

机器人学——学习笔记5(顺向运动学&DH表达法)

1. 定义

- **运动学 (Kinematics)** : 讨论运动状态本身, 未连接到产生运动的「力」
- 位置(x), 速度(v), 加速度(a)与时间(t)之间的关系:

$$v = \frac{d}{dt}x \quad a = \frac{d}{dt}v$$
$$a = \frac{d^2}{dt^2}x \quad vdv = ads$$

- 移动——位置、速度、加速度;
- 转动——姿态、角速度、角加速度;
- **动力学 (Dynamics)** : 讨论力/力矩如何产生运动
- Newton's 2nd Law:

$$\sum F = ma$$

- Work & Energy 功、能法:

$$T_1 + V_1 + U'_{1-2} = T_2 + V_2$$

能量守恒

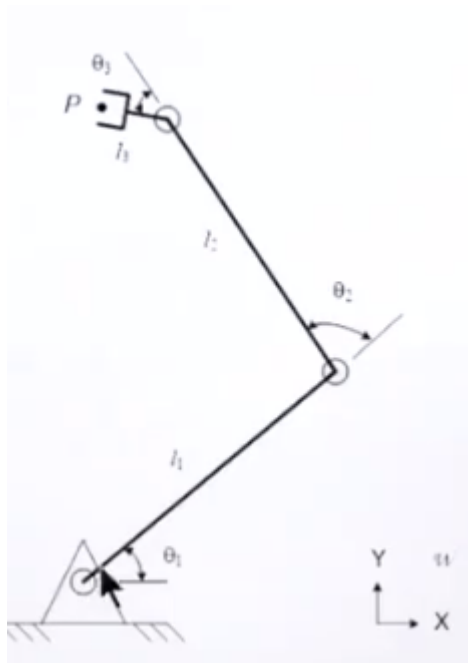
- Impulse & Momentum 冲量、动量守恒:

$$\int \sum F dt = G_2 - G_1$$

合力对时间的积分=动量的变化量

1.1 机械手臂

- 多个杆件(link)相串联, 具有复杂的几何外形;
- 杆件间可以相对移动(prismatic)或转动(revolute), 由驱动器来达成:



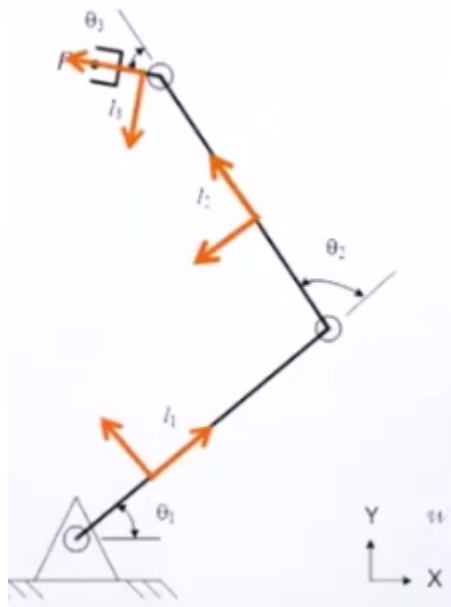
只考虑平面运动

1.2 对应关系

- 需求：手臂末端点状态(位置：P, 速度...)
- 达成方式：驱动各个致动器： ${}^W P = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$
- 若反过来，由期望手臂末端点状态，反推各个驱动器状态——逆向运动学

