

El aprendizaje significativo  
de la  
Termodinámica para Ingenieros

Libro de Problemas

**Carmen Velasco**  
**José A. Turégano**  
**Tomás Gómez**  
**Amaya Martínez**

*Máquinas y Motores Térmicos*

*Dpto. de Ingeniería Mecánica*

*Universidad de Zaragoza*

*A quienes saquen algún provecho de este libro porque nos compensarán del mucho tiempo robado a nuestros seres queridos.*

*De modo muy particular a Ivana y Guille*



ESTE LIBRO SE INSERTA EN EL ESFUERZO DE, CADA VEZ MÁS AUTORES, POR DIGNIFICAR LA ACTITUD CREATIVA DESMARCÁNDOLA DE LOS OBJETIVOS ECONÓMICOS. ES PUES UN DOCUMENTO DENTRO DEL ÁMBITO DE LICENCIA **CREATIVE COMMONS** Y MÁS ESPECÍFICAMENTE DENTRO DE LA OPCIÓN **COPyleft**. SUPONE, PUES,



**LIBERTAD DE USO,**  
**LIBERTAD DE MODIFICACIÓN Y**  
**LIBERTAD DE COPIA**

TODO ELLO SIN RESTRICCIONES QUEDANDO **EXCLUIDA SOLAMENTE SU UTILIZACIÓN PARA FORMACIÓN CON FINES MILITARES**.

EL DOCUMENTO SE APOYA EN EL USO DE UN SOFTWARE: **TermoGraf®**, IGUALMENTE **COPyleft**.

QUIÉN DESEE COPIAS IMPRESAS DEL LIBRO PUEDE SOLICITARLAS A LOS AUTORES CON UN CARGO MÍNIMO POR IMPRESIÓN Y MANIPULACIÓN.

#### **INFORMACIÓN SOBRE ESTAS INICIATIVAS:**

<http://creativecommons.org>  
<http://www.fsf.org/licensing>  
<http://www.gnu.org/home.es.html>  
<http://www.manualcopyleft.net>

# ÍNDICE TOMO 1

Prólogo que no lo es (recomendaciones de uso)	3
Introducción (por si no conoces Termograf)	
Para empezar con Termograf (a)	6
Para empezar con Termograf (b)	7
Para empezar con Termograf (c)	8
Acceso vía WEB a los materiales	9
Sobre la resolución de problemas	10
<b>SECCIÓN A (ejemplos y enunciados para resolver)</b>	
<b>Tema 1. CONCEPTOS BÁSICOS</b>	12
Ejemplos 1.1 a 1.2	12
Problemas 1.1 a 1.6 con ayuda y respuesta, resueltos en sección B	15
Problemas 1.7 y 1.8 con documento Termograf para autoevaluación	18
<b>Tema 2. PRIMER PRINCIPIO. FLUJOS DE W Y Q</b>	19
Ejemplos 2.1 a 2.3	19
Problemas 2.1 a 2.12 con ayuda y respuesta, resueltos en sección B	26
Problemas 2.13 a 2.20 con doc. Termograf para autoevaluación	34
<b>Tema 3. PROPIEDADES Y MODELOS</b>	38
Ejemplos 3.1 a 3.3	38
Problemas 3.1 a 3.15 con ayuda y respuesta, resueltos en sección B	47
Problemas 3.16 a 3.19 con doc. Termograf para autoevaluación	55
<b>Tema 4. BALANCE DE ENERGÍA EN SISTEMAS ABIERTOS: ANÁLISIS DE EQUIPOS</b>	55
Ejemplos 4.1 a 4.4	55
Problemas 4.1 a 4.15 con ayuda y respuesta, resueltos en sección B	66
Problemas 4.16 a 4.20 con doc. Termograf para autoevaluación	73
<b>Tema 5. BALANCES DE ENTROPIA Y EXERGIA</b>	77
Ejemplos 5.1 a 5.4	77
Problemas 5.1 a 5.16 con ayuda y respuesta, resueltos en sección B	89
Problemas 5.17 a 5.22 con doc. Termograf para autoevaluación	100

## SECCIÓN B (problemas resueltos de los enunciados de la sección A)

### Tema 1. CONCEPTOS BÁSICOS

Problemas 1.1 a 1.6 103

### Tema 2. PRIMER PRINCIPIO. FLUJOS DE W Y Q

Problemas 2.1 a 2.12 108

### Tema 3. PROPIEDADES Y MODELOS

Problemas 3.1 a 3.15 127

### Tema 4. BALANCE DE ENERGÍA EN SISTEMAS ABIERTOS: ANÁLISIS DE EQUIPOS

Problemas 4.1 a 4.15 148

### Tema 5. BALANCES DE ENTROPIA Y EXERGIA

Problemas 5.1 a 5.16 169

Cómo está organizada  
la colección de problemas

#### Libro I

Tema 1 (Conceptos básicos)

a

Tema 5 (Balances de entropía y exergía)

#### Libro II

Tema 6 (Ciclos de potencia con gas )

a

Tema 7 (Ciclos de refrigeración bifase)

En cada libro

#### Sección A

Ejemplos: Ej x.y (incluyen la resolución)



Problemas: Pb x.y para que resuelvas y compruebes la resolución en la sección B

Problemas (induyen sólo ayuda y rta)

#### Sección B

Contiene las resoluciones de los Pb de la sección A



Indica que el Ej. o Pb. tiene también un documento Termograf resuelto y/o comentado

# PRÓLOGO QUE NO LO ES

## Recomendaciones antes de empezar

El prólogo sería el lugar en el que explicar lo que aquí sigue, pero el destino casi natural del prólogo es ser olímpicamente ignorado. Sin embargo, los autores entienden que estas líneas merecen la atención de los estudiantes que quieren que este libro les ayude a entender (y en consecuencia a aprobar) las materias relacionadas con la Termodinámica Técnica. En consecuencia hemos elegido el primer problema para colocar este "manual del usuario del libro".

El libro tiene dos partes diferenciadas: Un primer bloque de enunciados y un segundo de soluciones. Queremos con ello estimular el que nuestros lectores intenten por ellos mismos la resolución de los problemas que juzguen interesantes.

Ello es por la comprobación exhaustiva en nuestros años de enseñanza de que **sólo el trabajo personal garantiza un conocimiento duradero de los conceptos**. Y este trabajo personal es **algo más que revisar ejercicios resueltos** con el objetivo de almacenarlos en el cerebro para su empleo en un examen.

### SÓLO RETENEMOS AQUELLO QUE HEMOS TRABAJADO PERSONALMENTE

El aprendizaje eficaz supone entender la relación entre los conceptos estudiados y poder aplicarlos de modo operativo. Y un estudiante empieza a entender cuando le empiezan a surgir dudas concretas (por ejemplo: ¿en este caso el proceso adiabático se considera, o no, isoentrópico?).

Desgraciadamente, cuando el estudiante revisa problemas resueltos no genera dudas concretas sino que las enmascara con una falsa comprensión de lo que ve.

Por ello recomendamos seriamente que se intente resolver un problema a partir de la lectura del enunciado en la primera parte (pp. 15 a 102) y hecho este esfuerzo se busquen las respuestas a las dudas consultando la resolución en la segunda parte (pág. 103 a 206) o en los correspondientes documentos de **TermoGraf**.

Pero este aprendizaje tiene qué estar **optimizado** de modo que **un esfuerzo razonable** conduzca a **un conocimiento suficiente**. Y aquí está el papel del profesor o de los elementos auxiliares como este libro. Y para conseguir que este esfuerzo sea razonable hay que empezar por hacerlo gradual. Por eso, en cada sección, la primera parte empieza con una enumeración de los conceptos básicos de la sección y sigue con dos o tres ejemplos resueltos en los que pretendemos que el estudiante identifique el modo de trabajar dichos conceptos.

### Para hacer este esfuerzo razonable y gradual, contamos con la herramienta **TermoGraf**

**TermoGraf** es un programa con una interfaz muy elaborada e intuitiva. Al principio puede parecer complicada pero su diseño cognitivo, apoyado en botones cuyos iconos son fácilmente interpretables, facilita el manejo de nuevos conceptos, así como avanza el curso, a la vez que se aprende a manejar la herramienta. Como veréis, basta con probar y desde el primer momento se puede empezar a trabajar para poco a poco ir aprendiendo nuevas opciones. En cada ejemplo se comentará lo necesario o se remitirá a alguna de las ayudas preparadas.

En <http://TermoGraf.unizar/> en la pestaña Descargas se puede conseguir no sólo el programa **TermoGraf** sino la colección de problemas que coincide con los señalados con el icono<sup>1</sup> .

Estas resoluciones informatizadas proporcionan una ayuda paso a paso que posibilita ordenar la información y hace factible su comprensión sin impedir el esfuerzo personal al que antes aludíamos.

Por otra parte el programa no sólo ayuda a interpretar los conceptos termodinámicos sino que optimiza el esfuerzo eliminando tareas tediosas de cálculo como obtener propiedades termodinámicas a partir de la información existente. Normalmente hay que acudir a interpolar en tablas y **TermoGraf** elimina esa necesidad como la otros cálculos más o menos repetitivos.

Los diagramas de procesos y ciclos son fundamentales en Termodinámica<sup>2</sup>, y en particular en Termodinámica Técnica. Por ello recomendamos fuertemente que, en aquellos ejercicios con el icono , resuelvas el problema con el ordenador utilizando la solución que te guiará a través de varias pantallas, y llevándolo en paralelo en el papel. Rápidamente comprobarás la utilidad del método y podrás elegir mayor autonomía.

Cuando el icono es indica que en el procedimiento de resolución hay predominio de ecuaciones al margen de los cálculos automáticos de **TermoGraf**. Estos cálculos se incorporan a veces en la ventana de funciones. Finalmente el icono indica que existe un documento básico de **TermoGraf** para autocorrección (incluye Rtas) que permite comprobar el nivel de aprendizaje.

### ¿Por qué no recomendamos resolver *todos* los ejercicios con **TermoGraf**?

Muy pocos profesores pueden plantearse realizar los exámenes con ordenador a menos que sea un curso con pocos estudiantes o haya instalaciones adecuadas al efecto<sup>3</sup>. Por eso los estudiantes que utilicen **TermoGraf** no deben descuidar practicar lo suficiente el manejo de tablas llevando los cálculo de propiedades en paralelo en algunos casos. Las tablas que utilices pueden tener estados de referencia distintos a los que usa el programa. Si es así puedes cambiar los valores de referencia de **TermoGraf** llevando cualquiera que tomes de tus tablas al cuadro de valores que abres con: menú *Sustancias/Estado de Referencia*.

El libro contiene no sólo problemas para resolver con el programa **TermoGraf** aunque prácticamente todos puedan resolverse así y no sólo los señalados con el icono . Como se ha dicho, algunas resoluciones se han incluido como ejemplos para proporcionar una ayuda paso a paso (en varias pantallas del programa) que ordena la información y facilita su comprensión sin impedir el esfuerzo personal que se va señalando en cada pantalla.

---

<sup>1</sup> Quien desee el material en formato libro acompañado de disquete puede solicitarlo a los autores. Asimismo en [http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet\\_TermoGraf.htm](http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet_TermoGraf.htm) está disponible una versión de **TermoGraf** en formato applet que permite trabajar en línea sin haberse descargado la aplicación (por ejemplo para obtener valores de propiedades). Si se termina con .html lang=es se abre la versión en español u otras sustituyendo es por en, fr, de, eu...

<sup>2</sup> De hecho, si podemos dibujarlos adecuadamente podremos comprenderlos y resolverlos. Lo anterior no es tan sólo un comentario: si tenemos información para dibujar un proceso o un ciclo, la misma información nos permitirá calcular lo que necesitemos sobre ese proceso o ciclo.

<sup>3</sup> Si tenemos en cuenta que el manejo de tablas en ingeniería es cada día menos necesario por la existencia de programas que calculan muy diversas funciones, siempre se puede contemplar la posibilidad de exámenes en los que el cálculo de propiedades con tablas se reduzca a un mínimo y el tiempo de emplearse en adquirir y mostrar conocimientos.

Estos problemas se pueden descargar de la misma dirección activando la opción ***Libro de problemas/Ejemplos*** que permite descargar los ejemplos de cada capítulo comprimidos en la carpeta correspondiente.

Para ayudar en el inicio con **TermoGraf** hay una primera serie de ejercicios: Ejs. 0.2, a 0.4 que permiten una introducción gradual en el uso de la herramienta. Su elevada interactividad y cuidada interfaz facilitan un alto nivel de uso de sus posibilidades sin apenas esfuerzo de aprendizaje. Quien quiera sacar **todo** el partido de la misma deberá leer la **Ayuda** que incluye el programa (una parte importante aparece como mensajes en la parte inferior de la pantalla).

Los autores han comprobado de modo exhaustivo que el uso continuado de **TermoGraf** a lo largo del curso crea adicción y proporciona una curva de aprendizaje optimizado claramente, una vez se han superado las primeras dificultades.

**No busques el cómo para reproducirlo, busca el por qué que te permitirá interpretar nuevas circunstancias**

# INTRODUCCIÓN (por si no conoces Termograf)<sup>1</sup>

## Ejercicios resueltos

### Ej. 0.1.- Para empezar con Termograf<sup>2</sup> (a)



Este primer **documento**<sup>3</sup> de **Termograf** ( Ej 0.1.tme) te informa de las opciones básicas y los espacios que configuran una pantalla de trabajo de la aplicación.

**Termograf** a lo largo del curso te puede ayudar con estos conceptos y sus derivados:

- **Unidades, Cambios de Unidades**
- **Sustancia, Estado, Propiedades de Estado, Modelos de Sustancia**
- **Diagramas Termodinámicos, Procesos, Propiedades de Procesos, Procesos Politrópicos,**
- **Trabajo, Calor, Calores Específicos**
- **primer principio, Balances**
- **Aplicación del primer principio: Equipos, Ciclos**
- **El segundo principio. Irreversibilidad**
- **Aplicación de Primer y segundo principio: Balances en Instalaciones, Rendimientos Térmicos Y Exergéticos en Ciclos**
- **Ciclos De Potencia: Rankine y Joule-Brayton. Optimización de Ciclos**
- **Ciclos de Refrigeración**

---

<sup>1</sup> Si quieres imprimir algún enunciado o solución elimina figuras que no necesites. Piensa siempre en reducir el consumo de tinta o papel.

<sup>2</sup> Estos ejercicios son un extracto de la Guía de **Termograf** que se puede descargar de la página web anterior. La Guía informa del manejo correspondiente a las principales acciones en **Termograf**. Como algunas corresponden a fases avanzadas del curso es recomendable acudir a ella para cada una nueva opción y revisar ahora sólo el manejo básico.

<sup>3</sup> Los ejercicios están hechos sobre una resolución en pantalla de 1024x768 pixels. Un tamaño menor impedirá ver bien muchos textos incorporados a las pantallas. Quien no tenga otra alternativa puede intercalar saltos de línea cuando sea preciso.

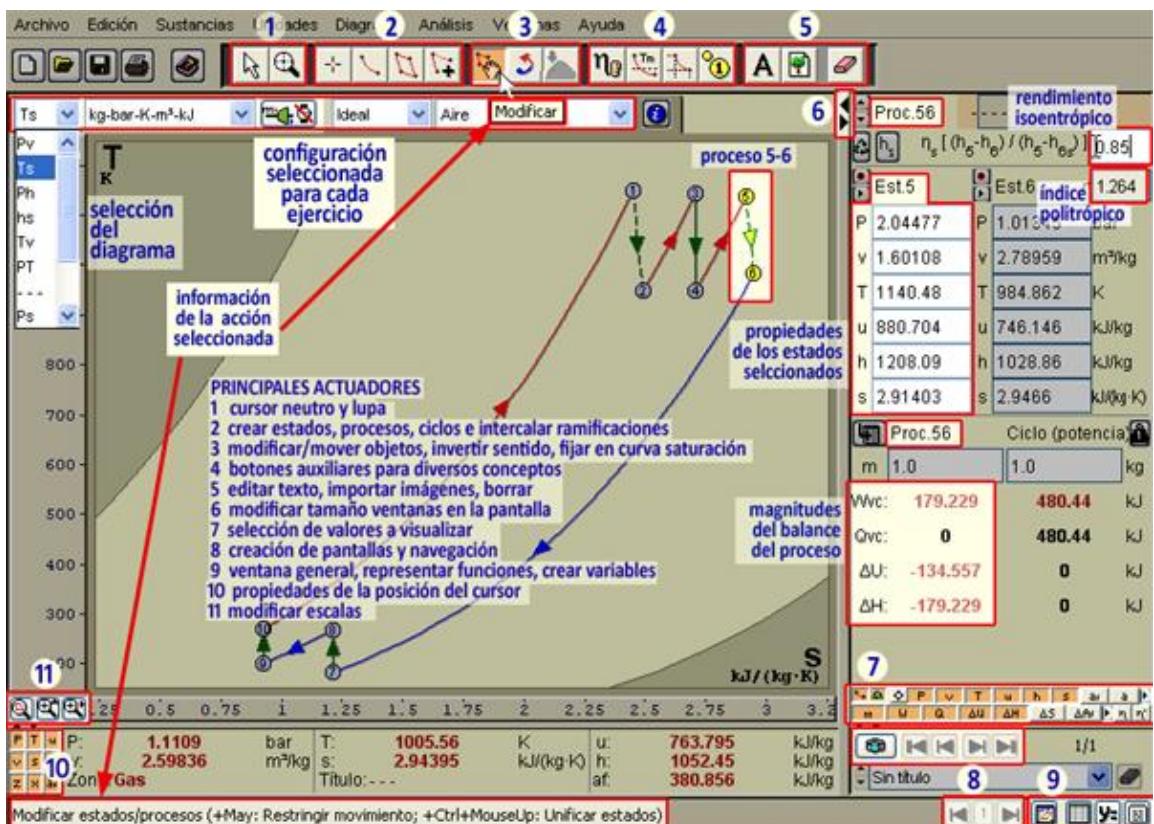


Fig. E0.2 De un vistazo

En la figura E0.2 se señalan algunos de los elementos característicos de la aplicación **TermoGraf**.

En una de las pantallas del documento correspondiente puede verse esta figura así como otros comentarios para iniciar el uso del programa.

## Ej. 0.2.- Para empezar con **TermoGraf** (b)<sup>1</sup>

En este segundo documento de **TermoGraf** identificarás cómo configurar tu pantalla para trabajar en ella. Cómo colocar un estado, un proceso, y como desplazar las escalas, ampliarlas, hacerlas logarítmicas, y como utilizar el zoom apropiadamente. Lo más apropiado es abrir el documento e ir ejecutando los pasos que allí se indican.

### Configuración



Cuando se inicia un documento nuevo, **TermoGraf** propone una selección entre MC y VC. (Masa de Control y Volumen de Control, respectivamente). Estas denominaciones son, en general, equivalentes a Sistema Cerrado y Abierto.

La elección es importante en **TermoGraf** porque, siguiendo el criterio de muchos libros de texto, el valor de **W** que aparece en la casilla de procesos (fig. 1) coincide con el valor en el balance de energía correspondiente.

<sup>1</sup> A la dcha de los títulos de los ejercicios aparecen iconos con los significados siguientes respecto de los problemas referenciados: (se incluye documento **TermoGraf** con guía de la solución), (tiene solución numérica realizada con la ventana de funciones), (tiene un documento básico de **TermoGraf** en el que se dan las respuestas).

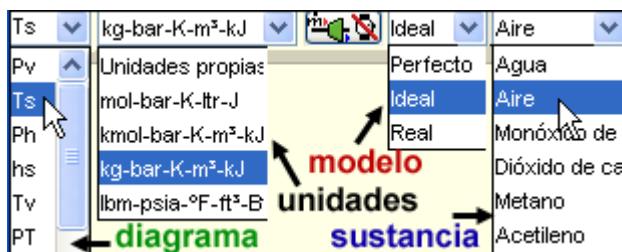
Así, para **procesos reversibles**<sup>1</sup> y MC (sist. cerrado) este **W** es **W<sub>x</sub>** (*W de expansión*) y para VC (sist. abierto), **W** es **W<sub>t</sub>** (*W técnico*).

En ambos casos: **W<sub>x</sub> = W<sub>t</sub> + W<sub>f</sub>** (revísalo en fig. 1).

Fig. 1

	M de C		V de C
W 754.729			878.056 Wvc
Q 406.983			406.983 Qvc
Wx 754.729			754.729 Wx
Wt 878.056			878.056 Wt
Wf -123.327			-123.327 Wf

Estos valores se pueden visualizar en **TermoGraf** de manera independiente si así se desea (fig.2) seleccionándolos en la botonería inferior derecha. Fig. 2



Complearemos la configuración de acuerdo con el objetivo marcado por el análisis de una instalación, de un enunciado, de un guión de prácticas... seleccionando los elementos de la fig. 3:

Fig. 3

### Las escalas

Cada par de propiedades termodinámicas puede utilizarse para generar un diagrama en el que se representen los estados de una sustancia pura PvT (por el **Principio de Estado** en una sustancia: bastan dos datos de propiedades termodinámicas si conocemos las ecuaciones que permitan calcular el resto). De eso se encarga **TermoGraf** que tiene la programación de esas ecuaciones para numerosas sustancias según el modelo que se aplique.

Los diagramas más usuales son P-v, T-s, h-s, y P-h. Con el menú de cortinilla se puede cambiar de uno a otro.

En cuanto a las escalas: doble clic sobre una de ellas, permite ajustar los valores de cada eje, incluida la opción logarítmica en aquellos casos que lo requiera. Ajustes menores se consiguen con clic sobre el botón adecuado si queremos ampliar la escala. Para reducirla clic+Alt.

Finalmente también se pueden arrastrar las escalas sin más que dar clic sobre cualquiera de ellas y arrastrar el ratón en la dirección deseada.

### Ej. 0.3.- Para empezar con TermoGraf (c)



Con este tercer documento-guía de **TermoGraf** verás qué simple es dibujar estados, procesos, ciclos, isolíneas diversas, añadir un proceso a un estado o a procesos dibujados, etc

Quien desee el material en formato libro acompañado de disquete puede solicitarlo al Servicio de Publicaciones de la Universidad de Zaragoza.

**NOTA: El punto se utiliza siguiendo el nuevo convenio de la RAE de aceptarlo como separador de los decimales en lugar de la coma.**

<sup>1</sup>Más adelante, al desarrollar ejemplos sobre el trabajo en Termodinámica, se verá esta cuestión con detalle.

# **ACCESO A LOS MATERIALES**

## **1. El libro de problemas con dos volúmenes:**

### **I: temas 1 a 5 (disponible en PDF)**

**Conceptos generales**

**Trabajo y Calor: Primer principio.**

**Cálculo de propiedades**

**Balance de energía**

**Balances de entropía y exergía**

### **II: temas 6 a 8 (disponible en PDF)**

**Ciclos de potencia con gas**

**Ciclos de potencia con cambio de fase**

**Ciclos de refrigeración con cambio de fase**

Descarga de documentos en PDF en <http://termograf.unizar.es> (pestaña Descargas)

Si se quiere una versión impresa: [jat@unizar.es](mailto:jat@unizar.es)

## **2. Ejercicios resueltos (documentos Termograf)**

Estos documentos se descargan de <http://termograf.unizar.es/>

# SOBRE la RESOLUCIÓN de PROBLEMAS<sup>1</sup>

*Un aspecto fundamental para la resolución de los problemas en esta materia, es seguir una metodología de resolución sistematizada, que nos permita delimitar bien nuestro problema y las condiciones que se dan en el proceso a analizar.*

Existe un enfoque genérico de cuatro etapas:

- a) Interpretar el problema: ¿Qué conocemos?: ¿Qué datos tenemos?, ¿Qué queremos encontrar? ¿Qué condiciones existen?
- b) Establecer un plan que lleve de los datos a lo que pretendemos obtener.
- c) Desarrollar dicho plan, comprobando que cada etapa del mismo se ha resuelto correctamente (con las unidades adecuadas)
- d) Revisión de los resultados e interpretación: Vista atrás para comprobar el resultado y la validez del planteamiento. ¿Hay métodos alternativos? ¿Hay consideraciones que los resultados permitan establecer?

*En los problemas que desarrollaremos a lo largo del texto, aplicaremos la metodología anterior adaptada al enfoque termodinámico y en forma de Algoritmo de resolución cuyos pasos, son los siguientes:*

1. **Sistema a estudio:** establecemos la sustancia y el tipo de sistema o dispositivo a analizar así como el esquema del mismo.
2. **Condiciones:** recogemos la información que nos da el enunciado en forma de datos numéricos, **unidades empleadas** (y factores de conversión) y palabras "clave" relativas a las condiciones termodinámicas del proceso.
3. **¿Nos piden?:** Identificar qué debe calcularse
4. **Configuración:** analizamos las características específicas del sistema, que determinan el proceso o procesos (masa de control o volumen de control, tipo de frontera y flujos posibles a su través). Es el momento de *dibujar un esquema de los equipos.*
5. **Hipótesis:** Se deben considerar siempre dos aspectos:
  - a. **Modelo de sustancia**
  - b. **Características del proceso o procesos**

La primera proporciona ecuaciones para calcular las propiedades de la sustancia.

La segunda nos proporciona las ecuaciones de proceso utilizables para el cálculo de propiedades y flujos de calor o trabajo y las condiciones de los balances.

Es el momento de *representar gráficamente el proceso en un diagrama adecuado.*

**Resolución propiamente dicha:**

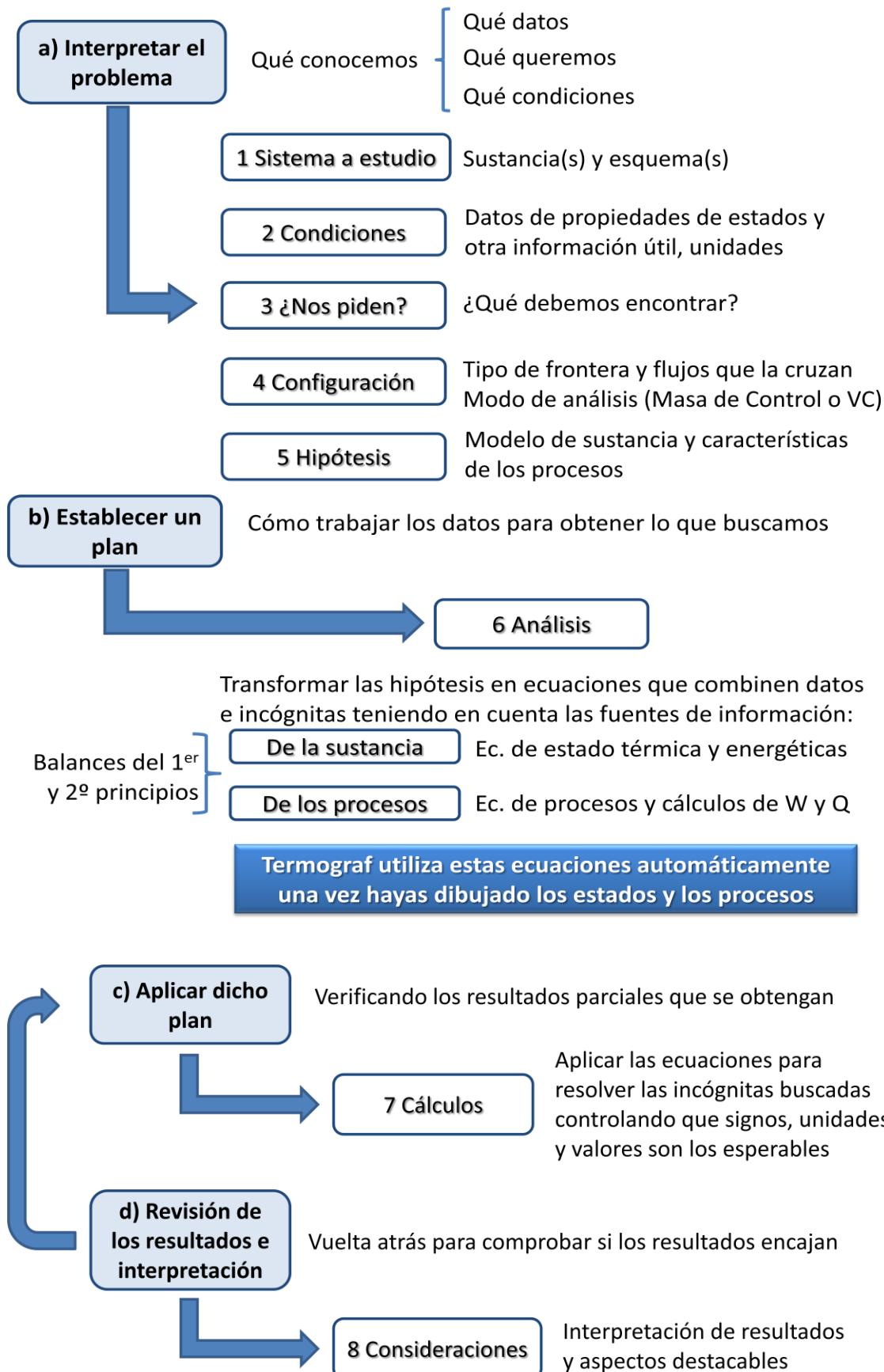
6. **Análisis:** Un análisis cuidadoso de las condiciones nos permite establecer la secuencia de cálculo que nos llevará a la solución.

La aplicación de los pasos anteriores en **Termograf** es evidente. En particular, crear estados y procesos de acuerdo con los datos permitirá completar la información que sea necesaria para el estudio propuesto.

7. **Cálculos:** A partir de lo anterior, se pasa a la resolución numérica.
8. **Consideraciones:** Es importante terminar analizando los resultados, para descartar incongruencias en signos o valores numéricos que pueden advertirnos de algún error en la resolución o los cálculos.

<sup>1</sup> Esta sección 0, como los ej. 0.1 a 3, se repiten en ambos tomos . Como instrumentos generales que son parece conveniente de modo que el uso de un tomo u otro pueda apoyarse en ellos.

En forma esquemática:



Para mayor operatividad **Análisis** y **Cálculos** se unifican en una única sección.

# 1. CONCEPTOS DE PARTIDA. UNIDADES

## Conceptos básicos de este tema<sup>1</sup>:

- Sistema,
- Masa de control, volumen de control,
- Estado, estado de equilibrio,
- Proceso,
- Ciclo termodinámico,
- Propiedad (termodinámica), p. intensiva, p. extensiva, p. extensiva específica,
- Variable de proceso,
- Volumen, temperatura, presión,
- Unidades,
- Sistema Internacional, Sistema Técnico Inglés.

## Ejemplos

Estos ejemplos resueltos en esta primera parte, al inicio de cada tema, tienen como objetivo repasar de modo práctico algunos conceptos del tema. Es conveniente que, antes de pasar a las siguientes secciones, los revises siguiéndolos en detalle para interpretar el uso dado a los conceptos.

### Ej. 1.1.- Conceptos generales<sup>2</sup>



Dibuja en un diagrama T-v un **estado**, un **proceso**, un **ciclo**, tomando como **sustancia** aire y como **modelo** Gas Ideal. Lista, al menos 10 variables relacionadas con alguno de los conceptos anteriores, clasificándolas como

propiedades termodinámicas extensivas,  
propiedades termodinámicas intensivas,  
propiedades termodinámicas específicas,  
variables o funciones de proceso

### RESOLUCIÓN<sup>3</sup>

**Sistema a estudio:** Uno indefinido.

**Modelo de la sustancia:** Aire como G Id.

**Condiciones y configuración:** Deben definirse las características de las propiedades analizadas.

---

<sup>1</sup> Las definiciones se pueden ver en el glosario incorporado a **TermoGraf**.

<sup>2</sup> Ya se ha indicado la conveniencia de trabajar el ejemplo hecho en **TermoGraf** que suele tener un desarrollo más completo y es una guía que conduce a la interpretación del problema como puedes comprobar en este caso.

<sup>3</sup> Es una buena práctica sistematizar el proceso de resolución de problemas y usar siempre una misma pauta de desarrollo que en este libro, considerando también el trabajo paralelo con **TermoGraf**, se caracteriza por las acciones siguientes: **Sistema a estudio /**

**Modelo de la sustancia /**  
**Condiciones y configuración /**  
**Análisis**

**Análisis:** Las variables de estado (o funciones de estado) son aquellas que quedan definidas con un valor específico para cada posible estado, de modo que dos estados coinciden cuando **todas** sus variables o propiedades de estado coinciden. Serán distintos dos estados si, al menos, una variable de estado es diferente. El cuadro siguiente muestra la clasificación solicitada de variables. El listado no es exhaustivo ni en las variables de estado ni en las de proceso, como se verá más adelante.

Variables de estado		Unidades: SI		
Intensivas		P, presión	T, temperatura	
Extensivas (función de la masa del sistema)	V, volumen (m <sup>3</sup> )		U, energía interna (kJ)	H, entalpía (kJ)
Extensivas específicas (para masa unidad)	v (m <sup>3</sup> /kg)		u (kJ/kg)	h (kJ/kg)
Variables de proceso		W, trabajo	Q, calor	Ambas en kJ/kg

La figura E1.1, en la página siguiente, muestra un par de estados y de procesos representados en un diagrama T-v, (ver el documento de **TermoGrafEj** 1.1.tme), y los mismos estados representados en un diagrama P-v. Puede comprobarse que las variables P, v, T y el resto que aparecen en la tabla de propiedades recogida son los mismos (cantidad reflejada y unidades) para ambos casos.

En cuanto a las variables de proceso, nos referimos con este nombre a aquellas variables cuyo valor sólo es definible cuando se materializa un proceso y que, además, dependen de cómo es dicho proceso. Por tanto, el cambio  $\Delta U$  no es variable de proceso, pues si bien cumple la primera condición, no cumple la segunda ya que su valor depende sólo de los estados inicial y final y no del proceso que los une. En lo que llamamos tabla de balances se recogen valores que sólo tienen existencia en un proceso, pero allí aparecen los dos tipos: las variables de proceso propiamente dichas y las **variaciones** de las funciones de estado en un proceso.

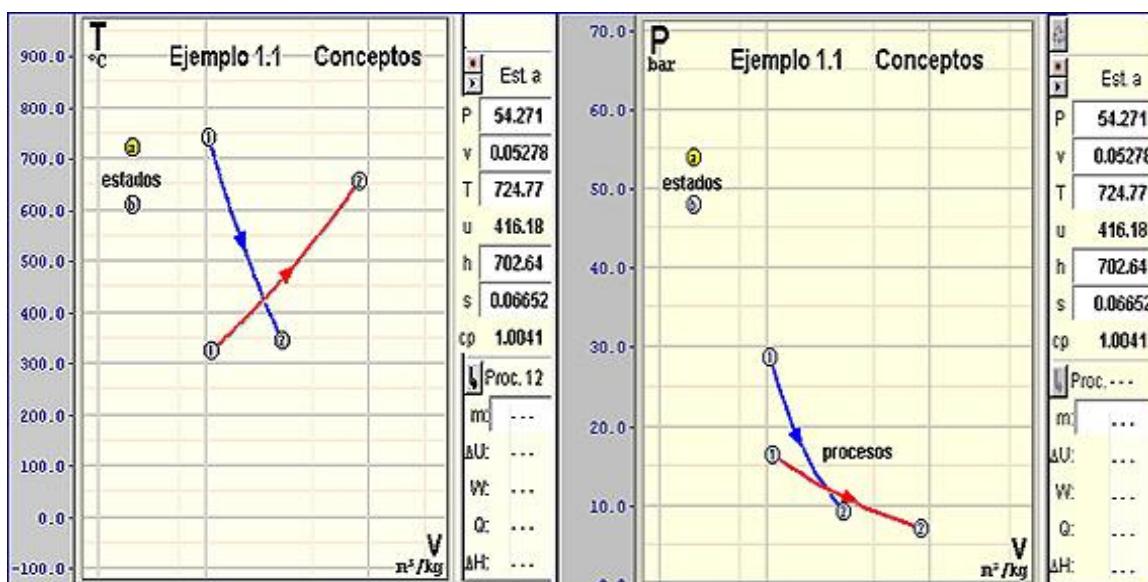


Fig. E1.1.- Estados y procesos en un diagrama T-v y en uno Pv

## Ej. 1.2.- MEDIDA DE LA PRESIÓN



Define presión manométrica y presión absoluta y calcula, en bar, ambos valores cuando la aguja del manómetro indica 6 cm de

(a) agua (densidad = 1000 kg/m<sup>3</sup>).

(b) mercurio (densidad = 13.59 kg/dm<sup>3</sup>)<sup>1</sup>

y el barómetro nos señala una presión de 990 milibares, siendo el valor de g: 9.8 m/s<sup>2</sup>.

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Uno indefinido.

**Modelo de la sustancia:** No aplicable.

**Condiciones:** Medida de la presión.

**Análisis:** La relación entre presión manométrica y absoluta se recoge en la figura E1.2

Utilizo el concepto de peso de la columna y la presión que ejerce sobre la base (1 cm<sup>2</sup>):

$$\text{Presión} = \text{Fuerza (peso)} / \text{Superficie} = m(\text{kg}) \cdot g(\text{m/s}^2) / \text{cm}^2 = \text{vol} \cdot \text{dens} \cdot g / \text{cm}^2$$

Así, la expresión a utilizar, con unidades del SI puestas en paréntesis, para la presión manométrica, calculándola a partir del peso, por cm<sup>2</sup> de la columna que la mide, es, para una altura de columna n:

$$n(\text{m}) \cdot \text{dens}(\text{kg/m}^3) \cdot g(\text{N/kg}) = n \cdot \text{dens} \cdot g(\text{Pa}) = n \cdot \text{dens} \cdot g / 100\,000 (\text{bar})$$

y para la presión absoluta:  $P_{\text{abs}} = P_{\text{atm}} + P_{\text{manom}}$

En **TermoGraf** se pueden calcular variables pulsando el botón

Nombre	Ecuación	Pantalla	Valor
P manom agua	0.06*1000*9.81/100000	2	0.00588...
P manom Hg	0.06*13590*9.81/100000	2	0.07999...
Pabs agua	1.0132+P manom agua	2	1.01908...
P abs Hg	1.0132+P manom Hg	2	1.09319...

La presión absoluta se ha calculado para una presión barométrica de 1 atm. Se deja como ejercicio calcular esta P absoluta si la barométrica es 752 mmHg (recuerda que 1 atm = 70 mmHg)

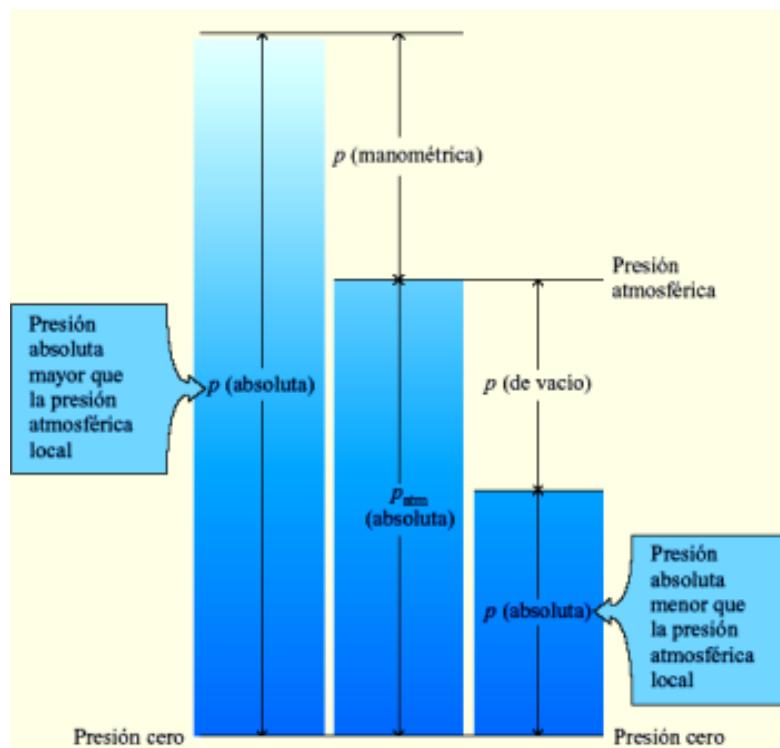


Fig. E1.2.- relación entre P absoluta, P manométrica y P de vacío

<sup>1</sup> Recuerda que el punto se utiliza como separador de la parte decimal en lugar de la coma.

# Problemas resueltos y en documento Tgraf:

## Tema 1

Estos problemas están resueltos en detalle en los documentos correspondientes de **TermoGraf** y en la segunda parte del libro (pp. 120 y ss.). En esta parte junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución, único modo real de que llegues a plantearte dudas que podrás resolver viendo la solución. Empezar viendo la solución te servirá para muy poco y no te lo recomendamos. Trabajar con estos ejercicios presenta dos opciones:

- A partir de la ayuda en cada enunciado intentar su resolución apoyándote en tablas para el cálculo de las propiedades que necesites. Cualquier duda que tengas en su resolución podrás aclararla en el ejercicio resuelto en la segunda parte.
- Utilizar los documentos **TermoGraf** como se indica en el primer párrafo lo que te evitará el enojoso y escasamente rentable esfuerzo del manejo de tablas. Estos documentos se han preparado de modo que en cada pantalla te plantea los pasos sugeridos por la ayuda de esa pantalla. Una vez hechos podrás comprobar en la siguiente si los has ejecutado adecuadamente.

### Pb. 1.1.- Conceptos generales



Define y analiza brevemente el significado de los siguientes términos: sistema termodinámico, volumen de control, propiedad, propiedad intensiva, estado de equilibrio, proceso, ciclo termodinámico, fase, proceso adiabático.

**Ayuda:** Al abrir el ejercicio Pb 1.1 te pide tus datos y una clave<sup>1</sup>.

Nombre	a
Apellidos	a
Clave de identificación	1

Puedes llenar los campos como indica la figura SÓLO en este tipo de ejercicios. Al abrirse el documento verás una serie de conceptos en la pantalla con una letra mayúscula y en el enunciado una serie de definiciones.

Dicho enunciado contiene un panel de respuestas (menú *Ventanas/Respuestas*) en el que debes emparejar el nº de la definición con el concepto a que corresponde, teniendo en cuenta que hay 10 definiciones correctas, dos incorrectas (en éstas pondrás una Z) y 16 conceptos. Una vez cubierto el panel podrás comprobar qué respuestas has sabido emparejar.

### Pb. 1.2.- Base molar y base másica



Las masas atómicas o moleculares de las sustancias O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>O, pueden consultarse en la Tabla 1 del Apéndice o seleccionando en **TermoGraf** la sustancia y con un clic en . Determina el número de kmol existente en 10 kg de cada una de ellas. Escribe una tabla con el valor de R en base molar y en base másica (1 kg) para las sustancias recogidas en el enunciado.

**Ayuda:** R es una constante universal para todos los gases cuando nos referimos a un molgramo, es decir cuando se trata del mismo número de moléculas, sea la sustancia que sea.

<sup>1</sup> Esto es debido a que los ejercicios en los que puedes comprobar tus resultados están hechos con un procedimiento un poco distinto que utiliza **TermoGraf** para evaluación continua. Son el mismo tipo de ejercicios que los incluidos al final de cada tema para autoevaluación.

Si hablamos de otra unidad de masa como el kg, entonces R tomará un valor distinto (algunos autores lo identifican como “r”) para cada sustancia pues en un kg habrá distinto número de moléculas en función de la masa que tenga la molécula de dicha sustancia.

Rtas <sup>1</sup> :	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	Amoniaco	Etileno	Aqua
nº kmol/10 kg:	0.3125	0.3569	0.5871	0.3565	0.5551
R (kJ/kmol·K)	8.314	8.314	8.314	8.314	8.314
r (kJ/kg·K)	0.2598	0.2968	0.4881	0.2964	0.4615

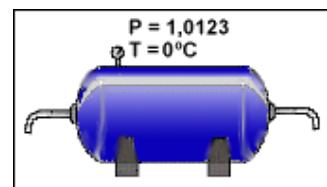
### Pb. 1.3.- Ecuación térmica de estado



Un depósito contiene 0.3 kmol de gas dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en condiciones estándar<sup>2</sup>. ¿Cuál es su volumen específico, en m<sup>3</sup>/kmol, si se cumple P·v = RT?

