Centro Universitário Álvares Penteado

Cálculo II

<table>
<tr><td colspan="3">1ª Entrega PI: Aplicação do Polinômio de Taylor na Modelagem de Variáveis Relacionadas ao Website.
Objetivo: Utilizar o Polinômio de Taylor de ordem 3 para obter uma aproximação matemática da função. O objetivo é demonstrar como a Série de Taylor pode ser usada para previsões, simplificações computacionais ou otimizações no contexto do site.</td></tr>
<tr><td>Nomes:
Laís Navarro Dantas| Ra: 25027181
Eduarda Padilla| Ra: 25027589
Ricardo Oliveira| Ra: 25027880
Enzo Sakita| Ra: 25027795
Eric Aloise| Ra: 25027482</td><td>Curso: Cálculo II
Profª Drª Cristina Leite</td><td>Turma: CCOMP 2</td></tr>
</table>

Objetivo

Aplicar o Polinômio de Taylor de grau 3 para aproximar o comportamento da função que mede a taxa de retenção **(%)** de alunos de uma plataforma educacional no intervalo $0 \leq x \leq 4$ (anos).

Introdução

O Teorema de Taylor possibilita aproximar funções por polinômios de grau finito, reduzindo custo computacional e permitindo previsões locais precisas. Neste trabalho, usamos o polinômio de grau 3 para modelar a taxa de retenção da plataforma.

Desenvolvimento

Variável e Função escolhida:

$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$

Onde:

- x = tempo em anos ($0 \leq x \leq 4$)
- $f(x)$ = taxa de retenção em porcentagem.

Derivadas

$f'(x) = -3x^2 + 8x - 2$
$f''(x) = -6x + 8$
$f'''(x) = -6$

Ponto de expansão escolhido: $x_0 = 1{,}5$

Cálculo das derivadas no ponto $x_0 = 1{,}5$:

- $x_0^2 = 1{,}5^2 = 2{,}25$
- $x_0^3 = 1{,}5^3 = 3{,}375$

$f(1{,}5) = -3{,}375 + 4(2{,}25) - 2(1{,}5) + 5 = -3{,}375 + 9 - 3 + 5 = 7{,}625$

$f'(1{,}5) = -3(2{,}25) + 8(1{,}5) - 2 = -6{,}75 + 12 - 2 = 3{,}25$

$f''(1{,}5) = -6(1{,}5) + 8 = -9 + 8 = -1$

$f'''(1{,}5) = -6$

Polinômio de Taylor de grau 3 em torno de $x_0 = 1{,}5$

$T_3(x) = f(1{,}5) + f'(1{,}5)(x - 1{,}5) + [f''(1{,}5)/2](x - 1{,}5)^2 + [f'''(1{,}5)/6](x - 1{,}5)^3$

Substituindo:
$T_3(x) = 7{,}625 + 3{,}25(x - 1{,}5) - 0{,}5(x - 1{,}5)^2 - (x - 1{,}5)^3$

Resultados

Avaliação em x = 1,7 (h = 0,2):

Polinômio de Taylor:
$T_3(1{,}7) = 7{,}625 + 3{,}25(0{,}2) - 0{,}5(0{,}2)^2 - (0{,}2)^3$

Cálculos:

- $3{,}25 \times 0{,}2 = 0{,}65$
- $-0{,}5 \times 0{,}04 = -0{,}02$
- $-(0{,}008) = -0{,}008$

Soma:
$T_3(1{,}7) = 7{,}625 + 0{,}65 - 0{,}02 - 0{,}008 = 8{,}247$

Função original:
$f(1,7) = -1,7^3 + 4(1,7^2) - 2(1,7) + 5$

- $1,7^3 = 4,913$
- $1,7^2 = 2,89$

$f(1,7) = -4,913 + 4(2,89) - 3,4 + 5 = -4,913 + 11,56 - 3,4 + 5 = 8,247$

Comparação:

- Função original: $f(1,7) = 8,247$
- Polinômio de Taylor: $T_3(1,7) = 8,247$

Conclusão

O Polinômio de Taylor de grau 3 aproximou com alta precisão a função $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$ em torno de $x_0 = 1,5$.
A avaliação em $x = 1,7$ mostrou coincidência até os milésimos apresentados, confirmando a utilidade da série de Taylor para previsões locais.

Bibliografia

Aulas de Cálculo 2 da Cristina Leite