----------|-----|-----------|--------------|--|---|---|---|--|-------------|--|------------|----|------------|--|---|
| | $f(\theta) = \frac{S_1 \times S_2}{\theta} = 8\sin 2\theta(1 - \cos 2\theta)$ <p>이다. $f(\theta)$를 θ에 대하여 미분하면</p> $f'(\theta) = 16\cos 2\theta(1 - \cos 2\theta) + 16\sin^2 2\theta = 16(1 - \cos 2\theta)(1 + 2\cos 2\theta)$ <p>인데 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$에서 $\cos 2\theta \neq 1$이므로 $\cos 2\theta = -\frac{1}{2}$, 즉 $\theta = \frac{\pi}{3}$일 때 $f'(\theta) = 0$이다. $f'(\theta)$의 부호를 조사하여 $f(\theta)$의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.</p> <table> <tr> <td>θ</td> <td>(0)</td> <td>...</td> <td>$\pi/3$</td> <td>...</td> <td>$(\pi/2)$</td> </tr> <tr> <td>$f'(\theta)$</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$f(\theta)$</td> <td></td> <td>\nearrow</td> <td>최대</td> <td>\searrow</td> <td></td> </tr> </table> | θ | (0) | ... | $\pi/3$ | ... | $(\pi/2)$ | $f'(\theta)$ | | + | 0 | - | | $f(\theta)$ | | \nearrow | 최대 | \searrow | | 5 |
| θ | (0) | ... | $\pi/3$ | ... | $(\pi/2)$ | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f'(\theta)$ | | + | 0 | - | | | | | | | | | | | | | | | | |
| $f(\theta)$ | | \nearrow | 최대 | \searrow | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | <p>함수 $f(\theta)$는 $\theta = \frac{\pi}{3}$에서 다음의 최댓값을 갖는다.</p> $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 8\sin \frac{2\pi}{3}\left(1 - \cos \frac{2\pi}{3}\right) = 6\sqrt{3}$ | 5 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

7. 예시 답안

[2.1] 삼각형 OCP는 이등변삼각형이고 $\angle OPC = \angle POC = \frac{\pi}{2} - \theta$ 이므로

$$\angle OCP = \pi - \angle POC - \angle OPC = 2\theta$$

이다.

[2.2] 부채꼴 OCP의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2^2 \times 2\theta = 4\theta$$

이고, 삼각형 OCP의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2\sin 2\theta = 2\sin 2\theta$$

이므로 $S_1 = 2(2\theta - \sin 2\theta)$ 이다.

[2.3] 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = 2 - 2\cos \frac{\pi}{3} = 1, \quad y = 2\sin \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

이고, 점 Q의 좌표는 $\left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$ 이므로 점 P와 점 Q를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}}{1 - 0} = \sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$$

이다.

[2.4] 점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면

$$x = 2 - 2\cos 2\theta, \quad y = 2\sin 2\theta$$

이고, 점 Q의 좌표는 $(0, 4\theta)$ 이므로 점 P와 점 Q를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{2\sin 2\theta - 4\theta}{2 - 2\cos 2\theta} = \frac{\sin 2\theta - 2\theta}{1 - \cos 2\theta}$$

이다. 또 점 P와 점 Q를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{\sin 2\theta - 2\theta}{1 - \cos 2\theta} x + 4\theta$$

이므로 점 R의 x 좌표는 $x = \frac{4\theta(1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta}$ 이고,

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{4\theta(1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta} \times 2\sin 2\theta = \frac{4\theta \sin 2\theta (1 - \cos 2\theta)}{2\theta - \sin 2\theta}$$

이다. 따라서

$$f(\theta) = \frac{S_1 \times S_2}{\theta} = 8\sin 2\theta (1 - \cos 2\theta)$$

이다. $f(\theta)$ 를 θ 에 대하여 미분하면

$$f'(\theta) = 16\cos 2\theta (1 - \cos 2\theta) + 16\sin^2 2\theta = 16(1 - \cos 2\theta)(1 + 2\cos 2\theta)$$

인데 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 에서 $\cos 2\theta \neq 1$ 이므로 $\cos 2\theta = -\frac{1}{2}$, 즉 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 일 때 $f'(\theta) = 0$ 이다.

$f'(\theta)$ 의 부호를 조사하여 $f(\theta)$ 의 증가와 감소를 표로 나타내면 다음과 같다.

| θ | (0) | ... | $\frac{\pi}{3}$ | ... | $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ |
|--------------|-----|-----|-----------------|-----|------------------------------|
| $f'(\theta)$ | | + | 0 | - | |
| $f(\theta)$ | | ↗ | 최대 | ↘ | |

따라서 함수 $f(\theta)$ 는 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 8\sin \frac{2\pi}{3} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{3}\right) = 6\sqrt{3}$$

을 갖는다.

