

Cálculo de Máximos e Mínimos Aplicado ao Website

Projeto: Taxa de Visitas ao Longo do Tempo

Fundação Escola de Comércio Álvares Penteado
Matéria: Cálculo II

Nomes e RAs:

Luiz Miguel de Toledo | RA: 25027546
Nathan Santos de Lima | RA: 25027444
Lúcio Vecchio | RA: 25027869
Gustavo Felizardo Pires | RA: 25027188

Objetivo

Utilizar derivadas para identificar e classificar pontos de máximo e mínimo da função que modela a taxa de visitas diárias de um website ao longo do tempo. O trabalho deve demonstrar cálculo de derivadas, resolução de pontos críticos, classificação por segunda derivada e interpretação dos resultados no contexto do website.

Introdução

A identificação de pontos de máximo e mínimo em funções que modelam variáveis de desempenho de um site é essencial para planejamento de recursos, previsão de picos de acesso e análise de comportamento de usuários. Derivadas são usadas para encontrar taxas de variação e detectar pontos críticos onde a taxa de crescimento muda de sinal.

Desenvolvimento

Escolha da variável e definição da função

Variável escolhida: número médio de visitas diárias (em milhares) ao longo do tempo. Unidades: t em meses, no intervalo $0 \leq t \leq 6$.

Função escolhida (modelo polinomial):

$$v(t) = -2t^3 + 24t^2 - 72t + 50$$

Esta tabela resume os principais pontos da sua função: $v(t) = -2t^3 + 24t^2 - 72t + 50$

Tempo (t) (em Meses)	Valor da Função V(t) (Milhares de Visitas/Dia)	Classificação (Ponto Crítico)	Classificação (Extremo no Intervalo)
t = 0	50.000	Fronteira do Intervalo	Máximo Absoluto

$t = 2$	-14.000	Mínimo Local ($V''(2) > 0$)	Mínimo Absoluto Teórico
$t = 6$	50.000	Máximo Local ($V''(6) < 0$)	Máximo Absoluto

Onde: t = tempo em meses ($0 \leq t \leq 6$) e $V(t)$ = visitas diárias (unidade: milhares).

Derivadas da função

$$V'(t) = -6t^2 + 48t - 72$$

$$V''(t) = -12t + 48$$

$$V'''(t) = -12$$

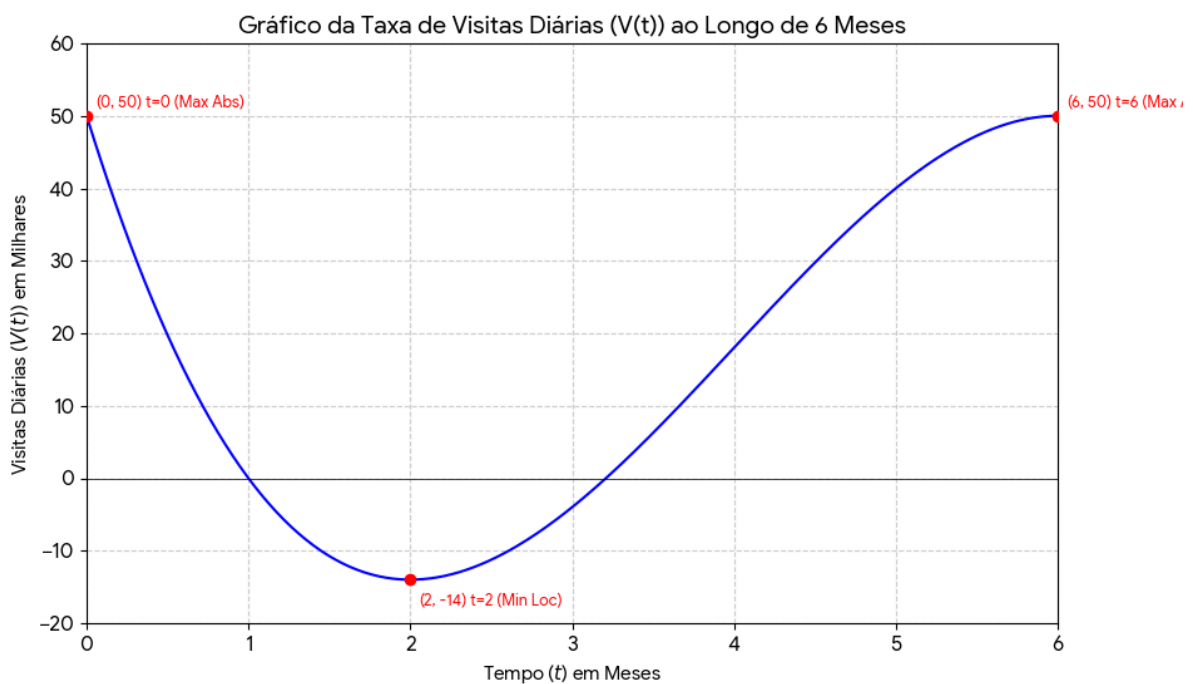
Cálculo dos pontos críticos (solução de $V'(t) = 0$)