1.3 描述手臂状态方法

- 找出杆件间的相对几何状态
- 在各个杆件上**建立frame**，以**frame状态**来代表杆件状态



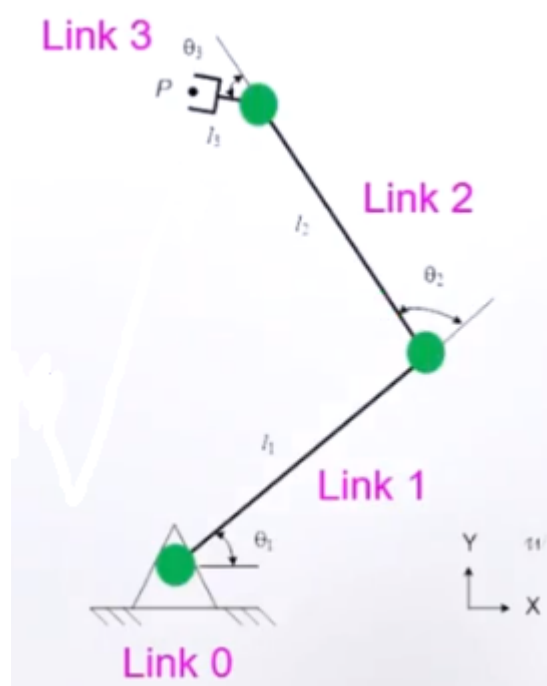
2. 手臂几何描述方式

2.1 Joint (关节)

- 移动——prismatic
- 转动——revolute
- 每个revolute或prismatic的joint具有1DOF——简化
- 每个joint对 **某特定的axis** 进行rotation或 translation

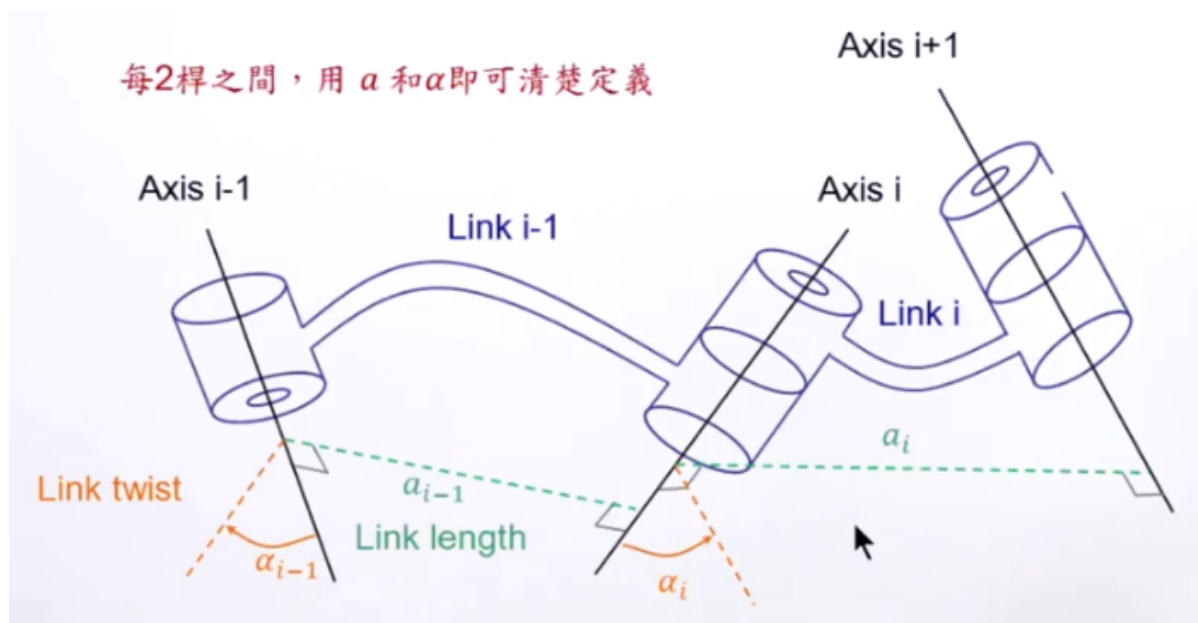
2.2 Link (杆件)

- 连接joints的杆件，为刚体 (rigid body)
- 编号方式：
 - Link 0: 地杆，不动的杆件
 - Link 1: 和Link0相连，第一个可动的杆件
 - Link 2: 第二个可动的杆件
 - ... 依序



