



2ª Entrega PI: Cálculo de máximos e mínimos aplicado ao website Lideranças Empáticas

Objetivo: Utilizar derivadas para calcular os pontos de máximo e mínimo de uma função polinomial que modela um fenômeno real do website "Lideranças Empáticas", permitindo uma melhor tomada de decisão administrativa.

Nomes:

Breno Groba | Ra: 22011029

Bruno Nóbrega | Ra: 25027405

João Victor | Ra: 25027048

Igor Almeida | Ra: 25027173

Curso:

Cálculo II

Profª Drª

Cristina Leite

Turma:

CCOMP

2

Objetivo

Os alunos devem estender a análise feita na segunda entrega (máximos e mínimos), utilizando a **segunda derivada** para determinar a **concavidade** e os **pontos de inflexão** da função polinomial que modela um fenômeno relacionado ao website que estão desenvolvendo.

Isso permitirá entender como a taxa de variação do fenômeno se comporta, ajudando na interpretação da dinâmica do site e otimizando decisões baseadas nesses dados.

Introdução

Para o projeto "Lideranças Empáticas", modelamos o "Valor Total Arrecadado em Doações (em R\$)" ao longo das primeiras 10 semanas de campanha.

Neste trabalho, iremos derivar a função duas vezes para encontrar seus pontos críticos (máximo e mínimo) e seu ponto de inflexão. A análise da concavidade nos dirá *quando* a arrecadação estava desacelerando e *quando* começou a se recuperar.

Desenvolvimento e Cálculo de Máximos e Mínimos

A função que modela o fenômeno (Valor Arrecadado D em função do tempo t em semanas) é:

$$D(t) = t^3 - 15t^2 + 48t + 100$$

(Para um domínio de $0 \leq t \leq 10$ semanas)

1) Primeiro Passo: Achar a primeira e a segunda derivada de D(t)

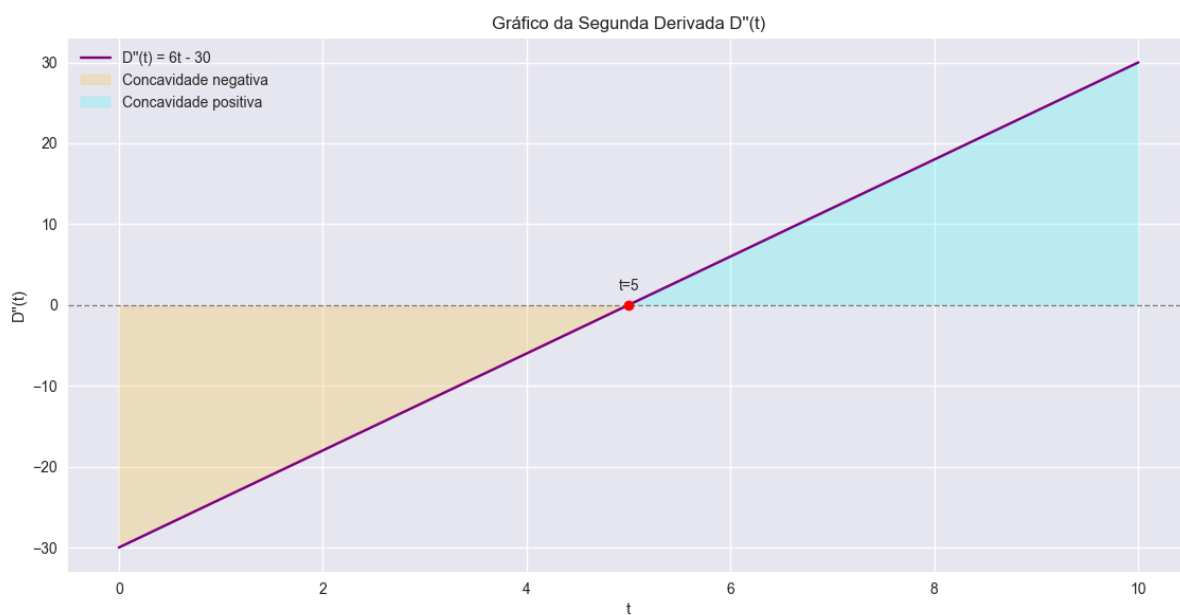
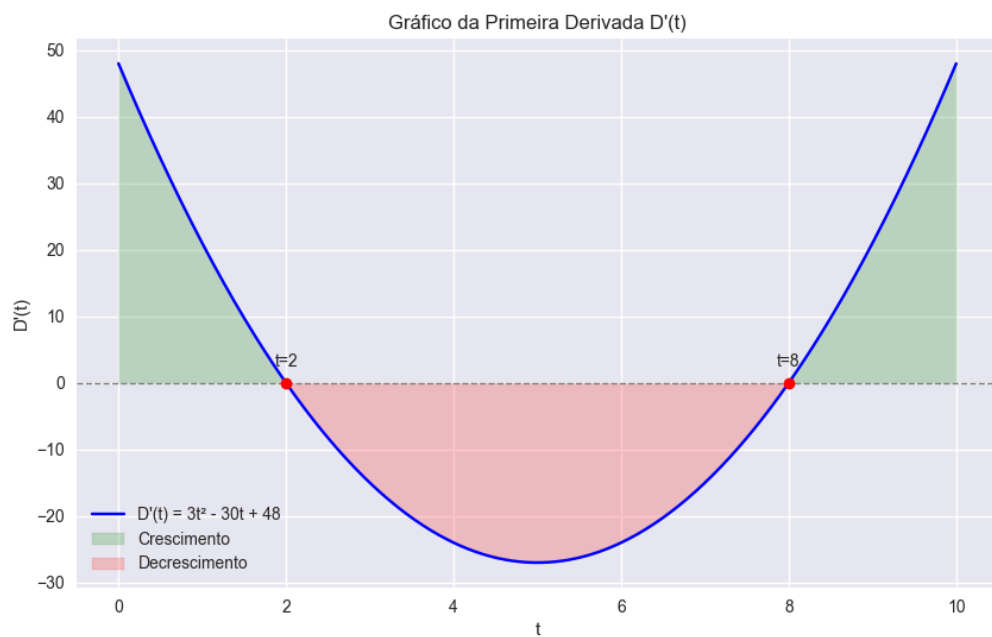
1. Derivada Primeira (Taxa de variação das doações):

