

| | |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| PROFESSOR: Renata Muniz do Nascimento | |
| CURSO: Ciência da Computação | |
| DISCIPLINA: Cálculo I | |
| TURMA: 1 CCOMP | DATA: 13/10/2025 |
| ALUNOS(AS): Lucas de Freitas Soares, Emily Oliveira dos Santos, Guilherme Belcastro de Medeiros, Kaike Cavalcante dos Santos | |

Cálculo I - Modelagem Matemática e Funções Aplicadas ao Jogo

Projeto 4 – Quarto Fobo

No ramo da programação a matemática e sua lógica está presente em diversos fatores, como em cálculos simples ou até mesmo em um sistema de verificação. No ramo do desenvolvimento de jogos digitais a matemática permanece estando presente, sendo um dos fatores mais essenciais para o funcionamento da lógica presente nos scripts e no próprio funcionamento de partes do jogo, indo desde questões comuns como a movimentação de um personagem até questões mais complexas como montar um sistema complexo, por exemplo um inventário, se baseando nos cálculos e na lógica matemática.

Dessa forma, visando demonstrar o funcionamento prático da lógica matemática aplicada a programação de desenvolvimento de jogos, este presente relatório descreverá os cálculos utilizados para a criação do jogo Quarto Fobo, jogo este que está em desenvolvimento e apresenta o conceito de um jogo Escape Room 3D com visão geométrica e uma temática voltada para o psicológico, possuindo em seus scripts a lógica da área de exatas para o funcionamento da rotação da sala, do sistema de inventário e afins. No desenvolvimento deste jogo foi utilizado a linguagem de programação C# através da plataforma Unity, plataforma essa que utiliza os cálculos matemáticos de forma “oculta”, ou seja, ele não demonstra diretamente qual o cálculo que foi feito, mas sim uma demonstração mais direta da aplicação do mesmo. Sendo assim, os cálculos serão demonstrados na forma como é apresentado na Unity, assim como em sua forma “natural”.

Script - Rotação de Sala

Start()

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
currentSnapAngle = 90f;  
targetRotation = Quaternion.Euler(0, currentSnapAngle, 0);
```

Sendo ele um determinante para a rotação de um objeto através de ângulos, determinando estes ângulos pelos múltiplos de 90° convertendo ângulos de Euler (graus) para um quaternion (x, y, z, w). Analisando de forma matemática, este código trata o seguinte cálculo:

$$x = \sin\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{90}{2}\right), \quad y = \sin\left(\frac{90}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{0}{2}\right), \quad z = 0, \quad w = \cos\left(\frac{0}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{90}{2}\right)$$

Desta forma ele transforma ângulos comuns em números que representam a rotação tridimensional, definindo o quanto o objeto está girando “de lado”, garantindo que o objeto só gira no plano horizontal (sem inclinar) e determinando pelo w o “peso” ou equilíbrio da rotação calculada.

OnMouseDown()

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
float rounded = Mathf.Round(transform.eulerAngles.y / 90f) * 90f;
```

Esta parte utiliza o `transform.eulerAngles.y / 90f` que divide o ângulo Y atual em “blocos” de 90° graus. Também está presente o `Mathf.Round(transform.eulerAngles.y / 90f)`, que, por sua vez arredonda a o ângulo para o múltiplo de 90° mais próximo. Por fim, multiplica por 90f (f sendo o indicador de números reais para a Unity) novamente para trazer o valor de volta à escala angular real.

Com isso, temos o cálculo matemático que aplica o arredondamento do valor, sendo sentenciado a ir para o ângulo múltiplo de 90° mais próximo. Utilizando o valor 184 como exemplo de valor angular, o cálculo ficará da seguinte forma:

$$184/90 = 2.04 \Rightarrow \text{Round}(2.04) = 2 \Rightarrow 2 \times 90 = 180^\circ$$

Assim, seguindo o exemplo apresentado, a Unity entende que a rotação atual está mais próxima de 180° e aplica esse valor ao valor final da rotação.