2.3 一般情况

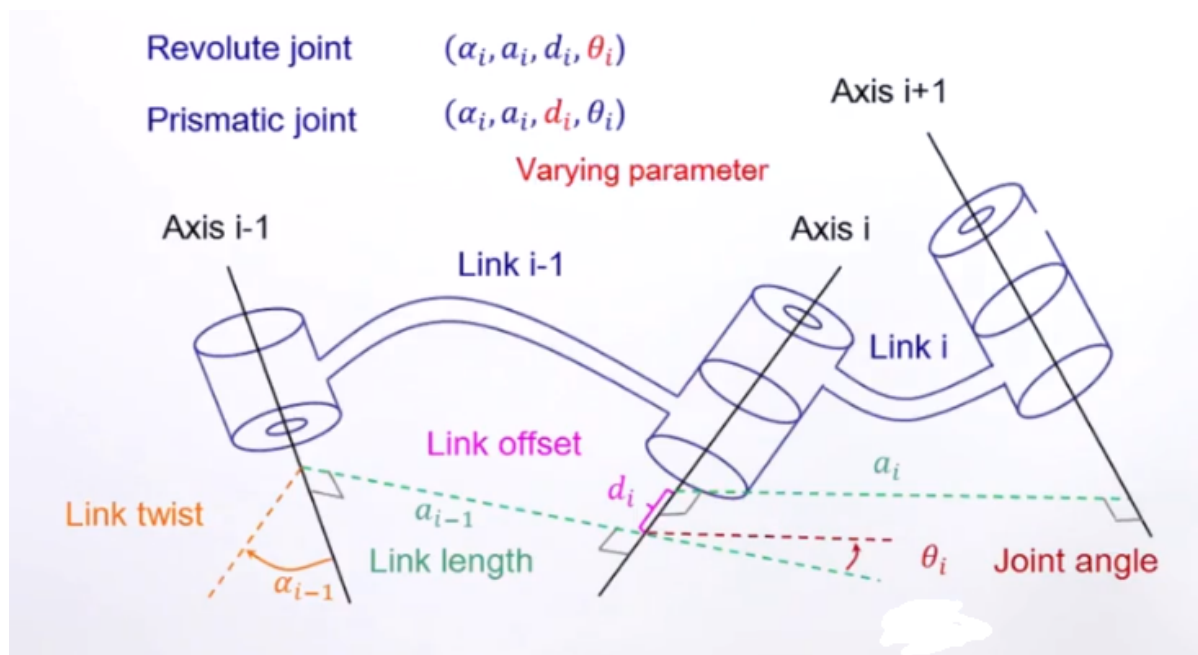
针对空间中2个任意方向的axes，两axes之间具有一线段和此2个axes都相互垂直。Link Length即为线段长度，再加上两个axes之间的角度差，即为Link Twist（连杆扭角）\



若要找到相邻Link Length和Link Twist的关系，还需要知道别的条件

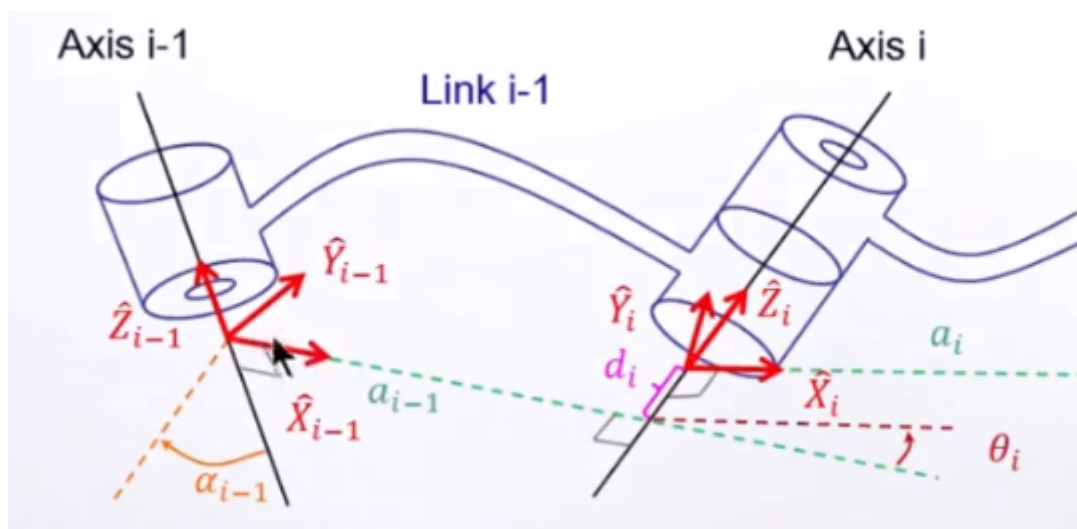
若要**多杆串联**，则另需要两个参数 d_i, θ_i ，来描述相邻线段 a_i, a_{i-1} 之间的关系。

