



1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website.

Objetivo: Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática da função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Nomes: Esther Oliveira Costa, RA 24026817
Higor Luiz Fonseca Dos Santos, RA 24026818
João Victor De Faria Santana, RA 24026811
Mellina Bizinoto Soares de Pádua, RA 24026683

Curso: Cálculo II
Profª Drª Cristina Leite

Turma: CCOMP 2

Descrição

Este trabalho tem como objetivo explorar o Teorema de Taylor e sua aplicação em contextos práticos. O estudo será desenvolvido baseado na ONG Instituto Criativo, localizada em São Paulo, com a intenção de aproximação matemática de funções e demonstrar sua aplicabilidade em previsões, simplificações computacionais e otimizações. A pesquisa abordará os fundamentos teóricos de Taylor e seu uso prático na modelagem matemática, enfatizando sua relevância para a melhoria da eficiência na parte computacional e na tomada de decisões baseadas em dados fictícios.

Introdução

O Teorema de Taylor é uma ferramenta fundamental no Cálculo Diferencial e Integral, permitindo a aproximação de funções complexas por meio de polinômios de grau finito. No contexto computacional, essa técnica é usada para otimizar cálculos, diminuindo o tempo de processamento e melhorando a precisão das previsões. Este trabalho analisa o uso do Polinômio de Taylor, suas vantagens para eficiência computacional e simplicidade em aplicações complexas. A pesquisa visa compreender a matemática da Série de Taylor e sua aplicação em problemas práticos, contribuindo para melhorar soluções tecnológicas no Instituto Criativo.

Descrição

O Teorema de Taylor grau 3, irá analisar o **número de visitantes mensais** ao site do Instituto Criativo. Para esta análise, consideramos o número de visitantes mensais ao site do Instituto Criativo como variável de estudo. Com o aumento contínuo das atividades e eventos promovidos pelo Instituto, é razoável supor que o crescimento no número de visitantes siga um padrão exponencial. A função matemática vai ser utilizada para modelar e prever esse comportamento dentro do site.

Desenvolvimento:

A função modela o crescimento do número de visitantes mensais ao site ao longo do tempo, sendo expressa por: $f(x) = 100 \times e^{0,05x}$

Onde:

- $a = 100$ é o número inicial de visitantes.
- $b = 0,05$ de crescimento dos visitantes.
- x tempo em meses

O polinômio de Taylor de ordem 3 é dado por:

$$T_3 = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3$$

Derivadas de $f(x)$:

1. $f'(x) = 100 \times 0,05 \times e^{0,05x} = 5 \times e^{0,05x}$
2. $f''(x) = 5 \times 0,05 \times e^{0,05x} = 0,25 \times e^{0,05x}$
3. $f'''(x) = 0,25 \times 0,05 \times e^{0,05x} = 0,0125 \times e^{0,05x}$

Escolhemos um ponto x_0 específico, no ponto $x_0 = 0$:

- $f(0) = 100$
- $f'(0) = 5$
- $f''(0) = 0,25$
- $f'''(0) = 0,0125$

$$T_3(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3$$

$$T_3(x) = 100 + 5x + \frac{0,25}{2}x^2 + \frac{0,0125}{6}x^3$$

$$T_3(x) = 100 + 5x + 0,125x^2 + 0,002083x^3$$

Exemplos de Aproximação

A aproximação do número de visitantes para diferentes valores de x (tempo em meses):