Update()

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
Vector3 delta = Input.mousePosition - lastMousePosition;  
float rotationAmount = -delta.x * dragRotationSpeed * Time.deltaTime;
```

Esta parte utiliza o `delta.x`, que calcula a diferença horizontal do mouse em pixels, ou seja, o movimento na horizontal do mouse. Também é aplicado o `dragRotationSpeed`, se tratando do fator de conversão de pixels para graus por segundo. Por fim o `Time.deltaTime`, que calcula o tempo entre frames.

Com isso, temos o cálculo matemático que faz a verificação do movimento do mouse de acordo com o eixo solicitado, sendo este o eixo x, o cálculo ficará da seguinte forma:

$$\text{graus_girar} = -(\text{pixels_movidos}) \times (\text{velocidade}) \times (\text{tempo})$$

Exemplificando, Se o mouse moveu 20 pixels e `dragRotationSpeed` for 100, então, num frame de 0.0167 s seria representado:

$$-20 \times 100 \times 0.0167 = -33.4^\circ$$

Observação: quando o valor está em negativo, ele determina que o mouse se moveu para a esquerda, visto que ele se baseia no plano cartesiano para poder calcular o movimento do mouse.

Limitação angular

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
float minAngle = (currentSnapAngle - 90f + 360f) % 360f;  
float maxAngle = (currentSnapAngle + 90f) % 360f;  
float proposedY = (currentY + rotationAmount + 360f) % 360f;
```

Essas três expressões controlam a faixa angular permitida ($\pm 90^\circ$ a partir da posição atual). Assim, o código `(x + 360f) % 360f`; funciona de modo a normalizar o ângulo, garantindo que ele fique sempre entre 0° e 359°, evitando que ângulos negativos ou acima de 360° causem erros. Lembrando que nos códigos em C#, a expressão % se trata do valor

que resta ao fazer uma divisão, buscando resultados sempre em números inteiro, por exemplo, na expressão 3/2 o valor restante seria o número 1.

Com isso, temos o cálculo matemático que aplica este funcionamento determinado uma angulação sempre de números positivos e com valores entre 0 e 359°, o cálculo ficará da seguinte forma, utilizando o -45 como valor base:

$$(-45+360)\%360=315^\circ$$

Assim, seguindo o exemplo apresentado a Unity entende que 315° e -45° são a mesma rotação.

Verificação de intervalo permitido

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
allowRotation = proposedY >= minAngle && proposedY <= maxAngle;
```

Esta parte trata de uma comparação matemática pura, verificando se o ângulo proposto (proposedY) está dentro dos limites definidos (entre minAngle e maxAngle). Na qual o cálculo matemático aplicado é justamente o próprio código

Exemplificando, o valor do allow Rotation vai verificar se o movimento do mouse convertido em ângulo atinge os limites propostos, se o ultrapassar, ele retornará para o limite mais próximo:

```
allowRotation = 45 >= 0 && 45 <= 359;
```

Assim, o resultado seria justamente o próprio ângulo 45°.

Atualização incremental da rotação

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
transform.Rotate(0f, rotationAmount, 0f);
```

Esta parte faz a verificação do quanto a rotação será feita, analisando a posição atual com a quantidade da rotação aplicada, sendo assim, o cálculo ficará da seguinte forma:

```
novaRotaçãoY = rotaçãoAtualY + rotationAmount
```

Entretanto, neste estilo a Unity aplica isso como um produto de matriz de rotação, não como soma direta de graus, internamente, ela atualiza o quaternion multiplicando pelo incremento de angular equivalente.