Determina el valor de la masa si lo expresamos en kg y calcula con este valor el volumen total, en m<sup>3</sup>, utilizando la expresión anterior.

**Ayuda:** La ecuación dada se conoce como la ecuación térmica de estado y es una de las ecuaciones de estado ya sea en el modelo de Gas Perfecto (también llamado modelo de Gas Ideal estándar frío) o en el de Gas Ideal. Bastará aplicar la ecuación propuesta con atención a las unidades y al valor de R.



**Rtas:** v = 22.435 m<sup>3</sup>/kmol que es un valor ya conocido pues un mol de cualquier gas ocupa 22.4 en CE; m = 4.812 kg y V = 6.704 m<sup>3</sup>

### Pb. 1.4.- Proceso politrópico



Un dispositivo cilindro-pistón que contiene 10 kg de acetileno es comprimido desde el estado 1, con P<sub>1</sub> = 1 bar, v<sub>1</sub> = 800 cm<sup>3</sup>/g, hasta el estado 2, con P<sub>2</sub> = 10 bar, V<sub>2</sub> = 3 m<sup>3</sup>.

Durante el proceso, la relación entre la presión y el volumen específico toma la forma P·v<sup>n</sup> = cte. Determina el valor del índice n y calcula con ella el valor de V cuando P es 400 000 Pa.

**Ayuda:** En **TermoGraf** basta con dibujar el proceso de estado inicial a final previa selección del tipo de proceso: politrópico libre. Sobre papel: deberemos despejar n de la igualdad P<sub>1</sub>·v<sub>1</sub><sup>n</sup> = P<sub>2</sub>·v<sub>2</sub><sup>n</sup>

Es obligado manejar las propiedades con un conjunto equivalente de unidades. Podemos optar por una variación del SI: P en bar y V en m<sup>3</sup>.

**Rtas<sup>1</sup>:** n=2.348; V (4 bar, 10 kg y tras un proceso politrópico con n = 2.348) = 4.433 m<sup>3</sup>

### Pb. 1.5.- Escalas termométricas



Se construye un termómetro con una escala cuyo cero coincide con la temperatura de ebullición del propano a presión atmosférica, y cuyo valor 100 se corresponde con la lectura 100 de la escala Fahrenheit. Se pide determinar la temperatura en °C, cuando la lectura en dicha escala sea 87. ¿A qué equivale, en K, una de sus unidades? ¿Y en °C?

<sup>1</sup> Recuerda que el punto se utiliza como separador de la parte decimal en lugar de la coma.

<sup>2</sup> Debes identificar el convenio Condiciones Estándar y distinguirlo del de Condiciones Normales.

**Ayuda:** Debes establecer una proporción entre el nº de divisiones de una escala y el de otra y a partir de dicha relación puedes responder todas las cuestiones. Lógicamente antes deberás determinar las propiedades del punto de ebullición a presión atmosférica para lo que debes revisar los conceptos correspondientes.

**Rta:**  $T = 27.42^\circ\text{C}$

### Pb. 1.6.- Estados termodinámicos



La fig. Pb 1.6 muestra parte de una instalación de potencia. En ella, una turbina produce trabajo que extrae del vapor de agua que recibe. El caudal a la entrada de la turbina es de 31000 l/min y la presión, regulada por una válvula, es 2800 kPa. El flujo másico medido a la salida de la turbina es de 6 kg/s, la temperatura es  $410^\circ\text{F}$  y la presión es 12.8 bar. Con los datos anteriores:

- a) expresa  $P_1$  en bar.
- b) calcula  $T_1$  en  $^\circ\text{C}$ .
- c) calcula  $T_2$  en K
- d) expresa  $P_2$  en cm de columna de agua.



Fig. Pb 1.6

**Ayuda:** Una turbina se analiza como Volumen de Control, con una entrada y una salida, y el flujo másico es el mismo en ambas. Como  $T_1$  no es dato tendrás que obtenerlo del diagrama en **TermoGraf**, representando el estado con dos datos que conozcas (Principio de Estado para una sustancia PvT). Como conoces el flujo másico y el caudal a la entrada puedes determinar el volumen específico,  $v_1$ , y con  $P_1$  tienes la información precisa para representar el estado.

**Rtas:**  $P_1 = 28$  bar;  $T_1 = 300.05^\circ\text{C}$ ;  $T_2 = 483.15$  K;  $P_2 = 28\ 541.4$  cm de columna de agua

# Problemas con documento Termograf para autoevaluación

En estos problemas junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución y la compruebes con la Rta. Es muy conveniente que lo hagas en el documento **Termograf** de autoaprendizaje que encontrarás en la sección correspondiente y que difiere de los anteriores en que aquí no hay desarrollo por pantallas sino sólo la ayuda y las Rtas, aunque también pueden incluir Rtas de pasos intermedios, cuando convenga.

Una vez resuelto podrás contrastar las Rtas de todos los pasos en detalle. Si te pide clave de acceso puedes poner un 1 en todos los campos que debas llenar.

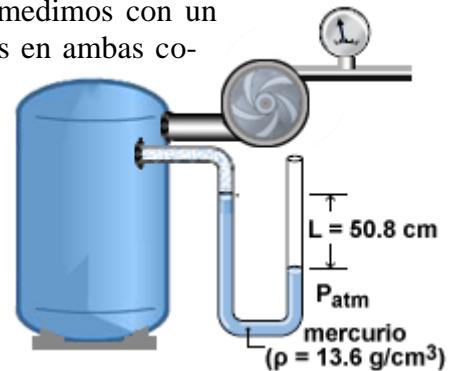
## Pb. 1.7.- Presión absoluta, manométrica, de vacío

El manómetro conectado a la salida de una bomba de vacío da una lectura de  $22 \text{ lbf/in}^2$ . La entrada está conectada a un depósito cuya presión medimos con un manómetro en U que contiene mercurio y cuyos niveles en ambas columnas difieren en 508 mm. Sabiendo que la  $P_{\text{amb}}$  es 1010 milibar y el valor local de  $g$  es  $9.815 \text{ m/s}^2$  determina el valor de la presión absoluta del depósito y en la tubería de salida.

**Ayuda:** Transforma todas las magnitudes al SI y aplica las fórmulas correspondientes.

**Rta:**

$$P_{\text{dep}} = 0.6781 \text{ bar}; P_{\text{vac}} = 0.3319 \text{ bar}; P_{\text{tub sal}} = 2.527 \text{ bar}$$



## Pb. 1.8.- Escala absoluta

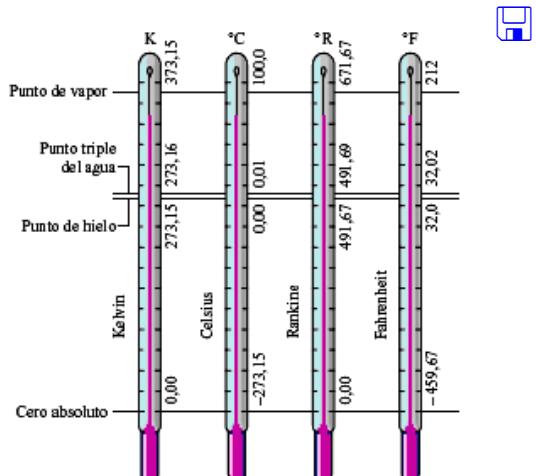
En un día caluroso de verano la temperatura del termómetro de ambiente da un valor tres veces superior si lo medimos en Fahrenheit que si lo medimos en Celsius. Calcula dicho valor y pásalo a valores absolutos (K y °R). Haz lo mismo para la temperatura de un día realmente invernal en Siberia en el que el valor en Celsius coincide con el valor en Fahrenheit.

**Ayuda:** Escribe la ecuación correspondiente a la condición del enunciado y aplica luego los cambios de escala requeridos.

**Rta:**

$$T_{\text{ver}} = 26.667^\circ\text{C}; T_{\text{ver}} = 80^\circ\text{F}; T_{\text{ver}} = 299.82 \text{ K}; T_{\text{ver}} = 539.67^\circ\text{R}$$

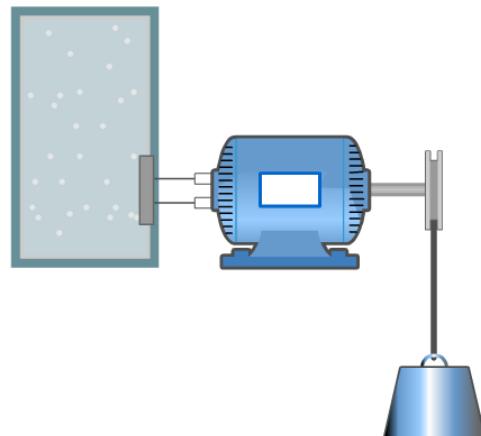
$$T_{\text{inv}} = -40^\circ\text{C}; T_{\text{inv}} = -40^\circ\text{F}; T_{\text{inv}} = 233.05 \text{ K}; T_{\text{inv}} = 419.67^\circ\text{R}$$



## 2. PRIMER PRINCIPIO. FLUJOS DE TRABAJO Y CALOR

**Conceptos básicos de este tema:**

primer principio,  
Energía interna,  
Trabajo,  
Calor,  
Flujo/ transferencia de calor,  
Balance de masa,  
Balance de energía,  
Energía interna específica,  
Entalpía,  
Entalpía específica,  
Ciclo de una máquina térmica,  
Bomba de calor,  
Rendimiento de un ciclo,  
COPs de una máquina frigorífica y de una bomba de calor



Apoyados en la facilidad que supone el uso de **TermoGraf** para el cálculo de propiedades este capítulo introduce junto con los conceptos base del primer principio su aplicación en sustancias utilizando distintos conceptos correspondientes al capítulo 3 (por ej. título de una mezcla bifásica). Sin embargo es en el capítulo siguiente donde se desarrolla de forma más sistemática el análisis de los distintos modelos por lo que en éste se definen en cada caso los conceptos del tema 3 utilizados.

### Ejemplos

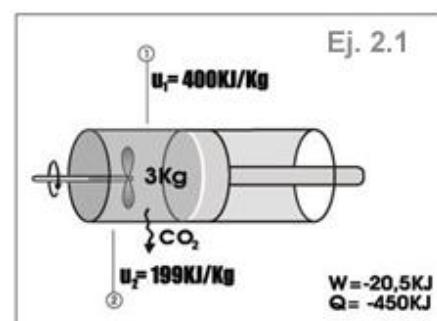
*Los ejemplos resueltos en esta primera parte, al inicio de cada tema, tienen como objetivo repasar de modo práctico algunos conceptos del tema. Es conveniente que, antes de pasar a las siguientes secciones, los revises siguiéndolos en detalle para interpretar el uso dado a los conceptos. Puedes también ver el problema resuelto en **TermoGraf**.*

#### Ej. 2.1<sup>1</sup>.- BALANCE DE ENERGÍA EN UN GAS (como Gas Ideal)



En un cilindro con émbolo hay 3 kg de N<sub>2</sub> que se expanden mientras ceden un flujo de calor de 450 kJ y se les transfieren 220.5<sup>2</sup> kJ de energía mediante el giro de unas paletas. Inicialmente tiene una energía interna específica  $u_1=400 \text{ kJ/kg}$  y en el estado final ésta se ha reducido, siendo  $u_2=199 \text{ kJ/kg}$ .

- a) Calcula el trabajo realizado por el gas en la expansión



<sup>1</sup> ¿Cómo resolver un problema en **TermoGraf** del que no nos dan ni estados ni procesos? ¿Imposible? Lo verás en el documento Ej 03.01.tme

<sup>2</sup> Como ya se ha señalado anteriormente, se utiliza el punto como separación de la parte decimal.

- b) Analiza gráficamente el resultado, dibujando un proceso en un diagrama **Pv**, que cumpla con las condiciones del enunciado.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** 3 kg en un sistema cerrado.

**Sustancia y Modelo:** N<sub>2</sub> como Gas Ideal.

**Configuración:** Pv; SI; MC.

**Condiciones:** No se da información de los estados que permita su localización ni sobre el tipo de proceso. Se proporciona información sobre la energía interna y los flujos de Q o W existentes.

**Análisis:**

- a) a) Si escribimos la ecuación del balance de energía para un sistema cerrado (no hay flujo de masa) tendremos:

$$U_2 - U_1 = Q - W = Q - (W_{\text{pal}} + W_x) \quad [1]$$

ya que W representa toda la energía que atraviesa la frontera como flujo de trabajo. En nuestro caso éste es: -20.5 kJ por el giro de las paletas y, además, el trabajo correspondiente a la expansión: dW<sub>x</sub> = P·dV (integrado entre 1 y 2). Puesto que no conocemos el proceso, ni los valores de P y V en 1 y 2, su cálculo será posible despejando en [1]

$$W_x = Q - W_{\text{pal}} - (U_2 - U_1)$$

es decir, sustituyendo valores

$$W_x = -450 \text{ kJ} - (-20.5 \text{ kJ}) - 3 \text{ kg} \cdot (199 - 400) \text{ kJ/kg} = 173.5 \text{ kJ},$$

trabajo que es positivo por ser una expansión.

- b) La solución gráfica está desarrollada en el documento de **TermoGraf** Ej 2.1

## Ej. 2.2.- Trabajo con fuerzas elásticas y gravitatorias



Un cilindro vertical con un pistón (masa 10 kg y área de 49 cm<sup>2</sup>) contiene 0.5 moles de aire a temperatura ambiente (t<sub>0</sub> = 25 °C, P<sub>0</sub> = 1 bar). La parte superior del pistón está unida a un muelle cuya constante es de 133.05 N/m. El muelle tiene su longitud natural en el estado inicial. Se calienta el gas hasta que su energía interna alcanza los 334.44 kJ/kg. Se pide:

- a) Supón que el proceso real puede asimilarse a una polítrópica de índice n = -0.52, y determina el trabajo realizado por el gas y el calor transferido, usando **TermoGraf**.
- b) Obtén dichos valores a partir de la expresión integral del trabajo sabiendo que el muelle cumple

$$F_{\text{muelle}} = -k \cdot x,$$

para una frontera del sistema que no incluya el émbolo dentro de ella y analiza si es válida la suposición anterior.

- c) ¿Cómo cambia el análisis si la frontera incluye al émbolo?

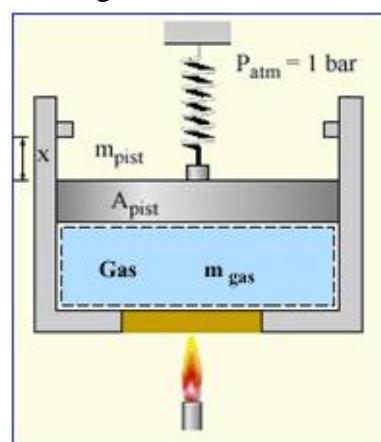


Fig. E2.2

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en un cilindro-émbolo vertical.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** Dependiendo de la elección de la frontera del sistema:

- a) no habrá que contemplar la variación de la energía potencial del émbolo (cuando quede exterior y su efecto se considere a través de la presión que sufre la frontera del sistema)
- b) o se deberá incluir en los cambios de energía del propio sistema (cuando se considere dentro de la frontera)
- c) la masa de 0.5 mol en kg:  $0.5 \text{ mol} \cdot 0.02897 \text{ kg/mol} = 0.014485 \text{ kg}$ ; es importante seguir un criterio con unidades y referencia másica: así, si tomamos la masa en kg, deberemos manejar para la constante R su valor adecuado a esta referencia que, para el aire, es:

$$R = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K} = 8.314 \text{ kJ/ } 38.97 \text{ kg}\cdot\text{K} \text{ ya que } 1\text{kmol de aire es igual a } 28.97 \text{ kg}$$

**Análisis:**

a) Del problema resuelto con **TermoGraf** (pantalla 2 del ejemplo en **TermoGraf**) obtenemos los siguientes valores para la masa de 0.014485 kg:

$$\mathbf{W = 0.460 \text{ kJ}}$$

$$\mathbf{Q = 2.222 \text{ kJ.}}$$

Es inmediato comprobar este valor sin más que utilizar las expresiones apropiadas para una politrópica con índice  $n = -0.52$  para el aire como gas ideal (válidas para  $n \neq 1$ ).

**Trabajo:**

$$W = m \cdot R \cdot (T_2 - T_1)/(1-n) \text{ , expresión de la que debemos conocer } T_2$$

Para este estado nos dan el dato de  $u_2$ , luego llevando ese valor a las tablas o de **TermoGraf**,  $T_2 = 466.15 \text{ K}$ , luego tendremos, llevando valores a la expresión del trabajo:

$$\begin{aligned} W &= m \cdot R \cdot (T_2 - T_1)/(1-n) = \\ &= 0.5 \text{ mol} \cdot (8.314 \text{ J/mol}\cdot\text{K}) \cdot (466.15 - 298.15) \text{ K}/(1+0.52) \text{ kJ} = \\ &= \mathbf{459.5 \text{ kJ}} \text{ que coincide prácticamente con el del programa.} \end{aligned}$$

**Calor:**

Por otra parte, del primer principio:  $U_2 - U_1 = Q - W$ , en donde conocemos

$U_2 = 0.5 \text{ mol} \cdot 334.44 \text{ kJ/kg} \cdot 0.02897 \text{ kg/mol} = 4.844 \text{ kJ}$  y en cuanto a  $U_1$ , podemos obtenerlo de las tablas o con **TermoGraf** para las condiciones dadas ( $T_1: 298.15 \text{ K}$ ):

$$U_1 = 0.5 \text{ mol} \cdot 212.75 \text{ kJ/kg} \cdot 0.02897 \text{ kg/mol} = 3.081 \text{ kJ, por tanto}$$

$$Q = (U_2 - U_1) + W = (4.844 - 3.081) \text{ kJ} + 0.4595 \text{ kJ} = 2.223 \text{ kJ}$$

b) Los cálculos no han necesitado hacer consideraciones sobre la frontera puesto que los hemos realizado todos con las variaciones experimentadas por el gas, considerando los valores de las propiedades en el estado inicial y final y calculando el trabajo directamente del tipo de proceso (fórmula para ese proceso –politrópica de índice n– obtenida a partir de la expresión  $\int P \cdot dv$ ).

Existe una forma alternativa de calcular el trabajo, utilizando la expresión  $\int P \cdot dv$ , sin hacer la hipótesis de proceso politrópico. Para ello deberemos poner la expresión de P desagregada en sus diferentes componentes. De acuerdo con la figura E2.2 a, si tomamos como frontera el interior del cilindro, sin el émbolo, tendremos la expresión siguiente para la P del gas:

$$P = P_0 + P_{\text{émb}} + P_{\text{muelle}}$$

Y cada una de ellas valdrá :

$$P_0 = 1 \text{ bar} = 100 \text{ kPa}$$

$$P_{\text{émb}} = \text{Peso}/\text{Sup}_{\text{émb}} =$$

$$= 10 \text{ kg} \cdot 9.8 (\text{m/s}^2) / 0.0049(\text{m}^2) = 20000 \text{ Pa} = 0, 2 \text{ bar} = 20 \text{ kPa}$$

$$P_{\text{muelle}} = F / \text{Sup}_{\text{émb}} = k \cdot x / 0.0049 = (133.05 (\text{N/m}) \cdot x (\text{m}) / 0.0049(\text{m}^2)) = \\ = 27153 \cdot x \text{ Pa} = 27.153 \cdot x \text{ kPa},$$

donde x viene medido en m.

Con esto, utilizando el kPa como unidad de presión para obtener el resultado en kJ si ponemos el resto de las unidades en el SI :

$$\begin{aligned} W &= \int P \cdot dv = \int (P_0 + P_{\text{émb}} + P_{\text{muelle}}) \cdot dv = \\ &= \int_0^{x_{\text{máx}}} (100 + 20 + 27.15 \cdot x) \cdot (\text{Sup}_{\text{émb}}) \cdot dx \\ &= 120 \cdot 0.0049 \cdot x_{\text{máx}} + (27.15 \cdot 0.0049 \cdot x_{\text{máx}}^2) / 2 \end{aligned} \quad [1]$$

Determinaremos ahora el valor de  $x_{\text{máx}}$ .

$$\text{Será } x_{\text{máx}} = (V_2 - V_1) / \text{Sup}_{\text{émb}} = m \cdot (v_2 - v_1) / \text{Sup}_{\text{émb}}$$

De la expresión anterior no conocemos  $v_2$  que lo podemos calcular con la ecuación del proceso:

$$P_1 \cdot v_1^{-0.52} = P_2 \cdot v_2^{-0.52} \text{ o tomándolo de la tabla de estados de TermoGraf}$$

Es decir:  $v_1 = 0.7132 \text{ m}^3/\text{kg}$ , y  $v_2 = 0.9570 \text{ m}^3/\text{kg}$  por tanto

$$\begin{aligned} x_{\text{máx}} &= m \cdot (v_2 - v_1) / \text{Sup}_{\text{émb}} = 0.014485 \cdot (0.9570 - 0, 7132)(\text{m}^3/\text{kg}) / 0.0049 \text{ m}^2 \\ &= 0.72 \text{ m} \end{aligned}$$

Llevando este valor a [1], integral para W, tenemos

$$W = 0.588 \cdot 0.72 \text{ kJ} + 0.0666 \cdot 0.72^2 = 0, 458 \text{ kJ}$$

En cuanto a la presión final será

$$P_2 = 120000 (\text{Pa}) + 133.05 (\text{N/m}) \cdot 0.72 (\text{m}) / 0.0049 (\text{m}^2) = 139550 \text{ Pa} = 1.396 \text{ bar}, \text{ valor que es muy aproximado al dado por TermoGraf.}$$

c) Si tomamos como sistema el correspondiente a la fig. E2.2 b, la presión en la frontera del sistema es ahora:

$$P = P_0 + P_{\text{muelle}}$$

En cuanto a la expresión del primer principio, hay que tener en cuenta que en el sistema hay variación de energía potencial pues la masa del émbolo, que ahora es parte del sistema, cambia de altura. Por tanto escribiremos:

$$\Delta U + \Delta E_{\text{pot}} = Q - W, \text{ o bien, desarrollando los términos:}$$

$U_2 - U_1 + m \cdot g \cdot (x_{\text{máx}} - x_0) = Q - \int (P_0 + P_{\text{muelle}}) \cdot dv$ , expresión que coincide con el planteamiento previo, si pasamos  $m \cdot g \cdot (x_{\text{máx}} - x_0)$  al segundo miembro. En el sistema b) el trabajo deberemos calcularlo como el de a) disminuido en el valor del incremento de energía potencial que ahora forma parte del propio sistema y no ha "salido" fuera de la frontera. Es algo similar al caso del rozamiento que es un trabajo que se incorpora al sistema, por lo que el trabajo que atraviesa la frontera es el de expansión menos el de rozamiento.

$$\begin{aligned} \text{En nuestro caso: } W(b) &= 0.458 \text{ kJ} - m_{\text{émb}} \cdot g \cdot \Delta h = 0.458 \text{ kJ} - 10 (\text{kg}) \cdot 9.8 (\text{m/s}^2) \cdot 0.72 (\text{m}) \\ &= \end{aligned}$$

$$= 0.458 \text{ kJ} - 70.56 \text{ J} = 0.387 \text{ kJ}$$

### Consideraciones:

Los resultados avalan la hipótesis de que el proceso real equivale a la isotrópica de índice  $n = -0.52$ .

El cambio de frontera del sistema sólo influye en la forma en que escribiremos los términos en la expresión del primer principio, que en su forma general para un sistema sin flujo de masa (cerrado) será:

$$\Delta U + \Delta E_{c} + \Delta E_{p\ g} + \Delta E_{elást} + \Delta E_{...} = Q - W$$

En este caso será

$$\Delta U + \Delta E_{p\ g} + \Delta E_{elást} = Q - W$$

Si ahora tenemos en cuenta que  $W$  representa el trabajo de todo tipo que atraviesa la frontera, tenemos las siguientes opciones:

Frontera a) incluye sólo al gas:

$W$  es el  $W_x$  calculado con la presión en la frontera igual a  $P_0 + P_{emb} + P_{muelle}$

Ec del Pr. Principio:  $\Delta U = Q - W_x$

Frontera b) incluye al gas y al émbolo:

$W$  es el  $W_x$  calculado con la presión en la frontera igual a  $P_0 + P_{muelle}$

Ec del Pr. Principio:  $\Delta U + \Delta E_{p\ g} = Q - W_x$

pues el sistema incluye ahora la masa que cambia su  $E_p$  luego en el primer miembro debemos incluir como energía del sistema los dos términos incluidos.

Podemos preguntarnos qué calcula **TermoGraf** en este segundo caso. El programa calcula lo que diríamos es el punto de vista del gas: es decir el caso a).

Si queremos analizar las cosas como sistema b) o incluso un sistema que incluyera al muelle, tendríamos que escribir el balance incluyendo en la variación de la energía del sistema la de estas energías, o bien suponer que el flujo de trabajo queda disminuido en el equivalente:

$$W_{neto} = W_x - W_{f.\ grav} - W_{f.\ elást}$$

Siendo el trabajo de expansión el correspondiente a la presión que ejerce el gas:  $P_0 + P_{emb} + P_{muelle}$ .

### Ej. 2.3.- Isoenergéticas e isotermas. Modelo de gas ideal



Un cierto volumen de  $CO_2$  se expande hasta 6 veces su volumen, desde una temperatura de 1500K hasta una temperatura de 300K. Se pide

1. Representa el proceso en el diagrama Pv.
2. Calcula, por unidad de masa, aplicando el modelo de gas ideal (en kJ/kg):
  - La variación de energía interna
  - El trabajo producido
  - El flujo de calor intercambiado
3. Varía el proceso, manteniendo las temperaturas y el índice polítrópico. Observa que la relación de expansión se mantiene constante.
  - ¿Varían los resultados anteriores? ¿Por qué? Justifícalo a partir de las expresiones de cálculo de cada una de las variables.
  - ¿Qué le ocurre al calor específico del proceso? Analízalo a partir de los valores de los calores específicos  $c_p$  y  $c_v$  que te da la pantalla. ¿Está de acuerdo el comportamiento con el modelo que estás utilizando?

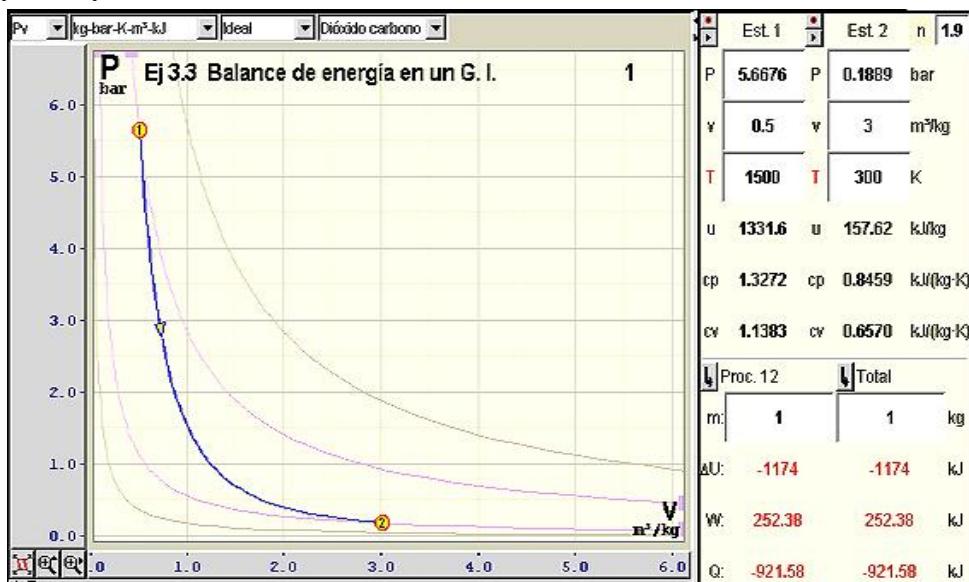
**Ayuda:** Dibuja las isolíneas  $T = \text{cte}$  para las temperaturas dadas. Habrá infinitos procesos que cumplan las condiciones dadas. Dibuja uno cualquiera. Fija el valor de las temperaturas (botón rojo sobre tabla de estados). Para el punto 3, desplaza el proceso dibujado arrastrando la flecha que lo identifica.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Una cierta masa de aire en un recinto cerrado.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** No se especifica el proceso realizado del que solo se dan las temperaturas inicial y final y la relación de volúmenes .



### Análisis:

1) Eligiendo un proceso cualquiera que cumpla las condiciones señaladas (fig. E2.3) reallizaremos a partir de la información del proceso el cálculo de las magnitudes solicitadas. Es decir,

Índice  $n = 1.9$ ;  $T_1 = 1500 \text{ K}$ ;  $T_2 = 300 \text{ K}$ ;  $v_2/v_1 = 6$ ; tomando  $v_1 = 0.5 \text{ m}^3/\text{kg}$

2) Con todo ello, tomando los valores de las tablas o de **TermoGraf**, tenemos , por kg:

$$(u_2 - u_1) = 157.62 \text{ kJ/kg} - 1331.6 \text{ kJ/kg} = -1174 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{aligned} W/\text{kg} &= R \cdot (T_2 - T_1)/(1-n) = \\ &= ((8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K})/(44.01 \text{ kg/kmol})) \cdot (1500 - 300) \text{ K}/(1-1.9) \text{ kJ} \\ &= -251.9 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$Q/\text{kg} = (U_2 - U_1) + W = -1174 \text{ kJ/kg} + (-251.9 \text{ kJ/kg}) = 922.1 \text{ kJ/kg}$$

3) Si procedemos a mover el proceso (en **TermoGraf** bastará fijar las temperaturas y arrastrar en uno u otro sentido tras hacer clic sobre la flecha indicadora del sentido del proceso), obtenemos los resultados de la tabla adjunta en la que se separan los valores que cambian ( $v$ ,  $P$ ) y sus relaciones y los que permanecen constantes:  $u$ ,  $T$ ,  $c_p$ ,  $c_v$  por un lado, y  $\Delta U$ ,  $W$  y  $Q$  por otro.

No es difícil ver la razón de por qué se mantienen constantes todos ellos pues las variables de estado  $u$ ,  $T$ ,  $c_p$ ,  $c_v$  son **SÓLO** función de  $T$  cuando el modelo empleado es Gas Ideal o Perfecto. En cuanto a las variables de proceso tenemos que para una politrópica,

W se puede expresar en función de  $(T_2 - T_1)$  y Q se calcula como diferencia entre  $(u_2 - u_1)$ . Como consecuencia Q y W también serán constantes (en el documento de **TermoGraf** puedes visualizar esto: fijas la T en los estados 1 y 2 con clic del botón derecho sobre cada estado y selección de la condición T fija. A continuación arrastras el proceso “tirando” de la flecha que lo identifica y compruebas todo lo señalado que se recoge en la tabla E2.3 para varios casos).

En cuanto al calor específico del proceso,  $c = (n \cdot c_v - c_p)/(n-1)$ <sup>1</sup>, es también constante como se deduce de su expresión. Con él se podría calcular  $Q = c \cdot (T_2 - T_1)$  como hemos hecho con  $\Delta U$  y W.

Unidades: P(e), P(s): bar; T(e), T(s): K; v(e), v(s): m <sup>3</sup> /kg;							
v(e)	P(e)	T(e)	v(s)	P(s)	T(s)	v(s) / v(e)	P(s) / P(e)
0.5	5.6676	1500	3	0.1889	300	6	0.03333
1	2.8338	1500	6	0.09446	300	6	0.03333
1.5	1.8892	1500	9	0.06297	300	6	0.03333
2	1.4169	1500	12	0.04723	300	6	0.03333

Unidades: v(e): m <sup>3</sup> /kg; cp(e), cv(e), cp(s), cv(s): kJ/(kg·K); ΔU(p), W(p), Q(p): kJ;							
v(e)	cp(e)	cv(e)	cp(s)	cv(s)	ΔU(p)	W(p)	Q(p)
0.5	1.3272	1.1383	0.8459	0.6570	-1174	252.38	-921.58
1	1.3272	1.1383	0.8459	0.6570	-1174	252.38	-921.58
1.5	1.3272	1.1383	0.8459	0.6570	-1174	252.38	-921.58
2	1.3272	1.1383	0.8459	0.6570	-1174	252.38	-921.58

Tabla E2.3.- Estados y procesos en un diagrama T-v y en uno P-v

### Consideraciones:

- El cálculo :  $(u_2 - u_1) = c_{v,m} \cdot (T_2 - T_1) = ((1.1383+0.657)/2)(\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) \cdot (1500-300)\text{K} = -1077 \text{ kJ/kg}$  donde  $c_{v,m}$  es el calor específico a volumen constante medio del proceso, lleva a una aproximación que aquí no es válida (10 % de error) porque este valor medio difiere mucho de los valores extremos en el proceso *¿por qué?* . En este caso el cálculo debe hacerse por integración de  $c_v \cdot dT$  o tomando los valores de la tabla adecuada.

*Puede haber diferencia entre los valores obtenidos para W o Q y los que da TermoGraf que será debida a la precisión con que definamos el índice n. Basta utilizar el valor n=1.899 para que W coincida.*

<sup>1</sup> Puede verse una demostración en el Pb 3.13

# Problemas resueltos y en documento Tgraf:

Estos problemas están resueltos en detalle en los documentos correspondientes de **TermoGraf** y en la segunda parte del libro (pp. 120 y ss.). En esta parte junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución, único modo real de que llegues a plantearte dudas que podrás resolver viendo la solución. Empezar viendo la solución te servirá para muy poco y no te lo recomendamos. Trabajar con estos ejercicios presenta dos opciones:

- A partir de la ayuda en cada enunciado intentar su resolución apoyándote en tablas para el cálculo de las propiedades que necesites. Cualquier duda que tengas en su resolución podrás aclararla en el ejercicio resuelto en la segunda parte.
- Utilizar los documentos **TermoGraf** como se indica en el primer párrafo lo que te evitará el enojoso y escasamente rentable esfuerzo del manejo de tablas. Estos documentos se han preparado de modo que en cada pantalla te plantea los pasos sugeridos por la ayuda de esa pantalla. Una vez hechos podrás comprobar en la siguiente si los has ejecutado adecuadamente.

## Pb. 2.1.- Balance de energía en sistemas cerrados (dos gases)<sup>1</sup>



Un recipiente rígido y bien aislado tiene dos cámaras separadas por una pared móvil, inicialmente sujeta, que permite el flujo de calor y trabajo entre ambas partes. En uno de los lados a 5 bar y 350 K hay una cierta masa de aire y en la otra hay CO<sub>2</sub> a 2 bar y 500 K. Se deja libre la pared móvil de modo que finalmente se alcanza el equilibrio con P = 3.2 bar y T = 430 K en ambas partes.

Determina la masa de cada gas, sabiendo que el volumen del recipiente es 1 m<sup>3</sup>.

**Ayuda:** Es importante recordar que en el modelo de Gas Ideal (también en el de Gas Perfecto), una isoterma es una isoenergética e isoentálpica (o sea: T=cte supone u=cte y h=cte). Esto quiere decir que en estos dos modelos u, h son función sólo de la T.

**Rta:** m<sub>a</sub> = 1.826 kg y m<sub>CO<sub>2</sub></sub> = 0.987 kg

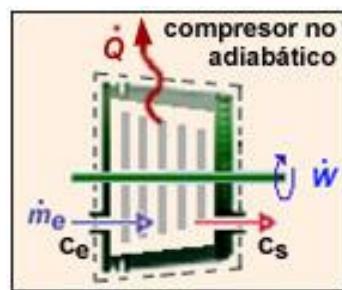
## Pb. 2.2.- Trabajo en un compresor<sup>2</sup>



El aire entra a un compresor que opera en situación estacionaria a una presión de 1 bar, a una temperatura de 300 K y a una velocidad de 12 m/s a través de una sección de 0.05 m<sup>2</sup>.

En la salida, la presión es 9 bar, la temperatura 650 K y la velocidad 2 m/s. El calor se transfiere del compresor al entorno con una potencia cedida de 30.27 kW. Calcula, con el modelo de gas ideal,

- supuesto el proceso politrópico, el índice del mismo,



Pb 2.2 Flujos en el Vde C del compresor

<sup>1</sup> El documento Pb 02.01.tme de **TermoGraf** recoge una variante con N<sub>2</sub> en lugar de CO<sub>2</sub> y alguna cuestión complementaria en relación con los flujos de Q y trabajo a través del émbolo que no contempla el ejercicio aquí resuelto.

<sup>2</sup> Este ejercicio y el siguiente con sus respectivos documentos **TermoGraf** son dos variantes con ligeros cambios. El Pb 02.03 presenta alguna cuestión complementaria que ayuda a la comprensión de los conceptos aquí utilizados.

2. el flujo másico,  $f_m$ , en kg/s,
3. el calor específico medio del proceso  $C_{proc, m} = q/\Delta T$ ,
4. la potencia consumida por el compresor, en kW.

**Ayuda:** En el balance hay que incluir la energía cinética y, como es un sistema abierto, con flujo másico, la expresión trabaja con la entalpía de las masas que fluyen. De este modo el trabajo que aparece en la expresión como  $W_{VC}$ , es el trabajo total menos el de flujo ( $P_2V_2 - P_1V_1$ ) que queda incorporado como parte de la entalpía de dichas masas.

**Rtas:**

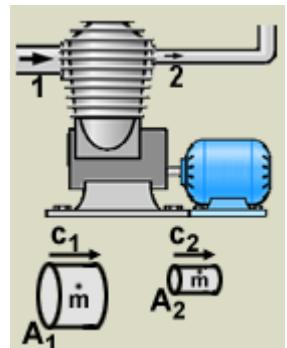
1.  $n = 1.277$ ;
2.  $f_m = 0.3647 \text{ kg/s}$
3.  $C_{proc, m} = 0.237 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;
4.  $W_{VC} = -168.88 \text{ kW}$

### Pb. 2.3.- Balance de energía en un compresor



El aire entra a un compresor refrigerado con una presión de 1 bar, una temperatura de 300 K y una determinada velocidad a través de una sección A<sub>1</sub> de 0,06 m<sup>2</sup>. En la salida, la presión es 6 bar, la temperatura 350 K y la velocidad 370 m/s con una sección A<sub>2</sub> de 25 cm<sup>2</sup>. El calor se transfiere del compresor al entorno con un ritmo de 1195 kW. El compresor opera en situación estacionaria y con rozamientos (hay trabajo disipativo). Calcula, con el modelo de gas ideal, y supuesto que el proceso puede representarse por una politrópica:

1. El índice, n, del proceso politrópico,
2. El flujo másico, en kg/s,
3. La velocidad de entrada, en m/s,
4. El caudal a la salida, en litros por seg., y
5. La potencia consumida por el compresor, en kW, y
6. El trabajo disipativo que origina un incremento de la potencia necesaria.



Pb 2.3 Compresión con efectos disipativos

**Ayuda:** En el balance hay que incluir la energía cinética y, como es un sistema abierto, con flujo másico, la expresión trabaja con la entalpía de las masas que fluyen. De este modo el trabajo que aparece en la expresión como  $W_{VC}$ , es el trabajo total menos el de flujo ( $P_2V_2 - P_1V_1$ ) que queda incorporado dentro de la entalpía de dichas masas.

Por otra parte, el sistema cede más calor del que corresponde al proceso politrópico que lo representa: ese dato indica que hay un trabajo de fricción que debe también evadirse y que es el exceso entre el calor total cedido y el que corresponde al proceso señalado.

**Rtas:**

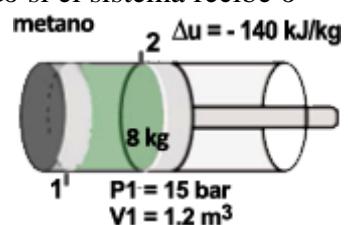
1.  $n = 1.0941$ ,
2.  $f_m = 5.52404 \text{ kg/s}$ ,
3.  $c_1 = 79.2856 \text{ m/s}$ ,
4. **caudal = 925 l/s**
5.  $W_{VC} = -1833.42 \text{ kW}$ ,
6.  $W_d = -551.09 \text{ kW}$ .

## Pb. 2.4.- Transferencia de calor en una expansión



En un cilindro-pistón se produce la expansión lenta y sin rozamientos de 8 kilogramos de gas metano en un proceso para el que la relación presión-volumen es  $Pv^n = \text{cte}$ . La presión inicial es 15 bar y el volumen inicial que es de  $1.2 \text{ m}^3$  se triplica en el estado final. No hay variación en las energías cinética y potencial del gas. Calcula:

- El índice politrópico, sabiendo la variación que experimenta la energía interna específica,  $u$ , del gas en este proceso es  $u_2 - u_1 = -140 \text{ kJ/kg}$ ,
- Calcula también  $T_2$ , en K,  $P_2$ , en bar,  $W$  y  $Q$ , en kJ, señalando si el sistema recibe o cede este calor.
- Con el mismo estado inicial y sabiendo que la  $P$  final es también la misma que la del proceso anterior, determina la temperatura y energía interna específica finales así como la transferencia neta de calor de los procesos para los valores del índice de politropía:  $n = 1$  y  $n = 1.2651$ . Analiza  $\Delta u$  y  $Q$  en ambos procesos e identifica alguna característica significativa de los mismos.



Pb 2.4 Expansión de un gas ideal

**Ayuda:** Configura la pantalla, obtén dos propiedades del estado 1 y representa el primer proceso de acuerdo con las condiciones señaladas para identificar los valores de  $n$ ,  $P$  y  $T$  finales así como los flujos de  $W$  y  $Q$ . Puedes comprobar los correspondientes resultados con las expresiones para gas ideal y proceso politrópico reversible operativas para las magnitudes correspondientes

**Rtas:**

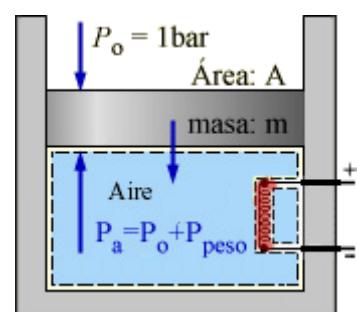
- $n = 1.159$ ,
- $T_2 = 364.318 \text{ K}$ ,  $P_2 = 4.19665 \text{ bar}$ ,  $W = 1813.98 \text{ kJ}$ ,  $Q = 693.983 \text{ kJ}$
- Para  $n = 1$ :  $T_f = 434.07 \text{ K}$ ,  $u_f = +99.98 \text{ kJ/kg}$ ,  $\Delta u = 0$  ;  $Q = W = 2292.81 \text{ kJ}$ ; Pr. Isotermo

Si  $n = 1.2651$ :  $T_f = 332.14 \text{ K}$ ,  $u_f = -98.86 \text{ kJ/kg}$ ,  $\Delta u = -198.8 \text{ kJ/kg}$  ;  $Q \approx 0$ ; Pr. Adiab. (casi)

## Pb. 2.5.- Dos enfoques del balance de energía



El cilindro-pistón vertical de paredes adiabáticas de la figura utiliza una resistencia eléctrica para regular la posición vertical del émbolo cuya superficie es de  $0.1 \text{ m}^2$  y su masa 44 kg, de modo que provoca un incremento de  $0.09 \text{ m}^3$  en el volumen inicial del aire,  $0.24 \text{ m}^3$ , en un proceso en el que el émbolo sube lentamente, sin rozamientos, mientras la presión exterior no cambia.



La masa de aire es de 0.3 kg. Determina, para el sistema formado por el gas (frontera representada en la figura):

- la presión inicial que soporta el gas en el pistón
- el trabajo que atraviesa la frontera
- el incremento de la energía interna como consecuencia de la energía cedida por la resistencia

Pb 2.5 émbolo y fronteras

4. la transferencia de calor desde la resistencia al aire, en kJ, (de la expresión del balance de energía: primer principio para MdeC)

Si consideramos, en un segundo caso, la resistencia incluida dentro del sistema,

5. ¿Cuál es ahora el trabajo que atraviesa la nueva frontera? ¿Y cuál será la expresión del balance de energía para dicho sistema?

