Centro Universitário Álvares Penteado

Cálculo II

<table>
<tr><td colspan="3">2ª Entrega PI: Definição da Função Relacionada ao Website.

Objetivo: Os alunos devem utilizar as derivadas para calcular os pontos de máximo e mínimo de uma função polinomial relacionada ao funcionamento dos websites que estão desenvolvendo.</td></tr>
<tr><td>Nomes:
Laís Navarro Dantas| Ra: 25027181
Eduarda Padilla| Ra: 25027589
Ricardo Oliveira| Ra: 25027880
Enzo Sakita| Ra: 25027795
Eric Aloise| Ra: 25027482</td><td>Curso: Cálculo II
Profª Drª
Cristina Leite</td><td>Turma: CCOMP 2</td></tr>
</table>

Objetivo

Os alunos devem estender a análise feita na segunda entrega, utilizando a segunda derivada para determinar a concavidade e os pontos de inflexão da função polinomial que modela um fenômeno relacionado ao website que estão desenvolvendo.

Isso permitirá entender como a taxa de variação do fenômeno se comporta, ajudando na interpretação da dinâmica do site e otimizando decisões baseadas nesses dados.

Introdução

Para determinar o ponto de inflexão da função polinomial que modela a 'Taxa de visitas ao longo do tempo (modelando o crescimento de acessos)', seguimos um processo sistemático baseado no cálculo diferencial. Neste trabalho, iremos derivar a função duas vezes e achar o ponto de inflexão.

Desenvolvimento

Após cálculos da atividade anterior, verificamos que:

- 0,29 e 2,38 são ponto de máximo e mínimo, respectivamente
- 1,33 é o ponto de inflexão

A função que modela o fenômeno é:

$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$

1) Primeiro Passo:

Achar as 2 derivadas da função principal, que são:

Primeira derivada:

$f'(x) = -3x^2 + 8x - 2$

Segunda derivada:

$f''(x) = -6x + 8$

2) Segundo Passo:

Construção dos gráficos

Gráfico de $f'(x) = -3x^2 + 8x – 2$

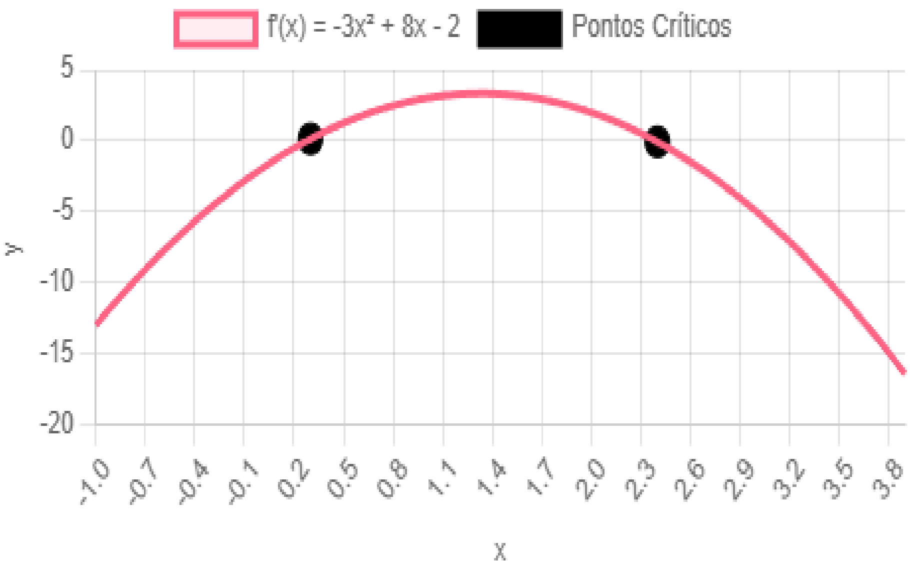
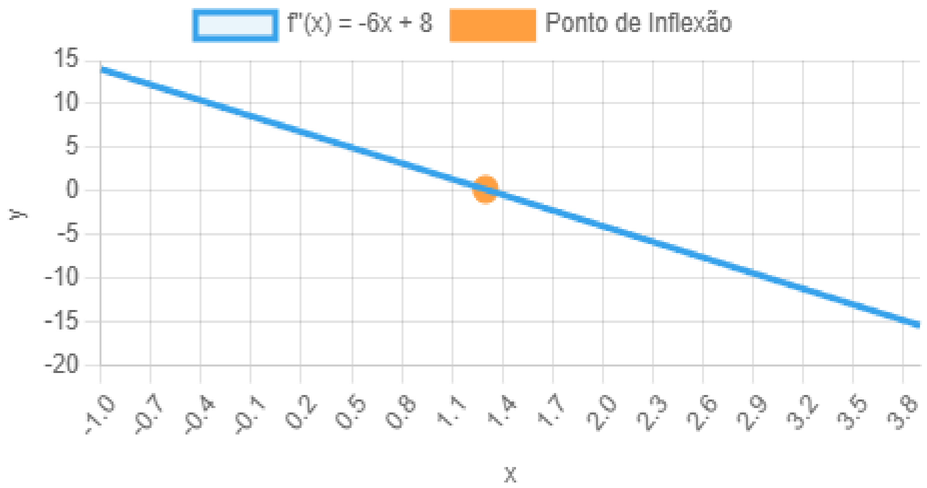