- d_i : Link Offset;
- θ_i : Joint Angle
- 若Axis i 是转动轴，即Revolute Joint，则 $(\alpha_i, a_i, d_i, \theta_i)$ 中，只有 θ_i 是变化的
- 若Axis i 是移动轴，即Prismatic Joint，则 $(\alpha_i, a_i, d_i, \theta_i)$ 中，只有 d_i 是变化的

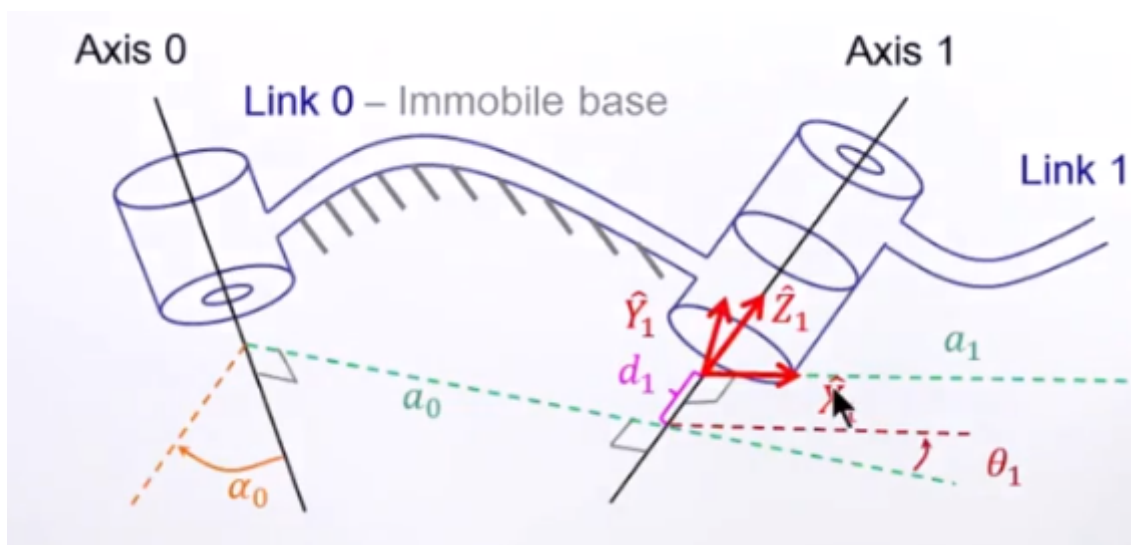


2.4 在杆件上建立Frame

- Z: 转动或移动axis的方向;
- X: 沿着 α 的方向($if \alpha \neq 0$), 和 Z_i, Z_{i-1} 两者都垂直($if \alpha \neq 0$)
- Y: 与X和Z两者垂直，遵循右手定则;



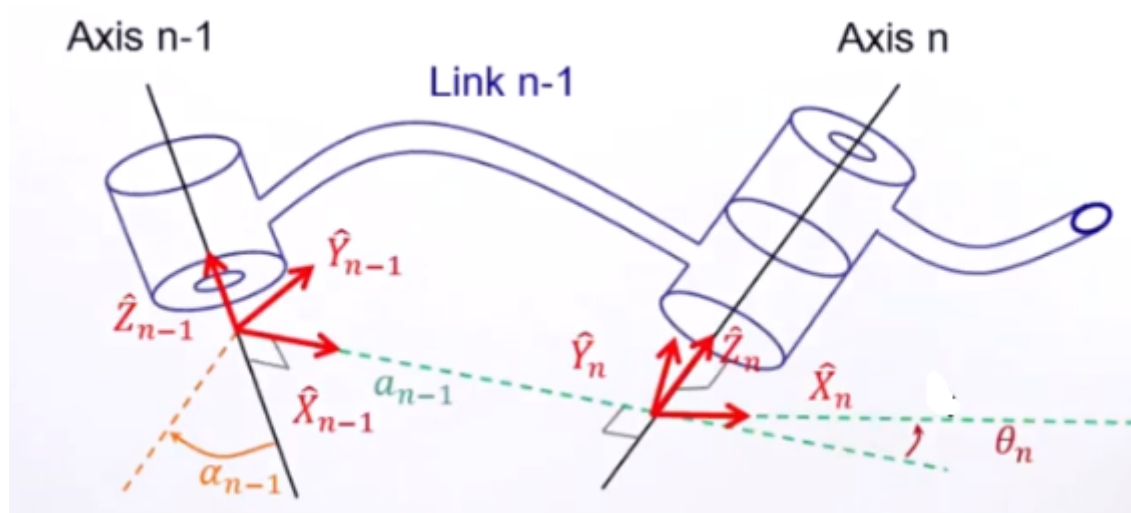
2.5 特殊情况1——地杆Link(0)



