

Centro Universitário Álvares Penteado

Cálculo II

1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website.

Objetivo: Escolher uma variável relevante ao tema do website que estão desenvolvendo, definir uma função f(x) que modele esse comportamento e utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática dessa função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Polianny Santos RA: 25027230	Prof ^a Dr ^a Cristina Machado Corrêa Leite	Turma: CCOMP 2 Curso: Cálculo II
Rafaela Florêncio Morais RA: 25027460	Lette	

Objetivo:

Este documento tem como finalidade demonstrar como usamos o Polinômio de Taylor de grau 3 para modelar o comportamento de uma variável relacionada ao funcionamento de um website desenvolvido para a Lideranças Empáticas. Durante as edições anteriores, a instituição identificou a ocorrência de contribuições potencialmente fraudulentas e, como solução, solicitou o desenvolvimento de um dashboard capaz de reunir, analisar e monitorar todas as informações relacionadas às doações realizadas.

Introdução

O uso do Polinômio de Taylor permite transformar funções de difícil manipulação em expressões polinomiais mais simples, aproximando-as e possibilitando análises e cálculos. Trata-se de um recurso necessário em diversas áreas da ciência e da tecnologia, principalmente em aplicações computacionais, onde eficiência e previsibilidade são essenciais.

Em nosso trabalho, exploramos essa técnica, utilizando-o para modelar e prever o comportamento do valor acumulado de doações mensais em uma plataforma parceira da faculdade.

Definição da Função

A variável escolhida foi o valor total de doações por mês. A função que modela esse comportamento é:

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + 100$$

Onde:

 $x = m\hat{e}s (de 1 a 12)$

f(x) = valor total de doações (em milhares de reais)

Cálculo do Polinômio de Taylor de Grau 3

Escolhemos o ponto x0 = 6 (junho) para expandir a função. Calculamos as derivadas e suas avaliações:

Avaliação da função em x = 6

$$f(6) = 6^3 - 2 \cdot 6^2 + 4 \cdot 6 + 100 = 268$$

Primeira derivada:

$$f'(x) = 3x^2 - 4x + 4$$

Avaliação em x = 6:

$$f'(6) = 3 \cdot 6^2 - 4 \cdot 6 + 4 = 88$$

 $f'(6) = 108 - 24 + 4 = 88$

Segunda derivada:

$$f''(x) = 6x - 4$$

Avaliação em x = 6:

$$f''(6) = 6 \cdot 6 - 4$$
$$f''(6) = 36 - 4 = 40$$

Terceira derivada:

$$f'''(x) = 6$$

Avaliação em x = 6:

$$f'''(x) = 6$$

O polinômio de Taylor de grau 3 centrado em x = 6

A fórmula do polinômio de Taylor de grau 3 é:

$$T_3(x) = f(6) + f'(6)(x-6) + \frac{f''(6)}{2}(x-6)^2 + \frac{f'''(6)}{6}(x-6)^3$$

Substituindo os valores calculados:

$$T_3(x) = 268 + 88(x-6) + 16(x-6)^2 + (x-6)^3$$

Resultados

Análise próxima a x = 6 (junho)

Para avaliar a precisão do polinômio de Taylor de grau 3, consideramos um valor próximo ao ponto de expansão, x = 6,1 e calculamos tanto a função original quanto a aproximação, comparando-as:

Função Original:

$$f(6,1) = (6,1)^3 - 2(6,1)^2 + 4(6,1) + 100$$

$$f(6,1) = 226,981 - 74,42 + 24,4 + 100 \approx 276,961$$

Polinômio de Taylor (grau 3) centrado em x = 6:

$$T_3(6,1) = 268 + 88(6,1-6) + 16(6,1-6)^2 + (6,1-6)^3$$

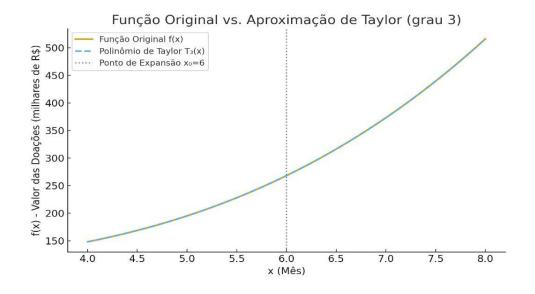
$$T_3(6,1) = 268 + 8,8 + 0,16 + 0,001 \approx 276,961$$

Comparação entre valores:

- Função original: $f(6,1) \approx 276,961$
- Polinômio de Taylor: $T_3(6,1) \approx 276,961$

Observa-se que a aproximação por Taylor é extremamente próxima ao valor real da função, indicando que para valores próximos a junho, o polinômio fornece estimativas confiáveis e com erro praticamente nulo.

Gráfico Comparativo: Função Original vs. Aproximação de Taylor (grau 3)



Conclusão

O polinômio $T_3(x)$ pode ser usado para prever o valor de doações em meses próximos a junho. Comparando $T_3(x)$ com os dados reais, é possível identificar variações anormais que indiquem fraude. Essa aproximação apresenta erro pequeno em torno do ponto escolhido, o que possibilita:

- análise confiável de dados;
- otimização de cálculos computacionais
- detecção de padrões suspeitos que podem indicar fraude

Assim, a aplicação da Série de Taylor no contexto do website desenvolvido demonstra sua utilidade prática para previsões e para a segurança das transações na plataforma.