문항카드 6

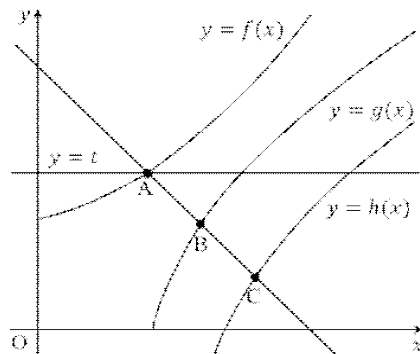
1. 일반 정보

| | | |
|----------------------|--|--|
| 유형 | <input checked="" type="checkbox"/> 논술고사 <input type="checkbox"/> 면접 및 구술고사 <input type="checkbox"/> 선다형고사 | |
| 전형명 | 논술(논술전형) | |
| 해당 대학의 계열(과목) / 문항번호 | 자연계열(수학) 오후 / 문제 3 | |
| 출제 범위 | 수학과 교육과정 과목명 | 수학, 수학II, 미적분 |
| | 핵심개념 및 용어 | 이차함수, 무리함수, 역함수, 거리, 접선의 방정식, 미분, 넓이, 적분 |
| 예상 소요 시간 | 33분 / 전체 100분 | |

2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

아래 그림은 세 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ 와 직선 $y = t$ 를 나타낸다. (단, $\frac{5}{2} < t < 5$)



(가) $f(x) = \frac{1}{9}(x+1)^2 + 2$ ($x \geq 0$), $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수, $h(x) = 3\sqrt{x-3} - 2$ 이다.

(나) 직선 $y = t$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 만나는 점을 A라 하자.

(다) 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 두 곡선 $y = g(x)$, $y = h(x)$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자.

[3.1] 선분 BC의 길이를 구하시오.

[3.2] $\overline{AB} = \overline{BC}$ 를 만족시키는 t 의 값을 구하시오.

[3.3] 문항 [3.2]를 만족시키는 t 에 대하여, 곡선 $y = f(x)$ 와 이 곡선 위의 점 A에서의 접선 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

3. 출제 의도

이 문제는 역함수 및 대칭이동 관계에 있는 함수의 그래프를 통해 그 그래프 위의 점들이 어떠한 관계에 있는지 이해하는 능력을 확인하고자 한다. 대칭 및 평행이동 관계에 있는 점 사이의 거리를 통해 주어진 조건에 맞는 해를 구하도록 한다. 또한 곡선 위의 점에서 접선의 방정식을 구하고 다항식의 적분을 통해 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다. 풀이 과정에서 주어진 제시문과 고등학교 수학 지식을 적절히 이용하여야 한다.

문항별 출제 의도는 다음과 같다.

- [3.1] 주어진 함수의 역함수를 구하고 이의 그래프가 주어진 다른 함수의 그래프와 대칭이동 관계에 있음을 이해할 수 있는지 평가한다.
 [3.2] 역함수 관계에 있는 두 함수의 그래프 위의 두 점이 대칭 관계에 있음을 이해하고 이를 통해 조건에 맞는 해를 구할 수 있는지 평가한다.
 [3.3] 곡선 위의 점에서 접선의 방정식을 구하고 다항식의 적분을 통해 도형의 넓이를 구할 수 있는지 평가한다.

4. 출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취 기준

| 적용 교육과정 | 교육부 고시 제2020-236호 [별책 8] “수학과 교육과정” |
|----------|--|
| 문항 및 제시문 | 학습내용 성취 기준 |
| 제시문 | [수학] - (4) 함수 - ① 함수 [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. |
| 3.1 | [수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [10수학02-03] 직선의 방정식을 구할 수 있다. [10수학02-04] 두 직선의 평행 조건과 수직 조건을 이해한다. |
| 3.2 | [수학] (2) 방정식과 부등식 - ② 이차방정식과 이차함수 [10수학01-06] 이차방정식의 실근과 허근의 뜻을 안다. [수학] - (3) 도형의 방정식 - ② 직선의 방정식 [10수학02-01] 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. [수학] - (5) 함수 - ① 함수 [10수학04-03] 역함수의 의미를 이해하고, 주어진 함수의 역함수를 구할 수 있다. |
| 3.3 | [미적분] - (2) 미분법 - ③ 도함수의 활용 [12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [수학II] - (2) 미분 - ① 미분계수 [12수학II02-06] 접선의 방정식을 구할 수 있다. [수학II] - (3) 적분 - ② 정적분 [12미적03-05] 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다. [미적분] - (3) 적분법 - ① 여러 가지 적분법 [12미적03-03] 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다. |

나) 자료 출처

| 참고자료 | 도서명 | 저자 | 발행처 | 발행년도 | 쪽수 |
|----------|------|-------|--------|------|--------------------|
| 고등학교 교과서 | 수학 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 110~163 219~231 |
| | 수학II | 김원경 외 | 비상교육 | 2020 | 125~131 |
| | 수학II | 고성은 외 | 좋은책신사고 | 2020 | 123~126 |
| | 수학II | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 75~77 |
| | 미적분 | 김원경 외 | 비상교육 | 2020 | 96~112 |
| | 미적분 | 홍성복 외 | 지학사 | 2021 | 138~173 |

5. 문항 해설

- [3.1] 곡선이 평행이동을 이해하면 쉽게 해결할 수 있다.
 [3.2] 함수의 그래프와 역함수의 그래프와의 관계를 이해하면 쉽게 해결할 수 있다.
 [3.3] 이차함수의 접선을 구할 수 있고 다항함수들로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하기 위해 적분을 이용할 수 있다면 쉽게 해결할 수 있다.