**Ayuda:** En el primer caso la frontera deja de ser adiabática pues hay una zona de transferencia de calor. El proceso puede considerarse isóbaro y reversible. Con los datos de los estados inicial y final puede plantearse el balance de energía.

En el segundo caso el proceso no puede considerarse reversible pues tiene efectos disipativos (el flujo de energía procedente de la resistencia eléctrica lo hace como trabajo disipativo). El balance de energía debe incluir en el trabajo el término de trabajos disipativos ya comentado en el Pb. 2.3.

Los resultados no pueden cambiar, sólo lo hace el enfoque dado a los flujos.

**Rtas:**

1.  $P_1 = 1.04312 \text{ bar}$ ,
2.  $W = 9.39 \text{ kJ}$ ,
3.  $\Delta U = 23.55 \text{ kJ}$
4.  $Q = 32.94 \text{ kJ}$

### Pb. 2.6.- Un tercer enfoque: Trabajo exterior



Considera el sistema del problema anterior de modo que el pistón quede dentro del mismo. En este caso la energía potencial del sistema cambia a lo largo del proceso. Teniendo en cuenta esto, calcula

1. La expresión del balance de energía para el nuevo sistema
2. El trabajo exterior, si se incluye el émbolo dentro de la frontera, usando el balance de energía,
3. Comprueba que el trabajo disipativo coincide con el calculado antes.

**Ayuda:** Diversos textos presentan el trabajo exterior, trabajo resistente como el debido a la presión exterior ejercida sobre (o por) la pared móvil del sistema. Con la nueva frontera debe recalcularse la presión sobre el sistema y considerar en el primer miembro del balance no la energía interna sino ésta y la energía potencial del sistema considerado porque ahora cambia. Para la 3. puedes tomar el  $W_d$  como incógnita en el balance.

**Rtas:**

1.  $\Delta E_{\text{sist termodinámico}} = \Delta U + \Delta E_{\text{pot sist termodinámico}} = Q - (W_x + W_d)$ ,
2.  $W = 9.0 \text{ kJ}$
3.  $W_d = -32.94 \text{ kJ}$  como en el problema anterior.

### Pb. 2.7.- La combinación de subsistemas

La pared interior de un cilindro aislado adiabáticamente separa dos masas de aire de 2 kg a 10 bar y 500 K y 4 kg a 4 bar y 320 K respectivamente. La pared divisoria entre ambos es móvil e inicialmente se encuentra fijada por un retén. Se elimina éste y se deja evolucionar a la divisoria muy lentamente.

Se desea conocer las condiciones finales de equilibrio de ambos subsistemas, temperatura y presión finales de las cámaras, si la pared divisoria es diatérmana

**Ayuda:** Las restricciones en las paredes determinan el tipo de proceso que puede seguir un sistema en desequilibrio para alcanzar un nuevo equilibrio.

En este caso la pared divisoria determina las propiedades comunes en el equilibrio: si es móvil la P final deberá ser común.

Si es además diatérmana también deberá serlo la temperatura final. La determinación de propiedades extensivas combinadas como V y U a partir de los valores correspondientes de los subsistemas es la base de la resolución.

**Rtas:**

1.  $T_2 = 380.65 \text{ K}$
2.  $P_2 = 5.44 \text{ bar}$

### Pb. 2.8.- Comparación de procesos y de modos de análisis



Construye un cuadro con los flujos de calor y trabajo neto<sup>1</sup> producidos en cada uno de los procesos que sufre un sistema formado por 12 kg de aire, que pasa desde un estado inicial de presión 11 bar y volumen  $V_1 = 1.2 \text{ m}^3$  a uno final de volumen  $= 0.8 \text{ m}^3/\text{Kg}$  a través de las siguientes transformaciones:

- un proceso isotermo hasta alcanzar un volumen 1,5 veces el inicial, seguido de
- un proceso isóbaro en el que se triplica el volumen previo, seguido de
- un proceso adiabático hasta alcanzar el volumen  $V_2$  seguido de
- un proceso isócoro hasta el estado final con P final igual a  $P_o = 1 \text{ bar}$ .

1. Supón sistema cerrado y construye el cuadro correspondiente.

2. Supón luego volumen de control y repite el cuadro

Explica las diferencias que ves entre uno y otro.

**Ayuda:** Identifica las dos propiedades de cada estado que permiten dibujar el estado y calcular el resto. Calcula después para cada proceso los flujos de trabajo y calor, este último mediante el primer principio. Como ejercicio se deja el comprobar que error produciría utilizar el valor medio de los correspondientes  $C_{\text{proceso}}$  para el cálculo de Q por la expresión  $Q = C_{\text{proceso}} \cdot \Delta T$

**Rtas:** El cuadro pedido será:

Análisis MASA de CONTROL (proc. reversibles)					
Proceso:	T=cte	P=cte	Q=0, s=cte	v=cte	expresión
W	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$W=Wx$
Wx	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$\int P \cdot dv$
Wt	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$\int -v \cdot dP$
Q	535.2	10017.2	0.0	-6204.2	$\Delta U - Wx$
$\Delta U$	0	7377.2	-2074.7	-6204.2	$Q - Wx$
$\Delta H$	0	10017.2	-2765.5	-8513.4	$Q - Wt$

Análisis VOLUMEN de CONTROL (proc. reversibles)					
Proceso:	T=cte	P=cte	Q=0, s=cte	v=cte	expresión
W <sub>vc</sub>	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$W_{vc} = Wt$
Wx	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$\int P \cdot dv$
Wt	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$\int -v \cdot dP$
Q	535.2	10017.2	0.0	-6204.2	$\Delta H - Wt$
$\Delta U$	0	7377.2	-2074.7	-6204.2	$Q - Wx$
$\Delta H$	0	10017.2	-2765.5	-8513.4	$Q - Wt$

<sup>1</sup> El concepto de trabajo neto se emplea para diversas situaciones y puede resultar ambiguo. Aquí alude al trabajo neto que atraviesa la frontera que, en un sistema cerrado, es todo el trabajo, W, pero en el caso de un sistema abierto este trabajo neto,  $W_{VC}$ , no incluye al trabajo de flujo (el necesario para que la masa fluya a través de la frontera).

## Pb. 2.9.- Trabajo en un compresor



Se comprimen dos kg un gas desde  $V_1 = 1.8 \text{ m}^3$ ,  $P_1 = 1 \text{ bar}$  hasta  $V_2 = 0.6 \text{ m}^3$ ,  $P_2 = 9 \text{ bar}$ . La relación entre la presión y el volumen durante el proceso es una relación lineal.

- Calcula el trabajo para el gas, en kJ/kg.
- ¿Puedes identificar qué proceso politrópico pasa por esos dos mismos estados?
- ¿Puede considerarse el primer proceso también politrópico?

**Ayuda:** Si conocemos la ecuación de un proceso, es inmediato obtener el valor del trabajo que atraviesa la frontera del sistema durante el mismo mediante la integral de  $P \cdot dV$ . En este caso es además especialmente simple aplicar el teorema del valor medio para hacer esa integral. Obtén la ecuación a partir de las propiedades dadas en el enunciado y completa las diferentes cuestiones que plantea éste.

**Rtas:**

- W = 600 kJ; Q = 369.76 kJ**
- Si existe con un índice n = 2**
- No es posible más que una politrópica.**

## Pb. 2.10.- Trabajo en un proceso real



En un control de un motor Otto se determina una serie de valores para la presión y el volumen en la expansión de los gases dentro de un cilindro de un motor de combustión interna. Los respectivos valores se recogen en la tabla adjunta:

dato	P (bar)	V (litros)
1	26.910	0.301
2	20.350	0.373
3	13.950	0.488
4	8.975	0.690
5	5.697	0.973
6	3.550	1.344
7	2.470	1.720

Apoyándote en dichos datos y con la hipótesis de que los gases pueden asimilarse a una masa de aire y tratarse como gas ideal:

- Sabiendo que la T de los gases en el momento de máxima compresión era de 1410.4 K: ¿Qué masa contiene el cilindro, en kg?
- Obtén el volumen específico de cada uno de los datos de la tabla, represéntalos en un diagrama P-v e intenta aproximar un proceso politrópico a dichos estados. ¿Cuál es la ecuación correspondiente?
- ¿Cuál es el trabajo que hacen los gases sobre el pistón durante la expansión, en kJ? Decimos que este cálculo es una aproximación ¿Por qué?
- A partir de la aproximación: ¿Cuál es el flujo de q que se libera en el proceso, en kJ/kg? Se te ocurre alguna consideración al respecto del resultado.
- Puedes calcular también el trabajo utilizando el procedimiento gráfico visto en el problema anterior. Hazlo y comprueba la variación relativa con el obtenido anteriormente.

**Ayuda:** En una hoja de cálculo puedes realizar un ajuste para los datos contenidos en la tabla. El ajuste lo puedes hacer directamente como una función potencial ( $P = f(v^n)$ ) o si no tienes esa posibilidad, puedes hacer un ajuste a una recta (por mínimos cuadrados) tomando logaritmos a ambas columnas de modo que ajustes los datos a la ecuación  $\log(P) = (-n) \cdot \log(v) + \log(cte)$ .

Una vez obtenida la ecuación, el procedimiento de cálculo para las magnitudes planteadas es el habitual.

**Rta:**

1.  $m = 0.002 \text{ kg}$
2.  $P \cdot v^{1.36} = \text{cte}$
3.  $W = 1.0392 \text{ kJ}$ ;  $w = 534.63 \text{ kJ/kg}$
4.  $q = -42.59 \text{ kJ/kg}$  valor que puede considerarse nulo por comparación con  $w$ .
5. Con cálculo gráfico  $w = 545.58 \text{ kJ/kg}$

## Pb 2.11.- Análisis energético de un ciclo<sup>1</sup>



Un flujo másico de 0,2 kg/s de gas aire recorren un ciclo termodinámico que consiste en los cuatro procesos siguientes:

Proceso 1-2: presión constante,  $P_1=11 \text{ bar}$ ,  $V_1=0,032 \text{ m}^3$ ,  $(W_x)_{12} = 51.314 \text{ kW}$

Proceso 2-3: expansión con  $P \cdot v = \text{cte}$ ,  $u_3 = u_2$ ,  $P_3 = 482 \text{ kPa}$

Proceso 3-4: volumen constante,  $u_4 - u_3 = -988.14 \text{ kJ/kg}$

Proceso 4-1: compresión adiabática,  $Q = 0$

Se pide

- (a) Representa el ciclo en un diagrama P-v.
- (b) Calcula el trabajo neto para el ciclo, en kJ/kg y como potencia, en kW.
- (c) Calcula el calor transferido al gas, en kW.
- (d) Calcula el rendimiento (en %)
- (e) Calor que se absorbe, en kJ/kg.
- (f) Calor que se cede, en kJ/kg.
- (g) Coeficiente de operación,  $\gamma$ , si el ciclo se emplea como bomba de calor.
- (h) Coeficiente de operación,  $\beta$ , si el ciclo se emplea como ciclo de refrigeración.

---

<sup>1</sup> El análisis energético en un ciclo tiene particulares características.

- a) Desde el punto de vista de modo de análisis el ciclo puede realizarse en un único equipo (por ej. en el motor de combustión interna alternativo) con análisis de MC o en una sucesión de equipos (por ej. en un ciclo de potencia) que supone el análisis de VC en cada uno de ellos.
- b) El hecho anterior implica que el  $W$  a considerar en los respectivos balances del primer principio sea o  $W$  total o  $W_{vc}$  que difiere de  $W$  en que no incluye el  $W$  de flujo.
- c) Cuando se analiza equipo a equipo la diferencia es importante. Sin embargo si se analiza en el sistema en conjunto, puesto que la sustancia estudiada recorre un ciclo, las variaciones de  $U$  o  $H$  al completar el ciclo son nulas luego el  $W$  y el  $W_{vc}$  para todo el ciclo ( $W_{neto}$ ) coinciden.

**Ayuda:** Identifica las condiciones que te permiten definir los estados y los procesos que componen el ciclo y calcula las propiedades energéticas que necesites bien en tablas bien en **TermoGraf**.

**Rtas:**

b:  $w_{\text{ciclo}} = 391.82 \text{ kJ/kg}$

$W_{\text{ciclo}} = 78.365 \text{ kW}$

c:  $Q_{\text{abs}} = 275.99 \text{ kW}$

d:  $\eta = 0.2839 = 28.39\%$

e:  $q_{23} = 988.14 \text{ kJ/kg}$

f:  $Q_{\text{ced}} = -1379.96 \text{ kJ/kg}$

g:  $\gamma = |q_{\text{ced}}| / |w_{\text{ciclo}}| = 3.522$

h:  $\beta = |q_{\text{abs}}| / |w_{\text{ciclo}}| = 2.522$

## Pb 2.12.- Flujos en una bomba de calor

Cuáles son, por kg de fluido refrigerante recorriendo el ciclo, las transferencias de calor a través de la frontera de una bomba de calor que trabaja en las condiciones de la figura ( $w = -10 \text{ kJ/kg}$ ) y con un COP = 2.8.

Si la potencia suministrada es 15 kW, cuál es el flujo másico circulando y los flujos de energía a través de la frontera del sistema.

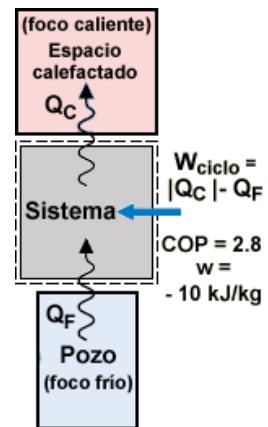
**Ayuda:** No se precisa el ordenador para resolver éste problema pues no son necesarios ni datos de estados o procesos. Basta aplicar las fórmulas del COP.

**Rta:**

$|q_c| = 28 \text{ kJ/kg}$

Flujo másico: 1.5 kg/s

Flujos de calor y trabajo:  $W = 15 \text{ kJ/kg}$ ;  $Q_c = -42 \text{ kJ}$ ;  $Q_f = 27 \text{ kJ}$



# Problemas con documento Termograf para autoevaluación

En estos problemas junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución y la compruebes con la Rta. Es muy conveniente que lo hagas en el documento **TermoGraf** de autoaprendizaje que encontrarás en la sección correspondiente y que difiere de los anteriores en que aquí no hay desarrollo por pantallas sino sólo la ayuda y las Rtas, aunque también pueden incluir Rtas de pasos intermedios, cuando convenga.

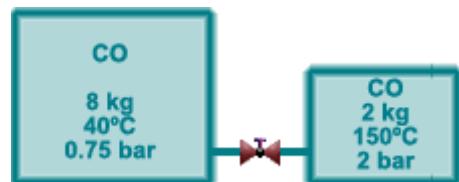
Una vez resuelto podrás contrastar las Rtas de todos los pasos en detalle. Si te pide clave de acceso puedes poner un 1 en todos los campos que debas llenar.

## Pb. 2.13.- Modelos de gas ideal y perfecto



Dos recipientes conectados con una válvula tienen respectivamente 2 kg de CO a 150 °C y 2 bar de presión y 8 kg de CO a 40 °C y 0.75 bar de presión. Se abre la válvula y se mezclan de modo que la temperatura final es de 100 °C gracias al calor suministrado durante el proceso. Se pide determinar:

- a) La P final de la mezcla.
- b) El calor suministrado.
- c) Utiliza el modelo de gas ideal y compara la respuesta con la que se tendría si el modelo usado fuera el de gas perfecto. (Toma para cv el valor 0.7542 kJ/kg·K).



Analiza la validez de este modelo en el caso presente (Puede considerarse valido si el error en el cálculo de Q es menor del 1%).

**Ayuda:** Combina ambos depósitos para una única MC y aplica el balance de energía a la combinación teniendo en cuenta la información que conoces por el enunciado. Pon atención en las unidades que empleas. Ten en cuenta que la mezcla a través de la válvula no supone trabajo.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en Ventanas/Rtas coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú **Ventanas/Rtas**)

## Pb. 2.14.- Procesos dentro del domo<sup>1</sup>



Un recipiente contiene una mezcla bifásica líquido-vapor de H<sub>2</sub>O tiene una temperatura de 200°C y un título del 40%. La mezcla ocupa 0.05 m<sup>3</sup> y sufre un proceso a volumen constante hasta que todo el sistema se convierte en vapor. Determina

- a) Las masas de líquido y vapor saturados presentes, para el estado inicial, en kg.
- b) Las masas de líquido y vapor saturados presentes, para el estado final, en kg.
- c) El calor y el trabajo suministrados para que realice el proceso.



<sup>1</sup> Necesitarás aplicar la definición de título (fracción de masa de vapor respecto de la masa total). Así: en una mezcla bifásica de título x la masa de vapor es  $m_v = x \cdot m_{total}$

d) El calor y el trabajo suministrados si el proceso hasta la saturación se hace a T cte.

**Ayuda:** Ajusta el proceso a volumen constante dibujado en **TermoGraf**, a los datos del enunciado, y toma los valores de la tabla de estados para hacer el cálculo correspondiente de la masa total antes de responder a las cuestiones a, b y c.

Para la cuestión d) dibuja el proceso a T cte con el botón Añadir pulsado y seleccionando proceso isotermo en el menú de procesos.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

## Pb. 2.15.- Secuencia de procesos



Una masa de gas natural (metano) sigue dos procesos consecutivos:

Proceso 1–2: compresión politrópica con:  $n = 1.35$  desde  $P_1 = 101.3 \text{ kPa}$  y  $v_1 = 1.2 \text{ m}^3/\text{kg}$  hasta  $v_2 = v_1 / 4$ .

Proceso 2–3: proceso de expansión a presión constante hasta  $v_3 = v_1$ .

Representa ambos procesos en un diagrama P–v utilizando el modelo de Gas ideal y determina el trabajo de expansión en cada subproceso y el del recorrido total en kJ/kg. Utiliza para ello la expresión  $w_x = \int P \cdot dv$ .

**Ayuda:** El trabajo de expansión es el trabajo<sup>1</sup> que atraviesa la frontera de un sistema MC para procesos reversibles. Selecciona pues esta opción, dibuja los procesos y calcula el  $W_x$ .

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

## Pb. 2.16.- Balance de energía



Un pistón con émbolo contiene 5 kg de aire que se expandan realizando un trabajo de 1400 kJ mientras el gas recibe un flujo de calor cuyo valor desconoce, pasando en el proceso 1–2 desde  $P_1=7.5 \text{ bar}$  y  $T_1=1294.5 \text{ }^\circ\text{C}$  hasta  $P_2=3.5 \text{ bar}$  y  $T_2=1136.4 \text{ }^\circ\text{C}$ . Después cede 6140.8 kJ de calor y se enfriá a presión constante hasta el estado 3, a temperatura ambiente,  $T_0=25 \text{ }^\circ\text{C}$ . Calcula, teniendo en cuenta que los procesos son cuasiestáticos e irreversibles<sup>2</sup>:

- 1) El flujo de calor del proceso 1–2, en kJ.
- 2) El cambio que experimenta la energía interna en el proceso 2–3, en kJ.
- 3) El trabajo total de compresión en dicho proceso, en kJ.
- 4) El cambio de volumen, en  $\text{m}^3$ , que experimenta el aire durante el proceso 2–3 mediante la expresión del trabajo de expansión si éste vale 1203.13 kJ.
- 5) El trabajo disipativo, en kJ.

**Ayuda:** No es necesario dibujar los procesos sino llevar al balance de energía u otras expresiones las propiedades que necesites tomándolas de los estados correspondientes. Lee la nota 2.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

<sup>1</sup> Véase Ej. 0.2 (pp. 14 y 15)

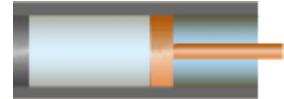
<sup>2</sup> Es decir:  $W = W_x + W_{\text{dissipativo}}$

## Pb 2.17.- El vapor de agua como gas ideal



En un dispositivo cilindro-pistón se expande, de modo reversible, vapor desde  $P_1=35$  bar hasta  $P_2=7$  bar. La relación entre  $P$  y  $v$  supone un proceso politrópico (gas ideal) de índice  $n = 1.97$  siendo el volumen  $v_1 = 108.5 \text{ l/kg}$ . La masa de vapor es 2.3 kg y otros datos son:  $u_1 = 1218.46 \text{ kJ/kg}$  y  $u_2 = 517.356 \text{ kJ/kg}$ .

Si no hay cambios en la energía cinética o potencial, calcula:



1. El trabajo que cruza la frontera.
2. La transferencia de calor en kJ que experimenta el vapor.
3. ¿Qué resultado se obtendrá con el modelo de sustancia real para el proceso con los mismos estados inicial y final y el mismo trabajo a través de la frontera?

**Ayuda:** Puedes calcular con el balance de energía el flujo de calor si previamente calculas el  $W_x^1$ . Necesitas para ello los valores  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $v_1$ ,  $v_2$  y  $n$ . Son todos conocidos salvo  $v_2$  que puedes calcular con la ecuación del proceso politrópico. Es conveniente que lo trabajes así y lo contrastes con la solución en **TermoGraf**. También puedes resolverlo en la pantalla, para ello representa el proceso y analiza los valores solicitados. Para la Rta 3 debes mirar en tablas o en **TermoGraf** los valores de  $u$  en 1 y 2 para sustancia real.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

## Pb 2.18.- Análisis energético de un ciclo



Un kg de aire recorre un ciclo termodinámico en un motor alternativo (cilindro-pistón) que consiste en los siguientes procesos

Proceso 1-2:  $P$  cte = 1.4 bar,  $v_1 = 0.28 \text{ m}^3$ ,  $w_{x12} = 10.5 \text{ kJ}$ .

Proceso 2-3: Compresión con  $P \cdot v = \text{cte}$ ,  $u_3 = u_2$ .

Proceso 3-1:  $v$  cte,  $u_1 - u_3 = - 26.586 \text{ kJ}$ .

Sabiendo que no hay cambios significativos en la  $E_c$  o la  $E_{\text{pot}}$

1. Representa el ciclo en un diagrama Pv
2. Calcula el  $W$  neto del ciclo, en kJ.
3. Calcula el calor en el proceso 1-2, en kJ

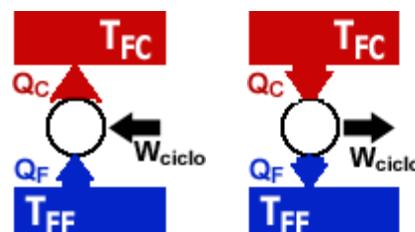
**Ayuda:** Dibuja los distintos procesos en Termograf a partir de las propiedades que te define el enunciado.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

## Pb 2.19.- Rendimiento de un ciclo



En un ciclo de potencia que trabaja con dos focos a  $T_c$  y  $T_f$ , el calor  $Q_c$  transferido por el foco caliente es 6500 kJ. Considera 120 kg de gas y calcula



<sup>1</sup> Recuerda que para procesos reversibles el trabajo que cruza la frontera coincide con el de expansión. Véase Ej. 0.2

1. Trabajo neto por kg si nos dan un rendimiento de un 32 %.
2. Calcula el rendimiento real si cede al foco frío un total de 4800 kJ.
3. Evalúa el COP si funcionando como frigorífico para extraer el flujo de 4800 kJ ha consumido 14 kJ/kg como trabajo.
4. Calcula el COP del caso anterior si el aprovechamiento es como bomba de calor.
5. Calor que cede al foco caliente en este caso, en kJ.

**Ayuda:** No es necesario dibujar ningún proceso. Basta aplicar las definiciones con los valores proporcionados por el enunciado.

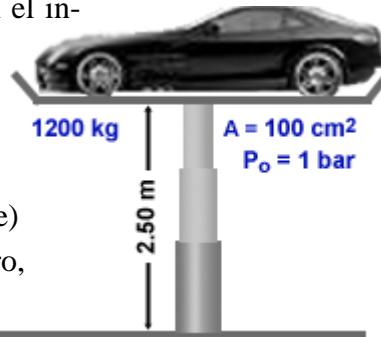
**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

## Pb 2.20.- Elevador con cambio de fase



Se quiere experimentar un sistema de elevación consistente en un dispositivo cilindro-pistón vertical que contiene una mezcla bifásica de agua (líq + vapor). Inicialmente la mezcla ocupa 60 cm de altura con un título inicial del 12 %. Sobre el pistón, cuya superficie es de  $100 \text{ cm}^2$ , se coloca una masa de 1200 kg siendo la presión exterior de 1 bar. Se suministra calor al dispositivo de modo que sube lentamente<sup>1</sup> a P cte hasta chocar con un tope de seguridad situado a 250 cm de altura respecto de la base del cilindro. Inadvertidamente se sigue suministrando calor hasta que la presión en el interior alcanza los 38 bar. Si  $g$  vale 9.81 y no hay rozamiento apreciable entre paredes y pistón, calcula

- 1) la masa de la mezcla bifásica y
- 2) la presión que soporta mientras el pistón se eleva,
- 3) el calor suministrado en esta fase (proceso isóbaro,  $P=\text{cte}$ )
- 4) el calor suministrado en la 2<sup>a</sup> parte (proceso isócoro,  $v=\text{cte}$ )
- 5) evalúa, a la vista de los resultados, si el diseño puede considerarse aceptable y que sería preciso tener en cuenta para ello<sup>2</sup>.



**Ayuda:** Debes calcular la presión que soporta la mezcla bifásica para con el título determinar otras propiedades del estado inicial. Si conoces dos variables del estado final podrás determinar éste y con el balance de energía para el proceso las otras cuestiones.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

<sup>1</sup> Lentamente y sin rozamiento equivale a decir que no hay efectos disipativos y el trabajo que atraviesa la frontera es el de expansión.

<sup>2</sup> ¿Cuál debería ser la presión de la mezcla bifásica cuando no estuviera cargada?

### 3. PROPIEDADES Y MODELOS

#### Conceptos básicos de este tema:

Modelos de sustancias:

1. modelo estándar frío de gas ideal (o gas perfecto) ,
2. modelo de gas ideal,
3. modelo de sustancia real,
4. modelo de sustancia incompresible,

fase,  
zona bifásica,  
domo,  
punto crítico,  
curva de saturación,  
líquido subenfriado,  
líquido comprimido,  
líquido saturado,  
gas,  
vapor,  
vapor sobrecalegado,  
vapor saturado



y además se insistirá en los conceptos introducidos en el capítulo anterior: trabajo, calor, energía interna y entalpía como aplicación del primer principio a sistemas cerrados.

### Ejemplos

Recuerda, estos ejemplos resueltos en la primera parte, al inicio de cada tema, tienen como objetivo repasar de modo práctico algunos conceptos del tema. Es conveniente que, antes de pasar a las siguientes secciones, los revises siguiéndolos en detalle para interpretar el uso dado a los conceptos.

#### Ej. 3.1.- LOCALIZACIÓN DE FASES EN UNA SUSTANCIA REAL

Determina la zona (fase o fases) para el agua, H<sub>2</sub>O, en las condiciones siguientes, localizando los estados sobre diagramas P-T, P-v y T-v con adecuada elección de escalas.

- a) P = 8000 kPa, T = 400°C
- b) P = 6 MPa, T = 264°C
- c) P = 4.9 MPa, T = 453.15 K
- d) P = 6 MPa, T = 290°C
- e) P = 103.2 kPa, T = 20°C
- f) P = 60 bar, T = 275.598°C, v = 0.0052 m<sup>3</sup>/kg
- g) P = 60 bar, T = 275.6°C

¿Identificas el punto (e) con algún estado en particular?

¿Por qué crees que en el caso (f) se da el volumen, además de los valores de P y T como en los anteriores?

Explica la conveniencia de un diagrama u otro y de las escalas a utilizar en cada caso.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Un kg de agua. Se representan una serie de estados en diversos diagramas.

**Sustancia y Modelo:** Agua como Sustancia Real.

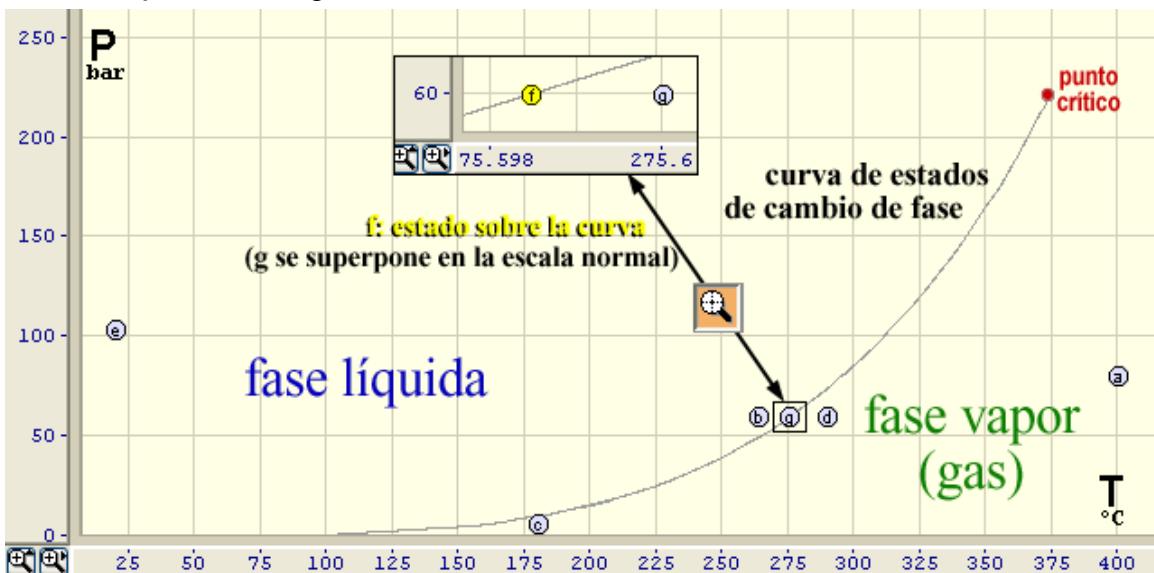


Fig. E3.1a.- Diagrama PT

**Condiciones y configuración:** Debe consignarse la zona en que se encuentra cada uno de los estados propuestos. Para este caso las unidades son el SI, la sustancia: agua, el modelo es sustancia real y el modo de análisis es cualquiera al no precisarse cálculos de flujo de trabajo cruzando la frontera del sistema.

**Análisis:** En los casos en que coexisten diferentes fases, en particular estados en fase líquida y gaseosa, el volumen cambia fuertemente al pasar de la primera a la segunda. En el caso del agua, por ejemplo, se pasa de volúmenes del orden de  $0.001 \text{ m}^3/\text{kg}$  a volúmenes 100 veces mayores para presiones en el rango de la atmosférica. Por ello resulta adecuado el empleo de la escala logarítmica para  $v$ , cuando se quieren representar, simultáneamente estados con tan amplia gama de valores.

Aunque la variación en el rango de presiones puede ser también importante, no es tan crucial el uso de la escala logarítmica para esta variable.

### Diagrama P-T

La figura recoge la posición de los seis estados. Su representación es sencilla sobre un diagrama PT. Los estados **a**, **c**, **d** y **g** están en fase gaseosa, y los estados **b** y **e** en fase líquida. El estado **f** cae sobre la curva de cambio de fase. En este diagrama la fase de **c** y **g** no se aprecia con seguridad por su proximidad a la curva de cambio de fase. En particular **g** es indistinguible de **f** en la escala utilizada. Ampliando con la lupa varias veces (se marca un rectángulo con la lupa y esa es la nueva pantalla) se puede apreciar esta situación.

Conviene señalar que, como recoge la figura ampliada, la nueva escala del zoom discrimina en milésimas de grado por lo que no es esperable ver la diferencia entre los estados **f** y **g** en una escala normal. Sin embargo si atendemos a sus propiedades recogidas en la tabla adjunta podemos ver cla-

Tabla E3.1 Prop. estados f, g

	Est.f	Est.g
P	60.0	60.0
v	5.2E-3	0.032431
T	275.598	275.6
u	1378.36	2588.67
h	1409.56	2783.25
s	3.38475	5.88815
X	0.12474	---

ramente que la diferencia en las variables extensivas específicas es muy notable mientras que no es así con las variables intensivas. Más adelante encontraremos la razón de esta singularidad.

Una alternativa al zoom de escala será considerar otro diagrama. Viendo que el volumen de  $f$  y  $g$  difieren notablemente, como se ha señalado, será lógico pensar que en un diagrama  $Pv$ , la evidencia será sin duda más clara.

#### *Diagrama P-v (escalas normales en ambos ejes)*

La ubicación del estado  $f$  aparece mejor definida pero los estados de la fase líquida se agrupan en una estrecha zona de volumen, apenas diferenciada pues en la escala lineal utilizada (0-0.035  $\text{m}^3/\text{kg}$ ) sus valores son muy pequeños (en torno a 0.001  $\text{m}^3/\text{kg}$ ).



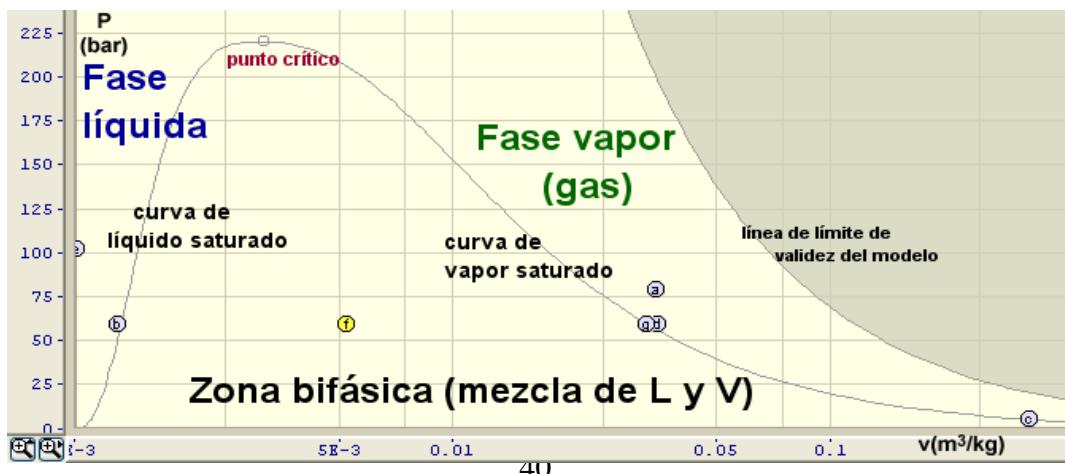
Fig. E3.1b.- Diagrama Pv

La representación cambia si se utiliza un diagrama con escala logarítmica para la variable  $v$ , como recoge la siguiente figura:

#### *Diagrama P-v (escala logarítmica en v)*

En esta presentación del diagrama es más evidente la ubicación de cada estado. De un lado el espacio bifásico líquido-vapor no es una curva sino una superficie en la que aparece el estado  $f$ . Precisamente, al representarlo en un diagrama  $P-v$  queda evidente la necesidad de una propiedad específica como el volumen específico,  $v$ , pues su ubicación en este diagrama no queda fijada con sólo  $P$  y/o  $T$  por ser estado bifásico.

Fig. E3.1c.- Diagrama Pv (escala logarítmica para el v)



En estos casos **P** y **T** no son propiedades linealmente independientes ya que están ligadas por la ecuación de la curva del cambio de fase.

Obsérvese la conveniencia de la escala logarítmica para el volumen por coexistir valores entre  $0.001 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $1 \text{ m}^3/\text{kg}$ . La coexistencia de volúmenes de líquido o vapor precisa de una escala logarítmica y no lineal, que es el caso de la gráfica anterior, mucho menos adecuada.

#### *Diagrama Pv (doble escala logarítmica)*

Aunque no es tan necesario, el diagrama puede clarificarse aun más, pues al coexistir estados con presiones muy diversas (de 1 bar a 60 bar) pasa algo similar a lo que sucede con el volumen.

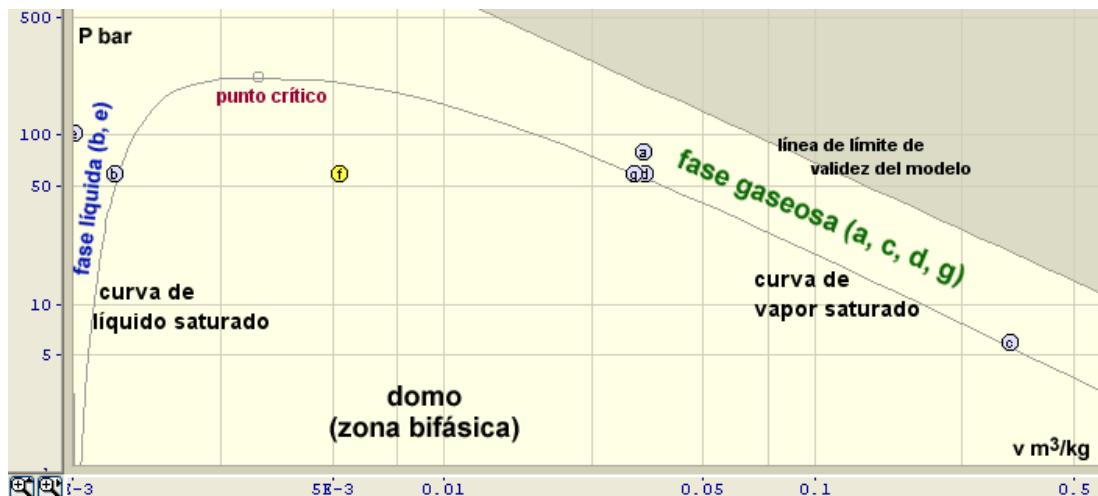


Fig. E3.1d.- Diagrama Pv (doble escala logarítmica)

Por eso la nueva gráfica **P-v** con doble escala logarítmica da una mejor perspectiva del conjunto. Se señala la parte de curva de cambio de fase que corresponde a estados de vapor saturado y la que es de estados de líquido saturado. El punto crítico es la separación de ambas partes, y como puede suponerse es un punto con propiedades características.

#### *Diagrama T-v*

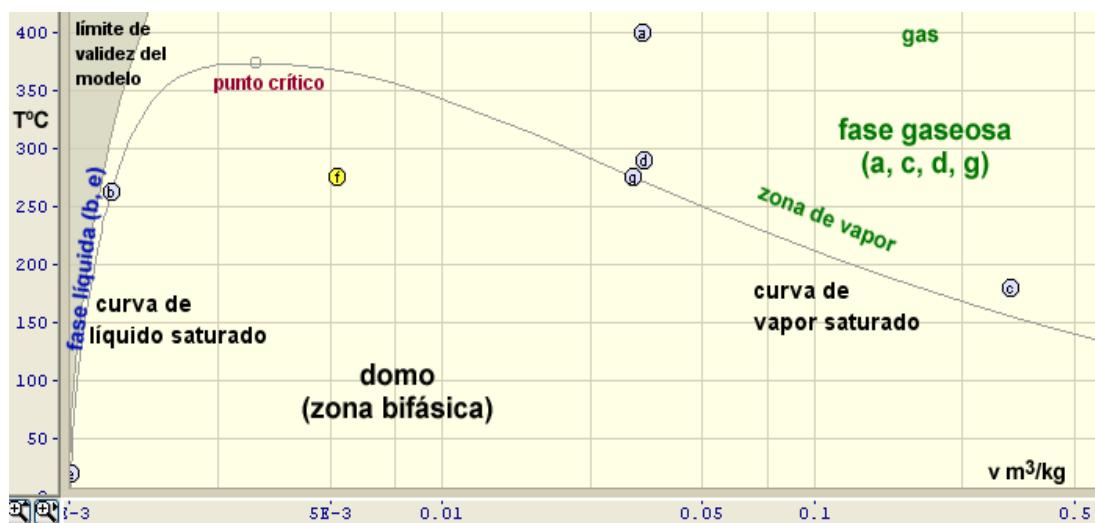


Fig. E3.1e.- Diagrama Tv (escala logarítmica para las v)

En este último diagrama, con escala logarítmica en el volumen por las razones dadas, se aprecian perfectamente todos los estados. Sobre el estado **f** corresponde el mismo comentario hecho antes.

En este diagrama se hace una distinción entre gas y vapor que es una convención: a los estados de gas en zonas próximas a la curva de saturación se les identifica como vapor mientras que la denominación de gas se reserva para los estados en que el modelo de gas ideal resulta aplicable como buena aproximación (esto sucede para presiones bajas y/o temperaturas altas).

## Ej. 3.2.- COMPARACIÓN DE MODELOS<sup>1</sup>



Queremos calcular **v** y **u** en el caso del agua, a partir de valores de **P** y **T** dados ¿Qué modelo podemos usar si no podemos tener errores mayores del 1%? Para saberlo identifica el rango de validez del modelo de gas perfecto (valores de  $c_p$  y  $c_v$  constantes, tomados a 0°C), del de gas ideal (valores de  $c_p$  y  $c_v$  funciones de T) comparándolo con el modelo de sustancia real que consideraremos correcto en el intervalo analizado (rango de temperaturas 20°C a 520°C).

Para ello construye una tabla en una hoja de cálculo para cada una de las siguientes temperaturas: 20°C, 320°C y 520 °C, de modo que en las correspondientes casillas estén las expresiones de **v** y **u** para el gas perfecto y el gas ideal.

En las del modelo de sustancia real puedes poner valores tomados de las tablas o calculados con **TermoGraf**. El cálculo de  $c_v$  para gas ideal puedes hacerlo sabiendo que  $c_p$ , para el agua, con T expresado en K, vale

$$c_p \text{ (kJ/kmol·K)} = R \cdot (4.07 - 1.108 \cdot 10^{-3} \cdot T + 4.152 \cdot 10^{-6} \cdot T^2 - 2.964 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 + 0.807 \cdot 10^{-12} \cdot T^4).$$

Analiza los resultados

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Un kg, para cálculo de v y u, conocidas P y T.

**Sustancia y Modelo:** Agua con los siguientes modelos: gas perfecto, gas ideal y sustancia real.

**Configuración:** Pv; SI; MdeC; diversos modelos; agua

**Condiciones:** El rango de trabajo está limitado por dos isotermas, 20°C y 500°C. En cuanto a la configuración: unidades: SI, sustancia: agua, y el modo de análisis es cualquiera al no precisarse cálculos de flujo de trabajo cruzando la frontera del sistema.

**Análisis:** Se trata de construir una serie de tablas para verificar el rango de error según la zona de trabajo. Para ello tomaremos, para cada T propuesta, una serie de valores de P (bar): 0.1, 1, 10, 50, 100, 200. Sabemos, además, que el valor de la energía interna es 3132.1 cuando la temperatura alcanza los 500°C. Las expresiones a utilizar serán:

#### *Gas perfecto:*

$$v[m^3/kmol] = R[kJ/kmol·K] \cdot T[K] / P[Pa],$$

$$u[kJ/kmol] = u_0[kJ/kmol] + c_v[kJ/kmol·K] \cdot (T - T_0) [K],$$

siendo  $R = 8.314 \text{ kJ/kmol·K}$  y con  $c_v$  constante (correspondiente al valor que toma en  $T_0 = 0^\circ\text{C}$ , es decir a 273.15 K).

---

<sup>1</sup> Los conceptos energía interna y ecuación energética de estado se han introducido en el capítulo anterior.