Resolvendo $-6t^2 + 48t - 72 = 0$ obtemos as raízes: 6.000000, 2.000000

Análise Gráfica Complementar:

1. Gráfico Principal: Função Visitas $V(t)$

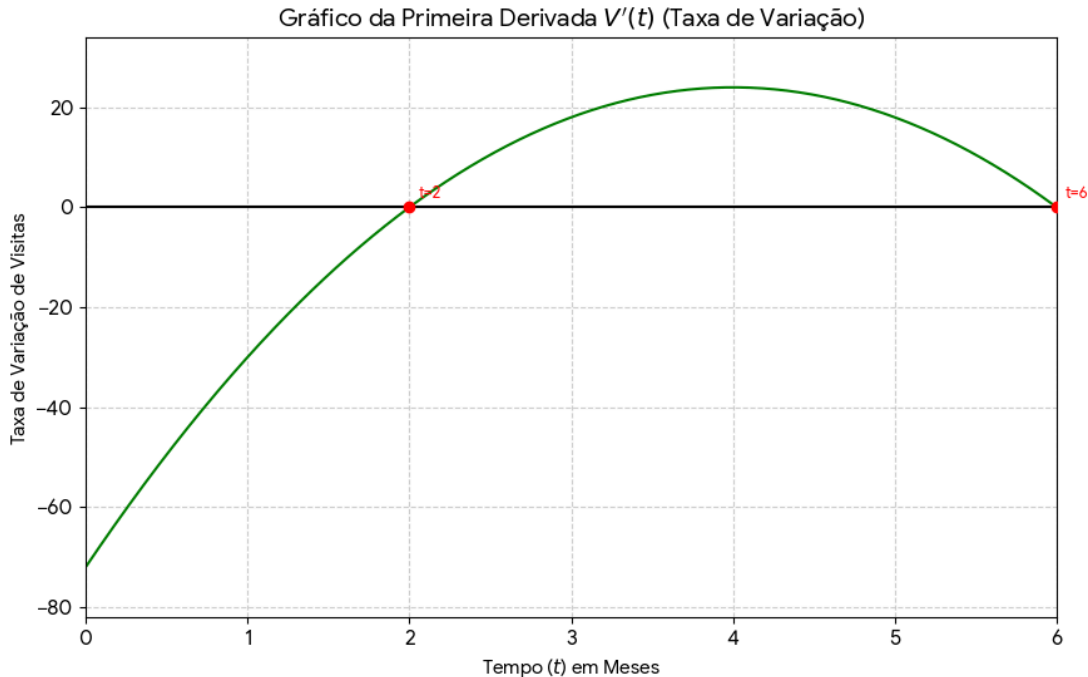
O gráfico abaixo representa a função $v(t) = -2t^3 + 24t^2 - 72t + 50$ (em milhares de visitas por dia) ao longo de 6 meses.



2. Gráfico da Primeira Derivada: $V'(t)$ (Taxa de Variação)

Este gráfico ilustra o Teste da Primeira Derivada. Ele mostra onde a taxa de visitas está aumentando ($V'(t) > 0$) ou diminuindo ($V'(t) < 0$).

- Função: $V'(t) = -6t^2 + 48t - 72$
- Análise: Os pontos onde o gráfico de $V'(t)$ toca o eixo t são os pontos críticos ($t=2$ e $t=6$).