6. 채점 기준

| 하위 문항 | 채점 기준 | 배점 |
|-------|--|----|
| 3.1 | $g(x)$ 는 함수 $f(x) = \frac{1}{9}(x+1)^2 + 2$ 의 역함수이므로 $g(x) = 3\sqrt{x-2} - 1$ 이다. | 4 |
| | 직선 BC의 기울기가 -1 이므로, 점 C는 점 B를 x 축의 방향으로 c (상수)만큼, y 축의 방향으로 $-c$ 만큼 평행 이동한 점이다. 점 B는 $y = g(x)$ 위에 있고, 점 C는 $y = h(x)$ 위에 있는데, 함수 $h(x) = 3\sqrt{x-3} - 2$ 의 그래프는 함수 $g(x) = 3\sqrt{x-2} - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행 이동한 것이므로 $c = 1$ 이다. 따라서 $\overline{BC} = \sqrt{2}$ 이다. | 7 |
| 3.2 | $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이고 선분 AB의 기울기가 -1 이므로, 두 점 A와 B는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다. 따라서 A(p, t)이라 하면 B(t, p)이다. (단, $t > p$) $\overline{AB} = \sqrt{2(p-t)^2}$ | 4 |
| | $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$ 이므로 $t = p + 1$ 이고, A은 $y = f(x)$ 위의 점이므로 $t = \frac{1}{9}(p+1)^2 + 2 \text{에서 } t = \frac{1}{9}t^2 + 2$ $t^2 - 9t + 18 = (t-3)(t-6) = 0$ 이다. 그런데 $\frac{5}{2} < t < 5$ 이므로 $t = 3$ 이다. | 7 |

| | | |
|-----|--|---|
| 3.3 | $t = 3$ 을 대입하면, A (2, 3)이다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A (2, 3)에서의 접선의 기울기는 $f'(2) = \frac{2}{9}(2+1) = \frac{2}{3}$ 이다. | 5 |
| | 접선의 방정식은 $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ 이다. 따라서 구하는 도형의 넓이는 $\int_0^2 \left\{ \frac{1}{9}(x+1)^2 + 2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \right\} dx = \frac{8}{27}$ 이다. | 6 |

7. 예시 답안

[3.1] $g(x)$ 는 함수 $f(x) = \frac{1}{9}(x+1)^2 + 2$ 의 역함수이므로

$$g(x) = 3\sqrt{x-2} - 1$$

이다.

직선 BC의 기울기가 -1 이므로, 점 C는 점 B를 x 축의 방향으로 c (상수)만큼, y 축의 방향으로 $-c$ 만큼 평행 이동한 점이다.

점 B는 $y = g(x)$ 위에 있고, 점 C는 $y = h(x)$ 위에 있는데, 함수 $h(x) = 3\sqrt{x-3} - 2$ 의 그래프는 함수 $g(x) = 3\sqrt{x-2} - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행 이동한 것이므로 $c = 1$ 이다.

따라서 $\overline{BC} = \sqrt{2}$ 이다.

[3.2] $g(x)$ 는 함수 $f(x)$ 의 역함수이고 선분 AB의 기울기가 -1 이므로, 두 점 A와 B는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다. 따라서 A(p, t)이라 하면 B(t, p)이다. (단, $t > p$)

$$\overline{AB} = \sqrt{2(p-t)^2}$$

이다. $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$ 이므로 $t = p + 1$

한편 A은 $y = f(x)$ 위의 점이므로

$$t = \frac{1}{9}(p+1)^2 + 2 \text{에서 } t = \frac{1}{9}t^2 + 2$$

$$t^2 - 9t + 18 = (t-3)(t-6) = 0$$

이다. 그런데 $\frac{5}{2} < t < 5$ 이므로 $t = 3$ 이다.

[3.3] $t = 3$ 을 대입하면, A (2, 3)이다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 A (2, 3)에서의 접선의 기울기는

$$f'(2) = \frac{2}{9}(2+1) = \frac{2}{3}$$

이므로, 접선의 방정식은 $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$ 이다. 따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\int_0^2 \left\{ \frac{1}{9}(x+1)^2 + 2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} \right\} dx = \frac{8}{27}$$

이다.