Centro Universitário Álvares Penteado

Cálculo II

1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website. **Objetivo:** Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática da função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Nomes: Breno Costa Do Nascimento | Ra: 24026753 Bruno Souza Lima | Ra: 24026560 Felipe Toshio Yamashita | Ra: 24026779 Marcos Hiroshi Yogi Carvalho | Ra: 24026686 Vinícius Nishimura Reis | Ra: 24026962	Curso: Cálculo II Profª Drª Cristina Leite	Turma: CCOMP 2

Objetivo

Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática de uma função que descreve o comportamento de uma variável relacionada ao funcionamento de um website. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser aplicada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Introdução

O Teorema de Taylor é uma ferramenta fundamental no Cálculo Diferencial e Integral, permitindo a aproximação de funções complexas por meio de polinômios de grau finito. Essa técnica é amplamente utilizada em contextos computacionais para otimizar cálculos, reduzir o tempo de processamento e melhorar a precisão de previsões.

Neste trabalho, aplicaremos o Polinômio de Taylor de grau 3 para modelar uma variável relacionada ao impacto de uma estratégia educacional no ensino de Matemática no Ensino Fundamental na Zona Sul de São Paulo. A função escolhida descreve o percentual de jovens impactados positivamente pela estratégia ao longo de 6 anos.

Desenvolvimento
Escolha da Variável e Definição da Função

A variável escolhida é o **percentual de jovens impactados positivamente** por uma nova estratégia de ensino de Matemática ao longo de 6 anos. A função que modela esse comportamento é:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x + 20$$

Onde:

- x = tempo em anos ($0 \leq x \leq 6$)
- $f(x)$ = percentual de jovens impactados

Cálculo do Polinômio de Taylor de Grau 3
O Polinômio de Taylor de grau 3 em torno de um ponto x0$x0$ é dado por:

$$T_3(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \frac{f'''(x_0)}{3!}(x - x_0)^3$$

Para este estudo, escolhemos x0=3$x0$=3 como ponto de expansão, pois estamos interessados em analisar o comportamento da função na proximidade de 3,1 anos.

Derivadas da Função f(x)*f*(*x*):
1. $f'(x) = x^2 - 6x + 5$
2. $f''(x) = 2x - 6$
3. $f'''(x) = 2$

Cálculo das Derivadas no Ponto x0=3*x*0=3:
- $f(3) = \frac{3^3}{3} - 3(3)^2 + 5(3) + 20 = 9 - 27 + 15 + 20 = 17$
- $f'(3) = (3)^2 - 6(3) + 5 = 9 - 18 + 5 = -4$
- $f''(3) = 2(3) - 6 = 6 - 6 = 0$
- $f'''(3) = 2$

Substituição no Polinômio de Taylor:

$$T_3(x) = 17 + (-4)(x - 3) + \frac{0}{2!}(x - 3)^2 + \frac{2}{6}(x - 3)^3$$

Simplificando:

$T_3(x) = 17 - 4(x-3) + \frac{1}{3}(x-3)^3$

Resultados

Análise na Proximidade de x=3,1x=3,1 Anos

Aplicando $x = 3{,}1$ na função original e no Polinômio de Taylor:

1. **Função Original:**

$$f(3{,}1) = \frac{(3{,}1)^3}{3} - 3(3{,}1)^2 + 5(3{,}1) + 20$$

$$f(3{,}1) = \frac{29{,}791}{3} - 3(9{,}61) + 15{,}5 + 20$$

$$f(3{,}1) = 9{,}9303 - 28{,}83 + 15{,}5 + 20 = 16{,}6003$$

2. **Polinômio de Taylor:**

$$T_3(3{,}1) = 17 - 4(3{,}1-3) + \frac{1}{3}(3{,}1-3)^3$$

$$T_3(3{,}1) = 17 - 4(0{,}1) + \frac{1}{3}(0{,}1)^3$$

$$T_3(3{,}1) = 17 - 0{,}4 + \frac{0{,}001}{3}$$

$$T_3(3{,}1) = 16{,}6 + 0{,}000333 = 16{,}600333$$

Comparação:

- Função original: $f(3{,}1) \approx 16{,}6003$
- Polinômio de Taylor: $T_3(3{,}1) \approx 16{,}600333$

A aproximação de Taylor é extremamente precisa para $x = 3{,}1$, com um erro desprezível.

Gráficos

Gráfico 1: Função Original e Aproximação de Taylor

- **Objetivo:** Comparar a curva da função original f(x)$f(x)$ com a curva do Polinômio de Taylor $T_3(x)$.

- **Observação:** Para valores próximos a $x = 3$, as curvas se sobrepõem, indicando alta precisão da aproximação.

Gráfico 2: Aproximação de Taylor (Gráfico Isolado)

- **Objetivo:** Mostrar a evolução do Polinômio de Taylor em torno de $x = 3$.
- **Interpretação:** O gráfico evidencia que a aproximação é quase linear em curtos intervalos, reforçando sua precisão para valores próximos a $x = 3$.

Conclusão

O Polinômio de Taylor de grau 3 mostrou-se uma ferramenta eficaz para aproximar a função $f(x) = \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x + 20$ na proximidade de $x = 3$. A análise em $x = 3{,}1$ anos demonstrou que a aproximação é altamente precisa, com um erro mínimo. Isso reforça a utilidade da Série de Taylor para simplificações computacionais e previsões em contextos práticos, como a modelagem de variáveis relacionadas ao impacto de estratégias educacionais.

Bibliografia

- https://www.institutocriativo.com.br/

Biblioteca de Desenvolvimento utilizada

- https://github.com/RodrigoHamuy/react-three-map