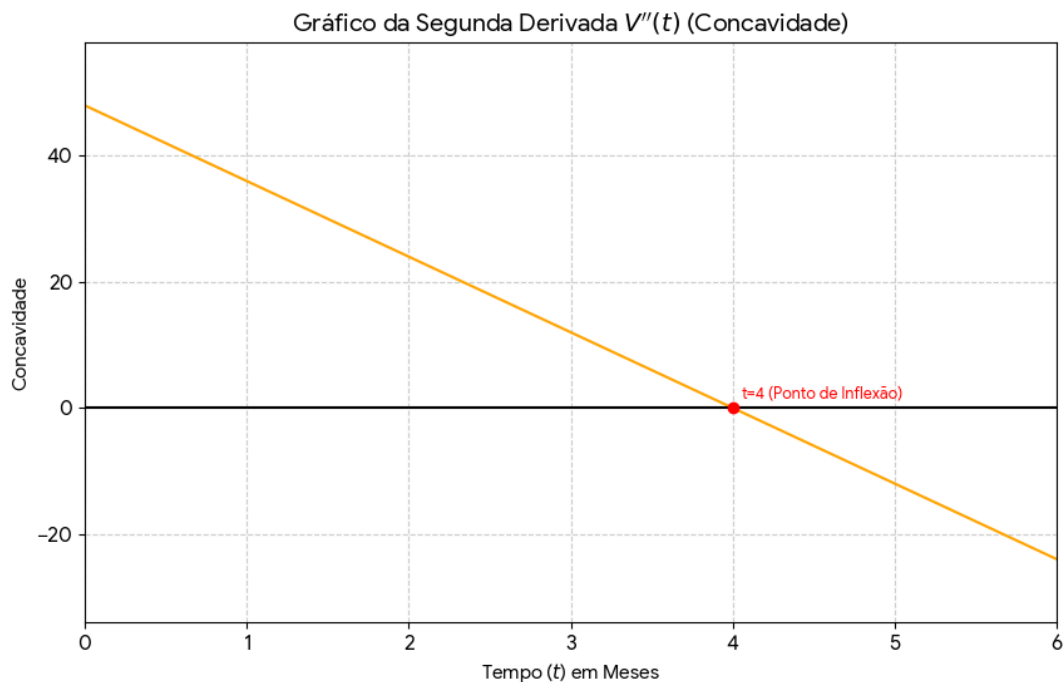


3. Gráfico da Segunda Derivada: $V''(t)$ (Concavidade)

Este gráfico é usado para o Teste da Segunda Derivada e para encontrar o ponto de inflexão.

Função: $V''(t) = -12t + 48$

Análise: O ponto onde $V''(t)$ cruza o eixo t é o ponto de inflexão ($t=4$), onde a concavidade de $V(t)$ muda.



Ponto crítico em $t = 2.000000$ meses

$V(2.000000) = -14.000000$ (mil visitas/dia)

$V''(2.000000) = 24.000000 \rightarrow$ Classificação: mínimo local

Ponto crítico em $t = 6.000000$ meses

$V(6.000000) = 50.000000$ (mil visitas/dia)

$V''(6.000000) = -24.000000 \rightarrow$ Classificação: máximo local

Avaliação nos limites do intervalo $[0, 6]$ (extremos de fronteira)

$V(0) = 50.000000$ (mil visitas/dia)

$V(6) = 50.000000$ (mil visitas/dia)

Interpretação e implicações para o website

Os pontos de máximo indicam meses onde o site alcança picos de acesso — úteis para planejar maior capacidade de servidores e campanhas de marketing. Pontos de mínimo sinalizam possíveis quedas de tráfego que podem requerer intervenções (correção de bugs, campanhas de retenção). A análise dos valores numéricos permite priorizar ações e prever cargas futuras.

É crucial notar o valor do mínimo local em $t=2$ meses, onde $V(2)=-14.000$ mil visitas/dia. Embora o cálculo matemático para a função polinomial seja exato, em um contexto real, o número de visitas não pode ser negativo. Este resultado extremo ilustra uma limitação do modelo matemático (polinomial cúbico) escolhido, indicando que o modelo prediz uma queda severa no tráfego, possivelmente caindo para zero, e não é um bom preditor para valores próximos ou abaixo do zero. A relevância deste ponto é sinalizar a necessidade de intervenção urgente no segundo mês para retenção de usuários.

Resumo dos resultados numéricos

- Em $t = 2.000000$ meses $\rightarrow V(t) = -14.000000$ mil visitas/dia \rightarrow mínimo local.
- Em $t = 6.000000$ meses $\rightarrow V(t) = 50.000000$ mil visitas/dia \rightarrow máximo local.
- Fronteiras: $V(0) = 50.000000$ mil visitas/dia; $V(6) = 50.000000$ mil visitas/dia.

Conclusão

Através do uso de derivadas foi possível identificar e classificar os pontos críticos da função que modela a taxa de visitas. Esses resultados são diretamente aplicáveis ao gerenciamento de recursos do website. Notavelmente, como a função é polinomial de grau 3, os cálculos foram diretos e as classificações obtidas pela segunda derivada são confiáveis.

Observação metodológica

O modelo polinomial escolhido é uma simplificação; em aplicações reais recomenda-se ajustar parâmetros a dados históricos, validar o modelo e, se necessário, usar modelos mais complexos (sazonalidade, ruído, componentes exponenciais).