Gráfico de f''(x) = -6x + 8



3) Análise do y:

Analisando os gráficos, percebe-se que o ponto de máximo é 0,29, o de mínimo é 2,38 e o de inflexão é o 1,33.

f'(x) = -3x² + 8x - 2

4) Achando os pontos:

Para encontrar os pontos críticos, igualamos f'(x) = 0:

$-3x^2 + 8x - 2 = 0$

Multiplicando por -1: $3x^2 - 8x + 2 = 0$

Usando a fórmula de Bhaskara:

$x = (8 \pm \sqrt{(64 - 24)}) / 6$

$x = (8 \pm \sqrt{40}) / 6$

$x = (8 \pm 6,32) / 6$

$x_1 \approx 0,29$ (ponto de máximo)

$x_2 \approx 2,38$ (ponto de mínimo)

Para encontrar o ponto de inflexão, igualamos $f''(x) = 0$:

$-6x + 8 = 0$

$x = 8/6$

$x \approx 1,33$ (ponto de inflexão)

5) Confirmação dos pontos máximo e mínimo / Construção do gráfico:

Teste da segunda derivada:

Para $x = 0,29$: $f''(0,29) = -6(0,29) + 8 = 6,26 > 0$ → **Ponto de MÁXIMO**

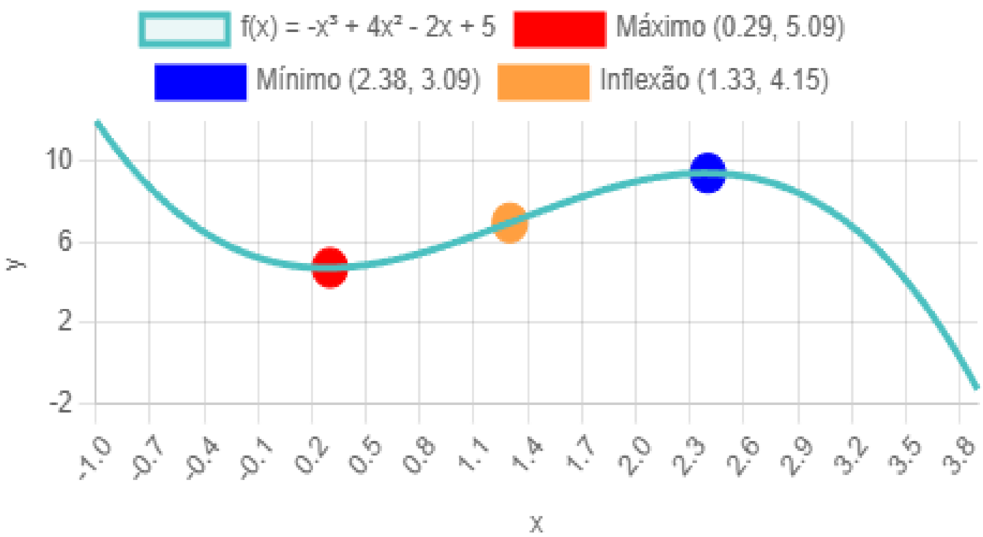
Para $x = 2,38$: $f''(2,38) = -6(2,38) + 8 = -6,28 < 0$ → **Ponto de MÍNIMO**

Valores da função nos pontos críticos:

$f(0,29) \approx 5,09$
$f(2,38) \approx 3,09$

$f(1,33) \approx 4,15$

Gráfico de $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$:



6) Interpretação de Resultados:

A função $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 2x + 5$ apresenta um comportamento característico de uma função cúbica com coeficiente negativo no termo de maior grau. A análise revelou:

- **Ponto de Máximo Local em $x \approx 0{,}29$:** Neste ponto, a taxa de visitas atinge seu primeiro pico local com valor aproximado de 5,09. A segunda derivada positiva confirma a concavidade para cima nesta região.
- **Ponto de Inflexão em $x \approx 1{,}33$:** Este é o ponto onde a concavidade da função muda. É o momento crítico onde a taxa de crescimento/decrescimento das visitas apresenta sua maior variação. O valor da função neste ponto é aproximadamente 4,15.
- **Ponto de Mínimo Local em $x \approx 2{,}38$:** Após o ponto de inflexão, a função atinge seu valor mínimo local de aproximadamente 3,09. A segunda derivada negativa confirma a concavidade para baixo nesta região.

No contexto de visitas ao website, este modelo sugere que inicialmente há um crescimento até atingir um pico, seguido por uma mudança na taxa de crescimento (ponto de inflexão) e posteriormente uma queda até um mínimo local. Este comportamento pode representar ciclos de interesse do público ou sazonalidade nos acessos.