- **Para $x = 1$ mês:**

$$T_3(1) = 100 + 5(1) + 0,125(1)^2 + 0,002083(1)^3$$

$$T_3(1) = 100 + 5 + 0,125 + 0,002083$$

$$T_3(1) \approx 105,127083$$

- **Para $x = 2$ meses:**

$$T_3(2) = 100 + 5(2) + 0,125(2)^2 + 0,002083(2)^3$$

$$T_3(2) = 100 + 10 + 0.5 + 0.016664$$

$$T_3(2) \approx 110.516664$$

- **Para $x = 3$ meses:**

$$T_3(3) = 100 + 5(3) + 0.125(3)^2 + 0,002083(3)^3$$

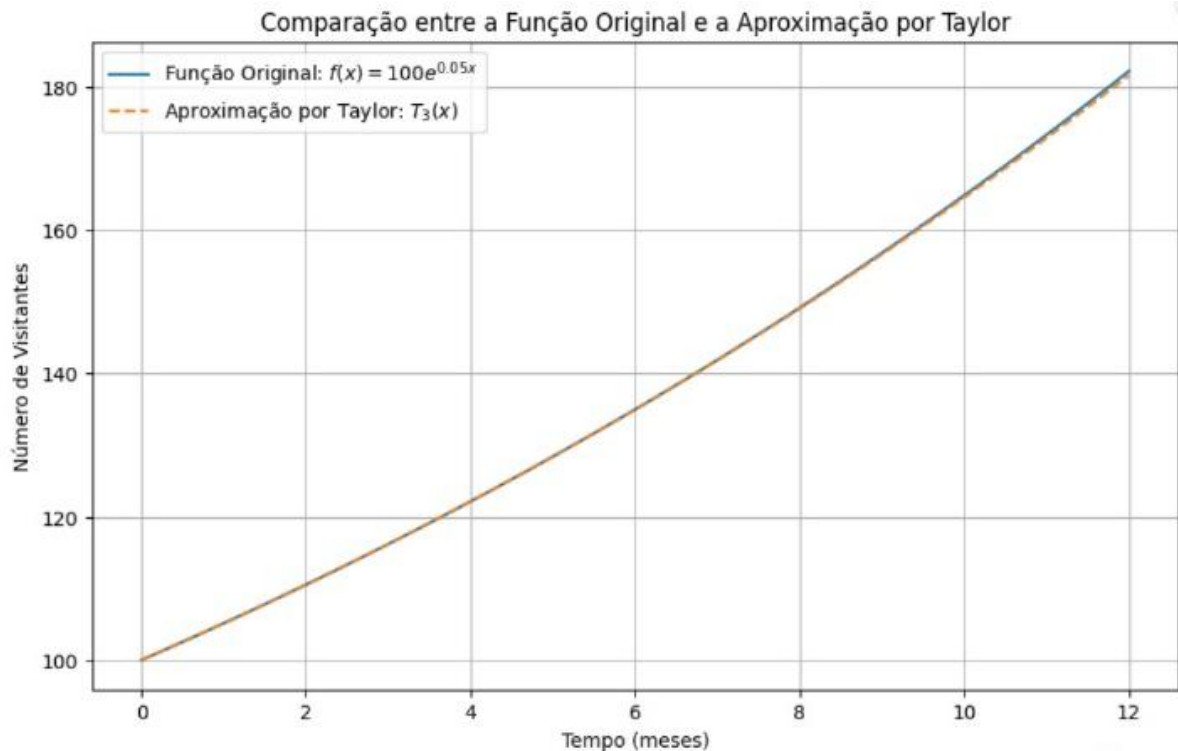
$$T_3(3) = 100 + 15 + 1.125 + 0.056241$$

$$T_3(3) \approx 116.181241$$

Com isso temos uma aproximação do número de visitantes mensais ao site do Instituto Criativo para diferentes valores de x (tempo em meses).

Gráficos:

Gráfico 1: Comparação entre a Função Original e a Aproximação de Taylor

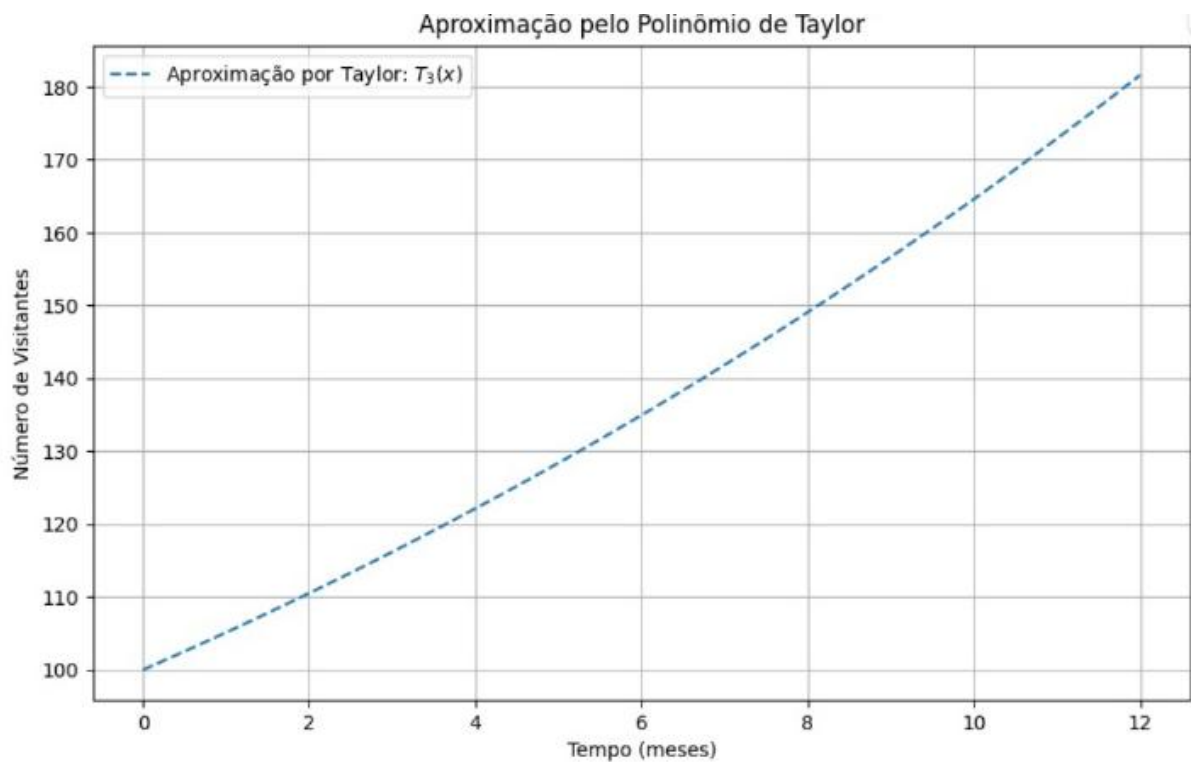


Objetivo: Comparar a curva da função exponencial original com a curva obtida pela aproximação de Taylor (expansão $x = 0$)

Observação: Para valores pequenos de x (por exemplo, $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$), a expansão de Taylor se aproxima muito da função original.

Interpretação: Devido à taxa de crescimento 0,05 ser pequena e o intervalo analisado ser curto, o comportamento da função exponencial é praticamente linear, resultando na sobreposição das curvas no gráfico e capturando bem a variação da função.

Gráfico 2: Aproximação pelo Polinômio de Taylor (Gráfico Isolado)



Objetivo: Este gráfico foca apenas na aproximação feita pelo polinômio de Taylor. Ele mostra como o valor aproximado do número de visitantes evolui com o tempo, usando a expansão aproximada de $x = 0$.

Interpretações: O gráfico evidencia como a aproximação varia de forma quase linear em curtos períodos. Ele reforça que, para os valores de x analisados (1, 2 e 3 meses), a aproximação de Taylor é bastante precisa, visto que os valores aproximados estão muito próximos dos valores exatos da função.

Gráfico 3: Comparação entre a Função Original e a Aproximação de Taylor para estimar número de visitantes



Objetivo: Comparar a função $f(x) = 100 \times e^{0,05x}$ com a aproximação de Taylor para estimar o número de visitantes.

Observação: Para $x = 1$, $x = 2$ e $x = 3$ a aproximação de Taylor de ordem 3 se aproxima bastante da função original devido à pequena taxa de crescimento 0,05.

Interpretação: A aproximação de Taylor captura bem a variação da função no curto prazo, sendo precisa para valores pequenos.

Bibliografia:

- <https://www.institutocriativo.com.br/>
- <https://ead.graduacao.fecap.br/mod/folder/view.php?id=547067>