此时：

- Frame {0} coincides with frame {1} 即: $a_0 = 0$ & $\alpha_0 = 0$
- 若 1 是 Revolute Joint: θ_1 任意, $d_1 = 0$
- 若 1 是 Prismatic Joint: d_1 任意, $\theta_1 = 0$

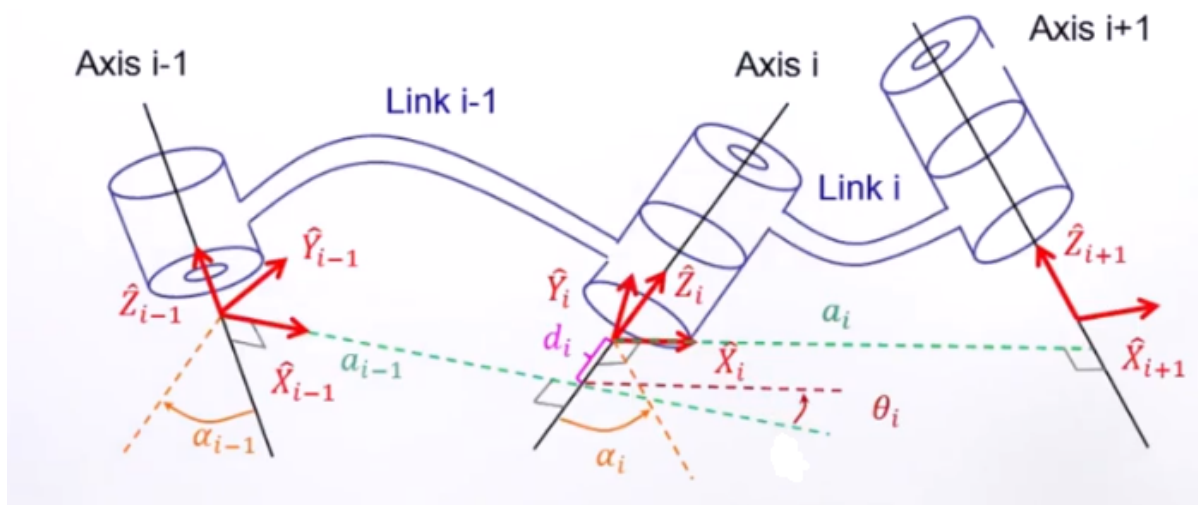
2.6 特殊情况2——最后一个Link(n)



- X_n 与 X_{n-1} 同方向, $a_n = 0$ & $\alpha_n = 0$

- 若 n 是 Revolute Joint: θ_n 任意, $d_n = 0$
- 若 n 是 Prismatic Joint: d_n 任意, $\theta_n = 0$

3. DH表达法——Denavit-Hartenberg(Craig Version)



- α_{i-1} : 以 X_{i-1} 方向看, 是 Z_{i-1}, Z_i 间的夹角; (逆时针为正)
- a_{i-1} : 沿着 X_{i-1} 方向, 是 Z_{i-1}, Z_i 间的距离;
- θ_i : 以 Z_i 方向看, X_{i-1}, X_i 之间的夹角; (逆时针为正)
- d_i : 沿着 Z_i 方向, X_{i-1}, X_i 之间的距离