Como  $c_v = (c_p - R)$  y  $R = 8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}$ , tendremos para  $c_p$  en  $T_0=273.15 \text{ K}$  :

$$c_p = 8.314 \cdot (4.07 - 1.108 \cdot 10^{-3} \cdot 273.15 + 4.152 \cdot 10^{-6} \cdot 273.15^2 - 2.964 \cdot 10^{-9} \cdot 273.15^3 + 0.807 \cdot 10^{-12} \cdot 273.15^4) \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}, \text{ luego}$$

$$c_v = (c_p - R) (\text{kJ/kmol}\cdot\text{K}) \cdot (1 \text{ kmol} / 18.02 \text{ kg}) = 1.394 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}, \text{ y}$$

$$u_0 = 3132.1 \text{ kJ/kg}^{11} \text{ para } T_0=500 \text{ }^\circ\text{C} = 773.15 \text{ K}$$

### *Gas ideal:*

$$v[\text{m}^3/\text{kmol}] = R[\text{kJ/kmol}\cdot\text{K}] \cdot T[\text{K}] / P[\text{Pa}],$$

$$u[\text{kJ/kmol}] = u_0[\text{kJ/kmol}] + \int c_v[\text{kJ/kmol}\cdot\text{K}] \cdot dT [\text{K}]$$

con  $u_0 = 3132.1 \text{ kJ/kg}^2$  para  $T_0=500 \text{ }^\circ\text{C} = 773.15 \text{ K}$ . La integral será

$$u = 3132.1 \text{ kJ/kg} + (8.314 \cdot [(4.07-1) \cdot (T-773.15) - 1.108 \cdot 10^{-3} \cdot (T^2 - 773.15^2)/2 + 4.152 \cdot 10^{-6} \cdot (T^3 - 773.15^3)/3 - 2.964 \cdot 10^{-9} \cdot (T^4 - 773.15^4)/4 + 0.807 \cdot 10^{-12} \cdot (T^5 - 773.15^5)/5]) \text{ (kJ/kmol)} \cdot (1 \text{ kmol} / 18.02 \text{ kg})$$

habiendo tomado como límite inferior  $T = 773.15 \text{ K}$ , y tomando como límite superior, sucesivamente:  $T = 293.15, 593.15$  y  $793, 15 \text{ K}$ .

Los resultados anteriores se han modificado para que correspondan a una masa de un kg. Para ello el resultado de la integral, en el que intervenía  $R$  en  $\text{kJ/kmol}\cdot\text{K}$ , se ha multiplicado por el cociente  $(1 \text{ kmol} / 18.02 \text{ kg})$  que es la relación molar para el agua.

### *Sustancia real:*

tomaremos los valores calculados con **TermoGraf**.

Con esto, las tablas buscadas serán:

293.15 K	Gas perfecto	error sobre real (%)	Gas ideal	error sobre real (%)	Sustancia real
0.1	13.5252	<b>-1352424.47</b>	13.5252	<b>-1352424.47</b>	0.001
1	1.3525	<b>-135152.45</b>	1.3525	<b>-135152.45</b>	0.001
10	0.1353	<b>-13425.24</b>	0.1353	<b>-13425.24</b>	0.001
50	0.0271	<b>-2632.37</b>	0.0271	<b>-2632.37</b>	0.00099
100	0.0135	<b>-1266.19</b>	0.0135	<b>-1266.19</b>	0.00099
200	0.0068	<b>-583.09</b>	0.0068	<b>-583.09</b>	0.00099
P (en bar)	u (kJ/kg)		u (kJ/kg)		u (kJ/kg)
0.1	2463.02	<b>-2832.86</b>	2403.24	<b>-2761.68</b>	83.98
1	2463.02	<b>-2833.56</b>	2403.24	<b>-2762.36</b>	83.96
10	2463.02	<b>-2835.66</b>	2403.24	<b>-2764.41</b>	83.9
50	2463.02	<b>-2758.99</b>	2403.24	<b>-2689.60</b>	86.15
100	2463.02	<b>-2846.90</b>	2403.24	<b>-2775.38</b>	83.58
200	2463.02	<b>-2855.03</b>	2403.24	<b>-2783.31</b>	83.35

a) valores calculados para  $T = 293.15 \text{ K}$  ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ): el agua está en fase líquida (fig. E 3.2) para las seis presiones dadas y los modelos basados en comportamiento de gas dan un resultado catastrófico en los seis casos, tanto para la energía interna como para el volumen, con errores inaceptables.

---

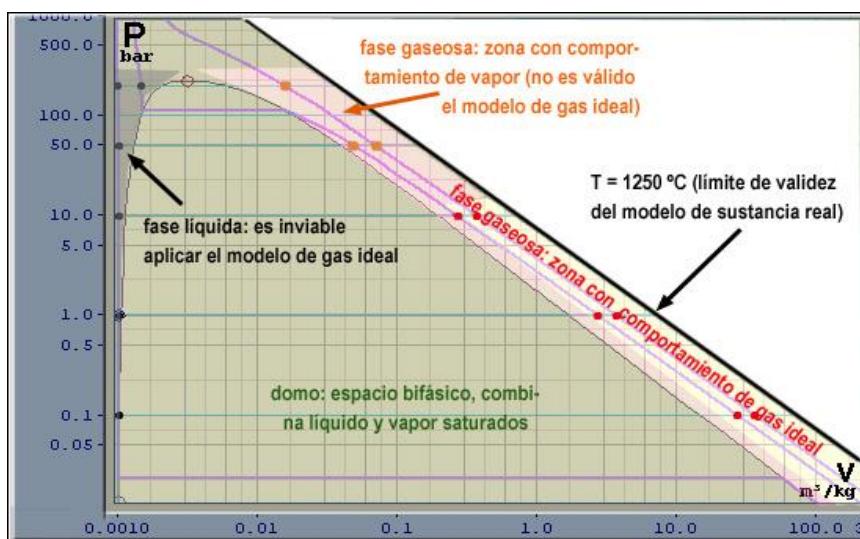
1 Se ha tomado este valor del modelo de sustancia real, en una zona en la que los tres modelos se comportan de forma muy parecida para que en todo el análisis los tres tengan la misma referencia.

593.15 K	Gas perfecto	error sobre real (%)	Gas ideal	error sobre real (%)	Sustancia real
0.1	27.3665	<b>0.01</b>	27.3665	<b>0.01</b>	27.37
1	2.7367	<b>-0.17</b>	2.7367	<b>-0.17</b>	2.732
10	0.2737	<b>-2.19</b>	0.2737	<b>-2.19</b>	0.2678
50	0.0547	<b>-13.55</b>	0.0547	<b>-13.55</b>	0.0482
100	0.0274	<b>-41.80</b>	0.0274	<b>-41.80</b>	0.0193
200	0.0137	<b>-850.23</b>	0.0137	<b>-850.23</b>	0.00144
P (en bar)	v (m <sup>3</sup> /kg)	v (m <sup>3</sup> /kg)	v (m <sup>3</sup> /kg)		
0.1	2881.19	<b>-1.35</b>	2842.89	<b>0.00</b>	2842.9
1	2881.19	<b>-1.40</b>	2842.89	<b>-0.05</b>	2841.4
10	2881.19	<b>-1.95</b>	2842.89	<b>-0.60</b>	2826.0
50	2881.19	<b>-4.92</b>	2842.89	<b>-3.53</b>	2746.0
100	2881.19	<b>-11.30</b>	2842.89	<b>-9.82</b>	2588.7
200	2881.19	<b>-103.52</b>	2842.89	<b>-100.81</b>	1415.7

b) valores calculados para T = 593.15 K (320 °C): aquí los seis estados se sitúan en distintas fases, de modo que en algún caso los tres modelos son válidos. Es el caso de los estados a más baja presión. En ellos a la temperatura de 300 °C el vapor de agua tiene un comportamiento de gas ideal. Como, además, c<sub>v</sub> varía poco en el intervalo, también las energías salen parecidas.

793.15 K	Gas perfecto	error sobre real (%)	Gas ideal	error sobre real (%)	Sustancia real
0.1	36.5941	<b>0.02</b>	36.5941	<b>0.02</b>	36.602
1	3.6594	<b>-0.04</b>	3.6594	<b>-0.04</b>	3.658
10	0.3659	<b>0.15</b>	0.3659	<b>0.15</b>	0.3665
50	0.0732	<b>-3.52</b>	0.0732	<b>-3.52</b>	0.0707
100	0.0366	<b>-7.63</b>	0.0366	<b>-7.63</b>	0.034
200	0.0183	<b>-18.05</b>	0.0183	<b>-18.05</b>	0.0155
P (en bar)	u (kJ/kg)	u (kJ/kg)	u (kJ/kg)		
0.1	3159.98	<b>0.18</b>	3165.58	<b>0.00</b>	3165.73
1	3159.98	<b>0.16</b>	3165.58	<b>-0.02</b>	3165.06
10	3159.98	<b>-0.05</b>	3165.58	<b>-0.23</b>	3158.3
50	3159.98	<b>-1.01</b>	3165.58	<b>-1.19</b>	3128.3
100	3159.98	<b>-2.41</b>	3165.58	<b>-2.59</b>	3085.68
200	3159.98	<b>-5.62</b>	3165.58	<b>-5.81</b>	2991.88

c) valores calculados para T = 793.15 K (520 °C): aquí los seis estados (fig. E 3.2) se sitúan en fase gaseosa aunque sólo los de las presiones más bajas se identifican con el comportamiento de gas ideal, lógicamente en mayor medida que a 320 °C.



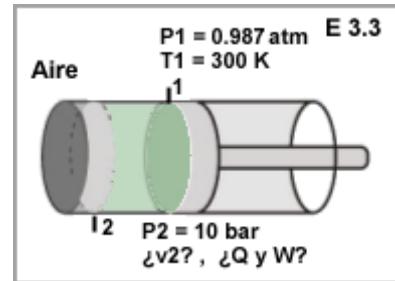
Por último, es inmediato comprobar que el volumen se calcula con la misma expresión tanto para gas ideal como para gas perfecto:  $Pv = RT$ , ya que la única diferencia entre ambos modelos está en que el segundo toma constantes los valores de los calores específicos.

Fig. E3.2.- Zonas de aplicación de los modelos

### Ej. 3.3.- EL MODELO DE GAS IDEAL Y LOS PROCESOS POLITRÓPICOS<sup>1</sup>

Los procesos reales de gases son muchas veces asimilables a procesos politrópicos con un determinado índice. Ese es el caso de una cierta masa de aire que se comprime en un cilindro-pistón de modo que pasa de una presión inicial de 0.9869 atm y 300 K a una presión final de 10 bar, siguiendo para ello un proceso politrópico de índice  $n = 1.25$ . Calcúlase

- a) El volumen del estado final, en l/kg.
- b) El trabajo realizado en la compresión, en kJ/kg.
- c) El flujo de calor existente en el proceso, en kJ/kg, y su signo.
- d) Si el cilindro ocupa inicialmente un volumen de 0.5 m<sup>3</sup> ¿cuánta es la masa contenida?
- e) Representa el calor q y el trabajo, w, por kg en función del índice de politropía haciendo variar éste desde 1 hasta 2.



#### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El aire contenido en el cilindro.

**Modelo y sustancia:** Gas ideal, Aire

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI<sup>2</sup>; Masa de Control

**Condiciones:** Debe considerarse un proceso politrópico para tres valores de n. Es aplicable el modelo citado y las condiciones de proceso reversible, sin rozamientos. Además, para el gas ideal, la ecuación térmica de estado para un kg de masa es:  $P \cdot v = R \cdot T$  y para los procesos politrópicos, la expresión  $P \cdot v^n = cte$ , con n constante.

**Análisis:**

a) El volumen del estado final se puede calcular analíticamente a partir de la ecuación del proceso o, en **TermoGraf**, dibujándolo. Si se comparan ambos métodos puede existir una ligera discrepancia consecuencia de redondeos en uno u otro. De **TermoGraf** tomamos  $v_1 = 861.17$  litros/kg.

$$v_2 = (P_1 \cdot v_1^n / P_2)^{(1/n)} = \{(1/10) \cdot 861.17^{1.25}\}^{(1/1.25)} = 136.49 \text{ litros/kg}$$

b) Las expresiones de los flujos de trabajo y de calor que pueden aplicarse, para una politrópica, son las siguientes, por kg de masa:

$$W = \int_{1-2} P \cdot dv = (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (n - 1); \text{ o bien: } W = R \cdot (T_2 - T_1) / (1 - n)$$

La expresión anterior es aplicable a una politrópica con n distinto de 1. Cuando n = 1 (proceso isotermo) la expresión a utilizar es:

$$W = R \cdot T \cdot \ln(v_2 / v_1)$$

Para el aire, con base mísica el kg, el valor de R es:

$$R = (8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}) \cdot (1 \text{ kg}/28.97 \text{ kmol}) = 0.2783 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

Para Q, la expresión que permite calcularlo es

$$Q = \int_{1-2} c_{proc}(T) \cdot dT \approx c_{proc}^* (T_2 - T_1);$$

<sup>1</sup> Este ejemplo y el anterior refuerzan los conceptos de W, Q y primer principio para Masa de Control que se han introducido en el tema anterior.

<sup>2</sup> Se considerará SI aunque tomemos para la presión: bar, kPa o MPa. Recordemos: 1 bar = 100 kPa = 0.1 MPa

siendo  $c_{\text{proc}}^*$  el valor medio de  $c_{\text{proc}}(T)$  en el intervalo de temperaturas. Como antes, esta aproximación es tanto más válida cuanto menor es el intervalo y cuanto más se aproxima la función  $c_{\text{proc}}(T)$  a una función lineal. El valor medio de  $c_{\text{proc}}$  lo obtenemos con la expresión

$$c_{\text{proc}}^* = (n \cdot c_v^* - c_p^*) / (n - 1)$$

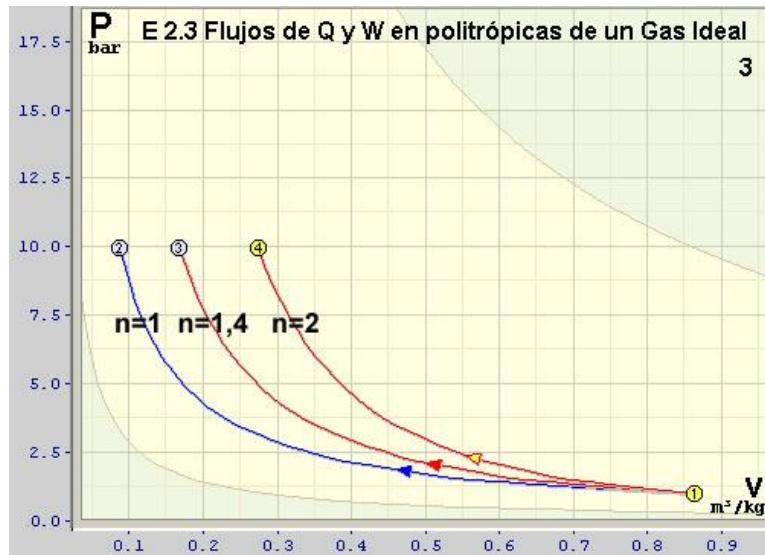


Fig. E3.3a.- Representación de las tres politrópicas

Los valores de  $c_v^*$  y  $c_p^*$ , valores medios de  $c_v$  y  $c_p$  en el intervalo de temperaturas considerado, los podemos calcular a partir de tablas o tomándolos de **TermoGraf**.

Para  $n = 1$ , proceso isotermo, la expresión no es aplicable, por lo que utilizaremos el primer principio que, para este proceso, supone  $\mathbf{Q} = \mathbf{W}$ .

Con todo ello, para los procesos indicados, tenemos la siguiente tabla:

	K	K	kJ/kg	kJ/kg·K	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg·K	kJ/kg	kJ/kg
n	T inic	T final	W	$c^*$	$Q = c^* \cdot (T_2 - T_1)$	$Q(\text{Tgraf})$	$c_v^*$	$\Delta U = c_v^* \cdot (T_2 - T_1)$	$\Delta U(\text{Tgraf})$
1	300	300	-198.28	inf	$Q = W$	-	1.004	0	0
1.4	300	579.21	-200.37	0.0205	5.731	4.485	0.7382	206.10	204.86
2	300	948.68	-186.20	0.4933	319.99	315.2	0.7804	506.23	501.41

Por último, si hacemos variar el índice  $n$  en el intervalo 1-2, obtenemos las gráficas que se reflejan en la Fig. E3.3b, para los flujos de trabajo y calor. Se ha añadido también la variación que experimenta la energía interna,  $u$ , de acuerdo con el comentario nº 4.

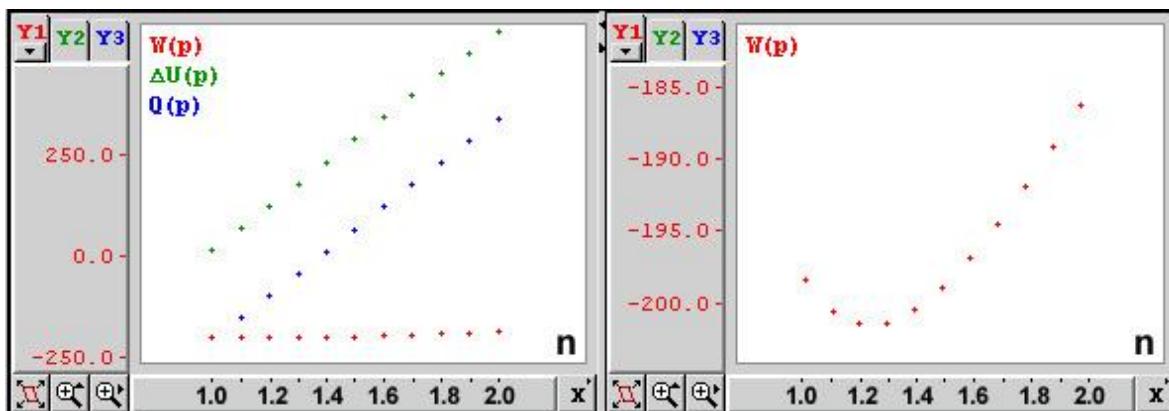


Fig. E3.3b.- Variación de W, Q y  $\Delta U$  en función del índice n.

### Consideraciones:

1. El volumen del estado final queda determinado por dos condiciones: el valor de la presión P2 y el proceso que recorre hasta alcanzar esa presión (y ese volumen final).
2. Puede verse que si se aplican las expresiones de integrales medias con los valores medios de los calores específicos los resultados reflejan pequeñas desviaciones, incluso para  $\Delta T$  de 600 K. Podría utilizarse este procedimiento sin mayores problemas.
3. El flujo de calor en el proceso con  $n=1.4$  es un valor muy pequeño comparado con el de W. Podríamos considerar este proceso como adiabático. Así, es frecuente identificar un proceso adiabático de aire como gas ideal con una politrópica de índice 1.4. Sin embargo, esto es solo aproximado pues el proceso adiabático de un gas ideal no es estrictamente una politrópica.
4. Una alternativa para calcular Q, que se trabajará en el tema siguiente, sería aplicar el primer principio:  $Q = \Delta u - W$ ; siendo  $\Delta u = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \cdot dT$ .

Para un gas ideal, los valores inicial y final de  $u$  los podemos tomar de tablas o de **TermoGraf**. También se pueden calcular, de forma aproximada, mediante

$$\Delta u = c_v^* \cdot (T_2 - T_1)$$

siendo  $c_v^*$  el valor medio de  $c_v(T)$  en el intervalo de temperaturas considerado. Esta aproximación es tanto más válida cuanto menor es el intervalo y cuanto más se aproxima la función  $c_v(T)$  a una función lineal (moléculas monoatómicas y diatómicas).

5. De la observación de la Fig. E3.3b se deduce que, como es lógico,  $\Delta u$  es tanto mayor cuanto mayor es la temperatura final del proceso de compresión ya que en un gas ideal  $u$  es función de  $T$  solamente. El flujo de calor,  $Q$ , cambia de signo, siendo cero para  $n \approx 1.4$  que, como ya se ha apuntado, es el caso aproximadamente adiabático. El  $W$  varía muy poco, pasando por un máximo (un mínimo ya que  $W$  es negativo para un compresor) para un  $n$  algo inferior a 1.4.

# Problemas resueltos y en documento Tgraf:

Estos problemas están resueltos en detalle en los documentos correspondientes de **TermoGraf** y en la segunda parte del libro (pp. 120 y ss.). En esta parte junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución, único modo real de que llegues a plantearte dudas que podrás resolver viendo la solución. Empezar viendo la solución te servirá para muy poco y no te lo recomendamos. Trabajar con estos ejercicios presenta dos opciones:

- a) A partir de la ayuda en cada enunciado intentar su resolución apoyándote en tablas para el cálculo de las propiedades que necesites. Cualquier duda que tengas en su resolución podrás aclararla en el ejercicio resuelto en la segunda parte.
- b) Utilizar los documentos TermoGraf como se indica en el primer párrafo lo que te evitará el enojoso y escasamente rentable esfuerzo del manejo de tablas. Estos documentos se han preparado de modo que en cada pantalla te plantea los pasos sugeridos por la ayuda de esa pantalla. Una vez hechos podrás comprobar en la siguiente si los has ejecutado adecuadamente.

## Pb. 3.1.- Entalpía de vaporización (cambio de fase)



Representa mediante una gráfica el valor de  $\Delta h_{vap}$  frente a P (o a T) para el caso del agua (desde P = 5 kPa hasta la presión crítica) y del Refrigerante 134a (desde T = -20 °C hasta su temperatura crítica) y haz alguna consideración sobre los resultados en relación con la utilización de estas sustancias.

**Ayuda:** De la definición de  $\Delta h_{vap}$  se deduce que es el cambio de entalpía asociado a un cambio de fase a P cte. Dibuja un proceso así, fija sus extremos a la curva de saturación (fija ambos títulos) y cambia el valor de P, trasladando el cambio de entalpía a la tabla para obtener la gráfica solicitada.

## Pb. 3.2.- La construcción de tablas<sup>1</sup>



Construye una tabla con los valores de P, v y T para los estados de cambio de fase para mezclas bifásicas líquido-vapor para el agua entre 20°C y 340°C, con intervalos de 40°C.

<sup>1</sup> Una tabla se construye a partir de los valores calculados con ciertas expresiones en un determinado intervalo de las propiedades consideradas. Los valores en un estado determinado se obtienen en relación con el valor asignado artificialmente en un estado tomado como referencia (puede verse Moran y Shapiro, Fundamentos de Termodinámica Técnica, Ed. Reverté, Barcelona 2004, 2<sup>a</sup> edición, pp. 102 y ss) utilizando las expresiones mencionadas que se obtienen previamente mediante ajustes de funciones, generalmente muy complejas, a un conjunto de datos experimentales, o por derivación de las mencionadas expresiones.

Aquí vamos a seguir el proceso tomando como datos experimentales los de una tabla o los dados por **TermoGraf**.

Conviene tener en cuenta que los valores que provienen de tablas pueden diferir de los obtenidos mediante un programa de ordenador como **TermoGraf**. Si los valores de referencia de tablas y programas son los mismos (caso frecuente en los refrigerantes) los valores del programa pueden diferir ligeramente de los obtenidos con las tablas si el programa utiliza en sus cálculos expresiones, para el modelo de la sustancia, distintas a las empleadas en la construcción de dichas tablas. Cuando los valores de referencia sean distintos en uno y otro caso, el cálculo de propiedades puede ofrecer resultados muy dispares en el caso de las propiedades específicas. Puesto que los valores de referencia son asignaciones (por ejemplo, la propiedad X vale 0 cuando T es 300 K) en cualquier caso serán las variaciones de las propiedades específicas entre dos estados, tanto si se han calculado a partir de valores proporcionados por un programa como a partir de las tablas, las que presenten resultados concordantes.

- Representa la relación P-T con una escala logarítmica para la presión, en bar y una escala lineal para la temperatura, en °C.
- Representa la relación P-v para la parte de líquido saturado con una escala logarítmica para el volumen, en m<sup>3</sup>/kg y una escala lineal para la presión, en bar.
- Realiza un ajuste de tipo polinómico a los datos, en ambos casos, mediante algún programa adecuado (una hoja de cálculo puede ser válida).
- Representa una cualquiera de las ecuaciones en el intervalo del ajuste y comprueba si es extrapolable con suficiente precisión para valores menores y mayores de las temperaturas propuestas. Interpreta.

**Ayuda:** Toma los valores pedidos en a) de una Tabla de la curva de saturación para el agua o de **TermoGraf** (estados con título 0 y 1). Lleva los valores a una hoja de cálculo que permita hacer ajustes polinómicos a una serie de puntos y completa las cuestiones.

### Pb. 3.3.- Curva de saturación y curvas de título constante

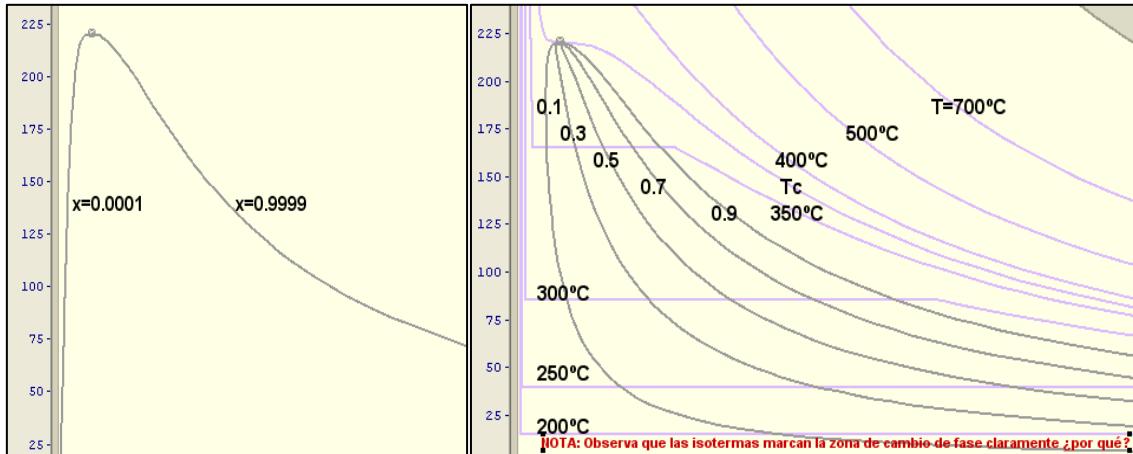


Representa, en un diagrama Pv, utilizando escala logarítmica cuando creas conveniente, las gráficas siguientes, para el agua:

- La curva de saturación, en sus dos componentes: líquido saturado y vapor saturado, desde 0.1 MPa al punto crítico, con la presión en MPa y el volumen específico en m<sup>3</sup>/kg.
- Las isotermas 200 °C, 250°C, 300 °C, 350 °C, Tc, 400°C, 500 °C, 700 °C, siendo Tc la temperatura del punto crítico.
- Las curvas de título constante: 0.1, 0.3, 0.5, 0.7 y 0.9.

**Ayuda:** Localiza los valores correspondientes en tablas o traza sus funciones en **TermoGraf**.

**Rtas:**



Apartado a

Apartados b y c

### Pb. 3.4.- Cálculos en la zona bifásica (domo)



Se da el estado inicial de un sistema termodinámico cerrado que sigue un proceso de calentamiento a volumen constante. Dibuja este proceso sabiendo que se aportan 350 kJ de energía como flujo de calor y calcula el estado final, utilizando tablas y comprobando el resultado con **TermoGraf**, en las mezclas bifásicas líquido-vapor siguientes:

- 1 kg de agua a 250°C con un volumen específico de 0.005 m<sup>3</sup>/kg.

b) 3 kg de Refrigerante Propano a -20 °C con un volumen específico de 0.015 m<sup>3</sup>/kg.

**Ayuda:** Las dos propiedades dadas te permiten conocer otras del estado inicial, en concreto la energía interna específica, u. Con ella y aplicando el primer principio al sistema puedes calcular u<sub>2</sub>. Además conoces otra propiedad del estado 2 ¿cuál?

Si buscas en las tablas correspondientes los valores anteriores puedes comprobar si coinciden con los de **TermoGraf**. Observarás que, probablemente, al calcular la variación de entalpía quizás no coincidan las entalpías inicial y final del proceso pero sí lo hacen las diferencias (o muy aproximadamente). Analiza esta circunstancia.

**Rtas:**

Agua: u<sub>2</sub> = 1547.68 kJ/kg; Propano: u<sub>2</sub> = 248.215 kJ/kg

### Pb. 3.5.- Dilatación de líquidos versus compresibilidad de gases



Escribe una tabla con los valores, en m<sup>3</sup>/kg, del volumen del líquido saturado y el del vapor saturado en el caso del agua a 100 °C, 200 °C y 300 °C. Represéntalo sobre la curva de saturación y explica por qué, pese a que la temperatura es mayor, el volumen del vapor es cada vez menor, mientras ocurre lo contrario en el caso del líquido.

**Ayuda:** La interpretación es sencilla si pensamos en las propiedades de compresibilidad de los gases y los líquidos: con qué variable cambia más el volumen en cada caso, si con P o con T.

**Rta:** Véase la explicación en el documento **TermoGraf**.

### Pb. 3.6.- Cálculo de propiedades en una sustancia real



En un cilindro-pistón se encuentra 1 kg de vapor de agua a 450°C y 6 MPa de presión (estado 1). Inicialmente se expande isotermamente hasta el estado 2 (30 bar) para luego sufrir un enfriamiento a v cte hasta los 250°C (estado 3), comprimiéndose de modo isoterma hasta el estado 4 con un volumen específico que tiene el mismo valor que el del punto crítico. Se pide:

1. Representar los estados en un diagrama P-v y en uno T-v.
2. Determinar el volumen específico en los cuatro estados así como el título para cualquier estado en el domo
3. El flujo de calor q en cada proceso, en kJ/kg.
4. Analizar si en alguno de los estados el uso del modelo de Gas Ideal hubiera dado valores aceptables.

**Ayuda:** Localiza sobre el diagrama P-v en **TermoGraf** la información que da el problema.

**Rtas:** en m<sup>3</sup>/kg: v<sub>1</sub> = 0.05214; v<sub>2</sub> = 0.10787; v<sub>3</sub> = 0.10787; v<sub>4</sub> = 0.003155;

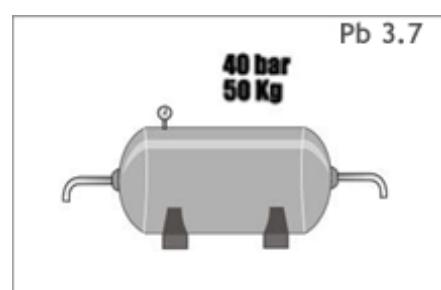
q<sub>12</sub> = 263.295 kJ/kg; q<sub>23</sub> = -342.79 kJ/kg; q<sub>34</sub> = -1885.89 kJ/kg

### Pb. 3.7.- Transferencia de calor, a v cte, en el domo



Un depósito rígido contiene 50 kg de agua a 40 bar como vapor saturado. La presión del agua cae a 10 bar como consecuencia de la cesión de calor al ambiente. Determina

1. El volumen del depósito, en m<sup>3</sup>.
2. El título del estado final.



3. El calor cedido en el proceso.

**Ayuda:** Una vez ajustada la configuración e introducidos los datos pertinentes en **TermoGraf**, bastará tomar los datos solicitados o ejecutar las operaciones sencillas de paso de variables específicas a extensivas.

**Rtas:**  $V_1 = 2.49 \text{ m}^3$ ;  $x_1 = 25.16\%$ ;  $Q_{12} = -69077.5 \text{ kJ}$

### Pb. 3.8.- Propiedades, conocido el título, de un refrigerante



El Refrigerante R134a utilizado en una máquina frigorífica llena un depósito con un volumen de  $0.01 \text{ m}^3$ . El depósito está a una presión de  $0.2 \text{ MPa}$  y el refrigerante tiene un título de  $0.92$ . Debemos calcular

- La masa de líquido y vapor existentes en la mezcla bifásica.
- El volumen que ocupa cada fase.
- La energía interna por kg, de cada una de las fases y la energía del volumen total.

**Ayuda:** Una vez introducidos los datos pertinentes en **TermoGraf**, bastará aplicar las definiciones correspondientes para el cálculo de propiedades extensivas dentro del domo. Se sugiere tomar los datos de tablas para el R134a y comparar con los proporcionados por el programa. Las rtas. que siguen se han obtenido con las tablas.



**Rtas:**

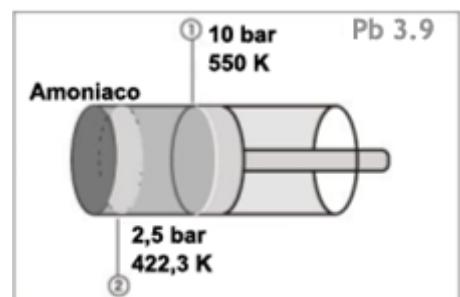
- $m_f = 8.75E-3 \text{ kg}$ ;  $m_g = 0.10065 \text{ kg}$  ;
- $V_f = 6.590E-6 \text{ m}^3$ ;  $V_g = 0.009995 \text{ m}^3$ ;
- $u_f = 36.39 \text{ kJ/kg}$ ;  $u_g = 221.43 \text{ kJ/kg}$ ;  $U = 22.608 \text{ kJ}$

Valores ligeramente diferentes a los proporcionados por **TermoGraf** sea por redondeo sea por la referencia con que se han construido las tablas citadas.

### Pb. 3.9.- Ecuación de estado, ecuación de proceso



Una masa de Amoniaco sufre un proceso para el que se cumple la relación  $PV^n = \text{constante}$ . Los estados inicial y final del refrigerante son  $P_1 = 10 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 550 \text{ K}$  y  $P_2 = 2.5 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 422.3 \text{ K}$ , respectivamente. Calcula la constante  $n$  para el proceso y el volumen específico en el estado final, en  $\text{m}^3/\text{kg}$ .



**Ayuda:** La ecuación del proceso permite establecer la relación entre el estado inicial y final. Como en ella se relacionan  $P$  y  $v$ , deberemos optar por deducir la forma de esa ecuación con  $P$  y  $T$  (datos conocidos), utilizando para ello la relación entre  $P$ ,  $v$  y  $T$  (ecuación térmica de estado), o alternativamente, calcular el volumen con esta ecuación y utilizar la relación dada en el enunciado para el proceso.

**Rtas:**  $v_1 = 0.26849 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $v_2 = 0.8246 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $n = 1.235$

### Pb. 3.10.- Aplicación de los tres niveles de información

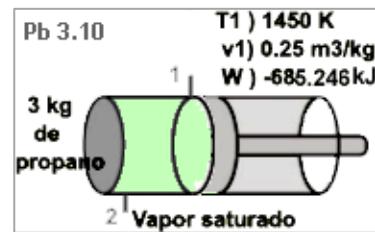


Tres kg de propano se comprimen de forma isóbara en un cilindro-pistón. Representa para el propano, en los diagramas P-v y T-v, dicho proceso desde el estado inicial con

$T_1=1450\text{ K}$  y  $v_1=0.25\text{ m}^3/\text{kg}$  hasta un estado final que es vapor saturado. Calcula también el calor cedido si el trabajo de compresión ha sido  $-685.246\text{ kJ}$ .

**Ayuda:** En el análisis de los sistemas termodinámicos tenemos tres fuentes o niveles de información:

- las propiedades de la sustancia (según el modelo: ecuaciones de estado o tablas)
- las propiedades del proceso (ecuación del proceso)
- los principios de Termodinámica (expresados como balances de energía, de entropía...)



En este problema debes combinar los tres:

- a) de las tablas o con el modelo de gas ideal (¿por qué es aplicable para este estado?) o el de sustancia real deducimos  $P_1$
- b) del tipo de proceso obtenemos la información que nos falta del estado 2 para acudir a las tablas (¿por qué no es aplicable ahora el modelo de gas ideal?) y completar la información de este estado
- c) del balance de energía aplicado al proceso deducimos el flujo de calor cedido.

**Rtas:**  $Q_{12} = -12\,243.7\text{ kJ}$ .

### Pb. 3.11.- Expresiones del balance de energía (primer principio)



Calentamos, a presión constante, 20 kg de una mezcla líquido-vapor de agua con un título del 40 % y una presión de 2 bar hasta alcanzar los  $400\text{ }^\circ\text{C}$ . Calcula, mediante tablas y comprobando los resultados con **TermoGraf**:

1. La energía interna y la entalpía específicas de los estados inicial y final, en  $\text{kJ}/\text{kg}$ .
2. El trabajo de expansión,  $W_x$ , en  $\text{kJ}$ .
3. El trabajo técnico,  $W_t$ , en dicha expansión, en  $\text{kJ}$ .
4. El calor,  $Q$ , absorbido en el proceso, en  $\text{kJ}$ .

**Ayuda:** Determinadas las propiedades energéticas en los dos estados, bastará aplicar el primer principio para sistemas cerrados en sus dos formas, que **para procesos reversibles** será:

$$m \cdot (u_2 - u_1) = Q - W_x \quad \text{siendo } W_x \text{ el trabajo de expansión}$$

$$m \cdot (h_2 - h_1) = Q - W_t \quad \text{siendo } W_t \text{ el trabajo técnico}$$

**Rtas:**

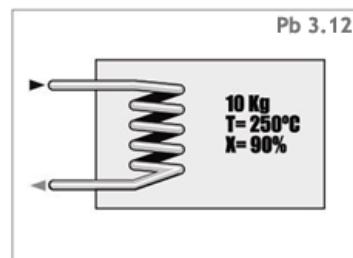
1.  $u_1 = 1314.13\text{ kJ/kg}$ ;  $u_2 = 2965.84\text{ kJ/kg}$ ;  $h_1 = 1385.11\text{ kJ/kg}$ ;  $h_2 = 3275.70\text{ kJ/kg}$
2.  $W_x = 4\,777.7\text{ kJ}$ ;
3.  $W_t = 0\text{ kJ}$ ;
4.  $Q_{12} = 37\,811.9\text{ kJ}$ .

### Pb. 3.12.- Procesos con trabajos disipativos



Una mezcla líquido-vapor de 10 kg de agua, con un título del 20 %, está a  $250\text{ }^\circ\text{C}$  llenando un recipiente rígido y aislado térmicamente. Se calienta el agua mediante una resistencia eléctrica de 1000 W. Se pide:

- a) ¿Cuánto vale el  $W$  eléctrico hasta alcanzar el estado de saturación?
- b) ¿Cuánto tiempo le costará llegar a él?



- c) ¿Qué presión existirá en el depósito cuando el agua haya alcanzado los 600 °C?  
 ¿Cuál será el tiempo transcurrido desde el principio?

**Ayuda:** La expresión del primer principio incluye el trabajo total, neto, que atraviesa la frontera del sistema. Si un proceso es reversible, este trabajo total coincide con el trabajo de expansión. Si el proceso incluye trabajos disipativos, el trabajo neto será el de expansión menos (por el criterio de signos) los trabajos disipativos.

**Rtas:**

1.  $W_{\text{eléctr}} = -10823.6 \text{ kJ}$ ;
2.  $t = 10.8 \text{ s}$ ;
3.  $P_3 = 309.85 \text{ bar}$ ;  $t \text{ total} = 17.07 \text{ s}$

### Pb. 3.13.- Corrigiendo un error de interpretación



Demuestra que, para un gas perfecto, un proceso politrópico en el que  $n=c_p/c_v$  coincide con un proceso adiabático. Analiza si se cumple esta condición en el caso del gas ideal y compruébalo con **TermoGraf**.

**Ayuda:** La condición de adiabaticidad es que  $\delta Q=0$ . Utilízala junto con la expresión para el calor específico de un proceso politrópico  $c_{\text{proc}} = (n \cdot c_v - c_p)/(n-1)$  y la condición de que en un proceso politrópico  $P \cdot v^n = \text{cte}$ ,  $n$  debe ser constante.

### Pb. 3.14.- Calores específicos



Se comprimen 3 kmoles de CO<sub>2</sub> desde T<sub>1</sub>=298 K y P<sub>1</sub>=1 bar hasta 800 K y 15 bar. Calcula el incremento de energía interna y entalpía que sufren, utilizando los siguientes procedimientos:

- 1) Mediante las tablas de CO<sub>2</sub> como gas ideal.
  - 2) Mediante las expresiones de  $(u_2-u_1)$  y  $(h_2-h_1)$  para gas perfecto, sabiendo que en este modelo se toman valores constantes para  $c_v = 27.994 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}$  y  $c_p = 36.308 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}$
  - 3) Calculando las correspondientes integrales  $c_v \cdot dT$  y  $c_p \cdot dT$  entre 298 K y 800 K, tomando como expresión para  $c_p$ :
- $$c_p = (-3.7357 + 30.529 \cdot (T/100)^{0.5} - 4.1034 \cdot (T/100) + 0.024198 \cdot (T/100)^2) \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}$$
- 4) Utilizando calores específicos ctes iguales a los valores medios de  $c_v$  y  $c_p$  en el intervalo de temperaturas considerado.
  - 5) Utilizando el modelo de sustancia real

Analiza los resultados obtenidos mediante la desviación porcentual de todos ellos frente al último caso.

**Ayuda:** Realiza los cálculos mencionados y comprueba con **TermoGraf** para G P, G Id y Sust Real. Pon especial atención para interpretar el concepto de valor medio para un determinado intervalo de temperatura. Te ayudará la interpretación gráfica que se realiza en el documento Pb 03.14.tme

Rtas:	(i)	ΔU	(i)/(5)	ΔH	(i)/(5)	pantalla <sup>1</sup>
(1) Tablas de CO <sub>2</sub> G Id	55926.0	100.2	68445.0	100.1		
(1) <b>TermoGraf</b> G Id:	55921.8	100.2	68443.2	100.1		2

<sup>1</sup> Se refiere a la pantalla del ejercicio **TermoGraf** Pb 02. 14 en que se puede ver el caso.

(2) Cálculo Gas Perf:	42159.0	75.6	54678.9	80.0	3
(2) <b>TermoGraf</b> G Perf:	42158.8	75.6	54680.0	80.0	3
(3) Cálculo $\int cp(T) \cdot dT$	55642.2	99.7	68169.4	99.7	
(4) cp, cv medios	54109.8	97.0	66631.2	97.4	2
(5) <b>TermoGraf</b> Sust Real:	55789.4	100.0	68375.8	100.0	4

### Pb. 3.15.- Cálculo de propiedades en tres modelos de sustancia



Representa en diagramas P-T y P-v los siguientes casos, determinando el v (en m<sup>3</sup>/kg) y la energía interna, u (en kJ/kg) para 1 kg de aire. Considera tres modelos: gas perfecto, gas ideal y sustancia real, construye una tabla con los valores y analiza las diferencias:

- 1. 950 K, 200 bar
- 2. 500 K, 200 bar
- 3. 500 K, 80 bar
- 4. 500 K, 10 bar
- 5. 350 K, 3 bar

**Ayuda:** Representa los estados en cada una de las tres pantallas (una para cada modelo de sustancia). Comprueba los resultados y saca tus conclusiones sobre la validez de los modelos en cada zona en que se ubica cada estado de los propuestos.

**Rta:** Trasladando desde **TermoGraf** los valores correspondientes:

Aire u (kJ/kg)	950 K, 200 bar		500 K, 200 bar		500 K, 80 bar		500 K, 3 bar		350 K, 3 bar	
<i>Gas Perfecto</i>	0.0136	6.59%	0.0072	7.69%	0.0179	3.24%	0.4784	0.13%	0.3349	0.02%
			0.0072		0.0179					
			0.0072		0.0179					
<i>Gas Ideal</i> <i>Sustancia Real</i>	0.0136	6.59%	0.0072	7.69%	0.0179	3.24%	0.4784	0.13%	0.3349	0.02%
			0.0072		0.0179					
	0.01456	0.00%	0.0078	0.00%	0.0185	0.00%	0.479	0.00%	0.33496	0.00%
Desvíos										

Aire u (kJ/kg)	950 K, 200 bar		500 K, 200 bar		500 K, 80 bar		500 K, 3 bar		350 K, 3 bar	
<i>Gas Perfecto</i>	680.15	21.80%	357.48	28.58%	357.48	30.04%	357.48	30.94%	249.92	38.78%
			359.47	28.18%	359.47	29.65%	359.47	30.55%	249.98	38.77%
			500.55	0.00%	510.95	0.00%	517.61	0.00%	408.25	0.00%
<i>Gas Ideal</i> <i>Sustancia Real</i>	716.6	17.61%								
	869.75	0.00%								

<sup>1</sup> Se han calculado los desvíos relativos a los valores experimentales (se toman para ello los de Sust. Real). Si utilizas tablas, será más apropiado manejar diferencias [u(T)-u(350)] que coincidirán con las de **TermoGraf** ya que no dependen del estado de referencia.