Determinação do próximo “snap”

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
float angleDiff = Mathf.DeltaAngle(currentSnapAngle, transform.eulerAngles.y);  
if (Mathf.Abs(angleDiff) >= 45f)  
{  
    nextSnapAngle = (angleDiff > 0)  
        ? (currentSnapAngle + 90f) % 360f  
        : (currentSnapAngle - 90f + 360f) % 360f;  
}
```

Esta parte utiliza o Mathf.DeltaAngle(a, b) para calcular a menor diferença entre dois ângulos, podendo ser negativa (para esquerda) ou positiva (para direita). Com isso o cálculo ficará da seguinte forma:

$$\text{delta} = ((b - a + 540) \% 360) - 180$$

Assim, isso garante que o resultado sempre fique entre -180° e $+180^\circ$, $\text{Mathf.Abs}(\text{angleDiff}) \geq 45$ determina quando o usuário arrasta mais de metade de 90° , o sistema já decide qual será o próximo “snap” de rotação. Exemplificando, se $a = 90^\circ$ e $b = 270^\circ$:

$$((270 - 90 + 540) \% 360) - 180 = (720 \% 360) - 180 = 0 - 180 = -180^\circ$$

Rotação suave

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
transform.rotation = Quaternion.RotateTowards(  
    transform.rotation,  
    targetRotation,  
    smoothRotationSpeed * Time.deltaTime  
);
```

Esta parte calcula o ângulo entre as duas rotações:

$$\theta = \arccos(2(q_a \cdot q_b)^2 - 1)$$

Move transform.rotation uma fração limitada por:

$$t = \frac{\text{maxDegreesDelta}}{\theta}$$

Calcula nova rotação usando interpolação esférica:

$$q' = \frac{\sin((1-t)\theta)}{\sin(\theta)} q_a + \frac{\sin(t\theta)}{\sin(\theta)} q_b$$

Com isso, é criado um movimento suave e contínuo.

Verificação de final de rotação

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
if (Quaternion.Angle(transform.rotation, targetRotation) < 0.1f)
```

Esta parte faz a comparação entre o ângulo atual com o ângulo múltiplo de 90° mais próximo. Com isso o cálculo ficará da seguinte forma

$$\text{angle} = \arccos(2(q_a \cdot q_b)^2 - 1) \times \frac{180}{\pi}$$

Se o resultado for menor que 0.1° , o código considera que chegou no destino e para a rotação.

Atualização visual das paredes em relação ao ângulo

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
float angle = Mathf.Round(transform.eulerAngles.y) % 360;
```

Esta parte utiliza o `Mathf.Round()` para arredondar o ângulo para o inteiro mais próximo. Enquanto o `% 360` garante que o resultado esteja entre 0° e 359° . Funcionando muito próximo ao método do `"OnMouseDown()"`, porém aplicando de forma visual nas paredes da sala

Exemplificando:

Se rotação = $719.6^\circ \Rightarrow \text{Round}(719.6) = 720 \Rightarrow 720\%360 = 0^\circ$

Assim, seguindo o exemplo apresentado, a Unity consegue identificar qual parede está mais próxima da câmera.

Script – Click Manager

Raycast e clique do mouse (interação)

Nesse trecho do script obtivemos o código:

```
if (Physics.Raycast(ray, out hit, clickRange))
{
    Interactable interactable = hit.collider.GetComponent<Interactable>();
    if (interactable != null)
    {
        interactable.Interact();
    }
}
```

Esta parte faz uma criação do raio (Ray ray), através do código:

```
Ray ray = Camera.main.ScreenPointToRay(Input.mousePosition);
```

Com isso, a Unity converte coordenadas da tela (2D) para coordenadas no espaço 3D da câmera. Sendo assim, o cálculo ficará da seguinte forma:

$$P(t) = P_{\text{origem}} + t \cdot \vec{d}$$

- P_{origem} = posição da câmera
- \vec{d} = direção normalizada do raio passando pelo ponto do mouse
- t = distância ao longo do raio

Assim o `Physics.Raycast(ray, out hit, clickRange)`: irá testar se existe interseção entre o raio e algum collider dentro da distância máxima `clickRange`. O `clickRange` atua como limite máximo de t na equação acima. A Unity calcula internamente a interseção de linhas com caixas, esferas e malhas. O `GetComponent<Interactable>()` e null check: irá verificar que não há contas matemáticas aqui, apenas verificação de referência.