

1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website.

Objetivo: Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática da função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Nomes:

Gabriel Vazquez Mamede Diniz | Ra: 25027858

Gian Carlos Lemes Vieira Ra: 25027511 Leticia Rodrigues da Silva Ra: 25027748

Said Sales de Sousa| Ra: 25027606

Curso: Cálculo

D @ D

Prof^a Dr^a

Cristina Leite

Turma: CCOMP

2

Objetivo

Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática de uma função que descreve o comportamento de uma variável relacionada ao funcionamento de um website. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser aplicada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.

Introdução

O Teorema de Taylor é uma ferramenta fundamental no Cálculo Diferencial e Integral, permitindo a aproximação de funções complexas por meio de polinômios de grau finito.

Essa técnica é amplamente utilizada em contextos computacionais para otimizar cálculos, reduzir o tempo de processamento e melhorar a precisão de previsões.

Neste trabalho, aplicaremos o Polinômio de Taylor de grau 3 para modelar uma variável relacionada ao crescimento do número de atividades registradas ao longo do tempo no site. A função escolhida descreve o total acumulado de atividades registradas no site até o dia 31/12.

Desenvolvimento

Escolha da Variável e Definição da Função

A variável escolhida é o crescimento do número de atividades registradas ao longo do tempo no site, descrevendo o total acumulado de atividades registradas no site até o dia 31/12(52 dias desde o lançamento da aplicação 10/11). A função que modela esse comportamento é:

$$f(x) = \frac{x^3}{10} - 2x^2 + 15x$$

Onde:

- $x = \text{tempo em dias } (0 \le x \le 52)$
- f(x) = total acumulado de atividades registradas

Cálculo do Polinômio de Taylor de Grau 3

O Polinômio de Taylor de grau 3 em torno de um ponto x = 20 é dado por:

$$P3 = f(20) + \frac{f'(20)(x-20)^{1}}{1!} + \frac{f''(20)(x-20)^{2}}{2!} + \frac{f'''(20)(x-20)^{3}}{3!}$$

Para este estudo, escolhemos x = 20 para analisar o comportamento das atividades registradas ao longo do tempo.

Derivadas da Função f(x):

1.
$$f'(x) = \frac{3x^2}{10} - 4x + 15$$

2.
$$f''(x) = \frac{6x}{10} - 4$$

3.
$$f'''(x) = \frac{6}{10}$$

Cálculo das Derivadas no Ponto x = 20:

•
$$f(20) = \frac{20^3}{10} - 2.(20)^2 + 15.20 = 300$$

•
$$f'(20) = 3 \cdot \frac{(20)^2}{10} - 4.20 + 15 = 55$$

• $f''(20) = \frac{6.20}{10} - 4 = 8$

•
$$f''(20) = \frac{6.20}{10} - 4 = 8$$

•
$$f'''(20) = \frac{6}{10} = 0.6$$

Substituição no Polinômio de Taylor:

$$T3 = 300 + \frac{55(x - 20)^{1}}{1!} + \frac{8(x - 20)^{2}}{2!} + \frac{0.6(x - 20)^{3}}{3!}$$

Resultados

Análise na Proximidade de x = 20, x sendo dias:

Aplicando x = 20 na função original e no Polinômio de Taylor:

1. Função Original:

$$f(20) = \frac{20^3}{10} - 2.(20)^2 + 15.20$$

$$f(20) = \frac{8000}{10} - 2.400 + 300$$

$$f(20) = 800 - 800 + 300$$

$$f(20) = 300$$

2. Polinômio de Taylor:

$$T3 = 300 + 55x - 1100 + 4x^2 - 160x + 1600 + 0.1x^3 - 6x^2 + 120x - 800$$

$$T3 = 0.1x^3 - 2x^2 + 15x$$

$$T3(20) = 0.1.(20)^3 - 2.(20)^2 + 15.20$$

$$T3(20) = 300$$

Comparação:

• Função original: f(20) = 300

• Polinômio de Taylor: T3(20) = 300

A aproximação de Taylor é extremamente precisa para x = 20, obtendo o mesmo valor.

Conclusão

O Polinômio de Taylor de grau 3 mostrou-se uma ferramenta eficaz para aproximar a função $f(x) = \frac{x^3}{10} - 2x^2 + 15x$ na proximidade de x = 20. A análise em x = 20 dias demonstrou que a aproximação é exatamente precisa, obtendo o mesmo resultado. Isso reforça a utilidade da Série de Taylor para simplificações computacionais e previsões em contextos práticos, como a modelagem de variáveis relacionadas ao impacto de estratégias educacionais.