Diferencia:	u( 950)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 350)-u(350)
Estado	950 K, 200	500 K, 200 bar	500 K, 80 bar	500 K, 3 bar	350 K, 3 bar
Gas Perfecto	430.23	107.56	107.56	107.56	0
Gas Ideal	466.62	109.49	109.49	109.49	0
Sustancia Real	461.5	92.3	102.7	109.36	0

# Problemas con documento Termograf para autoevaluación

En estos problemas junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución y la compruebes con la Rta. Es muy conveniente que lo hagas en el documento **Termograf** de autoaprendizaje que encontrarás en la sección correspondiente y que difiere de los anteriores en que aquí no hay desarrollo por pantallas sino sólo la ayuda y las Rtas, aunque también pueden incluir Rtas de pasos intermedios, cuando convenga.

Una vez resuelto podrás contrastar las Rtas de todos los pasos en detalle. Si te pide clave de acceso puedes poner un 1 en todos los campos que debas llenar.

## Pb. 3.16.- Análisis en el domo<sup>1</sup>



Una mezcla bifásica líquido-vapor de agua está inicialmente en unas condiciones tales que al calentarse a v cte, alcanza el punto crítico.

1. Determina la presión del estado inicial sabiendo que el título es del 50 %.

La mezcla se enfriá a v cte hasta que el título se hace del 15%.

2. Determina ahora su presión y
3. El volumen que ocupa el vapor
4. La masa de vapor si el sistema tiene 3 kg en total
5. El calor que hay que comunicar en un proceso a P cte hasta que la mezcla llegue a vapor saturado

**Ayuda:** 1. Resulta inmediato localizar el estado buscado con **Termograf**.

El estado estará en la intersección de la isolínea  $v = v(PC)$  y la isolínea  $x = 0.5$  (Ctrl+i). Como está muy próximo al punto crítico, convendrá aumentar la ampliar la zona del PC con la lupa.

La cuestión 2 se trabaja igual. Para la 3 y la 4 necesitas recordar la definición de título  
Para la 5 puedes aplicar el balance de energía al proceso o dibujarlo y obtener el dato.

**Rta:** En el documento **Termograf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en Ventanas/Rtas coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú **Ventanas/Rtas**)

## Pb. 3.17.- Modelo de sustancia Real: cálculo de propiedades<sup>1</sup>



Localiza cada estado en los diagramas P-v y T-v para el agua. Determina los valores de las propiedades señaladas en los estados indicados, escribe su valor en la ventana de Rtas. y comprueba luego los resultados para autoevaluación.

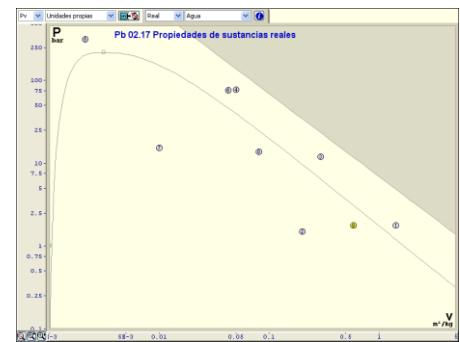
1. Para  $p = 0.18 \text{ MPa}$ ,  $T = 280^\circ\text{C}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ , escribe U en kJ.
2. Para  $p = 1.5 \text{ bar}$ ,  $v = 0.2 \text{ m}^3/\text{kg}$ , pon T en  $^\circ\text{C}$ .
3. Para  $T = 500.0^\circ\text{C}$ ,  $p = 1.2 \text{ MPa}$ ,  $m = 6 \text{ kg}$ , pon V en  $\text{m}^3$ .

<sup>1</sup> Si debes habituarte a usar tablas, éste es un buen ejercicio para que practiques y compruebes tu nivel. Recuerda que puedes adaptar, aproximadamente, los valores que da **Termograf** para que sean similares a los de tus tablas introduciendo en el menú **Sustancia/Estado de referencia** los valores de un estado extraído de tus tablas (que esté en la zona de trabajo del problema, por ejemplo)

4. Para  $T = 610.0^\circ\text{C}$ ,  $V = 0.6 \text{ m}^3$ ,  $m = 12 \text{ kg}$ , escribe  $P$  en MPa.
5. Para  $p = 32 \text{ MPa}$ ,  $u = 1900.0 \text{ kJ/kg}$ ,  $m = 8 \text{ kg}$ , pon  $V$  en  $\text{m}^3$ .
6. Para  $p = 77.0 \text{ bar}$ ,  $u = 3040 \text{ kJ/kg}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ , escribe  $H$  en kJ.
7. Para  $T = 200^\circ\text{C}$ ,  $V = 0.08 \text{ m}^3$ ,  $m = 8 \text{ kg}$ , escribe  $X$ , en tanto por ciento con dos decimales.
8. Para  $T = 195.0^\circ\text{C}$ ,  $V = 0.8 \text{ m}^3$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ , calcula  $m_{\text{vapor}}$ .
9. Para  $p = 1.8 \text{ MPa}$ ,  $x = 0.6$ , escribe el valor  $u$  del líquido saturado para esa presión, en  $\text{kJ/kg}$ .

**Ayuda:** Dibuja los valores en el documento Pb 03.17 y verifica los resultados. Interpreta adecuadamente la diferencia entre propiedades específicas y extensivas.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*). La imagen adjunta recoge una visualización aproximada de la posición de los estados.



### Pb. 3.18.- Cálculo de la entalpía por integración de $c_p$



Localiza en las tablas de propiedades la ecuación para el calor específico a  $P$  cte para el gas metano,  $c_p(T)$ , y calcula por integración de  $(c_p(T) \cdot dT)$  el cambio en entalpía de un kg de gas entre los siguientes estados, comprobándolo con **TermoGraf**.

Estado 1

1.  $P=2 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$ ,
2.  $P=2 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$ ,
3.  $P=2 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$ ,
4.  $P=2 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$ ,
5.  $P=2 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$ ,

Estado 2

- $P=1 \text{ bar}$ ,  $T=500 \text{ K}$
- $P=10 \text{ bar}$ ,  $T=500 \text{ K}$
- $P=20 \text{ bar}$ ,  $T=300 \text{ K}$
- $P=20 \text{ bar}$ ,  $T=1000 \text{ K}$
- $P=20 \text{ bar}$ ,  $T=2000 \text{ K}$ .

**Ayuda:** Localiza en la bibliografía<sup>1</sup> una ecuación para  $c_p(T)$  y haz la integración correspondiente para cada uno de los procesos indicados (En la teoría habrás visto que aunque  $c_p$  es el calor específico que nos da el flujo de  $Q$  en un proceso a  $P$  cte, sin embargo es más que eso pues nos permite calcular la variación de entalpía para cualquier proceso. Por tanto no es necesario conocer los procesos pues en todos ellos el cambio de entalpía es  $h_{\text{final}} - h_{\text{inicial}} = \int dh = \int c_p(T) \cdot dT$ )

En Ejemplo 3.3 y Pb 3.14 tienes revisados conceptos que debes utilizar aquí.

¿Qué aspectos interesantes puedes señalar si comparas los resultados?

Fíjate en particular en el caso 5.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

<sup>1</sup> Prácticamente todos los libros de texto sobre Termodinámica para ingeniería incluyen ecuaciones de cálculo de propiedades. Es importante la elección de aquéllas que, solas o combinadas, den un rango de aplicación lo más elevado posible. En cualquier caso, es importante evitar extrapolaciones fuera del rango de validez de la ecuación utilizada en el modelo pues el error puede ser muy importante (el estado 5 propuesto recoge esta situación para reforzar la consideración anterior)

### Pb. 3.19.- Cambio de fase a v cte



En el Pb 3.4 se realizaba un proceso a P cte dentro del domo. Éste es un caso frecuente (equipos como condensadores por ejemplo) que a veces lleva a la idea equivocada de que los procesos en el domo son siempre a P y T ctes. En la figura tenemos un sistema que contiene una mezcla bifásica de agua (2 kg en un volumen de 5 l). La temperatura es de 104°C cuando se empieza a calentar el agua hasta que toda la mezcla se ha hecho vapor. Debes calcular

1. Título de la mezcla en el estado inicial, estado 1.
2.  $v_1$ , en  $\text{m}^3/\text{kg}$
3. Título de la mezcla en el estado final, estado 2.
4.  $v_2$ , en  $\text{m}^3/\text{kg}$
5.  $P_2$ , en bar
6. Flujo de calor total,  $Q_{12}$ , cedido a la mezcla bifásica para su paso a vapor saturado



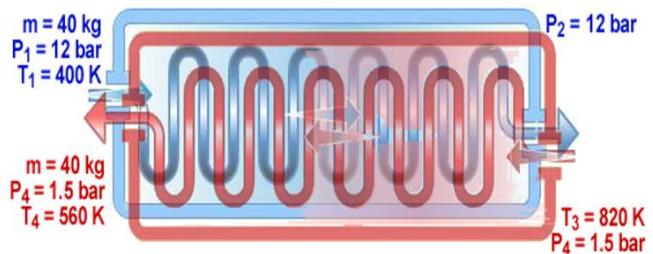
**Ayuda:** ¿Puedes representar el estado inicial con el único dato de 104°C? ¿Qué otro dato tienes? Representa los estados citados y analiza los conceptos que debes calcular. Puedes también calcular las propiedades en tus Tablas si necesitas práctica en Tablas y comprobar los valores con **TermoGraf**. Recuerda, en este caso, que puedes adecuar el estado de referencia de **TermoGraf** para que se correspondan sus valores con los de tus tablas.

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

## 4. Balance de energía en sistemas abiertos: análisis de equipos

### Conceptos trabajados en este tema:

Volumen de control,  
Equipo,  
Proceso adiabático / P. reversible,  
Rendimiento isoentrópico,  
Trabajo técnico,  
Trabajo útil,  
Trabajo disipativo, fricción  
Trabajo de flujo,  
Balance de energía en sistemas abiertos.



## Ejemplos

Estos primeros ejemplos resueltos en esta parte, al inicio de cada tema, tienen como objetivo repasar de modo práctico algunos conceptos del tema que ya han sido introducidos en los anteriores. Es conveniente que, antes de pasar a las siguientes secciones, los revises en detalle para interpretar el uso dado a los conceptos.

### Ej. 4.1.- Balance de energía con trabajos disipativos



El aire que aspira un secador de pelo, entra a temperatura y presión ambientales ( $25^\circ\text{C}$  y 1 atm) con una velocidad de 2 m/s. A su paso por el interior es calentado hasta una temperatura de  $77^\circ\text{C}$  medidos en el flujo que sale a 8.5 m/s por una sección aproximadamente rectangular de  $12 \times 1.5 \text{ cm}^2$  y con una presión de 1.015 bar. Si consideramos que se pueden despreciar las pérdidas de calor al entorno,

- Calcula el flujo másico,
- Señala qué términos pueden considerarse nulos en la expresión del balance de energía para flujo estacionario y, a partir de dicha expresión,
- Calcula la potencia eléctrica consumida, en kW.

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que rodea al secador.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; VC

**Condiciones:** Es razonable suponer que no hay cambios en la energía potencial, pero sí se dan en la energía cinética. El volumen de control puede considerarse adiabático. Datos del estado inicial y final, incluidas velocidades

**Análisis:**

**1.** Con los datos de entrada determinamos  $v_2$  en tablas o con **TermoGraf**<sup>1</sup>. Con  $v_2$  calculamos el flujo másico

$$fm = V_2/v_2 = A_2 \cdot c^2/v_2 = 0.0018 \text{ (m}^2\text{)} \cdot 8.5 \text{ (m/s)} / 0.990 \text{ (m}^3/\text{kg)} = 0.0151 \text{ kg/s}$$

(no conocemos ni podemos calcular  $V_1$  pues no nos dan la sección por lo que deberemos hacerlo con el estado 2)

**2.** Para el balance necesitaremos otras propiedades como las entalpías y las  $E_k$  en entrada y salida ya que en la expresión del balance:

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{W}_{VC} + \sum_e \dot{m}_e \cdot h_e - \sum_s \dot{m}_s \cdot h_s = (dU/dt)_{VC}$$

se anula el 2º miembro por VC estacionario y el flujo de calor por VC adiabático.

**3.** La expresión para  $W_{vc}$  (kJ/kg) = ( $W_t + W_d$ ) kJ/kg queda igual a

$$\dot{W}_d = \dot{m} \cdot \left( h_1 - h_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} \right)$$

al considerar cero el trabajo técnico que supone la compresión del aire<sup>2</sup>,

Calculando -  $\Delta h$  y -  $\Delta E_k$ :

$$- \Delta h = h_1 - h_2 = 298.3 - 350.6 = 52.273$$

$$- \Delta E_k = \{(2^2 - 8.5^2)/2\} \cdot ( \text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{kg}) \cdot (1 \text{ kJ} / 1000 \text{ N} \cdot \text{m}) = 0.0341 \text{ kJ/kg}$$

ya que  $\text{m} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{kg} = \text{m} \cdot \text{N/kg} = \text{J/kg}$

Sustituyendo:

$$W_d = 0.0151 \text{ kg/s} \cdot (-52.273 + 0.0341) \text{ kJ/kg} = -0.789 \text{ kW}$$

**4.** Este consumo eléctrico se emplea por un lado en mover el ventilador que incrementa la presión y la energía cinética. Esta parte (de producción de energía mecánica) se podría evaluar midiendo cuanto era el consumo en un proceso de aire frío en el que el consumo eléctrico sólo incrementara P y velocidad (el proceso será adiabático y casi isotermo pues algo se elevará la temperatura). Intenta evaluar esto en **TermoGraf**. Y podrás comprobar que con un incremento de temperatura de algunas décimas el consumo es mínimo aunque haya que incrementar algo por los rozamientos mecánicos. La parte importante del consumo eléctrico se destina como es lógico, a calentar el aire.

## Ej. 4.2.- Balances en un calentador abierto



Vapor de desecho se utiliza para preparar el agua de alimentación a una caldera que se mezcla con dicho vapor en un intercambiador abierto que funciona en régimen estacionario y cuya frontera es adiabática. La entrada del vapor, por 1, es a  $P_1 = 12 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 350^\circ\text{C}$  con un flujo másico de  $60 \text{ kg/s}$ . El líquido, en la entrada 2, llega a  $P_2 = 12 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 30^\circ\text{C}$ , a través de una tubería de  $25 \text{ cm}^2$  de sección. La salida, estado 3, es como líquido saturado a  $12 \text{ bar}$  y con una velocidad de  $6 \text{ m/s}$ . Determina, supuesto que no hay pérdidas de calor al entorno,

<sup>1</sup> **TermoGraf** en línea: sin más que entrar en [http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet\\_TermoGraf.htm](http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet_TermoGraf.htm) Cualquier idioma de los disponibles está accesible en [http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet\\_TermoGraf.html?lang=es](http://TermoGraf.unizar.esarchivesapplet_TermoGraf.html?lang=es) (en, fr, de, eu...)

<sup>2</sup> La potencia consumida será de algún watio y prácticamente ignorable.

- a) Utilizando el balance de energía: el flujo másico en la entrada 2 y en la salida, en kg/s.
- b) La velocidad en dicha entrada 2, en m/s.
- c) Considera si los cambios de energía cinética son significativos en el balance de energía.
- d) ¿Qué dato nos falta para saber la velocidad de 1 o la sección?
- e) Asigna un dato que entiendas coherente con los otros datos y calcula la rta que quede por determinar.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que rodea al intercambiador.

**Modelo de la sustancia:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI, T en °C; VC

**Condiciones:** No hay cambios en la energía potencial del sistema, sus paredes pueden considerarse adiabáticas y el trabajo técnico es nulo. Se conocen propiedades de los distintos estados que permiten calcular en tablas o con **TermoGraf** las propiedades energéticas necesarias para el balance de modo que se calcule en él la incógnita necesaria. El balance de masa será asimismo necesario.

**Análisis:** El cuadro adjunto refleja datos y cuestiones planteadas así como magnitudes que debemos obtener como se irá viendo:

estado	P (bar)	T (°C)	m (kg/s)	sección tubería (cm <sup>2</sup> )	c (m/s)	v (m <sup>3</sup> /kg)	h (kJ/kg)
1	12	350	60	?	?		
2	12	30	?	200	?		
3	12		?	?	6		

De la primera columna deducimos que el proceso de intercambio<sup>1</sup> de calor es isóbaro. Los datos necesarios como el volumen específico o la entalpía de los tres estados termo-dinámicos los obtenemos sin más que llevar a tablas o a **TermoGraf** la pareja de propiedades conocida (en el estado 3 sabemos que está en la curva de líquido saturado ( $x=0$ ) luego basta la T o la P para determinar lo que precisamos:

estado	P (bar)	T (°C)	m (kg/s)	sección tubería (cm <sup>2</sup> )	c (m/s)	v (m <sup>3</sup> /kg)	h (kJ/kg)
1	12	350	60	?	?	0.2345	3152.7
2	12	30	?	200	?	0.001005	126.1
3	12		?	?	6	0.001139	798.5

Expresiones que podemos plantear relacionadas con las incógnitas:

(a) Balance de masa:  $m_3 \text{ (kg/s)} = m_1 \text{ (kg/s)} + m_2 \text{ (kg/s)}$

(b) Balance de energía:  $(m_3 \cdot h_3) \text{ (kJ/s)} = (m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2) \text{ (kJ/kg)}$

(c) Relación flujo másico y caudal:  $A(\text{m}^2) \cdot c(\text{m/s}) = V(\text{m}^3/\text{s}) = m(\text{kg/s}) \cdot v(\text{m}^3/\text{kg})$

Analizando los datos:

De las dos primeras, resolviendo el sistema, obtendremos  $m_2$  y  $m_3$ .

---

<sup>1</sup> Situación habitual en los procesos en intercambiadores.

De la segunda<sup>1</sup>:  $m_1 \cdot (h_1 - h_3) = - m_2 \cdot (h_2 - h_3)$  con lo que

1.  $m_2 = m_1 \cdot \{ - (h_1 - h_3) / (h_2 - h_3) \} = 210.07 \text{ kg/s}$  y  $m_3 = m_1 + m_2 = 270.07 \text{ kg/s}$

2. Llevando a la ecuación tercera los datos apropiados tenemos:

$$c_2 = m_2 (\text{kg/s}) \cdot v_2 (\text{m}^3/\text{kg}) / A (\text{m}^2) = 210.7 \cdot 0.001005 / 0.0025 = 10.56 \text{ m/s}$$

3. En el caso de esta entrada 2 la energía cinética,  $e_k$ , por kg que circula vale:

$$e_k = c_2^2 / 2 (\text{m}^2/\text{s}^2 \cdot \text{kg}) \cdot (1 \text{ kJ} / 1000 \text{ N} \cdot \text{m}) = 10.56^2 / 2000 \text{ kJ} = 0.056 \text{ kJ/kg}$$

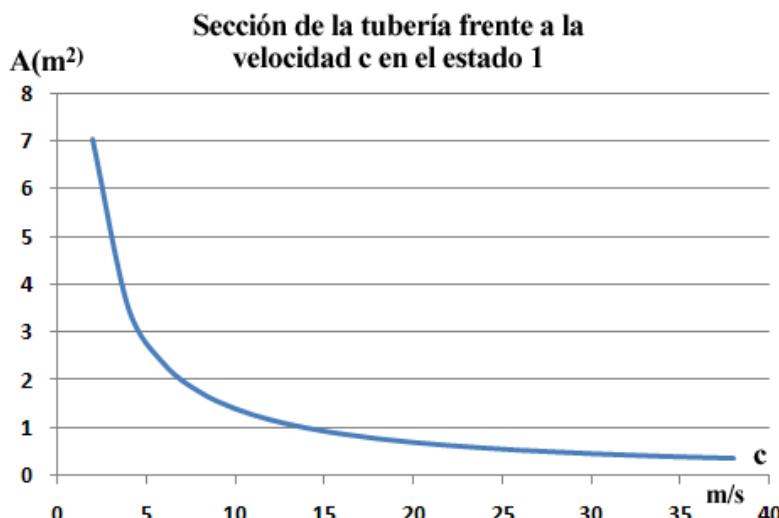
que es totalmente despreciable frente a la energía térmica,  $h$ , en ese estado: 126.1 kJ/kg

Lógicamente, en los otros estados en los que la entalpía es mayor, la e. cinética será igualmente despreciable.

4. Observando las tres expresiones vemos que las dos primeras no nos sirven y que en la (c) ya que conocemos  $m_1$  y  $v_1$  y tenemos dos incógnitas,  $A$  y  $c$ , necesitaremos una de las dos para hallar la otra.

En cuanto a valores posibles conviene analizar que el volumen específico es muy superior al de los otros estados (más de 200 veces) luego si queremos que la velocidad no sea muy elevada tendremos que hacer la tubería de una sección mucho mayor a las otras.

5. La gráfica adjunta muestra la relación de  $A$  frente a  $c$  para el estado 1



De la observación de la variación de  $A$  podemos ver que a partir de 8 ó 10 m/s de velocidad el cambio en la sección es poco significativo. Puesto que el coste de una tubería para un acero dado es función creciente del diámetro, parece lógico establecer una velocidad entre 8 y 15 m/s. La elección adecuada implica un análisis más detallado de costes y amortización.

### Consideraciones

Conviene destacar varias ideas que son muy generales:

1. Los intercambios de calor se hacen equipos isóbaros que se consideran adiabáticos.
2. La energía cinética de la masa circulando por tuberías y equipos es prácticamente despreciable salvo en aquellos equipos como toberas y difusores diseñados, precisamente, para transformar energía cinética en térmica y viceversa.

---

<sup>1</sup> Esta ecuación se puede leer también como que la energía que cede una de las corrientes es lógicamente, la energía que recibe la otra al ser el VC adiabático.

3. El balance de energía, con el de masa, constituyen un recurso fundamental en el análisis de instalaciones. Más adelante veremos qué otros balances completan este panorama de utilidad.

4. Es una actitud positiva no basar el análisis de equipos e instalaciones en los aspectos energéticos pues los aspectos de diseño como velocidad y sección, conectados con la propiedad volumen específico, resultan muy importantes desde otras perspectivas como la económica o con problemas no despreciables como vibraciones, ruidos, etc en función de la velocidad.

### Ej. 4.3.- Compresión con procesos no isoentrópicos (dissipativos)

Un compresor tiene que suministrar un caudal de 160 Kg/hora de aire a una presión de 6 bar, siendo la presión atmosférica de 1 bar y la temperatura ambiente de 10°C.

- Calcular la potencia teórica necesaria para la compresión suponiendo ésta adiabática y reversible.
- Calcular la potencia requerida para accionar el compresor, en el caso de que éste funcione adiabática pero irreversiblemente, de tal forma que la temperatura de salida del aire sea de 220°C.
- ¿Cuál es el valor del índice politrópico  $n$  del proceso equivalente?
- ¿Qué parte de la potencia total se ha dedicado a la compresión y qué parte ha sido el efecto de la resistencia debida a la fricción?

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que rodea al compresor.

**Modelo de la sustancia:** Aire como gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; VC

**Condiciones:** No hay cambios en la energía potencial del sistema, sus paredes pueden considerarse adiabáticas se da información sobre datos y procesos que deberán combinarse con la ec. de estado del gas ideal.

**Análisis:** Deberemos calcular las propiedades térmicas ( $P$ ,  $v$ ,  $T$ ) y energéticas ( $h$ ) de los estados de entrada y salida. Dos propiedades en cada estado nos permitirán calcular el resto, bien en tablas bien con **TermoGraf**. Aunque del estado final sólo tenemos una, la condición del proceso seguido proporciona la otra condición al utilizar la ecuación

$$P_1 \cdot v_1^{(c_p/c_v)} = P_2 \cdot v_2^{(c_p/c_v)} \quad [1]$$

Ecuación en la que tomaremos el cociente de calores específicos  $c_p/c_v$  como valor constante, aunque solo lo sea de modo aproximado, (véase Pb 3.13) e igual a<sup>1</sup> = 1.397.

El volumen  $v_1$  lo obtenemos con la ec. térmica de estado para el gas ideal:

$$P \cdot v = R \cdot T \quad [2]$$

$$v_1 = 0.8128 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Con este volumen y los datos ya conocidos llevados a la ec [1] tenemos

$$v_2 = 0.2254 \text{ m}^3/\text{kg}, \text{ valor que llevado a la ecuación de estado da para la temperatura final } T_2 = 471.10 \text{ K}$$

<sup>1</sup> Valor tomado de **TermoGraf**

**1.** La potencia<sup>1</sup> teórica, considerando de nuevo la adiabática reversible como politrópica viene dada para el trabajo de expansión por

$$w \text{ (kW)} = (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n)$$

y para el trabajo técnico que es el que interesa conocer en un sistema abierto:

$$w_{vc} = w - w_{\text{flujo}} = \{(P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n)\} - (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) = n \cdot \{(P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n)\} \quad [3]$$

$$\begin{aligned} W_{vc} &= m \cdot n \cdot \{(P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n)\} = \\ &= (160/3600) \text{ (kg/s)} \cdot (-190\,048 \text{ kJ/kg}) = -8.447 \text{ kW} \end{aligned}$$

**2.** Si el proceso es adiabático irreversible, aplicando el primer principio al VC tendremos:

$$0 = q - w_{vc} + (h_e - h_s)$$

y como  $q = 0$  nos quedará despejando:

$$w_{vc} = (h_e - h_s)$$

Tendremos ahora que determinar las entalpías. Para ello necesitaremos dos datos de los estados para, en tablas o en **TermoGraf**, obtenerlas. Con estos datos conocidos ( $h_e=283.228$  y  $h_s=495.95$  kJ/kg) tenemos que

$$W_{vc} = 0.0444 \text{ kg/s} \cdot -212.671 \text{ kJ/kg} = -9.452 \text{ kW}$$

**3.** En cuanto al índice del proceso politrópico de sustitución, la equivalencia entre proceso real e idealizado supone la misma potencia mientras que el flujo de calor que existe en el politrópico es un trabajo disipativo interior al VC en el proceso real que también debe proporcionar el compresor.

Calcularemos todos estos valores:

Como ahora nos dan la T final, con ella obtenemos de la ec. de estado [2] el v final:

$$v_{fin} = (8.314 \text{ kJ/kmol}\cdot\text{K}) \cdot (1\text{kmol}/28.964 \text{ kg}) \cdot 493.15(\text{K}) / 600 \text{ kPa} = 0.2359 \text{ m}^3/\text{kg}$$

y con ella, en  $P_{in} \cdot v_{in}^n = P_{fin} \cdot v_{fin}^n$  nos da despejando n :

$$n = 1.449$$

**4.** Si ahora queremos saber qué parte de la potencia -9.452 kW se gasta en la compresión y que parte es la consecuencia del efecto de fricción plantearemos la equivalencia entre politrópica y proceso real antes citada y, de nuevo con v en [3]

$w_{vc} = -194.672 \text{ kJ/kg}$  que multiplicado por el flujo máscio dará la potencia total  $W_t$  necesaria para la compresión. Sin embargo el equipo debe gastar más energía para vencer la fricción, de modo que la potencia total será:

$$W_{vc} = W_t + W_d \quad [4]$$

Como ya hemos señalado, en el proceso politrópico equivalente o de sustitución, el flujo de calor en este proceso proporciona el módulo<sup>2</sup> del valor del trabajo disipativo, en consecuencia deberemos calcular aquél. Este cálculo lo podemos hacer aplicando el primer principio para sistemas abiertos que nos obliga a determinar la entalpía en los estados inicial y final. El balance por kg circulando por el equipo, supuesto el sistema estacionario, es:

$[0 = q - w_{vc} + (h_e - h_s)]_{\text{politr}}$  y de aquí, tomando las entalpías antes utilizadas y despejando:

<sup>1</sup> Recordamos que W puede representar tanto el trabajo como la potencia y que son las unidades las que aclaran si es uno u otra.

<sup>2</sup> No olvidemos que el criterio de signos es opuesto para Q y W. Así un flujo de calor entrando al sistema es positivo y un trabajo (dissipativo o no) entrando al sistema es negativo. Por otra parte la única situación posible de trabajo disipativo (por ej. de fricción) es de la frontera al interior.

$$q = -194.672 \text{ kJ/kg} + (495.95 - 283.28) \text{ kJ/kg} = 17.999 \text{ kJ/kg}$$

y  $Q = 0.04444 \cdot 17.999 = 0.800 \text{ kW} = |W_d|$

Con esto, el trabajo empleado directamente en la compresión será:

$$W_t = W_{vc} - W_d = W_{vc} + |W_d| = 0.0444 \cdot (-212.672 + 17.999) = -8.651 \text{ kW}$$

Es decir la potencia que requeriría la politrópica equivalente.

#### Consideraciones:

1. En el proceso irreversible no sólo aumenta el consumo por la irreversibilidad sino que, como muestra este último resultado el trabajo dedicado a la compresión específicamente también aumenta. La razón es simple: el trabajo de fricción que acompaña a la compresión incrementa aun más la T del gas por lo que el trabajo de compresión debe aumentar. Esto lo paliamos refrigerando el compresor si es posible. Ese caso se estudia en el Pb. 4.3
2. A veces se hace la aproximación a gas perfecto: En este modelo se puede calcular  $q$  a partir del calor específico del proceso  $q = c_{proc} \Delta T$ . Para una politrópica este  $c_{proc}$  se demuestra que es:

$$c_{proc} = (n \cdot c_v - c_p) / (n - 1)$$

siendo  $c_v$  y  $c_p$  los del modelo de gas perfecto: 0.717 y 1.004 kJ/kg·K respectivamente.

Con estos valores  $c_{proc} = 0.0778$  y  $q_{g\ perf} = 0.0778 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} \cdot 210 \text{ (K)} = 16.338 \text{ kJ/kg}$  valor que no difiere significativamente del calculado vía primer principio.

### Ej.4.4.-Transitorios. Llenado adiabático de un depósito



Se llena un depósito de  $10 \text{ m}^3$ , aislado térmicamente, que inicialmente contenía aire en condiciones ambientales,  $20^\circ\text{C}$  y 1 bar, con aire tomado del ambiente. El llenado se realiza mediante un proceso adiabático isoentrópico de compresión, que para cálculos de propiedades térmicas puede asimilarse a una politrópica de índice constante, 1.396. Considerando aplicable el modelo de gas ideal, y para una masa final triple de la que contenía el depósito en el estado inicial y tomando como volumen de control el depósito, calcula

1. la masa inicial de aire
2. las temperatura y presión finales del depósito,
3. el trabajo realizado en el proceso de llenado.

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control correspondiente al interior del depósito.

**Modelo de la sustancia:** Aire como gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; VC

**Condiciones:** a) No hay cambios en la energía potencial y cinética del sistema, b) las paredes pueden considerarse adiabáticas, c) el compresor funciona en régimen no estacionario pues el volumen específico final es cada vez menor, así como aumenta la masa contenida en el tanque

**Análisis:** De lo dicho en el punto c) de las condiciones, se deduce como recomendable un análisis del balance en el volumen de control entre las condiciones iniciales y las finales.

La presión,  $P$ , del depósito, para cualquier instante del proceso no estacionario de llenado, se calcula a partir de la ecuación de la politrópica que sigue la compresión, sin más que tener en cuenta que el volumen específico,  $v$ , en cada instante será el cociente entre el volumen  $V$  total del depósito, constante en todo el llenado y conocido, y la masa  $m$  en el tanque en ese instante. Es decir,  $v = V/m$ . En concreto, en el instante final dicho volumen

será un tercio del inicial. Este volumen específico inicial del aire,  $v_1$ , se calcula a partir de la ecuación térmica de estado para el gas ideal y los valores iniciales conocidos  $T_1$  y  $P_1$ . Por tanto el volumen específico evoluciona, según el proceso indicado, desde  $v_1$  hasta  $v_2 = v_1/3$ .

Como conocemos el estado inicial, el proceso politrópico seguido y el volumen final podemos determinar todas las propiedades de ambos estados.

$$P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n \quad [1]$$

Ecuación en la que tomaremos el índice como valor constante como indica el enunciado, aunque eso lleve a cálculos con algún error<sup>1</sup>, (véase Pb 3.13) e igual a 1.396.

El volumen  $v_1$  lo obtenemos con la ec. térmica de estado para el gas ideal:

$$P \cdot v = R \cdot T \quad [2]$$

$$v_1 = 0.8415 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{luego } v_2 \text{ será } v_1/3 = 0.2531 \text{ m}^3/\text{kg}$$

**1.** La masa inicial será:  $V/v_1 = 10 \text{ m}^3 / 0.8415 \text{ m}^3/\text{kg} = 11.883 \text{ kg}$

**2.** Con este volumen y los datos ya conocidos llevados a la ec [1] tenemos

**P<sub>2</sub> = 4.6352 bar**, valor que llevado a la ecuación de estado [2] da para la temperatura final

**T<sub>2</sub> = 452.93 K**

**3.** Para el cálculo del trabajo deberemos acudir al balance de energía para un sistema abierto transitorio (no estacionario, pues). La fórmula, con las consideraciones habituales sobre E<sub>k</sub> y E<sub>p</sub> quedará:

$$(m_2 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1) = Q - W_{vc} + (m_e \cdot h_e - m_s \cdot h_s)$$

En esta expresión  $m_e$  es la masa que ha entrado al depósito, es decir  $m_2 - m_1$  y  $h_e$  es la entalpía en la entrada que es la entalpía del estado ambiente que coincide con el estado inicial.

En cuanto a  $m_s$  es cero pues no hay salida de aire. Con esto, y para proceso adiabático:

$$\begin{aligned} W_{vc} &= (m_1 \cdot u_1 - m_2 \cdot u_2) + m_e \cdot h_e = 11.88 \text{ kg} \cdot 209.16 \text{ kJ/kg} - \\ &\quad - 35.65 \text{ kg} \cdot 324.73 \text{ kJ/kg} + 23.76 \text{ kg} \cdot 293.31 \text{ kJ/kg} = \\ &= \mathbf{-2122.8 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

---

<sup>1</sup> Por ej. hemos dicho que el proceso puede considerarse adiabático pero una politrópica como la indicada lleva a un valor de  $q$  no nulo (0.094 kJ/kg) aunque se puede considerar despreciable (de hecho **TermoGraf** lo colorea con el criterio de las isoentrópicas).

# Problemas resueltos y con documento Tgraf

Estos problemas están resueltos en detalle en los documentos correspondientes de **TermoGraf** y en la segunda parte del libro (pp. 120 y ss.). En esta parte junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución, único modo real de que llegues a plantearte dudas que podrás resolver viendo la solución. Empezar viendo la solución te servirá para muy poco y no te lo recomendamos. Trabajar con estos ejercicios presenta dos opciones:

- A partir de la ayuda en cada enunciado intentar su resolución apoyándote en tablas para el cálculo de las propiedades que necesites. Cualquier duda que tengas en su resolución podrás aclararla en el ejercicio resuelto en la segunda parte.
- Utilizar los documentos TermoGraf como se indica en el primer párrafo lo que te evitará el enojoso y escasamente rentable esfuerzo del manejo de tablas. Estos documentos se han preparado de modo que en cada pantalla te plantea los pasos sugeridos por la ayuda de esa pantalla. Una vez hechos podrás comprobar en la siguiente si los has ejecutado adecuadamente.

## Pb. 4.1.- Turbina reversible con aire como gas perfecto



En una turbina se expande aire, reversible y adiabáticamente, desde 76 psia y 525°F hasta 15 psia. La velocidad a la salida es de 500 ft/seg. y a la entrada es prácticamente nula. Calcúlese, por kg de masa de aire, el trabajo producido, en kJ. Considerar el aire como gas perfecto con  $C_p$  cte.

**Ayuda:** Siendo modelo de gas perfecto no se necesitan tablas sino solo la T de los estados inicial y final para los cálculos energéticos (balance de energía). Conocemos dos propiedades del estado inicial y una del estado final que con la condición del proceso permite completar el cálculo de propiedades en el estado final.

**Rtas:**

$$w_{vc} = w_t - \Delta e_c = 189.31 \text{ kJ/kg}$$

## Pb. 4.2.- Compresor de una instalación de turbina de gas



En Neuchatel<sup>1</sup> (Suiza) el compresor de la primera turbina de gas de 4000 kW de potencia aspiraba aire a  $P_1 = 98827 \text{ Pa/m}^2$  y  $T_1 = 25.3^\circ\text{C}$ , y lo comprimía adiabáticamente hasta  $P_2 = 437.70 \text{ kPa/m}^2$  y  $T_2 = 202.8^\circ\text{C}$ .



Turbina de gas de Neuchatel, 1939

Calcula

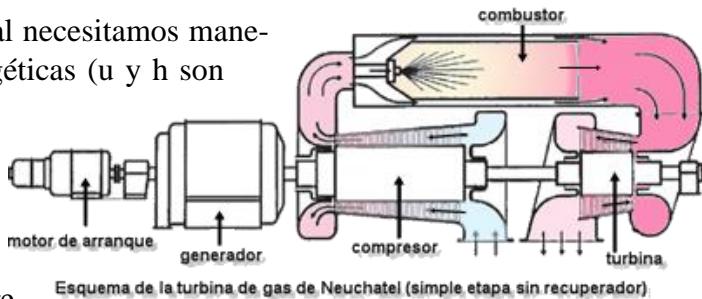
- Trabajo de compresión por kg de aire circulando,

<sup>1</sup> La primera turbina de gas para producir electricidad entró en funcionamiento en 1939 en Neuchatel  
<http://files.asme.org/asmeorg/Communities/History/Landmarks/12281.pdf>

- b)** Potencia necesaria para accionar el compresor para un caudal de aire de 224 t/h.

**Ayuda:** Para el modelo de Gas Ideal necesitamos manejar tablas para las propiedades energéticas ( $u$  y  $h$  son  $f(T)$ ).

Conocemos que el proceso es adiabático y dos datos de entrada y dos de salida por lo que la ecuación del proceso puede no ser adiabática reversible. Comprobamos esto (recuerda que la adiabática reversible en Gas Ideal es muy aproximadamente politrópica de índice  $n$  algo superior a  $c_{p,m}/c_{v,m}$ ). Se sugiere utilizar una politrópica equivalente que pase por ambos estados y concluir las relaciones energéticas del proceso real a partir de éste equivalente.



**Rtas:**

1.  $W_{vc} = -179.66 \text{ kJ/kg}$
2. Potencia: 11.178 MW

### Pb. 4.3.-Compresión irreversible con refrigeración

Si el equipo utilizado en Ej. 4.3 está diseñado de tal forma que es posible refrigerar el aire a la vez que se comprime (con una envoltura por la que circula agua, por ejemplo). Calcular la potencia teórica necesaria y el flujo de calor a eliminar mediante la refrigeración, en el caso de que:

- a) El proceso sea politrópico reversible con  $n = 1.3$ .
- b) El proceso sea isotermo con la misma fricción que el caso b del Ej 4.3.

**Ayuda:** Revisa el Ej 4.3 porque cada una de estas preguntas se refieren a las correspondientes de dicho Ej que se toman como referencia. Debes aplicar el balance de energía a cada situación y analizar el efecto de la refrigeración.

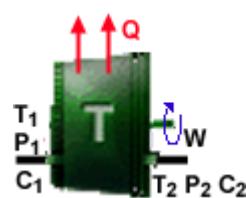
**Rtas:**

- a)  $W_{vc} = -8.016 \text{ kW}; Q = -1.517 \text{ kW}$
- b)  $W_{vc} = -6.472 \text{ kW}; Q = -7.272 \text{ kW}$

### Pb. 4.4.- Turbina no adiabática



Un determinado flujo másico de 3600 kg/h entra a una turbina insuficientemente aislada y que opera en situación estacionaria, desarrollando una potencia de 1260 kW. En la entrada, la presión es 87 bar, la temperatura  $525^\circ\text{C}$  y la velocidad 5 m/s. A la salida la presión es 0.1 bar, el título 0.85 (85%) y la velocidad 35 m/s. Calcula



- a) La cesión de calor de la turbina al entorno, en kJ/kg, y
- b) qué % de la variación energética que experimenta el vapor entre la entrada y la salida, supone la variación de energía cinética. ¿Se podría despreciar esta contribución?

**Ayuda:** Basta llevar a la expresión del primer principio para VC en situación estacionaria los valores obtenidos de los estados y de la información sobre la potencia y el flujo másico.

Rta:

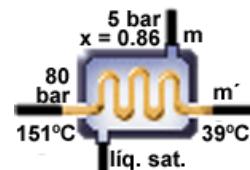
a)  $q_{vc} = -62.85 \text{ kJ/kg}$

b) Supone el **0.05%** resultando despreciable frente a la energía térmica puesta en juego ( $\Delta h$ )

### Pb. 4.5.- Balance en un condensador



Vapor de agua a 5 bar con un título de 0.86 entra en el condensador cerrado de una central térmica, saliendo el condensado como líquido saturado. El agua de alimentación a caldera, a 80 bares, entra al condensador como un segundo flujo a 39°C, alcanzando los 151°C como consecuencia de la energía cedida por el vapor. El calor transferido a través de la carcasa puede despreciarse. Determina para flujo estacionario:



1. La transferencia de energía al agua de refrigeración, desde el vapor que condensa, en kJ por kg de vapor que pasa a través de la corriente caliente del condensador.
2. La energía recibida por la otra corriente por kg de agua que circula por la corriente de alimentación a caldera.
3. Relación entre los caudales de agua de refrigeración y de vapor.

Ayuda: Pendiente

Rtas:

1.  $q_{12} = -1812.8 \text{ kJ}$  por kg pasando por la rama caliente

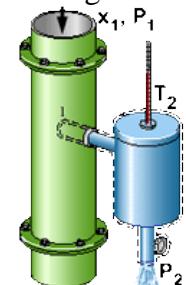
2.  $q_{34} = 472.44 \text{ kJ}$  por kg pasando por la rama fría.

3.  $m = 0.261 \cdot m'$

### Pb. 4.6.- Medida del título con un calorímetro de estrangulación



Una línea de suministro transporta una mezcla bifásica líquido-vapor a 20 bar. Una pequeña fracción del flujo transportado se deriva a través de un calorímetro de estrangulación y se libera a la atmósfera a 1 atm. La temperatura del vapor exhausto, medida por el calorímetro, es de 132°C. Calcular el título del vapor en la línea de suministro.



Ayuda: El proceso de estrangulación tiene una característica muy útil que en este caso te permite identificar el estado dentro del domo: la salida del calorímetro te proporciona una propiedad específica que deshace la ambigüedad de qué posición ocupa en el domo el estado del vapor en la tubería si solo conocemos P y/o T.

Rtas:

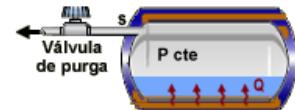
$x = 0.9697$  (96.97%)

### Pb. 4.7.- Vaciado de un depósito a presión constante



Un depósito de volumen igual a 1.75 m<sup>3</sup> contiene una mezcla bifásica de agua cuyo título es 0.72 y su presión 15 bar. Mediante una válvula se va extrayendo lentamente vapor saturado manteniendo constante la presión al calentar el depósito durante el proceso de vaciado. Este proceso continúa hasta que el depósito acaba con sólo vapor saturado. Determina

1. ¿Cuál es la masa presente en la situación inicial, en kg?
2. ¿Cuál es la masa de vapor presente en la situación inicial, en kg?
3. ¿Cuál es la masa, en kg, que abandona el depósito?
4. ¿Cuál es la cantidad del calor cedido al depósito, en kJ?



**Ayuda:** Si la P se mantiene cte en el domo también lo hará la T del depósito. El proceso en el interior del depósito puede considerarse como una expansión en cuanto a las propiedades térmicas. Las propiedades energéticas se manejarán en el balance para un VC no estacionario sino transitorio.