$$D'(t) = 3t^2 - 30t + 48$$

2. Derivada Segunda (Aceleração das doações):

$$D''(t) = 6t - 30$$













2) Segundo Passo: Gráficos das derivadas



3) Terceiro Passo: Análise de sinais e variação

Esta tabela analisa o comportamento da função original $D(t)$ com base nos sinais de suas derivadas.

Os pontos que dividem os intervalos são as raízes $D'(t)=0$ ($t=2$, $t=8$) e $D''(t)=0$ ($t=5$).

| Intervalo | $t < 2$ | $2 < t < 5$ | $5 < t < 8$ | $t > 8$ |
|------------------|---|---|---|---|
| Sinal $D''(t)$ | - | - | + | + |
| Variação $D'(t)$ |  |  |  |  |
| Sinal $D'(t)$ | + | - | - | + |
| Variação $D(t)$ |  |  |  |  |
| Concavidade D |  |  |  |  |

Interpretação da Tabela:

- **Em $t=2$:** A derivada $D'(t)$ muda de positiva para negativa (função para de crescer e começa a decrescer). A concavidade é para baixo ($D'' < 0$). Portanto, **$t=2$ é um ponto de Máximo Local.**
 - **Em $t=5$:** A derivada $D''(t)$ muda o sinal (de negativo para positivo). Portanto, **$t=5$ é o Ponto de Inflexão.**
 - **Em $t=8$:** A derivada $D'(t)$ muda de negativa para positiva (função para de decrescer e começa a crescer). A concavidade é para cima ($D'' > 0$). Portanto, **$t=8$ é um ponto de Mínimo Local.**
-

4) Quarto Passo: Achando os Pontos (Valores Arrecadados)

Agora, calculamos o valor (em R\$) das doações nos pontos críticos, usando a função original

$$D(t) = t^3 - 15t^2 + 48t + 100.$$

1. Para $t=2$ (Máximo Local):

$$D(2) = (2)^3 - 15(2)^2 + 48(2) + 100$$

$$D(2) = 8 - 15(4) + 96 + 100$$

$$D(2) = 8 - 60 + 96 + 100 = 144$$

Valor: R\$ 144,00

2. Para $t=5$ (Ponto de Inflexão):

$$D(5) = (5)^3 - 15(5)^2 + 48(5) + 100$$

$$D(5) = 125 - 15(25) + 240 + 100$$

$$D(5) = 125 - 375 + 240 + 100 = 90$$

Valor: R\$ 90,00

3. Para $t=8$ (Mínimo Local):

$$D(8) = (8)^3 - 15(8)^2 + 48(8) + 100$$

$$D(8) = 512 - 15(64) + 384 + 100$$

$$D(8) = 512 - 960 + 384 + 100 = 36$$

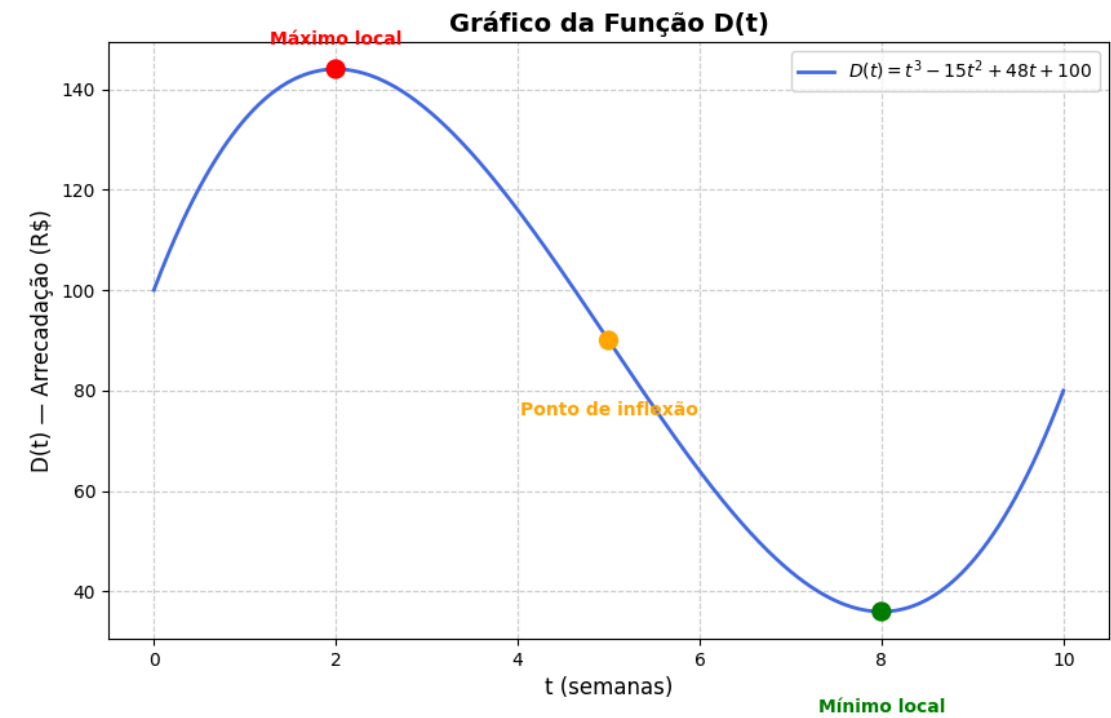
Valor: R\$ 36,00

Tabela Resumo

| Tempo (t —semanas) | D(t) — Valor (R\$) | Interpretação / Observação |
|--------------------|--------------------|---|
| t = 2 | R\$ 144,00 | Máximo local — pico da arrecadação. |
| t = 5 | R\$ 90,00 | Ponto de inflexão — mudança na concavidade da função. |
| t = 8 | R\$ 36,00 | Mínimo local — menor valor da arrecadação. |

5) Quinto Passo: Construção do gráfico de D(t)

Gráfico da função original $D(t) = t^3 - 15t^2 + 48t + 100$



6) Sexto Passo: Interpretação dos resultados

A análise da primeira e segunda derivada fornece *insights* cruciais para a gestão do projeto "Lideranças Empáticas".

Ponto de inflexão (t=5):

- $D''(t) = 6t - 30 = 0 \Rightarrow t = 5$
- **De $t = 0$ a $t = 5$ ($D'' < 0$, concavidade para baixo):** Nas primeiras 5 semanas, a "velocidade" da arrecadação estava caindo. Atingimos um pico (máx) na semana 2, mas a taxa de arrecadação já estava em queda livre. A curva está "triste".
- **Após $t = 5$ ($D'' > 0$, concavidade para cima):** A partir da semana 5, embora o valor total ainda estivesse caindo (até a semana 8), a taxa de queda começou a diminuir. A situação parou de piorar tão rápido. A curva está "sorrindo".

Interpretação Geral (A História das Doações):

1. **Semanas 0-2:** A campanha começou bem (talvez pelo lançamento) e o valor arrecadado **cresceu** até atingir um pico de R\$ 144,00 na Semana 2.
2. **Semanas 2-8:** Este foi o período crítico. O valor arrecadado **diminuiu** continuamente, chegando ao ponto mais baixo de R\$ 36,00 na Semana 8.
3. **Semanas 8-10 (e além):** A partir da Semana 8, a arrecadação **volta a crescer**.

*O ponto de inflexão na semana $t=5$ é o momento mais importante da análise. Ele marca o "fundo do poço" em termos de **aceleração**. Foi o ponto onde a tendência negativa (de queda) atingiu sua força máxima e começou a perder fôlego, mesmo que o valor monetário continuasse a cair.*