**Rtas:**

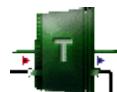
1.  $m_1 = 18.385 \text{ kg}$ ;
2.  $m_2 = 13.238 \text{ kg}$
3.  $m = 5.103 \text{ kg}$
4.  $Q = 10019.1 \text{ kJ/kg}$

### Pb. 4.8.- Balance de energía en una turbina



A una turbina entra vapor a través de un conducto de 0.2 m de diámetro. La velocidad del vapor es 100 m/s, su presión es 14 MPa, y su temperatura es 600°C. El vapor sale de la turbina a través de un conducto de 0.8 m de diámetro con una presión de 500 kPa y una temperatura de 180°C. Para la operación en situación estacionaria, determíñese:

1. El flujo máscico de vapor, en kg/s.
2. La velocidad del vapor a la salida, en m/s.
3. El w realizado por la turbina, en kJ/kg
4. La potencia desarrollada, en kW.



**Ayuda:** Identificadas las propiedades energéticas a partir de los datos proporcionados para los estados de entrada y salida basta aplicar las expresiones para cada una de las cuestiones.

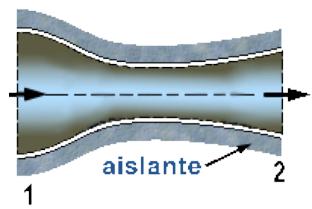
**Rtas:**

1.  $f_m = 10.98 \text{ kg/s}$ ;
2.  $c_2 = 8.84 \text{ m/s}$
3.  $w_{vc} = 887.71 \text{ kJ/kg}$
4.  $W_{vc} = 9747.1 \text{ kW}$

### Pb. 4.9.- Incremento de velocidad en una tobera



Se utiliza una tobera, que funciona en estado estacionario, para incrementar la velocidad del vapor de agua que entra con  $P_1 = 135 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 580^\circ\text{C}$ , y una velocidad de 14 m/s, de modo que a la salida alcanza una velocidad de 598 m/s, con una presión  $P_2 = 9 \text{ bar}$ . La transferencia de calor es despreciable y no hay cambios en la energía potencial. Determina, para un flujo máscico de 10 kg,



- a) la temperatura a la salida y
- b) el área de la sección de salida de la tobera, en  $\text{m}^2$ .

**Ayuda:** Como del estado final solo tenemos como dato la P, debemos obtener más información del proceso, del que sólo sabemos que es adiabático o del balance del primer principio, aplicando las condiciones conocidas.

**Rtas:**

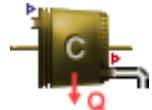
1.  $T = 446.7 \text{ K}$ ;
2.  $A_2 = 61.2 \text{ cm}^2$

### Pb. 4.10.- Potencia de un compresor no adiabático



Un compresor que opera en situación estacionaria, toma aire del ambiente ( $P = 1 \text{ atm}$ ,  $T = 295 \text{ K}$ ) con una velocidad de aspiración de  $4.4 \text{ m/s}$  a través de una sección de  $0.25 \text{ m}^2$ . A la salida, tras ceder  $5.5 \text{ kW}$  de calor al entorno, se alcanza una presión de  $10 \text{ bar}$  con una temperatura de  $650 \text{ K}$  y una velocidad de  $2.2 \text{ m/s}$ . Calcula, utilizando el modelo de gas ideal,

- a) la potencia consumida por el compresor, en  $\text{kW}$ .
- b) ¿consideras razonable haber planteado la hipótesis de que el compresor podría considerarse adiabático? ¿y adiabático reversible?



**Ayuda:** Aplica el balance y con los datos puedes estudiar el índice de una politrópica y comparar con una adiabática.

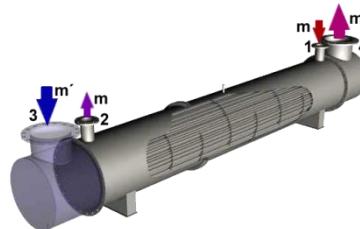
**Rtas:**

1. **Potencia:  $W_{vc} = - 504.98 \text{ kW}$ ;**
2. **Hacerlo supone en torno al 1 % de error.**

### Pb. 4.11.- Intercambiador agua-aire



Un flujo de  $40 \text{ kg}$  de aire circula por el interior de  $140$  tubos, de sección transversal  $0.01 \text{ m}^2$ , de un intercambiador de calor agua-aire. Las temperaturas y presiones a la entrada y salida de los tubos son de  $140^\circ\text{C}$ ,  $220 \text{ kPa}$  y  $22^\circ\text{C}$ ,  $150 \text{ kPa}$ , respectivamente.



Suponiendo que el aire se comporta como gas ideal, determinar:

- a) Las velocidades del aire a la entrada y salida de los tubos,
- b) El flujo de calor transferido por el aire, en  $\text{kW}$ .
- c) El flujo másico de agua, en  $\text{kg/s}$ , mínimo necesario para refrigerar el aire, de forma que su temperatura aumente sólo  $10^\circ\text{C}$ .

**Ayuda:** Identifica las entalpías de los respectivos estados y aplica el balance al equipo. Para el caudal de agua puedes utilizar un calor específico cte:  $4.18 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  en modelo de líquido incompresible. Analiza si el proceso tiene producción de trabajo y también si puede ser o no un proceso reversible.

**Rtas:**

1.  $c_1 = 15.4 \text{ m/s}; c_2 = 16.14 \text{ m/s}$
2.  $Q = - 4758.0 \text{ kW}$
3.  $f_m \text{ (refrigeración)} = 113.82 \text{ kg/s}$

### Pb. 4.12.- Intercambio en un calentador abierto

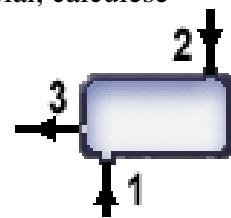


Un calentador abierto de agua opera en situación estacionaria. El agua entra por 1 a  $55^\circ\text{C}$  y  $1.3 \text{ MPa}$ . Otro flujo de vapor entra por 2 con un flujo másico igual a  $0.15$  del flujo anterior con un volumen específico de  $133 \text{ litros/m}^3$ , y a la presión anterior. A la salida del

equipo se tiene agua líquida saturada. Ignorando la transferencia de calor entre el calentador y su entorno así como las variaciones de energía cinética y potencial, calcúlese

1. la temperatura del vapor en la entrada 2, en °C, si es vapor recalentado,
2. su título si es una mezcla de líquido-vapor.
3. el calor cedido por kg entrando por 2

**Ayuda:** Identificado los estados en las tablas, aplica la ecuación del balance en un intercambiador de mezcla teniendo en cuenta el balance de masas.



**Rtas:**

1.  $T_2 = T_{\text{saturación}} (P=1.3 \text{ MPa}) = 191.59^\circ\text{C}$
2.  $x = 0.8785 (87.85\%)$
3.  $q_{23} = -1732.2 \text{ kJ/kg}$  en 2

### Pb. 4.13.- Una válvula de estrangulación



Un flujo de vapor atraviesa una válvula de estrangulación adiabática. A la entrada, la presión es 6.6 MPa, la temperatura es 360°C y la velocidad es 16 m/s. La presión a la salida es 0.6 MPa y los conductos de entrada y salida tienen el mismo diámetro. Calcúlese la velocidad, temperatura y entalpía específica del vapor a la salida.

**Ayuda:** El proceso, totalmente irreversible, se caracteriza por  $h$  constante. Con esta información y los datos proporcionados se resuelven inmediatamente las cuestiones.

**Rtas:**

En el estado 2:  $h_2 = 3055.39 \text{ kJ/kg}$ ;  $T_2 = 297.4^\circ\text{C}$ ;  $c_2 = 178.3 \text{ m/s}$

### Pb. 4.14.- Turbina y rendimiento isoentrópico



En una turbina de vapor adiabática, entra éste a  $P_1 = 110 \text{ bar}$  y  $T_1 = 550^\circ\text{C}$ , sufriendo una expansión hasta 6.5 kPa. El rendimiento isoentrópico de la turbina es  $\eta_s = 0.85$ . Determina

1. El trabajo producido por la turbina, en kg/s.
2. título  $x$ , con el que abandona la turbina el vapor de agua
3. el caudal de vapor de agua, en  $\text{m}^3/\text{s}$  medidos en la salida, que atraviesa la turbina si ésta cede una potencia de 120 MW, y
  - a) la sección de la tubería, en  $\text{m}^2$ , si la velocidad en la salida es de 6 m/s.

**Ayuda:** El rendimiento isoentrópico cumple una doble función: permite identificar la calidad de la turbina y a partir de su definición permite identificar la posición sobre la isóbara de salida del correspondiente estado. Aplica la definición ( $\eta_{s,T} = W_{\text{real}}/W_{\text{isoentrópico}} = (h_1 - h_2) / (h_1 - h_{2s})$ )<sup>1</sup> para obtener  $h_2$ , el  $W_{\text{real}}$  y  $x_2$ .

**Rtas:**

1.  $w_{vc} = 1205.05 \text{ kJ/kg}$
2.  $x_2 = 0.8821 (88.21\%)$
3.  $V_2 = 1933.49 \text{ m}^3/\text{s}$

<sup>1</sup> El  $W_{\text{isoentrópico}}$  es el del proceso adiabático reversible entre la presión inicial y la de salida de la turbina. El estado final de este proceso se caracteriza habitualmente añadiendo una s al subíndice:  $h_{2s}$ .

$$4. A_2 = 322.25 \text{ m}^2$$

### Pb. 4.15.- Turbinado con etapa intermedia



Un flujo de aire pasa, en régimen estacionario, a través de la doble turbina y del intercambiador mostrados en la figura adjunta. Despreciamos los intercambios de calor con el entorno, los efectos cinéticos y gravitatorios, y es aplicable el modelo de gas ideal. A partir de los datos siguientes

Estado 1: 1100 K y 18 bar

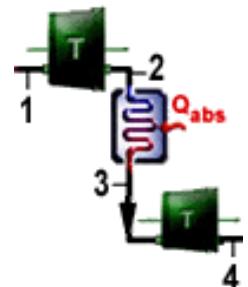
Presión intermedia (P2) 4.2 bar

Estado 3: 1100 K

Estado 4: 1 bar

queremos conocer:

1. la temperatura a la salida, en K, de ambas turbinas suponiendo procesos isoentrópicos
2. la potencia de la segunda turbina en kW si el flujo másico es 100 kg/s.  
Y, considerando que ambas turbinas tienen un rendimiento isoentrópico del 90%:
3. la temperatura a la salida, en K, de ambas turbinas,
4. el calor suministrado en la etapa de recalentamiento, en kJ/kg,
5. la potencia total en kW para el mismo flujo másico de 100 kg/s.



**Ayuda:** Los datos dados permiten completar la información necesaria para responder las cuestiones, bien utilizando la ecuación térmica del gas ideal para determinar  $v$  con  $P$  y  $T$ , bien utilizando la condición de isoentropía ( $s = \text{cte}$ ) bien la definición de rendimiento isoentrópico. En **TermoGraf** bastará representar los procesos y aplicar los datos.

**Rtas:**

1.  $T_{2s} = 758.47 \text{ K}; T_{4s} = 762.52 \text{ K}$
2.  $W_{VC}$  de la segunda turbina isoentrópica = **38010 kW**
3.  $T_2 = 793.64 \text{ K}; T_4 = 797.26 \text{ K}$
4.  $q_{23} = 346.06 \text{ kJ/kg}$
5.  $W_{VC}$  de ambas turbinas = **68816 kW**

# Problemas con documento Termograf para autoevaluación

En estos problemas junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución y la compruebes con la Rta. Es muy conveniente que lo hagas en el documento **TermoGraf** de autoaprendizaje que encontrarás en la sección correspondiente y que difiere de los anteriores en que aquí no hay desarrollo por pantallas sino sólo la ayuda y las Rtas, aunque también pueden incluir Rtas de pasos intermedios, cuando convenga.

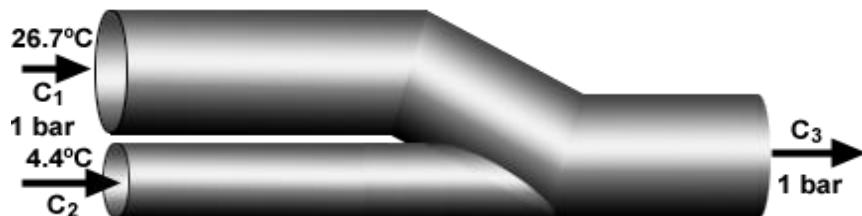
Una vez resuelto podrás contrastar las Rtas de todos los pasos en detalle. Si te pide clave de acceso puedes poner un 1 en todos los campos que debas llenar.

## Pb. 4.16.-



Dos tuberías de un sistema de ventilación por las que fluye aire convergen en una tubería de salida, con los datos respectivos siguientes

- tubería 1: diámetro = 1,22 m;  $C_1 = 121,92 \text{ m/min}$ ;  $T = 26,7^\circ\text{C}$
- tubería 2: caudal =  $56,6 \text{ m}^3/\text{min}$ ;  $C_2 = 182,92 \text{ m/min}$ ;  $T = 4,4^\circ\text{C}$
- tubería 3:  $C_3 = 121,92 \text{ m/min}$



Considerado régimen estacionario, que la presión es aproximadamente 1 bar y que el aire se comporta como gas ideal, se pide que calcules

- a) la temperatura a la salida, en K
- b) el diámetro de la tubería de salida, en cm
- c) la entropía generada en el proceso de mezcla, en  $\text{kW} / \text{K}$

**Ayuda:** Calcula los flujos máscicos de entrada y aplica el balance de energía para obtener la información que necesitas para los cálculos en el tercer estado y en el balance de entropía.

Este balance, que utilizarás más extensamente en el tema siguiente<sup>1</sup>, permite calcular la entropía generada despejándola de la expresión:

$$(\Delta S)_{vc} = m_1 \cdot (s_1 - s_3) + m_2 \cdot (s_2 - s_3) + S_Q + S_g$$

en donde el término que corresponde al VC es nulo por ser el proceso estacionario. Por su parte  $S_Q$  es cero ya que no hay flujo de calor por la frontera.

Las variables de flujo,  $m_1$ ,  $m_2$  y  $S_g$  se miden en flujo por unidad de tiempo.

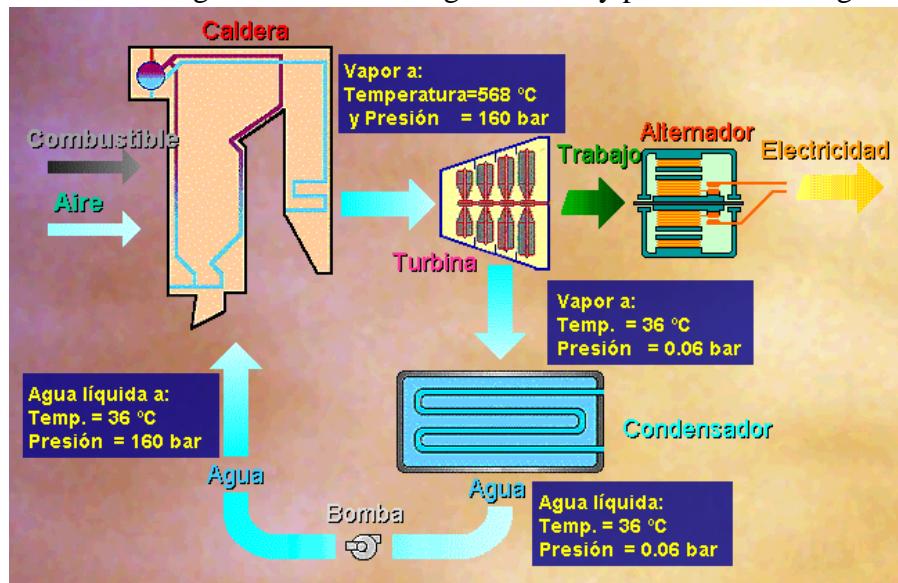
**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

<sup>1</sup> El Tema 5 se centra en el uso de los conceptos entropía y exergía y sus derivados con el análisis del segundo principio y el balance correspondiente



## Pb. 4.17.- Central térmica

La Fig. Pb4.17 muestra el esquema de una central térmica que opera en situación estacionaria. En ella se reflejan los datos de propiedades para los estados significativos del agua que es el fluido térmico empleado. El flujo másico de agua es de 360.000 kg/h y no se consideran variaciones significativas de energía cinética y potencial a lo largo del ciclo.



Pb. 4. 17 Propiedades y flujos en una central térmica

Determina:

- La transferencia de calor al agua a su paso por el generador de vapor.
- La potencia neta desarrollada por la planta.
- El flujo másico de agua de refrigeración en kg/s.
- El rendimiento térmico del ciclo.

**Ayuda:** Hay estados en los que se señala un valor impreciso para la temperatura. Sin embargo están perfectamente determinados ya que hay una segunda variable, la entropía, que está determinada y permite definir el estado con precisión unida a la presión. Otro enfoque es considerar que el estado queda también definido por el proceso y la presión de salida.

Así: La salida de la turbina está sobre un proceso isoentrópico ( $s = \text{cte}$ ) e igual con la salida de la bomba. Se sugiere dibujar el proceso de la turbina y añadir los sucesivos procesos pulsando el botón y dibujando el nuevo proceso a partir de la salida del proceso precedente. La última salida (estado 5) la sueldas con el estado 1 llevándola sobre dicho estado 1 y soltando mientras mantienes pulsada la tecla CTRL.

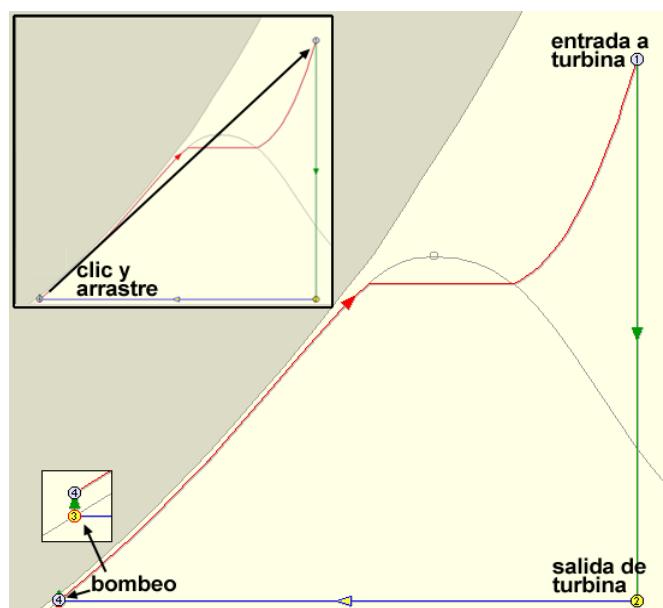


Fig. Pb 4.17b Representación del ciclo

Otra opción, presentada en la figura 4.17, es dibujar el ciclo en una vez: Para ello selecciona la herramienta ciclos: + selección de la opción Ciclo Rankine de potencia. A continuación, clic en una posición arbitraria próxima al extremo inferior izquierdo (estado 3, entrada a la bomba) arrastrando el ratón para trazar una diagonal desde 3 hasta una posición próxima al estado 1. A partir de este ciclo basta ir ajustando los valores conocidos de los estados.

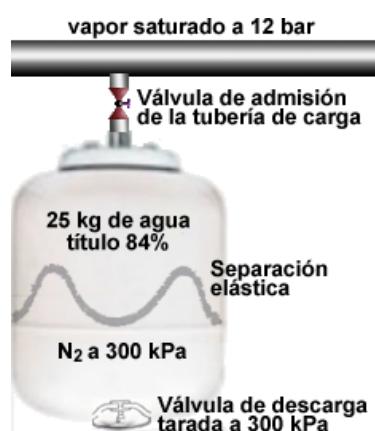
**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

### Pb. 4.18.- Vaso de expansión



Un depósito bien aislado contiene 25 kg de agua con un título del 84% a 300 kPa. La presión en su interior se mantiene por la acción del nitrógeno que actúa sobre la cámara flexible que contiene al agua. Se abre la válvula que conecta el depósito con una línea por la que fluye vapor saturado a 1.2 MPa. La válvula de descarga regula la presión en el volumen de N<sub>2</sub> manteniéndola constante a 300 kPa al expandirse la cámara superior. La válvula de admisión se cierra en el instante en que todo el líquido se ha vaporizado. Determina

1. El volumen inicial que ocupa el vapor.
2. La masa final de vapor.
3. El volumen que ocupa
4. La masa de nitrógeno que ha abandonado el volumen inferior por la válvula de carga/descarga.



**Ayuda:** xx

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón *Ver Soluciones* en el menú *Ventanas/Rtas*)

### Pb. 4.19.- Balance de masa



Un tanque de agua de alimentación que opera en estado estacionario tiene dos entradas y una salida. Por la entrada 1 llega una corriente de vapor a 7 bar y 200 °C, con un flujo másico de 40 kg/s, mezclándose con otra de agua líquida que entra por la 2 a 7 bar y 36 °C. En la salida 3 las condiciones son de líquido saturado a 7 bar con un flujo volumétrico de 60 l/s. Se pide:

- a) masa entrando por 2, en kg/s
- b) temperatura en la salida 3, en °C.

**Ayuda:** Pendiente

**Rta:**

**Pb. 4.20.-**



La

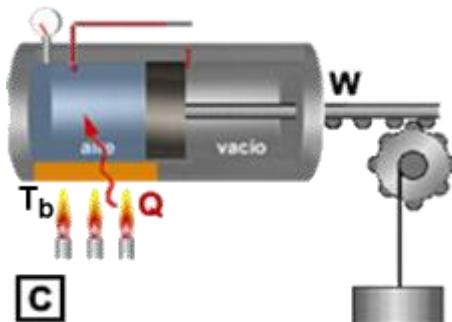
**Ayuda:** Pendiente

**Rta:** En el documento **TermoGraf** podrás comprobar si tus Rtas escritas en *Ventanas/Rtas* coinciden con las del ejercicio (Botón **Ver Soluciones** en el menú *Ventanas/Rtas*)

## 5. Balances de entropía y exergía

### Conceptos básicos de este tema:

Entropía,  
entropía específica,  
balance de entropía,  
entropía generada,  
entropía de flujo de calor,  
proceso reversible,  
proceso irreversible,  
transferencia de entropía,  
rendimiento isoentrópico,  
exergía, exergía específica,  
estado muerto,  
transferencia de exergía,  
balance de exergía,  
exergía de flujo,  
exergía de flujo de calor,  
exergía destruida,  
eficiencia exergética,  
eficiencia termodinámica.



## Ejemplos

Estos primeros ejemplos resueltos en esta primera parte, al inicio de cada tema, tiene como objetivo repasar de modo práctico algunos conceptos del tema. Es conveniente que, antes de pasar a las siguientes secciones, los revises siguiéndolos en detalle para interpretar el uso dado a los conceptos.

### Ej. 5.1.- Una máquina “prodigiosa”



Los escritores Pawels y Bergier en su obra “El retorno de los brujos”, obra destacada de la pseudociencia, manifiestan que la denominada máquina de Hilsh, patente con diversas aplicaciones prácticas, es una violación práctica del segundo principio de la Termodinámica.

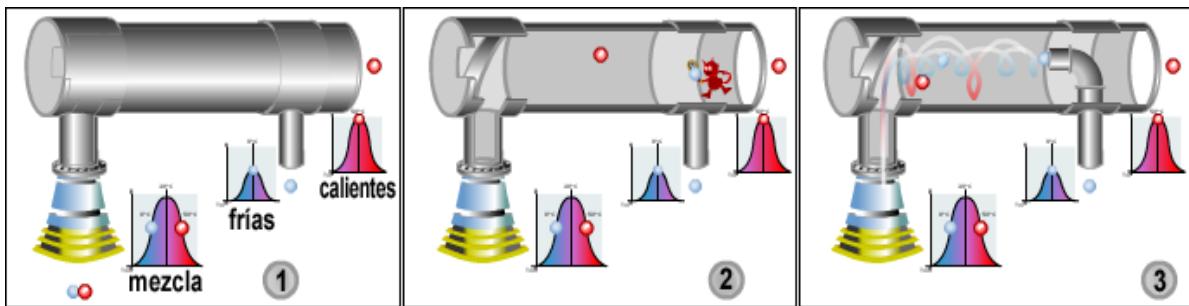
En sintonía con aquéllos, un supuesto inventor asegura haber desarrollado un aparato que, en régimen estacionario, sin aportes de trabajo o calor, es capaz de producir una corriente de aire frío y otra de aire caliente a partir de una única corriente a temperatura intermedia, emulando al conocido diablillo de Maxwell<sup>1</sup>.

Para demostrarlo proporciona datos fidedignos de medidas del aparato en funcionamiento:

2. datos del flujo de aire a la entrada:  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  y  $P_1 = 8 \text{ bar}$
3. datos de los flujos de aire a la salida: presión = 1 atm,
  1. corriente fría:  $T_2 = -28.35^\circ\text{C}$  (con el 55% del flujo másico total);

<sup>1</sup> Personaje de ficción que ideó Maxwell para explicar la inviabilidad de ciertos procesos y que, colocado en la válvula de conexión entre dos recipientes que contenían gas inicialmente con la misma temperatura, sólo dejaba pasar a las moléculas más rápidas cuando, en su movimiento al azar, iban de un recipiente (el A) al otro (el B), y a las más lentas las dejaba pasar sólo en sentido contrario. Con esto, A estaba cada vez más frío y B cada vez más caliente.

2. corriente caliente:  $T_3 = 79^\circ\text{C}$



**Fig E 5.1.- Sistema propuesto (1). Diablillo de Maxwell en plena faena (2). La realidad (3)**

A la vista de las medidas,

- haz un diagnóstico de la experiencia en cuanto a si cumple o viola el segundo principio suponiendo que el aire se comporta como gas ideal, que el equipo es adiabático y no existe otro trabajo que el de flujo.
- intenta explicar cómo es posible el resultado y por qué puede funcionar correctamente el equipo.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que rodea al equipo (básicamente una tubería con una entrada y dos salidas).

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI, T en  $^\circ\text{C}$ ; VC

**Condiciones:** El volumen de control se considera adiabático y el proceso es en régimen estacionario. Si el sistema es factible, deberá cumplir los dos principios de la Termodinámica

**Análisis:** a) De acuerdo con las condiciones, verificaremos si cumple los dos principios, aplicando el balance de energía y entropía al volumen de control:

$$\text{primer principio}^1: \Delta U_{VC} = m_1 \cdot h_1 - (m_2 \cdot h_2 + m_3 \cdot h_3) + Q - W_{VC}$$

$$\text{segundo principio: } \Delta S_{VC} = m_1 \cdot s_1 - (m_2 \cdot s_2 + m_3 \cdot s_3) + S_Q + S_g$$

Estas expresiones con las condiciones señaladas y dado que no hay dispositivos que transfieran trabajo fuera del sistema, se transforman en:

$$0 = h_1 - (0.55 \cdot h_2 + 0.45 \cdot h_3) + 0 - 0$$

$$0 = s_1 - (0.55 \cdot s_2 + 0.45 \cdot s_3) + 0 + S_g$$

habiéndolo tomado el caso en que entra 1 kg de aire y se distribuye de acuerdo con lo indicado en los datos. Sustituyendo valores para entalpías y entropías, tomados de tablas o de **TermoGraf**, tendremos:

$$0 = (244.789 \cdot 0.55 + 352.62 \cdot 0.45) - 293.314 \cdot 1 = -0,00090 \text{ kJ},$$

es decir que se cumple el primer principio, pues la pequeñísima discrepancia es por redondeo.

En cuanto al Segundo,

$$0 = (1.49795 \cdot 0.55 + 1.86316 \cdot 0.45) - 1.08192 \cdot 1 + S_g$$

y, despejando,

---

<sup>1</sup> Las variables de proceso se representan en cursiva y negrita en ambas expresiones.

$$S_g = 0,580 \text{ kJ/K} > 0$$

Este segundo resultado nos dice que el proceso es perfectamente posible, pues la entropía generada (que coincide con la variación de entropía del universo por ser el sistema adiabático), es mayor que cero, que es la exigencia que impone el segundo principio para los procesos reales. La afirmación de que era una máquina que violaba la termodinámica era una afirmación gratuita como otras más que recoge el libro.

b) ¿Cómo es posible que sin realizar trabajo se pueda separar el flujo inicial en dos corrientes fría y caliente?

Esta era la fundamentación de Pauwels y Bergier para decir que se violaba el segundo principio, es decir: que se producía la separación sin aporte de trabajo. La contabilidad realizada nos dice, sin embargo, que no hay tal violación ¿dónde está la aparente contradicción?

La respuesta es sencilla si pensamos que en una parte de un ciclo de refrigeración también se produce un enfriamiento sin trabajo en ese equipo (el evaporador), pero el trabajo se realiza en alguna parte del sistema en su conjunto y sin él no habría enfriamiento: esa parte es el compresor que es el que se encarga de preparar las condiciones del gas para que en otro lugar del ciclo se produzca el enfriamiento.

En este caso el trabajo de compresión se ha hecho antes, pues en caso contrario sería imposible tener un gas a 8 bar, que es la condición de la entrada. Es fácil comprobar que si cambiamos la presión de entrada a una menor, podremos conseguir que se cumpla el primer principio, pero se violará el Segundo pues la entropía del estado inicial resultará mayor que la de los estados finales juntos.

P[1] bar	$\Delta H[1-2]$ kJ	$\Delta H[1-3]$ kJ	$\Delta H[\text{Total}]$ kJ	$\Delta S[1-2]$ kJ/ $^{\circ}\text{C}$	$\Delta S[1-3]$ kJ/ $^{\circ}\text{C}$	$\Delta S[\text{Total}]$ kJ/ $^{\circ}\text{C}$
8.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.22881	0.35156	0.58037
7.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.20773	0.33431	0.54204
6.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.18339	0.31439	0.49779
5.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.15461	0.29084	0.44545
4.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.11938	0.26202	0.3814
3.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	0.073958	0.22486	0.29881
2.0	-26.6887	26.6878	-8.99E-04	9.94E-03	0.17248	0.18242
<b>1.1</b>	<b>-26.6887</b>	<b>26.6878</b>	<b>-8.99E-04</b>	<b>-0.084445</b>	<b>0.095253</b>	<b>0.010809</b>
<b>1.0</b>	<b>-26.6887</b>	<b>26.6878</b>	<b>-8.99E-04</b>	<b>-0.099493</b>	<b>0.082942</b>	<b>-0.016551</b>

Tabla E5.1.- Viabilidad de la máquina de Hilsh en función de la P de entrada

Esa es la comprobación que ofrece la tabla adjunta. Cuando no hay trabajo previo de compresión (entrada a 1 bar) la entropía del estado final disminuye, lo que sí violaría el segundo principio pues supondría una reducción de la entropía del Universo por lo dicho más arriba.

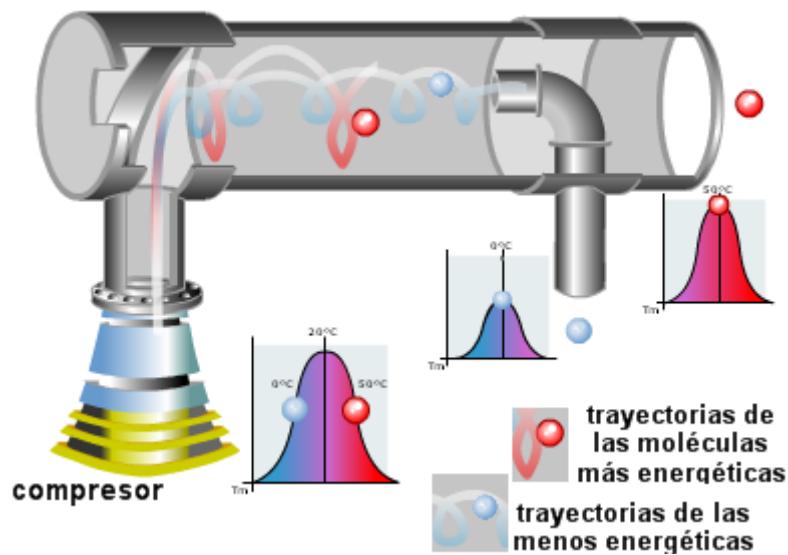
**Consideraciones:** La propuesta no viola ningún principio<sup>1</sup> y de hecho existe como equipo industrial. Es la máquina de Hilsh que se esquematiza en la figura. Consiste en introducir a presión un chorro de aire en trayectoria tangencial por el extremo de un tubo. Las

<sup>1</sup> Frente a la afirmación antes citada. La pseudociencia, siempre apoyada en programas de radio y televisión sin contraste, crea muchas fantasías que viste de ciencia con pruebas “irrefutables” que no son tales cuando se analizan con una visión científica cuidadosa. Éste caso es un ejemplo y si los lectores conocen o sospechan de otros nos gustará recibir su información.

moléculas empiezan a girar en espiral mientras avanzan por el tubo, de modo que las que tienen más velocidad debido a la agitación interna del gas, que sabemos tiene una distribución de velocidades y de direcciones, se sitúan en trayectorias más abiertas.

Por el contrario, las más lentas (las más “frías”) se sitúan en las más cerradas. La salida consiste en dos tubos concéntricos de modo que se separan las primeras de las segundas.

¿Qué se precisa para que el invento funcione? Suministrar la velocidad de entrada y la longitud de tubo tales que se produzcan suficientes lazos en el movimiento en hélice como para redistribuir de manera significativa las moléculas. En contra del proceso tendremos el rozamiento con el tubo, que aumenta considerablemente con el recorrido y por la propia viscosidad del gas de manera que el proceso se hará imposible antes del valor 1 bar.



### Ej. 5.2.- Balances de energía y exergía



Un recipiente térmicamente aislado contiene 5 kg de vapor de agua saturado a 120°C. Se transfiere una energía al vapor por medio de una resistencia eléctrica, incrementando su presión hasta 4 bar.



Determina

- El volumen específico en el estado inicial y final, en  $\text{m}^3/\text{kg}$ , y el volumen del recipiente en  $\text{m}^3$
- La energía inicial, en kJ, y la exergía inicial, en kJ.
- La energía y la exergía finales y el cambio que experimenta la energía y la exergía del vapor de agua, considerado como sistema, todas en kJ.
- Los cambios en la energía y la exergía del sistema combinado, en kJ.
- El cambio en la energía y la exergía de la resistencia eléctrica como sistema, en kJ.

Comenta los resultados obtenidos.

Condiciones ambientales:  $T_0 = 293.15 \text{ K}$  ( $20^\circ\text{C}$ ),  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que contiene el agua y la resistencia o a cualquiera de ellos.

**Modelo de la sustancia:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI, T en °C; MC

**Condiciones:** No hay cambios en la energía cinética ni potencial del sistema, sus paredes pueden considerarse adiabáticas y el trabajo de expansión es nulo.

**Análisis:**

Consideraremos un VC que contenga al vapor y a la resistencia. Esta MC es adiabática y el único flujo es el del trabajo eléctrico, trabajo disipativo al que designamos como  $W_d$ . Consideramos que en los estados inicial y final la resistencia está apagada y en equilibrio con el vapor.

**1.** Con los datos podemos localizar las propiedades necesarias de ambos estados.

Así,  $v_1 = 0.8906 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;

por razones obvias  $v_2 = v_1$  y

$$V = 5 \text{ kg} \cdot 0.8906 \text{ m}^3/\text{kg} = 4.453 \text{ m}^3$$

**2.** Para la energía interna del VC

$$U_1 = m \cdot u_1 = 5 \text{ kg} \cdot 2528.4 \text{ kJ/kg} = 12642.0 \text{ kJ};$$

En cuanto a la exergía de un sistema termodinámico, necesitamos los valores ambiente:  $u_o = 83.12 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_o = 0.294 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $v_o = 0.001002 \text{ m}^3$

Para la exergía A del sistema su expresión es

$A_1 = (U_1 - U_o) - T_o \cdot (S_1 - S_o) + P_o \cdot (V_1 - V_o)$ , que vale en nuestro caso considerando nulo el valor de la resistencia por su poca masa

$$\begin{aligned} A_1 &= 5 \text{ kg} \cdot \{(2528.4 - 83.12) \text{ (kJ/kg)} - 293.15 \text{ (K)} \cdot (7.128 - 0.294) \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} \\ &\quad + 1 \text{ (bar)} \cdot (0.891 - 0.001) \text{ m}\cdot/\text{kg}\} \\ &= 12226.4 \text{ kJ} - 10016.9 \text{ kJ} + 4.45 \text{ (N.m)} \cdot (1 \text{ kJ}/1000 \text{ J}) = 2209.47 \text{ kJ} \end{aligned}$$

**3.** En cuanto al estado final:

$$U_2 = m \cdot u_2 = 5 \text{ kg} \cdot 3130.1 \text{ kJ/kg} = 15650.5 \text{ kJ}; \text{ y}$$

$$\begin{aligned} A_2 &= (U_2 - U_o) - T_o \cdot (S_2 - S_o) + P_o \cdot (V_2 - V_o) = \\ &= 15234 \text{ kJ} - 11578.7 \text{ kJ} + 0.00445 \text{ kJ} = 3656.2 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Y para la variación experimentada por el vapor de agua, ya que no hemos considerado variación alguna para la resistencia entre los dos estados:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 15650.5 \text{ kJ} - 12642.0 \text{ kJ} = 3008.5 \text{ kJ}$$

$$\Delta A = A_2 - A_1 = 3656.2 \text{ kJ} - 2209.47 \text{ kJ} = 1446.73 \text{ kJ}$$

**4.** Los cambios en el sistema combinado (la resistencia eléctrica dentro de la MC) serán, a partir de los respectivos balances de energía y exergía:

$$\Delta U = Q - W = 3008.5 \text{ kJ}$$

y como  $Q = 0$ ,  $W_x = 0$  y  $W = W_x + W_d$  nos queda que  $W_d = -3008.5 \text{ kJ}$

Para el balance de exergía:

$$\Delta A = A_Q - W - A_d = 1446.73 \text{ kJ},$$

Siendo  $A_d$  la exergía destruida por las irreversibilidades (efectos disipativos) y como  $A_Q = 0$  nos queda para  $A_d$

$$A_d = 3008.5 - 1446.73 = 1561.77 \text{ kJ}$$

5. Consideremos ahora la MC que contiene a la resistencia: Podemos suponer que no cambia su estado como ya se ha apuntado (además de que su masa puede considerarse despreciable) por lo que escribiremos para sus balances, teniendo en cuenta que recibe un flujo de trabajo eléctrico,  $W_e = W_d$  (negativo pues entra en el sistema y disipa un flujo de calor  $Q$ ):

$\Delta U = Q - W = 0 \text{ kJ}$ ,  $W_x = 0$  y  $W = W_d$  nos queda que  $Q = -3008.5 \text{ kJ}$   
y para la exergía:

$$\Delta A = A_Q - W_d - A_d = 0 \text{ kJ},$$

de aquí conocemos:

$W_d = -3008.5 \text{ kJ}$  y  $A_Q = -1446.73 \text{ kJ}$  ya que es quien proporciona la exergía que gana el vapor. Si desagregamos los subsistemas de modo que la frontera de la MC del vapor excluya a la resistencia. Y nos queda:

$$A_d = 3008.5 - 1446.73 = 1561.77 \text{ kJ}$$

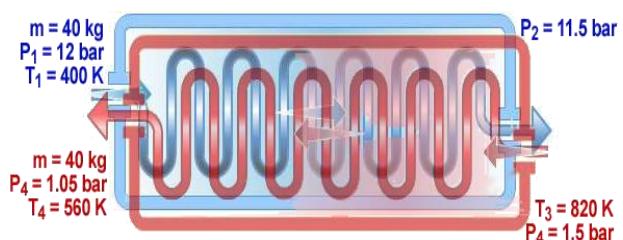
coincidiendo con la  $A_d$  generada en el sistema combinado.

**Consideraciones:** Los signos de todas las magnitudes reflejan el criterio desde la visión de la MC de cada subsistema.

La exergía destruida lo es en la irreversibilidad en la frontera (externa) entre resistencia y vapor, cada uno como MC distintas. La asignación a la resistencia puede hacerse como irreversibilidad interna sin más que suponer que la MC de la resistencia incorpora la masa de vapor donde se realiza el intercambio antes de su redistribución en la masa total. Con ello podemos atribuir la exergía generada como la consecuencia de la irreversibilidad interna de esa MC ampliada.

### Ej. 5.3.- Entropía generada y exergía destruida en un intercambiador

En un intercambiador de flujos separados que funciona a contracorriente y que opera en estado estacionario y de forma prácticamente adiabática, entra una corriente de aire a  $400 \text{ K}$  y  $12 \text{ bar}$  y sale, debido a una ligera pérdida de carga, a  $11.5 \text{ bar}$ . Este flujo es calentado por la segunda corriente que consiste en gases procedentes de la combustión que entran a  $820 \text{ K}$  y  $1.5 \text{ bar}$  y salen a  $560 \text{ K}$  y  $1.05 \text{ bar}$ . El flujo masico de ambas es  $40 \text{ kg/s}$ . Podemos considerar como aproximación válida que ambas corrientes son aire con comportamiento de gas ideal. Debes calcular



a) La temperatura de salida del aire precalentado, en K,  
 b) el cambio neto de energía y de exergía entre entrada y salida para el intercambiador en su conjunto, en MW  
 c) la entropía generada en el volumen de control, en  $\text{kJ/K}$ ,

- d) la exergía destruida a partir del balance en 2 o utilizando la expresión en función de la entropía generada (expresión de Guy-Stodola)
- Comenta los resultados.  
 Condiciones ambientales:  $T_o = 300 \text{ K}$ ,  $P_o = 1 \text{ bar}$ .

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Los respectivos volúmenes de control que caracterizan a cada equipo y el volumen de control suma de los anteriores.

**Modelo de la sustancia:** Aire como gas ideal, los gases se tratan como aire, gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI, T en °C; VC

**Condiciones:** 1) Equipo adiabático y régimen estacionario. 2) La destrucción de exergía corresponde a la generación de entropía en las irreversibilidades (interna por pérdida de carga, externa, en la frontera de las conducciones de los fluidos, por salto de temperatura entre ambos fluidos)

**Análisis:** Empezaremos estableciendo las propiedades conocidas en los estados 1, 2, 3 y 4. Siendo el modelo aplicable para las dos corrientes el de gas ideal, sabemos que la ecuación  $P \cdot v = R \cdot T$  es aplicable a cualquier estado, y que las variables T, u y h están relacionadas entre sí, y pueden obtenerse una de otra en las tablas o, introduciendo los estados, en **Termograf**.

Unidades: P(e): bar; T(e): K; h(e): kJ/kg; s(e): kJ/(kg·K);						
#	Sust.	(e)	P(e)	T(e)	h(e)	s(e)
1	Aire (Id)	Est. 1	12	400	400.92	1.2785
2	Aire (Id)	Est. 2	11.5		¿balance de E?	
3	gases (Id)	Est. 3	1.5	820	843.99	2.6287
4	gases (Id)	Est. 4	1.05	560	565.12	2.3228

1. En esas condiciones, el único estado indeterminado es el 2, salida de la corriente de aire. De él podemos determinar la entalpía mediante el balance de energía en el volumen de control que incluye ambas corrientes (fig. E5.4 a) y con este valor obtener  $T_2$  como se ha indicado. **Es decir,**

$$\Delta U_{VC} = m_{aire} \cdot (h_1 - h_2) + m_{gases} \cdot (h_3 - h_4) = 40 \text{ kg/s} \cdot (h_1 - h_2) + 40 \text{ kg/s} \cdot (h_3 - h_4);$$

como el primer miembro es nulo por la primera condición, queda, una vez despejado  $h_2$  y sustituidos valores de la tabla adjunta:

$$h_2 = h_1 + (h_3 - h_4) = 400.92 + 843.99 - 565.12 = 679.79 \text{ kJ/kg}$$

Llevado este valor a la casilla de la entalpía del estado 2 en **Termograf**<sup>1</sup> obtenemos las propiedades correspondiente al estado 2:

$$T_2 = 668.74 \text{ K};$$

$$h_2 = 679.79 \text{ kJ/kg};$$

$$s_2 = 1.8228 \text{ kJ/kg·K};$$

2. Definido el estado 2 con el criterio de igualar en valor absoluto los intercambios energéticos de cada rama, es decir el calor cedido y absorbido en los respectivos VC<sup>2</sup>, los cambios de entalpía específica para cada corriente serán:

$$\Delta h_{12} = h_2 - h_1 = 679.79 - 400.919 = 278.87 \text{ kJ/kg}$$

$$\Delta h_{34} = h_4 - h_3 = 565.118 - 821.971 = -278.87 \text{ kJ/kg}$$

(valor que coincide con el anterior, en módulo, como era esperable ya que hemos definido idénticos flujos máscicos para las dos corrientes)

Como potencia, en cada corriente será:

$$\text{Potencia: } 40 \text{ kg/s} \cdot 278.873 \text{ kJ/kg} = 11155 \text{ kW} = 11.155 \text{ MW}$$

<sup>1</sup> Si trabajas el ejemplo en Termograf deberás crear un estado 2 “incorrecto” en cuanto a la h, de modo que al modificar su valor quede el estado 2 correctamente situado.

<sup>2</sup> Recuerda que solo hay flujo de calor cuando hay transferencia energética A TRAVÉS de la frontera de separación consecuencia de una diferencia de temperatura entre sistema y entorno o entre dos sistemas. Si el flujo se produce entre partes dentro del VC de un sistema hablaremos de intercambio de energía. La distinción permite el análisis coherente de los intercambios y su terminología.

Y en el conjunto nos dará cero reflejando la circunstancia de que el intercambiador es adiabático.

En cuanto a la exergía, como estamos en un análisis VC estacionario nos interesa conocer la variación de la exergía de flujo (el equivalente a la entalpía en el análisis energético) ya que la variación de la exergía  $a$ , del VC, será cero.

Para esta variación de la exergía de flujo,  $\Delta a_f$ , tendremos:

$$\begin{aligned}\Delta a_{f12} &= a_{f2} - a_{f1} = h_2 - h_1 - T_o \cdot (s_2 - s_1) = \\ &= 278.874 - 300 \cdot (1.8228 - 1.2785) = \mathbf{115.58 \text{ kJ/kg}}\end{aligned}$$

Y como **potencia** será :  $40 \cdot 115.58 = \mathbf{4.6231 \text{ MW}}$  (exergía ganada por la rama fría)

Y para la otra rama, si lo ponemos en términos de potencia:

$$\Delta A_{f34} = A_{f4} - A_{f3} = 40 \text{ kg} \cdot (78.71 - 265.81) \text{ kJ/kg} = \mathbf{-7.4839 \text{ MW}}$$

que es la exergía cedida por la corriente caliente.

Comparando estas dos cantidades podemos concluir que, a diferencia de los flujos de calor que se igualaban en valor absoluto, la exergía transferida por el flujo de calor que cede la rama caliente no se aprovecha íntegramente por la rama fría (consecuencia de que la exergía que acompaña a un flujo de calor toma el valor del trabajo máximo posible que se podría extraer de ese flujo de calor entre la  $T$  de la frontera y la  $T_o$  (independientemente del sentido). Ese máximo trabajo viene definido por la máquina de Carnot trabajando entre la  $T_{\text{frontera,m}}$  y  $T_o$  : el llamado factor de Carnot =  $|Q| \cdot (1 - (T_o/T_{\text{frontera,m}}))$ .

Como en la rama receptora la  $T_{\text{frontera}}$  es menor que en la rama que cede energía (¿por qué podemos afirmar esto?) podemos concluir a priori que la exergía ganada será menor que la cedida... luego deberá haber una exergía destruida que se corresponde, precisamente, con la existencia de una irreversibilidad en la frontera: la debida a la transferencia de energía por salto de temperaturas, flujo que es evidentemente irreversible: sólo puede ir espontáneamente como sucede en el intercambiador del sistema a mayor temperatura al de menor y nunca a la inversa<sup>1</sup>.

**3.** El balance de entropía para el VC, por kg circulando por la rama fría, es

$$\Delta s_{VC} = s_1 + s_3 - (s_2 + s_4) + s(q) + s_{gii}$$

expresión en la que son variables de proceso,  $s(q)$  y  $s_{gii}$ , entropía del flujo de calor y entropía generada en las irreversibilidades internas respectivamente. Como el VC es estacionario:  $\Delta s_{VC}$  es nulo; y por tener la frontera adiabática:  $q = 0$  y  $s(q) = 0$ . Por tanto:

$$s_{gii} = (s_2 - s_1) + (s_4 - s_3) = (1.7894 - 1.2785) + (2.3228 - 2.6288) = \mathbf{0.2049 \text{ kJ/kg} \cdot K}$$

Esta entropía generada corresponde, no sólo a la debida a la pérdida de presión en las tuberías sino a la correspondiente al flujo de calor entre ramas por la diferente temperatura entre caliente y fría. Si hubiéramos considerado VC independientes para cada rama, esta última sería una entropía generada por irreversibilidad externa, pero al definir un VC que engloba ambas la irreversibilidad en la transferencia de energía entre ambas pasa a quedar en el interior del VC.

Se deja como ejercicio comprobar que la variación de entropía del universo es la misma si se considera un VC incluyendo las dos ramas o dos VC, uno por cada rama. En el primer caso no hay  $s_q$  y sólo hay  $s_{gii}$ . En el segundo cada rama tiene un valor de  $s_q$  y de  $s_{gii}$  y además hay que considerar la entropía generada en la irreversibilidad exterior que supone el paso de calor de la rama caliente a la rama fría que puede considerarse el entorno de la anterior.

---

<sup>1</sup> El flujo inverso puede producirse pero no de manera espontánea sino por mediación de un equipo que consuma trabajo (caso de la bomba de calor, por ejemplo).

4. Para analizar las diferencias en el análisis según el VC seleccionado, empezaremos hallando el balance de exergía en el VC de la rama caliente es consecuencia de los siguientes flujos (por kg):

Exergía del VC (primer miembro del balance):

$$\Delta a_{vc} = 0 \text{ por proceso estacionario}$$

Exergía de flujo (del flujo de masa):

$$a_{fentr} - a_{fsal} = h_{entr} - h_{sal} - T_o \cdot (s_{entr} - s_{sal}) = -\Delta a_f = 187.1 \text{ kJ/kg}$$

Exergía del flujo de calor<sup>1</sup>:

$$a_q = q \cdot (1 - T_o/T_{frontera,m}) = -278.87 \cdot (1 - (300/700)) = -159.4 \text{ kJ/kg}$$

Exergía del flujo de trabajo:

$a_w = -w = 0$  pues no hay dispositivo en el VC considerado que produzca o reciba trabajo.

Exergía destruida<sup>2</sup>:

$a_d = T_o \cdot s_g$  (entropía generada en las irreversibilidades) o con el propio balance de exergía, escribiendo estos valores por kg de masa circulando

$$\Delta a_{vc} = \sum a_f(\text{ent}) - \sum a_f(\text{sal}) + a_q - 0 - a_d \quad \text{y sustituyendo}$$

$$0 = 187.1 + (-159.4) - a_d$$

siendo  $a_d$  la incógnita ya que no tenemos el modelo de irreversibilidad definido. Despejando:

$$a_d = 187.1 - 159.4 = 27.7 \text{ kJ/kg}$$

Puede verse que todos los términos del balance de exergía son variables de proceso exceptuada la exergía de flujo que es función de estado.

Consideremos ahora el VC total del intercambiador: Al circular la misma masa por ambas ramas se puede trabajar por kg circulando sin necesidad de referirnos a “kg que circula por la rama caliente”. Si no fuera así en los términos de la rama fría habría que multiplicar por la relación de flujos másicos.

Con esta consideración previa, si queremos calcular ahora los balances para todo el intercambiador tendremos que considerar los flujos de calor que atraviesan la nueva frontera (no hay) y los de trabajo (tampoco), por lo que en las respectivas expresiones de los balances tendremos

De energía (y como  $m = m' = 1$ ):

$$\Delta u_{interc} = q - w + \sum h_{ent} - \sum h_{sal} = 0 - 0 + (h_1 - h_2) + (h_3 - h_4)$$

De exergía

$$\Delta a_{interc} = a_q - w + \sum a_{f ent} - \sum a_{f sal} - a_d \text{ interc} = 0 - 0 + (a_{f1} - a_{f2}) + (a_{f3} - a_{f4})$$

y, sustituyendo todas las magnitudes previamente calculadas:

$$\Delta u_{interc} = 0 - 0 + 278.87 - 278.87 = 0$$

$$\Delta a_{interc} = 0 - 0 + (-115.58) + 187.1 - a_d \text{ interc} = 0 \text{ por VC estacionario}$$

De la última:

$$a_d \text{ interc} = 187.1 - 115.58 = 71.52 \text{ kJ/kg}$$

<sup>1</sup> El factor de Carnot es una expresión diferencial ( $\delta q \cdot (1 - T_o/T_{frontera})$ ) a integrar cuando la T de la frontera no es constante. En determinados casos se puede definir una temperatura media de la frontera para la que la integral se transforma en la expresión ( $q \cdot (1 - T_o/T_{frontera,m})$ ) dada arriba al ser esa T media un valor cte. Este es el caso planteado para la corriente caliente.

<sup>2</sup> La exergía destruida, de acuerdo con la expresión de Guy-Stodola, resulta positiva ya que la entropía generada es positiva, pero en la expresión del balance deberá ir precedida de un signo negativo porque cuanto mayor sea la irreversibilidad, mayor será la entropía generada y mayor la incidencia negativa sobre la exergía aprovechada en el proceso.

### Consideraciones:

Del análisis de las expresiones y sus resultados se deduce:

- El balance de energía para el intercambiador no tiene flujos ni de  $q$  ni de  $w$  a través de la pared externa (frontera del nuevo VC) y debe ser cero pues el VC es estacionario.
- En el de exergía sucede lo mismo con los flujos de  $a_q$  y  $w$ : son cero pues no hay flujos de  $q$  ni  $w$  por la frontera del VC completo.
- La exergía destruida en el intercambiador es, lógicamente, mayor que en la rama caliente, calculada antes, pues hay que añadir la irreversibilidad en la rama fría (que ahora podríamos calcular aun no teniendo el dato de la T media en su frontera por simple diferencia).

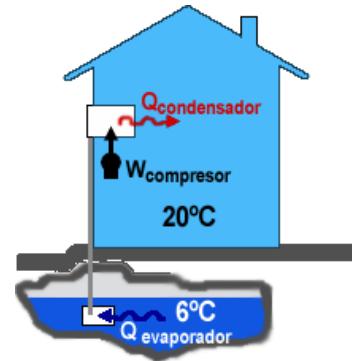
Se sugiere calcular la entropía generada y con ella el valor de  $a_d$  utilizando la expresión de Guy-Stodola:  $a_d = T_o \cdot s_g$

### Ej. 5.4.- Entropía generada y exergía destruida en una bomba de calor

Una bomba de calor agua-aire mantiene una vivienda a 20°C para lo que tiene que suministrar 60 kWh al día. El condensador sufre un enfriamiento isóbaro cediendo calor al ambiente desde la temperatura de 43°C a la salida del compresor hasta 33.57°C en la salida como líquido saturado. El evaporador capta calor del agua de un pozo que se encuentra a 6° de modo que se mantiene una diferencia de 10°C en el salto térmico. Los equipos no isóbaros son adiabáticos y el compresor tiene un rendimiento isoentrópico del 83%. Se pide:

- Dibuja los procesos del ciclo en un diagrama Ts, calcula la T media equivalente en el proceso en el condensador e incluye las isotermas correspondientes a las temperaturas de los focos.
- Calcula la entropía generada en el compresor, en  $\text{kJ/K}\cdot\text{día}$ .
- Calcula la entropía generada en la válvula de estrangulación, en  $\text{kJ/K}\cdot\text{día}$ .
- Calcula la entropía generada en las irreversibilidades exteriores en  $\text{kJ/K}\cdot\text{día}$ .
- Calcula la exergía destruida en el conjunto ( $A_d$  en irreversibilidades internas y externas) en  $\text{kJ/día}$ .
- ¿Cuál es el rendimiento térmico del ciclo? ¿Y el rendimiento exergético o termodinámico?

El estado muerto es 1 atm y 20°C



### RESOLUCIÓN

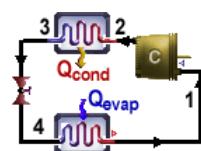
**Sistema a estudio:** Los respectivos volúmenes de control que caracterizan a cada equipo.

**Modelo de la sustancia:** Refrigerante 134a como sustancia real (el modelo empleado en Termograf tiene un rango de validez limitado a la zona habitual de trabajo).

**Configuración:** Diagrama Ts; Unidades SI, T en °C; VC en cada equipo.

**Condiciones:**

- Régimen estacionario, eq. adiabáticos: compresor y válvula de estrangulación, eq. isóbaros internamente reversibles: condensador y evaporador.
- La destrucción de exergía corresponde a la generación de entropía en las irreversibilidades (interna en el compresor, externa, en la frontera de intercambio con los focos, por salto de temperatura entre foco y equipo)



3) No hay efectos cinéticos ni gravitatorios.

**Análisis:** Empezaremos estableciendo las propiedades conocidas en los estados 1, 2, 3 y 4 y dibujando los procesos correspondientes. Tomaremos las propiedades de Termograf.

1. Dibujados los procesos, tenemos para la T media equivalente<sup>1</sup> del proceso 23 en el condensador:

$$T_{m_{2-3}} = (h_3 - h_2) / (s_3 - s_2) = (97.229 - 275.80) \text{ (kJ/kg)} / (0.3591 - 0.9408) \text{ (kJ/kg·K)} \\ = 306.98 \text{ K} = 33.83^\circ\text{C}$$

2. El compresor sufre un proceso irreversible caracterizado por un rendimiento isoentrópico del 83% que lleva a una entalpía final  $h_2 = 245.7 \text{ kJ/kg}$  y un trabajo consumido igual a:  $w_{vc} = -30.016 \text{ kJ/kg}$

El balance de entropía para este equipo, que es adiabático y estacionario será, por kg:

$$0 = 0 + (s_e - s_s) + s_g \text{ de donde}$$

$$s_g \text{ comp} = s_3 - s_2 = 0.01623 \text{ kJ/kg·K}$$

Para el cálculo por día deberemos definir un *factor de utilización media* por dia, *fum*, en función del dato de calor cedido medio diario en el condensador de 60 kWh-día

Como el condensador cede 178.58 kJ/kg, tendremos para ese *fum*:

$$fum = 60 \text{ (kWh-día · 3600s/h)} / 178.58 \text{ (kJ/kg)} \\ = 1209.5 \text{ (kg-día)}$$

Así, para la entropía generada en el compresor en un día tendremos:

$$S_g \text{ comp por día} = 0.01623 \text{ (kJ/kg·K)} \cdot 1209.5 \text{ (kg-día)} = 19.63 \text{ kJ/K·día}$$

3. La entropía generada en un día en la válvula de estrangulación será, a partir del balance en el equipo:

$$s_g \text{ válv} = s_4 - s_3 = 0.01346 \text{ kJ/kg·K}, \text{ y por día:}$$

$$S_g \text{ válv por día} = 0.01346 \text{ (kJ/kg·K)} \cdot 1209.5 \text{ (kg-día)} = 16.28 \text{ kJ/K·día}$$

Para el cálculo de la entropía generada en las irreversibilidades exteriores<sup>2</sup> necesito conocer el flujo de calor y las temperaturas de foco (habitualmente constante) y frontera, constante también porque el proceso es estacionario pero que puede variar de unos puntos a otros del equipo como sucede en el condensador. En estos casos se debe integrar la expresión diferencial correspondiente o calcular la T media equivalente definida como hemos visto en la primera cuestión (nota 1 al pie).

Con estas consideraciones tendremos para la entropía en las irreversibilidades exteriores:

4. En el condensador:

La entropía generada en una irreversibilidad exterior, para un flujo de calor  $q \text{ kJ/kg}$ , es:

$$s_g \text{ ie cond} = (q_f / T_f) + (q_{foco} / T_{foco}) \text{ y como } T_f > T_{foco} \text{ se tendrá } q_f < 0 \text{ y } q_{foco} > 0$$

Entonces<sup>3</sup>

$$s_g \text{ ie cond} = |q| \cdot \{(1/T_{foco}) - (1/T_f)\} = |q| \cdot (T_f - T_{foco}) / (T_f \cdot T_{foco}) = \\ = 178.58 \cdot (33.83 - 20) / ((20+273.15) \cdot (33.83+273.15)) \\ = 0.027 \text{ kJ/kg·K}$$

siendo por día,

$$S_g \text{ ie cond por día} = 0.027 \text{ (kJ/kg·K)} \cdot 1209.5 \text{ (kg-día)} = 33.20 \text{ kJ/K·día}$$

La otra irreversibilidad exterior se produce en el intercambio de calor en el evaporador.

Procediendo del mismo modo:

$$s_g \text{ ie evap} = |q| \cdot \{(1/T_{foco}) - (1/T_f)\} = |q| \cdot (T_f - T_{foco}) / (T_f \cdot T_{foco}) = \\ = 148.56 \text{ (kJ/kg)} \cdot 10 \text{ (K)} / (269.15 \cdot 279.15)(\text{K}^2) \\ = 0.0198 \text{ kJ/kg·K}$$

siendo por día,

<sup>1</sup> Definida como  $T_{m_{e-s}} = Q_{e-s} / (s_s - s_e)$  que para un proceso isóbaro queda :  $(h_s - h_e) / (s_s - s_e)$

<sup>2</sup> Las producidas en la frontera por transferencias de calor entre entorno y frontera a distinta temperatura

<sup>3</sup> Los valores de T deben ponerse en K, pero en el caso de diferencias coinciden se escriban en °C o en K.

$$S_{g\text{ ie evap por día}} = 0.0198 \text{ (kJ/kg·K)} \cdot 1209.5 \text{ (kg-día)} = \mathbf{23.92 \text{ kJ/K·día}}$$

**5.** Para calcular la exergía destruida en el proceso global no es necesario recurrir al balance de exergía<sup>1</sup> si se ha hecho previamente el de entropía. Basta aplicar la expresión de Guy-Stodola para ello:

$$\begin{aligned} A_d \text{ por día} &= T_o \cdot \Sigma (S_{g\text{ ii}} + S_{g\text{ ie}}) = 293.15 \cdot (19.63 + 16.28 + 33.20 + 23.92) = \\ &= \mathbf{27269.2 \text{ kJ-día}} \end{aligned}$$

La importancia de este valor se deduce de la comparación con el objetivo buscado: ceder 60 kWh-día o, en kJ-día, 216000 kJ-día. Este análisis algo más elaborado lo vemos en la cuestión siguiente:

**6.** El rendimiento térmico del ciclo, el COP, sabemos que es

$$\begin{aligned} \text{COP} &= |q \text{ cedido al foco caliente} / w \text{ preciso para ello}| \\ &= 178.58/30.02 = \mathbf{5.95} \end{aligned}$$

En cuanto a la eficiencia termodinámica o rendimiento exergético:

$$\begin{aligned} \beta &= |a_q \text{ cedido al foco caliente} / w \text{ preciso para ello}| \\ &= 14.12 / 30.02 = \mathbf{0.47} \end{aligned}$$

Ya que  $a_q$  para el proceso en el condensador vale:

$$a_q = 178.58 \cdot (1 - (293.15/318.32)) = 14.12 \text{ kJ/kg}$$

### Consideraciones:

El análisis exergético es especialmente adecuado cuando queremos verificar la calidad de una transformación de calor en trabajo pero no es tan clarificador cuando se trata de la transformación inversa y lo que nos interesa el flujo de calor como es el caso de la bomba de calor. Si lo que nos interesa es calor próximo a  $T$  ambiente, el contenido exergético de ese flujo de calor nos es poco relevante, al margen de que el valor de ese contenido resultará ser pequeño.

El análisis del rendimiento exergético es mucho más revelador que el del primer principio cuando se trata de ciclos de potencia como se comprobará en los capítulos siguientes.

---

<sup>1</sup> Además este balance sólo me da la exergía destruida dentro del VC al que aplico en análisis, es decir sólo me da la  $A_d$  debida a las irreversibilidades interiores.

## Problemas resueltos y en documento Tgraf:

Estos problemas están resueltos en detalle en los documentos correspondientes de **TermoGraf** y, en principio, en la segunda parte del libro. En esta parte junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución, único modo real de que llegues a plantearte dudas que podrás resolver viendo la solución. Empezar viendo la solución te servirá para muy poco y no te lo recomendamos. El modo de trabajar con estos ejercicios es realizar en cada pantalla los pasos sugeridos por la ayuda de esa pantalla y comprobarla en la siguiente.

### Pb. 5.1.- Cálculos de S en un proceso internamente reversible



Un dispositivo cilindro–pistón contiene agua líquida saturada a 90°C. El pistón se desliza libremente en el cilindro en un proceso tal que el agua llega al estado de vapor saturado. El cambio es debido a un calentamiento internamente reversible a presión y temperatura constantes. Determina

1. el trabajo y el calor intercambiados por unidad de masa, ambos en kJ/kg y
2. relaciona este flujo de calor con la variación de entropía que experimenta el sistema.

Si ahora el cambio se produce a causa de la acción de un agitador de paletas, sin que exista transferencia de calor con el entorno, determina

3. el trabajo por unidad de masa, ambos en kJ/kg y
4. la entropía generada por kg. ¿En qué forma se relaciona ésta con la variación de entropía del sistema?

**Ayuda:** Determinadas las propiedades energéticas en los dos estados, bastará aplicar el primer y segundo principio para sistemas cerrados y para procesos reversibles primero y luego para procesos disipativos.

**Rtas:**

1.  $w_{1-2 \text{ rev}} = 165.49 \text{ kJ/kg}$ ;  $q_{1-2 \text{ rev}} = 2281.41 \text{ kJ/kg}$ ;
2.  $\Delta s_{1-2 \text{ rev}} = q/T = 6.28229 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;
3.  $w_{1-2 \text{ irrev}} = -2115.92 \text{ kJ/kg}$ ;  $q_{1-2 \text{ irrev}} = 0 \text{ kJ/kg}$ ;
2.  $\Delta s_{1-2 \text{ rev}} = s_g = 6.28229 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ .

### Pb. 5.2.- Mínimo trabajo necesario para una compresión



Se comprime adiabáticamente una masa de propano contenida en un dispositivo cilindro–pistón, desde vapor saturado a -20°C hasta una presión final de 15 bar. Determina el mínimo trabajo teórico requerido, en kJ/kg, así como el cambio de entropía experimentando por el sistema, por unidad de masa.

**Ayuda:** El concepto de mínimo trabajo teórico va unido al de reversibilidad. Si determinas las propiedades de los estados i y f se resuelve de forma inmediata.

**Rtas:**

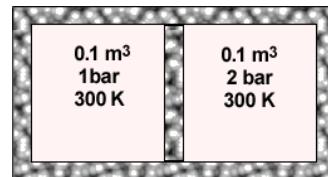
- $w_x = -86.06 \text{ kJ/kg}$  (negativo ya que es trabajo de compresión).  
 $\Delta s_{1-2} = 0 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

### Pb. 5.3.- Proceso irreversible? en dos cámaras



Un cilindro térmicamente aislado, cerrado por ambos extremos, está provisto de un pistón conductor sin rozamiento que lo divide en dos partes. Inicialmente se sujeta el pistón en el centro quedando a un lado  $0.1 \text{ m}^3$  de aire a  $300 \text{ K}$  y  $1 \text{ bar}$ , y al otro  $0.1 \text{ m}^3$  de aire a  $300 \text{ K}$  y  $2 \text{ bar}$ .

Se libera el pistón alcanzándose, de modo muy lento, el equilibrio de presión y temperatura en una nueva posición. Calcúlese la presión y temperatura final así como el aumento de entropía. ¿Ha tenido lugar algún tipo de irreversibilidad?



**Ayuda:** Debes identificar que propiedades se mantienen constantes a lo largo del proceso en el sistema compuesto y qué condiciones cumple el equilibrio final, aplicando la ecuación de estado y las ecuaciones que ligan las propiedades en cada subsistema con las del sistema combinado. Considera cómo debe ser el trabajo en cada uno de los subsistemas respecto del otro.

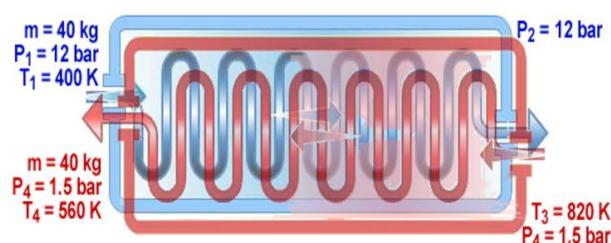
**Rtas:**

$P_f = 1.5874 \text{ bar}$ ;  $T = 300 \text{ K}$ ; los procesos son internamente reversibles y la entropía total no cambia.

### Pb. 5.4.- El intercambiador del Ej. 5.3 sin pérdida de carga



En un intercambiador de flujos separados que funciona a contracorriente y que opera en estado estacionario y de forma prácticamente adiabática, entra una corriente de aire a  $400 \text{ K}$  y  $12 \text{ bar}$ . Este flujo es calentado por la segunda corriente que consiste en gases procedentes de la combustión que entran a  $820 \text{ K}$  y  $1.5 \text{ bar}$  y salen a  $560 \text{ K}$ . El flujo máscoso de ambos procesos, que son isóbaros e internamente reversibles, es  $40 \text{ kg/s}$ . Podemos considerar como aproximación válida que ambas corrientes son aire con comportamiento de gas ideal. Debes calcular



1. La temperatura de salida del aire precalentado, en K,
2. El cambio neto de energía y de exergía entre entrada y salida para cada flujo, en MW,
3. El balance de exergía para la corriente de gases de combustión como sistema, tomando para el cálculo de la exergía de flujo de calor el valor de  $700 \text{ K}$  como temperatura efectiva media de la frontera y la exergía destruida por unidad de tiempo, en MW.
4. El cambio neto de energía y de exergía entre entrada y salida para el intercambiador en su conjunto

El ambiente tiene  $T=300 \text{ K}$  y  $P=1 \text{ bar}$ .

Comenta los resultados.

**Ayuda:** La resolución es similar a la desarrollada en el Ej. 5.3. Aquí los volúmenes de control son ahora las respectivas tuberías por lo que en sus balances se deben considerar los flujos de calor entre ambas. En cuanto a las exergías debe disminuir la exergía destruida ya que ahora no hay fricción con pérdida de carga (procesos isóbaros internamente reversibles).

Rtas:

1. **668.74 K**
2.  $\Delta h_{1-2} = -\Delta h_{3-4} = 278.87 \text{ kJ/kg}$  o para el flujo másico total: **11. 155 MW**  
 $\Delta Af_{1-2} = 4.7698 \text{ MW}; \Delta Af_{3-4} = -6.2552 \text{ MW}$
- 3.
4.  $Q_{12} = 37811.9 \text{ kJ}$ .

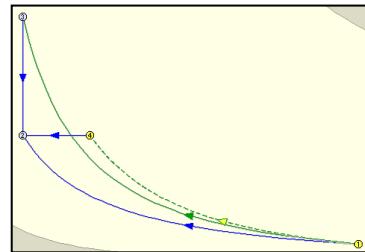
### Pb. 5.5.- Variación de entropía (procesos entre los mismos estados)



Calcula la variación de entropía del sistema y del universo producidos en cada uno de los tres procesos que, en un sistema cilindro-pistón, sufre una masa de 1 kg de aire inicialmente a 60°C y P=1 bar. En los tres casos el sistema alcanza el mismo estado final de P=5 bar mediante los siguientes recorridos de uno o más procesos:

Recorrido 1) compresión isotérmica **reversible** en contacto con un foco a la T del proceso (proceso 1-2)

Recorrido 2) compresión adiabática **reversible** hasta  $v_2$  seguido de enfriamiento **internamente reversible** a volumen constante (procesos 1-3 y 3-2) con cesión de calor al ambiente ( $T_o = 300 \text{ K}$ )



Recorrido 3) compresión adiabática **irreversible** hasta  $P_2$  y temperatura 600°C seguida de enfriamiento **internamente reversible** a  $P$  cte mediante cesión de calor al ambiente ( $T_o = 300 \text{ K}$ )

1. Calcula, cuando haya irreversibilidades, el valor de las entropías generadas internas ( $s_{g_{ii}}$ ) y externas ( $s_{g_{ie}}$ )
2. ¿Cuánto vale la T media termodinámica en el proceso 3-2 de cesión de calor a v cte?
3. ¿Cuánto vale la T media termodinámica en el proceso 4-2 de cesión de calor a P cte?

Representa los procesos gráficamente en los diagramas P-v y T-s.

**Ayuda:** Analiza lo que tienen en común los tres procesos: ten en cuenta el enunciado del 2º Principio, y qué significa sistema adiabático desde el punto de vista del mismo.

Puedes simular el proceso adiabático irreversible como uno de entrada-salida en el que determinas los flujos de Q y trabajo o, MEJOR, utilizar un proceso (equivalente) politrópico y transformarlo en irreversible-adiabático seguido del correspondiente reajuste de los flujos de Q y W en la ventana de balances.

Recuerda que la hipótesis en este proceso equivalente es que, en cuanto al recorrido de estados, coinciden real y equivalente (es decir el  $W_x$  coincide) y que el flujo de calor del equivalente corresponde al  $Q_{rozamiento}$  del real, o sea a  $-W_{rozamiento}$  (los signos de  $Q_{rozamiento}$  y  $W_{rozamiento}$  son los correspondientes al criterio de signos para cada uno, de modo que el efecto es el mismo: un incremento de la energía del sistema).

Rtas:

- 1.

	$\Delta S_{sist} (\text{kJ/K})$	$S_{g_{ii}} (\text{kJ/K})$	$S_{g_{ie}} (\text{kJ/K})$	$\Delta S_U (\text{kJ/K})$
Recorrido 1-2	<b>-0.46</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
Recorrido 1-3-2	<b>-0.46</b>	<b>0.2538</b>	<b>0</b>	<b>0.2538</b>
Recorrido 1-4-2	<b>-0.46</b>	<b>0.5455</b>	<b>0.8908</b>	<b>1.4363</b>

2.  $T_{bm(3-2)} = 464.83 \text{ K}$ ;

4.  $T_{bm(4-2)} = 565.24 \text{ K}$ .

### Pb. 5.6.- Vapor de agua: comparación de modelos en cálculo de S ✓

Se dispone de vapor de agua, inicialmente a 700K y 10 bar que sufre un proceso termodinámico pasando a un estado final (los estados 2 con  $x_2 = 0.95$ , 3 y 4 del cuadro adjunto).

a) Calcular la variación de entropía específica, en kJ/kg·K, empleando

1. - La tabla de vapor sobrecalentado o el programa **TermoGraf**
2. - La tabla de gas ideal para el vapor de agua ( o el correspondiente modelo en **TermoGraf**). ¿Crees que es válido este modelo en este caso?

b) Habrá alguna diferencia para dicha variación del sistema, en función de que el proceso sea reversible o irreversible? ¿Por qué? ¿Y para el universo?.

Representa los estados en el diagrama Ts y cubre las casillas de la tabla adjunta.

	P (bar)	T (K)
est. 1	10	700
est. 2	1	372.73
est. 3	0.35	350
est. 4	2.9	670

Modelo: Sustancia real											
	P (bar)	T (K)	v (m <sup>3</sup> /kg)	Δu (kJ/kg)	Δh (kJ/kg)	Δs (kJ/kg·K)					
est. 1	10	700	0.31942	0	0	0					
				-600.07		-0.49198					
Modelo: Gas ideal											
	P (bar)	T (K)	v (m <sup>3</sup> /kg)	Δu (kJ/kg)	Δh (kJ/kg)	Δs (kJ/kg·K)					
est. 1	10	700	0.20094	$(v_{vap} - v_{g\ id}) / v_{i\ vap.}$		$(\Delta u_{vap} - \Delta u_{g\ id}) / \Delta u_{vap}$		$(\Delta h_{vap} - \Delta h_{g\ id}) / \Delta h_{vap}$		$(\Delta s_{vap} - \Delta s_{g\ id}) / \Delta s_{vap}$	
				<b>37.09%</b>		<b>17.23%</b>		<b>63.72%</b>			

c) Identifica qué estado es inalcanzable con un proceso adiabático, reversible o no, y explica por qué.

**Ayuda:** Si trabajas con **TermoGraf**, puedes seleccionar el modelo de sustancia real y el de gas ideal y comparar los resultados. Si trabajas con tablas, haz la misma comparación controlando las unidades. Para la cuestión b) debes recordar que la S es función de estado. Para la c) debes aplicar el balance.

**Rtas:**

a), b) y c): hecho el problema revisa la solución en la segunda parte (p. 198)

## Pb. 5.7.- Cálculo de S para una sustancia incompresible



Se dispone de 1 kg de agua, en un sistema cilindro pistón. Calcular, representando la evolución del sistema en el diagrama Ts:

1. Los flujos de calor intercambiados en kJ/kg.
2. Las variaciones de entropía del sistema, el entorno y el universo
3. La T media termodinámica en la frontera para ambos procesos.

en los siguientes casos:

- a) El agua se calienta reversiblemente y sobre una isóbara desde 10°C y 10 bar hasta mezcla de líquido y vapor con un título  $x=0.1$  mediante un foco que varía su temperatura manteniéndola igual a la del sistema en cada estado intermedio de la expansión del pistón.
- b) El agua se calienta en un proceso internamente irreversible a P cte desde 10°C y 10 bar hasta el mismo estado final del caso anterior mediante un agitador de paletas estando el cilindro aislado adiabáticamente.

**Ayuda:** Ambos procesos son isóbaros. El reversible permite un rápido cálculo en Termograf y, si se desea utilizar el modelo de líquido incompresible bastará intercalar un estado auxiliar con título  $x=0$  de modo que se calcule con las expresiones de líquido incompresible los cambios en esa parte del proceso. Para el proceso irreversible puede utilizarse la ventana de balances.

**Rtas:**

1. Reversible:  $q = 904.0 \text{ kJ/kg}$ ; Irreversible:  $q = 0$
2. Reversible:  $\Delta s_{MC} = 2.4398 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_{ent} = -2.4398 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_U = 0$   
Irreversible:  $\Delta s_{MC} = 2.4398 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} = s_{gi}$ ;  $\Delta s_{ent} = 0$ ;  $\Delta s_U = 2.4398 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
3. Reversible:  $T_{bm} = 378.72 \text{ K}$ ; Irreversible:  $T_{bm}$  no es aplicable pues  $q = 0$  por ser el proceso irreversible adiabático además.

## Pb. 5.8.- Irreversibilidad térmica y mecánica



Se comprime una cierta cantidad de un gas ideal (dióxido de carbono) isotérmicamente a 126.85°C desde 1 bar hasta 30 bar, en un dispositivo cilindro-pistón. Calcular el cambio de entropía en el sistema y en el universo que resulta del proceso, si:

1. El proceso es reversible mecánicamente y el medio que rodea al dispositivo es un depósito de calor a 126.85°C.
2. El proceso es reversible mecánicamente y el medio que lo rodea es un depósito de calor a 26.85°C.
3. El proceso es isotermo e irreversible mecánicamente, ya que requiere un 20% más de trabajo que la compresión reversible. En cuanto al medio que lo rodea, es un depósito a 26.85°C. Cuánto vale la  $s_{generada}$  en este caso.

**Ayuda:** Este es un problema muy simple si interpretamos adecuadamente qué significa que la entropía del sistema es una propiedad de estado y qué es una irreversibilidad interna o externa que lógicamente puede afectar a los procesos. A estas ideas habrá que pensar en la diferencia (y a quién afecta) que hay entre un flujo de calor reversible o irreversible entre sistema y entorno. El tercer caso ya no es un proceso internamente reversible como en los dos casos anteriores pues se añade una irreversibilidad interna: el rozamiento.

- Rta:**
- 1)  $\Delta s_{sist} = -0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_{ent} = -\Delta s_{sist}$ ;  $\Delta s_U = \Delta s_{sist} + \Delta s_{ent} = 0$
  - 2)  $\Delta s_{sist} = -0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_{ent} = 0.8567 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_U = 0.2141 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
  - 3)  $\Delta s_{sist} = -0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_{ent} = 1.0281 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $\Delta s_U = 0.3855 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  
 $s_{gi} = 0.1281 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $s_{ge} = 0.2570 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

### Pb. 5.9.- Una solución posible... o no



En un proceso industrial se pretende comprimir en un cilindro-pistón 1 kg de agua que inicialmente se encuentra en unas condiciones de 4 bar de presión y 200°C de temperatura hasta 16 bar y 206°C.

Para ello un técnico define un proceso mediante el cual la compresión del sistema hasta el estado final se hace suministrando un trabajo de 20 kJ a la vez que el sistema cede 52.1 kJ en forma de calor al ambiente que se encuentra a 20°C.

Sin embargo, otro técnico del equipo sostiene que el calor está mal calculado. El primero corrige el error pero el segundo señala entonces que el proceso es imposible. A la luz del primer y segundo principios de la Termodinámica encuentra el valor corregido de Q y justifica a partir del mismo cual de los dos tiene razón.

1. Determina la corrección encontrada para el valor de Q.
2. Determina quién tiene razón tras la primera corrección.
3. Identifica el valor de las entropías generadas interna y externa y confirma con dichos valores la respuesta previa. ¿Encuentras alguna explicación para la confusión?

**Ayuda:** Dadas las condiciones inicial y final así como los flujos energéticos del proceso, bastará ver si se cumplen el primer y segundo principio con los correspondientes balances en el volumen de control en el que, supuestamente, se realiza la operación.

**Rtas:**

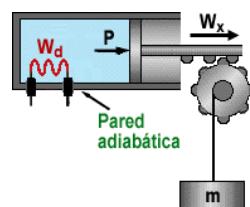
1.  $Q = -61.02 \text{ kJ}$
2.  $\Delta s_U = -0.5138 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} < 0 \rightarrow \text{proceso imposible} !$
3.  $S_{gi} = -0.5938 < 0 \rightarrow \text{imposible} !$   
 $S_{ge} = 0.08 > 0$
4. Confusión entre valores extensivos y específicos

### Pb. 5.10.- Exergía en una masa de control (sistema cerrado)



Un dispositivo cilindro-pistón de paredes adiabáticas y 66 cm de diámetro contiene 2 kg de metano a 60°C de temperatura. El émbolo se encuentra sometido a una fuerza exterior constante de 90 kN y se expande lentamente como consecuencia del calor que se suministra al sistema mediante una resistencia eléctrica conectada a 220 V por la que circula una intensidad de 1 A durante 2 horas. Calcula:

- a) Presión, volumen y temperatura del sistema al final del proceso.
- b) Variación de energía interna y entalpía específicas (en kJ/kg).
- c) Trabajo de expansión (en kJ).
- d) Variación de entropía del sistema y entropía generada (ambas en kJ/K).



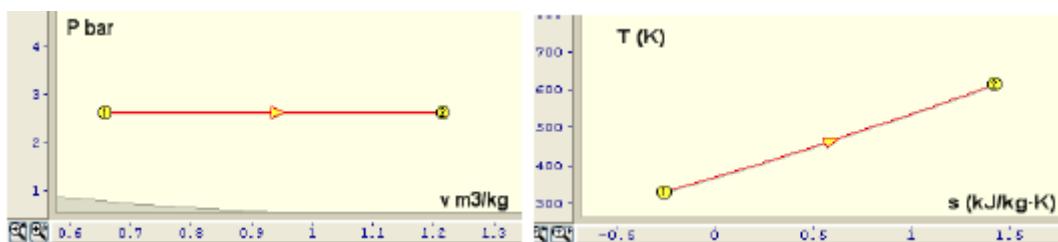
- e) Variación de exergía del sistema y exergía destruida (en kJ) ¿Puedes señalar las causas de tal destrucción?  
f) Representa el proceso en los diagramas P-v y T-s.

**Ayuda:**

Identifica las propiedades del estado inicial que necesitas para calcular todo el estado. Identifica el tipo de proceso y qué te permite identificar lo que necesitas para dibujar el estado final. Con los dos, las cuestiones se responden de modo sencillo.

**Rtas:**

1.  $v_2 = 1.2142 \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $T_2 = 616.05 \text{ K}$ ,  $P_2 = 2.63 \text{ bar}$ ;
2.  $\Delta U_{1-2} = 1290.72 \text{ kJ}$ ;  $\Delta H_{1-2} = 1584 \text{ kJ}$ ;
3.  $W_x = 293.28 \text{ kJ}$ ;
4.  $\Delta S_{1-2} = 3.3787 \text{ kJ/K}$ ;  $S_{gi} = \Delta S_{1-2} = 3.3787 \text{ kJ/K}$ ;
5.  $\Delta A_{1-2} = 284.52 \text{ kJ}$ ;  $A_d = 1007.36 \text{ kJ}$ ;
- 6.



### Pb. 5.11.- El cálculo de exergías



Calcúlense la exergía,  $a$ , y la exergía de flujo,  $a_f$ , específicas para los siguientes sistemas (condiciones estado muerto:  $T_o = 22^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$ ):

1. Vapor de agua a 245 bar,  $550^\circ\text{C}$ , 145 m/s (entrada a la turbina de alta de una central térmica).
2. Amoniaco como vapor saturado a  $-27^\circ\text{C}$ , 2.5 m/s, (entrada al compresor de un sistema de refrigeración).
3. Aire como gas ideal a 2.8 MPa,  $625^\circ\text{C}$  y 140 m/s (componente del aire de entrada a un combustor de una turbina de gas).

**Ayuda:** Basta considerar las expresiones de ambas propiedades, interpretar adecuadamente el papel de la energía cinética y sustituir en ellas los valores de las propiedades termodinámicas que intervienen cuidando las unidades.

**Rtas:**

1. Agua:  $a = 1198.86 \text{ kJ/kg}$ ;  $a_f = 1527.45 \text{ kJ/kg}$ ;
2. Amoniaco:  $a = 23.589 \text{ kJ/kg}$ ;  $a_f = 54.743 \text{ kJ/kg}$ ;
3. Aire:  $a = 375.979 \text{ kJ/kg}$ ;  $a_f = 584.3 \text{ kJ/kg}$ .

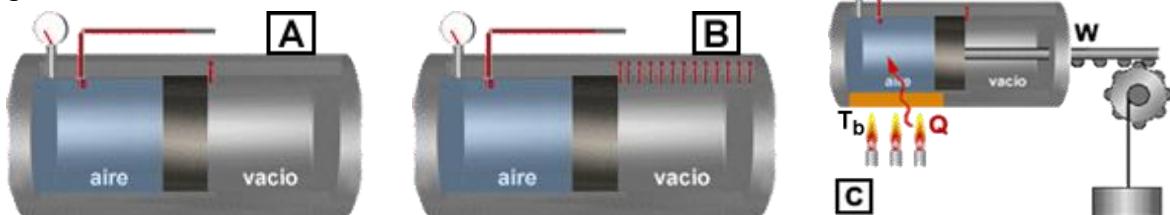
### Pb. 5.12.- Expansión totalmente irreversible (contra vacío)



Un recipiente de paredes rígidas y adiabáticas está dividido interiormente por un tabique enclavado que define dos compartimentos iguales, uno lleno de un kg de aire a 500 K y 5 bar y el otro vacío. Se quita la fijación del tabique de modo que el gas lo desplaza brus-

camente a un extremo mientras se expande llenando los dos compartimentos homogéneamente (caso A).

Analizar los tres casos propuestos A, B y C en cuanto a las condiciones termodinámicas del estado final, a la realización o no de trabajo en la expansión y a las características de la disipación cuando exista. Finalmente, determinar la generación de entropía a causa de la irreversibilidad del proceso y el valor de la exergía destruida en cada uno de los siguientes casos:



1. **Caso A:** La expansión se realiza de forma brusca e inmediata.
2. **Caso B:** La expansión se realiza de modo cuasiestático mediante una serie de topes que se van retirando sucesivamente tras alcanzar los estados intermedios de equilibrio.
3. **Caso C:** Se conecta el émbolo a una polea (figura C) y se retira parte del aislamiento de modo que se transmite un flujo de calor al gas que se expande lentamente en un proceso reversible a temperatura constante.

Valores del estado ambiente:  $T_o = 25^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$

#### Ayuda:

Recuerda el experimento de Joule para determinar las condiciones del estado final y del proceso así como las características que tienen las propiedades de estado en cuanto a sus cambios en un proceso a diferencia de las propiedades de proceso. Debes interpretar adecuadamente el papel de la cámara vacía. **En termodinámica el vacío no está vacío.**

#### Rtas:

1.  $s_{gi} = 0.1989 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $a_d = 59.302 \text{ kJ/kg}$
2.  $s_{gi} = 0.1989 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $a_d = 59.302 \text{ kJ/kg}$
3.  $s_{gi} = 0$ ;  $s_{ge} = 0$ ;  $a_d = 0$

### Pb. 5.13.- Irreversibilidad en una fuga de gas



Un depósito rígido y adiabático de  $3 \text{ m}^3$ , contiene aire a una presión de 8 bar y una temperatura de 660 K. Se produce una fuga microscópica y el aire se escapa lentamente hasta que la presión en el depósito desciende hasta los 2.5 bar, momento en que se corrige la fuga. Posteriormente se comprime adiabáticamente aire ambiente hasta recuperar los 8 bar. Con el modelo de gas ideal, y para el estado de mínima presión, determina

1. La masa de aire que ha abandonado el depósito,
2. La temperatura en este estado.
3. El mínimo trabajo necesario para conseguir reponer la situación inicial.
4. La exergía destruida en el proceso de fuga.
5. El incremento de  $S_U$  en dicho proceso de vaciado.



El ambiente tiene  $T_o = 25^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$ .

**Ayuda:** Analiza, para la masa de aire que se queda en el depósito, el proceso de expansión internamente reversible (y adiabática) desde su estado inicial, 1, hasta el final, 2, con los correspondientes balances. Aplica el balance de exergía para el trabajo mínimo de la compresión que es también adiabática.

**Rtas:**

1.  $m_e = 7.217 \text{ kg}$
2.  $T_2 = 479.28 \text{ K}$
3.  $W_{\min} = -3081.12 \text{ kJ}$
4.  $A_d = 3081.12 \text{ kJ}$
5.  $\Delta S_U = S_g = 10.33 \text{ kJ/K}$

### Pb. 5.14.- Transferencia de calor totalmente irreversible



Un flujo de calor se transfiere desde un depósito mal aislado al ambiente. La cantidad total de calor cedido en una hora es de 6400 kJ, siendo la temperatura de la pared 1000 K. Calcula

1. La entropía generada en el proceso de transferencia y
2. La exergía destruida si la temperatura en el ambiente es de 20 °C.

¿Podrías definir un mecanismo idealizado que permitiera aprovechar el flujo de calor de modo que se redujera o anulara la irreversibilidad del proceso de transferencia?

**Ayuda:** Considera el papel de una máquina térmica que recibiera el flujo de calor y analiza la situación si la máquina fuera de Carnot y el foco frío fuera el ambiente.

**Rtas:**

1.  $S_{ge} = 15.432 \text{ kJ/K}$
2.  $A_d = T_o \cdot S_{ge} = 4523.84 \text{ kJ}$

### Pb. 5.15.- Destrucción de exergía en una tubería

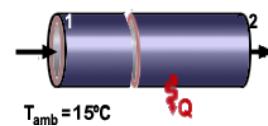


El vapor de agua, en la conducción mal aislada que une la caldera con la turbina en una central térmica, tiene al principio una presión de 160 bar y una temperatura de 540°C, y al final una presión de 155 bar y una temperatura de 530 °C. Considera las siguientes hipótesis:

- a) La T media de la frontera,  $T_{bm}$ , coincide aproximadamente con la media aritmética.
- b) El flujo de calor cedido es el mismo que hubiera existido en la tubería sin rozamiento.

Y calcula por kg de vapor circulando:

1. La  $T_{bm}$  del proceso, en K.
2. El flujo de calor y el trabajo de rozamiento en kJ/kg.
3. La entropía generada en la irreversibilidad interna y en la externa, en kJ/kg·K.
4. La variación de exergía de flujo,  $\Delta a_f$ , de la masa circulando entre 1 y 2 y la destrucción de exergía que origina el rozamiento, todo ello en kJ/kg.



Las condiciones del ambiente son 1 bar de presión y 15 °C de temperatura.

**Ayuda:** Con las hipótesis y el balance de energía para el VC de la tubería pueden calcularse las dos primeras cuestiones. Aplicar el balance del segundo principio permite resolver las otras dos.

**Rtas:**

1.  $T_{bm} = 808.15 \text{ K}$
2.  $q_{vc} = -28.181 \text{ kJ/kg}$ ;  $w_{roz} = -5.925 \text{ kJ/kg}$
3.  $s_{gi} = 0.0494 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $s_{ge} = 0.0629 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$
4.  $\Delta a_{f(1-2)} = -18.084 \text{ kJ/kg}$ ;  $a_d = 14.235 \text{ kJ/kg}$

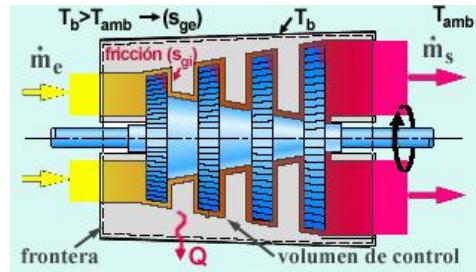
## Pb. 5.16.- Exergía de flujo, de flujo de Q y destruida



En una turbina que opera en estado estacionario entra vapor a 150 bar y 500°C. El vapor sale de la turbina como vapor saturado a 180°C. Existe una pérdida de energía por insuficiente aislamiento de la turbina que cede calor al ambiente a razón de 40 kJ por kg de vapor circulando. La temperatura superficial media equivalente de la turbina es 366 K. Para la turbina, determinese, en kJ/kg de vapor,

- a) El trabajo desarrollado.
- b) La magnitud y dirección de la transferencia de exergía que acompaña al flujo de calor.
- c) La exergía destruida.

Condiciones del ambiente: 1.01 bar de presión y 15 °C de temperatura.



**Ayuda:** El proceso no es adiabático luego deberemos apoyarnos en los datos de los estados para resolver el balance con el resto de datos.

Rtas:

1.  $w(vc) = 490.39 \text{ kJ/kg}$
2.  $a(q) = -8.5082 \text{ kJ/kg}$
3.  $ad = 100.91 \text{ kJ}$  o alternativamente<sup>1</sup>:  $ad = 109.42 \text{ kJ}$

## Pb. 5.17.- Ciclo de bomba de calor



Una bomba de calor suministra aire caliente a una vivienda. La sustancia de trabajo es el Refrigerante 134a que, en estado estacionario, entra al compresor como vapor saturado a -8°C. La salida del compresor y entrada al condensador es a 70°C y 12 bar. En el condensador el vapor condensa a líquido saturado a 12 bar. El siguiente proceso es la expansión irreversible del refrigerante a través de una válvula de estrangulación, que lleva a la presión del evaporador en donde el fluido alcanza la situación de vapor saturado a -8°C.

En el condensador, el aire de retorno pasa de la vivienda al condensador a 20°C y 1 bar, saliendo a 48°C sin cambios apreciables en la presión. En el evaporador, la temperatura media equivalente del aire en contacto con el evaporador es 10°C más alta que la temperatura del evaporador. Los procesos del condensador y el evaporador son internamente reversibles. Usando el modelo de gas ideal para el aire y el de sustancia real para el refrigerante,

- a) Dibuja el ciclo en un diagrama T-s
- b) Calcula el rendimiento isoentrópico del compresor
- c) Escribe la expresión de la variación de entropía del universo, como suma de la entropía generada en las irreversibilidades interiores y en las exteriores y señala el origen de las diferentes producciones de entropía,

<sup>1</sup> Cuando la exergía del flujo de calor se considera parte de la exergía perdida o destruida.

- d) Evalúa la generación de entropía señalada en 3), calculando cada uno de sus componentes en el condensador, el compresor, en  $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ , la válvula de expansión y el evaporador,  $\text{kJ/K}$  y por kg de refrigerante y el incremento de la entropía del universo, en  $\text{kW/K}$  si la potencia de calefacción es de 10 kW.

**Ayuda:** Trabaja con los sucesivos volúmenes de control correspondientes a cada equipo y resuelve en ellos los balances.

**Rtas:**

1. El ciclo en el diagrama  $Ts$ :

$$2. \eta_s = 0.643 \text{ ó } 64.3 \%$$

$$3. \Delta S_{univ} = \Delta S_{sist} + \Delta S_{ent} = S_{gii} + S_{gie}$$

4a. Irreversibilidades interiores:

$$\text{Compresor: } s_{gii} = 0.0580 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

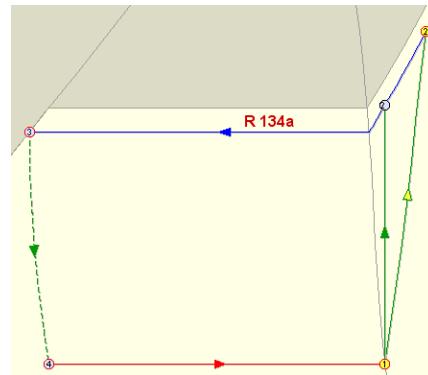
$$\text{Válvula estr.: } s_{gii} = 0.0281 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

4b. Irreversibilidades exteriores

$$\text{Sistema Condensador-entorno: } s_{gie} = 0.0276 \text{ kJ/K y por kg de refrigerante}$$

$$\text{Sistema: Evaporador-entorno: } s_{gie} = 0.0174 \text{ kJ/K y por kg de refrigerante}$$

$$\Delta S_{univ} = S_{gii} + S_{gie} = 0.010 \text{ kW/K}$$



# Problemas con documento Termograf para autoevaluación

En estos problemas junto al enunciado se plantea una ayuda para que desarrolles su resolución y la compruebes con la Rta. Es muy conveniente que lo hagas en el documento **TermoGraf** de autoaprendizaje que encontrarás en la sección correspondiente y que difiere de los anteriores en que aquí no hay desarrollo por pantallas sino sólo la ayuda y las Rtas, aunque también pueden incluir Rtas de pasos intermedios, cuando convenga.

Una vez resuelto podrás contrastar las Rtas de todos los pasos en detalle. Si te pide clave de acceso puedes poner un 1 en todos los campos que debas llenar.

## Pb. 5.18.- Cálculo de la entropía comparando procesos



Un sistema cilindro-pistón contiene inicialmente agua líquida saturada a 50°C. El sistema sufre un proceso de calentamiento a P cte hasta alcanzar el estado de vapor saturado, de dos formas distintas:

proceso de absorción de calor internamente reversible.

el proceso tiene lugar por la acción de un agitador de paletas. El sistema está aislado térmicamente.

Se pide:

- Representa el proceso gráficamente en el diagrama Ts.
- Calcula en cada caso el calor y el trabajo intercambiados por unidad de masa, en kJ/kg
- Aplica el balance de entropía al sistema en ambos casos y calcula la variación de entropía total del sistema. ¿Qué diferencia hay entre los dos casos?

**Ayu Ayuda:** Determinadas las propiedades energéticas en los dos estados, bastará aplicar el primer principio para s

**Rtas:**

- $u_1 = 1314.13 \text{ kJ/kg}$ ;  $u_2 = 2965.84 \text{ kJ/kg}$ ;  $h_1 = 1385.11 \text{ kJ/kg}$ ;  $h_2 = 3275.70 \text{ kJ/kg}$
- $W_x = 4777.7 \text{ kJ}$ .

## Pb. 5.19.-



Se hace circular durante 1 sg. una corriente eléctrica de 10 A por una resistencia de 25 W, mientras se mantiene constante la temperatura de la resistencia en 27°C. ( $m=10 \text{ g}$ ,  $C_p=0.836 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ). Considerando una situación estacionaria, calcula:

- ¿Cuál es la variación de entropía de la resistencia?
- ¿Cuál es la variación de entropía del Universo?

**Ayuda:** Pendiente

**Rta:**

**Pb. 5.20.-**



Un inventor pretende patentar un dispositivo que produce electricidad de modo que recibe un flujo de calor de 400 kJ/s y produce la correspondiente cantidad de electricidad. La temperatura media termodinámica de la frontera,  $T_{bm}$ , se estima ser 400 K. Calcula cuánto puede ser la producción de electricidad del mencionado dispositivo y califica si es viable o no.

La

**Ayuda:** Pendiente

**Rta:**

**Pb. 5.21.-**



Se comprime aire en un dispositivo cilindro-pistón entre un estado inicial a 1 bar y 300 K y uno final a 20 bar y 600 K. Determina si el proceso puede ser adiabático y en el caso de respuesta negativa identifica el flujo de calor mínimo que es necesario para un proceso viable.

**Ayuda:** Pendiente

**Rta:**

**Pb. 5.22.-**



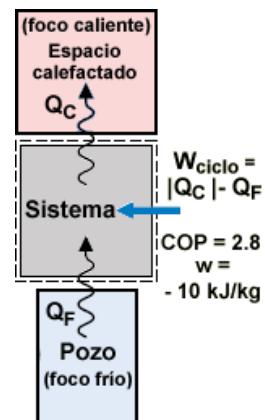
Un depósito cilíndrico perfectamente aislado tiene  $4 \text{ m}^3$  de volumen y se divide en dos subsistemas mediante un pistón móvil, diatérmano que inicialmente está fijo en el centro del depósito. En cada uno de los subsistemas hay vapor de agua, saturado a 36 bar en una de las partes y a  $650^\circ\text{C}$  y 10 bar en la otra. Se libera el pistón que alcanza una posición de equilibrio. Determina

1. T final del depósito
2. P final del depósito
3. Generación de entropía producida en el depósito
4. Generación de entropía del universo en el proceso.

**Ayuda:** Pendiente

**Rta:**

## Sección B: Problemas resueltos



# 1. Conceptos generales. Cambio de unidades

## Pb. 1.1.- Conceptos generales



Define y analiza brevemente el significado de los siguientes términos: sistema termodinámico, volumen de control, propiedad, propiedad intensiva, estado de equilibrio, proceso, ciclo termodinámico, fase, proceso adiabático.

(Debes trabajar este enunciado en el documento **TermoGraf**: Pb 01.01 Conceptos)

## Pb. 1.2.- Base molar y base másica



Las masas atómicas o moleculares de las sustancias O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>O, pueden consultarse en la Tabla 1 del Apéndice o seleccionando en **TermoGraf** la sustancia y con un clic en . Determina el número de kmol existente en 10 kg de cada una de ellas. Escribe una tabla con el valor de R en base molar y en base másica (1 kg) para las sustancias recogidas en el enunciado.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Las masas de diferentes gases.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** No se analizan estados o procesos. Basta aplicar las definiciones correspondientes.

**Análisis:** R es una constante universal para todos los gases cuando nos referimos a un molgramo, es decir cuando se trata del mismo número de moléculas, sea la sustancia que sea.

Si hablamos de otra unidad de masa como el kg, entonces R tomará un valor distinto (algunos autores lo identifican como "r") para cada sustancia pues en un kg habrá distinto número de moléculas en función de la masa que tenga la molécula de dicha sustancia.

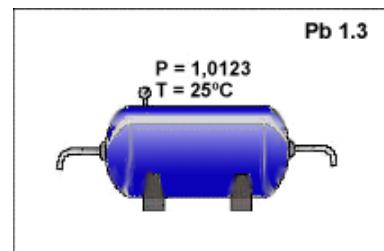
Tomaremos el dato de masa molecular de la información de cada sustancia y con ella calculamos n° kmol = 10/(masa molecular). Con este procedimiento vamos obteniendo los valores recogidos a continuación

Rtas <sup>1</sup>	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	Amoniaco	Etileno	Agua
n° kmol/10 kg:	0.3125	0.3569	0.5871	0.3565	0.5551
R (kJ/kmol·K)	8.314	8.314	8.314	8.314	8.314
r (kJ/kg·K)	0.2598	0.2968	0.4881	0.2964	0.4615

## Pb. 1.3.- Ecuación térmica de estado

Un depósito contiene 0.3 kmol de gas dióxido de carbono (CO<sub>2</sub>) en condiciones estándar. ¿Cuál es su volumen específico, en m<sup>3</sup>/kmol, si se cumple P·v = RT?

Determina el valor de la masa si lo expresamos en kg y calcula con este valor el volumen total, en m<sup>3</sup>, utilizando la expresión anterior.



<sup>1</sup> Recuerda que el punto se utiliza como separador de la parte decimal en lugar de la coma.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas metano contenido en un depósito.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Configuración:** No se necesita un análisis energético por lo que sirve cualquier modo de análisis. Por la característica del dispositivo lo lógico será seleccionar masa de control (MC).

**Condiciones:** Unidades de masa en kilomoles. Utilizaremos la expresión de la ecuación térmica de estado.

**Análisis:** Recordando el significado de la convención Condiciones Estándar. Tomado de Wikipedia a la vez que revisamos el otro concepto de Condiciones Normales;

*Condiciones normales de presión y temperatura (abreviado CNPT) o presión y temperatura normales (abreviado PTN o TPN) hace referencia a los valores de presión y temperatura que imperan en un laboratorio.*

*Es un término definido por la I.U.P.A.C. como: término cualitativo, en función de la preferencia del investigador, que usualmente implica la presión ambiental y la "temperatura del lugar". Preferiblemente las variables de temperatura y presión deberían ser tomadas como valores representativos de las condiciones actuales (o rango de condiciones) empleadas en el estudio.*

*Es muy común tomar como condiciones normales aquéllas que implican que la temperatura de referencia es de 25°C (298,15 K) y la presión de 1 atm (definida como 101325 Pa). Se denominan normales porque son las que imperan normalmente en un laboratorio, aunque también son posibles temperaturas de 15°C o 20°C.*

*El término "Condiciones Normales" se suele utilizar mucho para la medición de volúmenes de gases en muchos campos de la ciencia, como en Termodinámica y Química. Si se toma el valor de la temperatura ambiente del lugar como 25°C (o 298K) y la presión como 1 atm, en el caso de gases ideales:  $PV = nRT \rightarrow V = 1x 0.082x 298/1ATM = 24,436 \text{ l}$ , que es el volumen de un mol de un gas ideal en condiciones normales.*

*Sin embargo en Termodinámica se usa de forma mucho más habitual otras condiciones de referencia que son más cómodas y fácilmente reproducibles, especialmente en el cálculo de entalpías y energías libres de reacción: las llamadas condiciones estándar. Las condiciones estándar hacen referencia a una temperatura de 273K (0°C) y a una presión de 1 atm (101.325 Pa) siendo un mol de un gas en estas condiciones 22,386 litros, que usualmente se simplifica en 22,4 l.*

Con los valores, pues, de  $T = 0^\circ\text{C} = 298.15 \text{ K}$  y  $P = 1 \text{ atm} = 1.01325 \text{ bar}$  tendremos para el volumen molar:

$$\begin{aligned} v &= R (\text{kJ}/\text{kmol}\cdot\text{K}) \cdot T (\text{K}) / P (100\cdot\text{kPa}) = \\ &= 8.314 \cdot (273.15) / 1.0132 \cdot (100 \text{ kN/m}^2) = 22.413 \text{ m}^3/\text{kmol} \end{aligned}$$

Y para la masa propuesta:

Masa en kg:  $0.3 \text{ (kmol)} \cdot 16.04 \text{ (kg/kmol)} = 4.812 \text{ kg}$  y

$$V = (8.314 \text{ (kJ/kmol)}/16.04(\text{kg/kmol})) \cdot (273.15 / 1.0123 \cdot (100 \text{ kN/m}^2)) = 6.724 \text{ m}^3$$

**Consideraciones:** Revisa el concepto de Condiciones Normales y el de Condiciones Estándar que se recogen más arriba

## Pb. 1.4.- Proceso politrópico



Un dispositivo cilindro-pistón que contiene 10 kg de acetileno es comprimido desde el estado 1, con  $P_1 = 1$  bar,  $v_1 = 800 \text{ cm}^3/\text{g}$ , hasta el estado 2, con  $P_2 = 10$  bar,  $V_2 = 3 \text{ m}^3$ . Durante el proceso, la relación entre la presión y el volumen específico toma la forma  $P \cdot v^n = \text{cte}$ . Determina el valor del índice  $n$  y calcula con ella el valor de  $V$  cuando  $P$  es 400 000 Pa.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** 10 kg de acetileno en un cilindro-pistón.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Configuración:** Por la característica del dispositivo lo lógico será seleccionar masa de control (MC).

**Condiciones:** Proceso politrópico del que se desconoce el índice.

**Análisis:** Deberemos obtener el valor de  $v_2$  pues con éste y el resto de datos:  $v_1$ ,  $P_1$ ,  $P_2$  podremos obtener  $n$  de la ecuación del proceso politrópico:

$$P_1 \cdot v_2^n = P_2 \cdot v_1^n$$

Así pues calcularemos  $v_2 = 3 \text{ m}^3 / 10 \text{ kg} = 0.3 \text{ m}^3/\text{kg}$  y con él, despejando en la ecuación anterior:

$$n = \ln(P_2/P_1) / \ln(v_1/v_2) = 2.3476$$

Con este valor podremos calcular el valor de  $V$  para  $P = 400\,000$  Pa = 4 bar:

$$V(4 \text{ bar}) = ((P_2 \cdot V_2^n) / P_1)^{1/n} = ((10 \cdot 3^{2.3476}) / 4)^{1/2.3476} = 4.432 \text{ m}^3$$

**Consideraciones:** Conviene que diferencias entre la ecuación de estado:  $P \cdot v = R \cdot T$  y la ecuación de cualquier proceso como uno isotermo o isócoro...

En la primera tenemos la relación entre las tres propiedades llamadas térmicas de un estado. Esta ecuación se cumple para todos los estados de una sustancia con esa ecuación de estado (los gases ideales). A diferencia de esto, la ecuación de un proceso sólo se cumple para los valores específicos de los estados del proceso. Por ejemplo la isotermia  $T = 300$  K es el lugar geométrico de los estados cuya  $T = 300$  K. O, dicho de otro modo, sólo los estados con  $T = 300$  K cumplirán con la ecuación del proceso isotermo.

## Pb. 1.5.- Escalas termométricas



Se construye un termómetro con una escala cuyo cero coincide con la temperatura de ebullición del propano a presión atmosférica, y cuyo valor 100 se corresponde con la lectura 100 de la escala Fahrenheit. Se pide determinar la temperatura en °C, cuando la lectura en dicha escala sea 87. ¿A qué equivale, en K, una de sus unidades? ¿Y en °C?

## RESOLUCIÓN

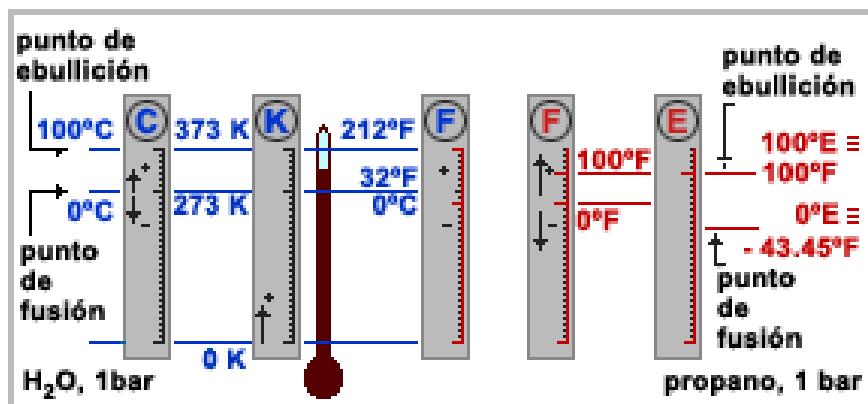
**Sistema a estudio:** No tiene efecto.

**Modelo de la sustancia:** Idem.

**Configuración:** Idem.

**Condiciones:** Se analiza un cambio de escala en un termómetro de diseño especial.

**Análisis:** La temperatura de ebullición a una presión dada es la temperatura de cambio de fase a esa presión. Podemos determinarla si identificamos un estado en cambio de fase a la presión atmosférica. Es decir:  $P = 1.0132$  bar y puede ser líquido saturado o vapor



saturado a esa presión, que son los estados sobre la curva de saturación (como verás al estudiar las propiedades de las sustancias los títulos respectivos son  $x = 0$  y  $x = 1$ ).

Debemos establecer una proporción entre el nº de divisiones de una escala y el de otra (véase la figura de la página siguiente) y a partir de dicha relación puedes responder todas las cuestiones. Así:

Observando la zona a la derecha de la figura se deduce que 100 unidades  $^\circ\text{E}$  equivalen a 143.42 unidades  $^\circ\text{F}$ .

Por otra parte si definimos las temperaturas en  $^\circ\text{C}$  que corresponden a los puntos 0-100 de la escala E podremos hacer la correspondencia entre ambas escalas. A partir de ahí el paso de la lectura de  $87^\circ\text{E}$  a  $^\circ\text{C}$  es inmediato y puedes calcular todas las preguntas restantes.

Si  $100^\circ\text{E}$  equivalen a  $143.45^\circ\text{F}$ , tenemos que  $1^\circ\text{E}$  será equivalente a  $1.4342^\circ\text{F}$ . Como por otra parte  $180^\circ\text{F}$  corresponden a  $100^\circ\text{C}$  (zona izda de la figura), tenemos que  $1.8^\circ\text{F}$  son  $1^\circ\text{C}$  y  $1^\circ\text{F} = (1/1.8)^\circ\text{C}$ . Así  $1^\circ\text{E}$  será igual a  $1.4342 \cdot (1/1.8)^\circ\text{C} \rightarrow 1^\circ\text{E} = 0.797^\circ\text{C}$

Por otra parte el 0 de la escala E es  $-43.42^\circ\text{F}$  que pasados a  $^\circ\text{C}$  serán

$$(-43.42-32)^\circ\text{F} \cdot (1/1.8)^\circ\text{C}/^\circ\text{F} = -41.92^\circ\text{C}$$

o dicho de otro modo: la división  $0^\circ\text{E}$  coincide con la  $-41.92$  de la escala C, que coincide con la división  $-43.45$  de la escala F.

La lectura de 87 divisiones en la escala E serán  $(87 \cdot 0.797)$  divisiones en la escala  $^\circ\text{C}$ .

La lectura en la escala Celsius será, pues:  $(87 \cdot 0.797) - 41.92 = 27.42^\circ\text{C}$

## Pb. 1.6.- Estados termodinámicos



La fig. Pb 1.6 muestra parte de una instalación de potencia. En ella, una turbina produce trabajo que extrae del vapor de agua que recibe. El caudal a la entrada de la turbina es de 31000 l/min y la presión, regulada por una válvula, es 2800 kPa. El flujo másico medido a la salida de la turbina es de 6 kg/s, la temperatura es  $410^\circ\text{F}$  y la presión es 12.8 bar. Con los datos anteriores:

- f) expresa  $P_1$  en bar.
- g) calcula  $T_1$  en  $^\circ\text{C}$ .
- h) calcula  $T_2$  en K
- i) expresa  $P_2$  en cm de columna de agua.

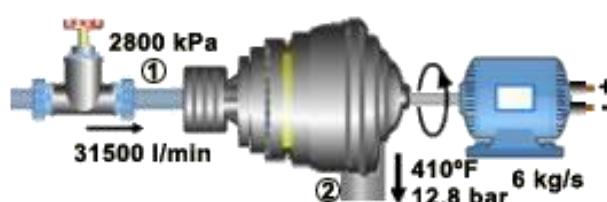


Fig. Pb 1.6

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El vapor de agua en la turbina.

**Modelo de la sustancia:** Sustancia real (agua en fase vapor).

**Configuración:** Por la característica del dispositivo lo lógico será seleccionar volumen de control (VC) ya que el sistema es abierto: tiene una frontera permeable al flujo de masa.

**Condiciones:** No se necesitan consideraciones energéticas y basta con buscar las propiedades termodinámicas térmicas (P, V, T) en Tablas o **TermoGraf**.

**Análisis:** Una turbina se analiza como Volumen de Control, con una entrada y una salida, y el flujo másico es el mismo en ambas.

Como  $T_1$  no es un dato tendrás que obtenerlo del diagrama en Termograf, representando el estado con dos datos que conozcas (Principio de Estado para una sustancia PvT). Como conoces el flujo másico y el caudal a la entrada puedes determinar el volumen específico,  $v_1$ , y con  $P_1$  tienes la información precisa para representar el estado.

Empezaremos por determinar el  $v$  específico ( $\text{m}^3/\text{kg}$ ) en el estado 1. Para ello tendremos en cuenta que el flujo másico es el mismo en 1 y en 2. Si además, observamos la unidades y la definición de flujo másico y caudal, concluiremos que:

$$\begin{aligned} v_1(\text{m}^3/\text{kg}) &= \text{Caudal en 1 } (\text{m}^3/\text{s}) / \text{Flujo másico } (\text{kg/s}) \\ &= (31.5/60) / 6 \text{ (m}^3/\text{kg)} = 0.0875 \text{ (m}^3/\text{kg)} \end{aligned}$$

Tenemos así:

$$P_1: 2800/100 = 28 \text{ bar}$$

$$T_1: (572.088-32)/1.8 = 300.05^\circ\text{C}$$

$$T_2: 273.15+(410-32)/1.8 = 483.15 \text{ K}$$

Y para  $P_2$  en cm de columna de agua: 1 bar equivale a 75.0062 cm de Hg.

Las alturas de columna de agua y Hg son inversamente proporcionales a sus densidades (concepto de presión).

En consecuencia 1 bar equivale (ver Ej. 1.1) a  $75.006 * 13.59/1 = 1019.33$  cm de agua, y

$$P_2 = 28541.4 \text{ cm de columna de agua.}$$

**Consideraciones:** Trabaja tus problemas llevando siempre el análisis de las unidades de manera apropiada y cuidadosamente pues te permiten identificar posibles errores en las expresiones o al sustituir las propiedades. Es importante trabajar siempre en el SI y cuidar con las expresiones que incorporan unidades no estándar. Por ejemplo el producto de una presión por un volumen es una energía. Analiza el valor en kJ de  $(1 \text{ bar} \cdot 1 \text{ m}^3)$ .

## 2. Primer principio. Flujos de trabajo y calor

### Pb 2.1.- Balance de energía en sistemas cerrados<sup>1</sup>



Un recipiente rígido y bien aislado tiene dos cámaras separadas por una pared móvil, inicialmente sujeta, que permite el flujo de calor y trabajo entre ambas partes. En uno de los lados a 5 bar y 350 K hay una cierta masa de aire y en la otra hay CO<sub>2</sub> a 2 bar y 500 K. Se deja libre la pared móvil de modo que finalmente se alcanza el equilibrio con P=3.2 bar y T=430 K en ambas partes.

Determina la masa de cada gas, sabiendo que el volumen del recipiente es 1 m<sup>3</sup>.

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Las masas de dos gases, m<sub>a</sub> y m<sub>CO<sub>2</sub></sub>, en cámaras separadas y cerradas.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal para ambas sustancias.

**Condiciones:** Se conoce el estado inicial para ambos subsistemas a y b. No se conocen las masas pero si el volumen total. No se conocen los procesos. No hay efectos gravitatorios y la pared exterior es adiabática.

**Análisis:** El equilibrio final depende del tipo de paredes (restricciones) existentes. En este caso el equilibrio es en **temperatura** y **presión** porque se indica que la pared de separación es **móvil** y **diatérmana**. Por otra parte se cumple que el sistema completo siempre es la suma de los subsistemas (ambas cámaras). Además, por ser gases ideales, su energía interna queda determinada por su temperatura.

La masa de cada gas queda determinada por el volumen ocupado en condiciones concretas de P y T, ya que se cumple  $P \cdot V = m \cdot R \cdot T$ . Como dato se nos da el volumen total que será suma de los volúmenes de cada parte. Designando con prima el subsistema de CO<sub>2</sub>, y con 1 el estado inicial y 2 el final, tendremos:  $V = (V_1 + V'_1) = (V_2 + V'_2)$ . Además:

$$P_1 \cdot V_1 = m_a \cdot R \cdot T_1$$

$$P_2 \cdot V_2 = m_a \cdot R \cdot T_2$$

$$P'_1 \cdot V'_1 = m_{CO_2} \cdot R \cdot T'_1$$

$$P_2 \cdot V'_2 = m_{CO_2} \cdot R \cdot T_2$$

pues P y T son iguales para los dos subsistemas en el estado final.

Este sistema de cuatro ecuaciones tiene seis incógnitas: las dos masas y los cuatro volúmenes. Por eso si añadimos las dos anteriores  $(V_1 + V'_1) = 1 \text{ m}^3$  y  $(V_2 + V'_2) = 1 \text{ m}^3$  tendremos un sistema de seis ecuaciones con seis incógnitas fácilmente resoluble.

Hay, sin embargo, un modo alternativo más directo, utilizando el primer principio, y que es inmediato con **TermoGraf**: las propiedades de estado, en concreto la T nos permite determinar el valor de la energía interna de cada estado y cada parte, y con P y T podemos determinar el volumen específico de cada estado.

Si tomamos como sistema el recipiente completo, que es rígido y adiabático, podremos asegurar que no hay variación de energía en el conjunto. Por ello, podremos escribir:

<sup>1</sup> El documento Pb 02.01.tme de **TermoGraf** recoge una variante con N<sub>2</sub> en lugar de CO<sub>2</sub> y alguna cuestión complementaria en relación con los flujos de Q y trabajo a través del émbolo que no contempla el ejercicio aquí resuelto.

$$\Delta U_a + \Delta U_b = 0 \quad \text{es decir:}$$

$$m_a \cdot (u_{fin} - u_{in})_a + m_{CO_2} \cdot (u_{fin} - u_{in})_b = 0$$

Y en cuanto a los volúmenes:

$$m_a \cdot v_{fin\ a} + m_b \cdot v_{fin\ b} = 1 \text{ m}^3, \quad \text{siendo}$$

$$v_{fin\ a} = R_a \cdot T_{fin}/P_{fin} = (8.314/28.97) \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} \cdot 430 \text{ K} / 320 \text{ kPa} = 0.6308 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_{fin\ b} = R_{CO_2} \cdot T_{fin}/P_{fin} = (8.314/44.01) \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} \cdot 430 \text{ K} / 320 \text{ kPa} = 0.2066 \text{ m}^3/\text{kg}$$

A partir de los datos tenemos:

$$(u_{fin} - u_{in})_a = 62.324 \text{ kJ/kg}$$

$$(u_{fin} - u_{in})_b = -115.27 \text{ kJ/kg}$$

luego escribiremos el siguiente sistema

$$m_a \cdot 62.324 \text{ kJ/kg} + m_{CO_2} \cdot (-115.27 \text{ kJ/kg}) = 0$$

$$m_a \cdot 0.6308 \text{ m}^3/\text{kg} + m_{CO_2} \cdot 0.2066 \text{ m}^3/\text{kg} = 1 \text{ m}^3$$

que resuelto da:  **$m_a = 1.826 \text{ kg}$**  y  **$m_{CO_2} = 0.987 \text{ kg}$**

**Consideraciones:** Es importante recordar a la hora de buscar propiedades en tablas, que en el modelo de Gas Ideal (también en el de Gas Perfecto), una isoterma es una isoenérgética e isoentálpica (o sea:  $T=cte$  supone  $u=cte$  y  $h=cte$ ). Esto quiere decir que en estos dos modelos  $u$ ,  $h$  son función sólo de la  $T$ .

Cuando se introduzca el segundo principio podrá comprobarse si el proceso señalado es viable y qué tipo de intercambio de trabajo (con efectos disipativos o sin rozamiento en el émbolo móvil) se ha producido.

Un planteamiento distinto sería exigir la existencia de reversibilidad y analizar cuáles son las condiciones del equilibrio final.

## Pb. 2.2.- Trabajo en un compresor<sup>1</sup>



El aire entra a un compresor refrigerado<sup>2</sup> que opera en situación estacionaria<sup>3</sup> a una presión de 1 bar, a una temperatura de 300 K y a una velocidad de 12 m/s a través de una sección de 0.05 m<sup>2</sup>. En la salida, la presión es 9 bar, la temperatura 650 K y la velocidad 2 m/s. El calor se transfiere del compresor al entorno con una velocidad de 30.27 kW. Calcula, con el modelo de gas ideal, supuesto el proceso politrópico,

1. el índice del mismo,
2. el flujo másico,  $f_m$ , en kg/s.
3. el calor específico medio del proceso  $C_{proc, m} = q/\Delta T$
4. la potencia consumida por el compresor, en kW.



Pb 2.2 Compresor no adiabático

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que contiene al compresor.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

<sup>1</sup> Este ej. y el sig. con sus respectivos documentos **TermoGraf** son dos variantes con ligeros cambios. El sig. presenta alguna cuestión complementaria que ayuda a la comprensión de los conceptos aquí utilizados.

<sup>2</sup> ¿Por qué es positivo refrigerar un compresor?

**Condiciones:** El proceso tiene carácter estacionario<sup>1</sup>. El balance debe reflejar la existencia de energía cinética y tener en cuenta la energía que aporta la masa que fluye en la entrada y salida del VdeC. Este balance toma la expresión

$$(\Delta u)_{VC} = (h_1 + c_1^2/2 - h_2^2 - c_2^2/2) + q - w_{vc}$$

En ella  $w_{vc}$  es el trabajo excluido el de flujo que va incluido en la entalpía como se verá luego.

### Análisis:

1) El índice **n** es una relación entre las propiedades **P** y **v**. Puesto que conocemos dos propiedades, P y T, de cada estado inicial y final podemos representarlos en **TermoGraf** y obtener v que permite obtener n despejando de

$$P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n, \text{ tenemos } n = \ln(P_2/P_1) / \ln(v_1/v_2) = \mathbf{1.277}$$

¿Cómo calcularías v sin recurrir a **TermoGraf**?

2) En cuanto al flujo mísico, fm, del análisis en la entrada:

$$fm = (V/v)_e = (c \cdot \text{sección}/v)_e = (12 \text{ m/s}) \cdot (0.05 \text{ m}^2) / (1.6453 \text{ m}^3/\text{kg}) = \mathbf{0.3647 \text{ kg/s}}$$

3) El calor específico medio será  $C_{proc, m}$  (kJ/kg·K) =  $q/\Delta T = (-30.27 \text{ kJ/s})/(0.3647 \text{ kg/s})/\Delta T = = -83 \text{ kJ/kg} / (650-300) \text{ K} = \mathbf{0.237 \text{ kJ/kg·K}}$

4) Para el cálculo de la potencia necesitamos el flujo mísico y el trabajo que lo obtendremos del balance. En éste deberemos tener en cuenta las velocidades de entrada y salida,  $c_e$  y  $c_s$ , y la energía cinética que suponen.

La expresión del BALANCE (por kg y para sistema estacionario) es:

$$(\Delta u)_{VC} = (h_1 + c_1^2/2 - h_2^2 - c_2^2/2) + q - w_{vc}$$

expresados todos los sumandos en kJ/kg como veremos luego.

El primer miembro de la expresión anterior del balance es cero por el carácter estacionario del proceso y q y  $w_{vc}$  corresponden al flujo de calor y trabajo que atraviesan la frontera por unidad de masa<sup>2</sup> y  $w_{vc}$  representa el trabajo total que atraviesa la frontera excluido el de flujo (que está incluido en  $h_1$  y  $h_2$ )<sup>3</sup>.

La energía cinética por unidad de masa debemos escribirla en kJ/kg, es decir:

$$Ec_1 = (c_1^2/2) = 12^2/2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 72 \text{ J/kg} = 0.072 \text{ kJ/kg}; Ec_2 = (c_2^2/2) = 0.002 \text{ kJ/kg}$$

Para q en kJ/kg:

$$Q \text{ kJ/s} = -30.27 \text{ kJ/s}; \text{ y } q = (-30.27 \text{ kJ/s}) / (0.3647 \text{ kg/s}) = -83 \text{ kJ/kg}$$

Con todo ello despejando  $w_{vc}$

$$w_{vc} = (280.53 + 0.072 - 660.67 - 0.002) \text{ kJ/kg} - 83 \text{ kJ/kg} = -463.07 \text{ kJ/kg}$$

Luego para la potencia<sup>4</sup>:  $W_{VC} = 0.3647 \cdot (-463.07) = \mathbf{-168.88 \text{ kW}}$

El signo negativo refleja que el trabajo se suministra al sistema.

<sup>1</sup> Proceso estacionario es el que se produce en un sistema abierto (VdeC) de modo que las condiciones termodinámicas en cualquier punto del VdeC o de su frontera permanecen constantes en el tiempo aunque cambien de un punto a otro.

<sup>2</sup> Aunque es un cociente entre los flujos totales y el mísico, puede interpretarse como el flujo de calor o trabajo que transfiere un kg en su paso por el interior del VdeC.

<sup>3</sup> Estos conceptos se trabajarán en extensión en los capítulos siguientes.

<sup>4</sup> Por comodidad editorial la terminología afectando a los flujo de calor y trabajo, Q y W, se diferencia con la identificación de las unidades. Por ej. si es potencia, Q se expresará en kW. En caso contrario será kJ o kJ/kg cuando se hable de flujo por unidad de masa.

**Consideraciones:** Puede comprobarse el peso insignificante que significa la energía cinética en el balance. Con velocidades tan bajas no equivale ni al 0.1 % de la entalpía en juego.

Puesto que  $W_{VC}$  es igual al total **menos** el de flujo, podemos pensar que la medida de la potencia del compresor a partir de este valor supone “etiquetar” al compresor con un valor menor al consumo real que tendrá. En consecuencia ¿debería calcularse la potencia con el trabajo total y no con el  $W_{VC}$ ?

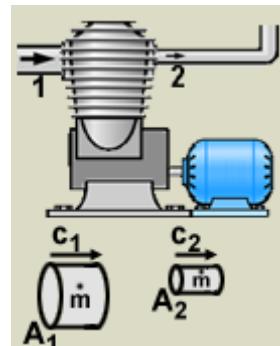
Si calculamos el trabajo de flujo<sup>1</sup>:  $w_{flujo} = P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1 = + 1.0043 \text{ kJ/kg}$ , vemos que el trabajo total, es decir,  $w = w_{vc} + w_{flujo}$  es igual a  $-362,8 \text{ kJ/kg}$ , menor en valor absoluto que el  $w_{vc}$ . Así pues, éste representa el máximo valor y define el consumo del compresor. Este resultado podemos interpretarlo como que el  $W_{VC}$  se emplea en comprimir el gas hasta los 9 bar y en moverlo a través del volumen de control.

### Pb. 2.3.- Balance generalizado de energía en un compresor



El aire entra a un compresor refrigerado con una presión de 1 bar, una temperatura de 300 K y una determinada velocidad a través de una sección  $A_1$  de  $0,06 \text{ m}^2$ . En la salida, la presión es 6 bar, la temperatura 350 K y la velocidad 370 m/s con una sección  $A_2$  de  $25 \text{ cm}^2$ . El calor se transfiere del compresor al entorno con un ritmo de 1195 kW. El compresor opera en situación estacionaria y con rozamientos (hay trabajo disipativo). Calcula, con el modelo de gas ideal, y supuesto que el proceso puede representarse por una politrópica:

1. El índice,  $n$ , del proceso politrópico,
2. El flujo máscico, en kg/s,
3. La velocidad de entrada, en m/s,
4. El caudal a la salida, en litros por seg., y
5. La potencia consumida por el compresor, en kW, y
6. El trabajo disipativo que origina un incremento de la potencia necesaria.



Pb 02.03 Compresor no adiabático

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El volumen de control que contiene al compresor.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** El proceso tiene carácter estacionario<sup>2</sup>. El balance debe reflejar la existencia de energía cinética y tener en cuenta la energía que aporta la masa que fluye en la entrada y salida del VdeC. Este balance toma la expresión

$$(\Delta u)_{VC} = (h_1 + c_1^2/2 - h_2^2 - c_2^2/2) + q - w_{vc}$$

#### Análisis:

1) El índice  $n$  es una relación entre las propiedades  $P$  y  $v$ . Puesto que conocemos dos propiedades,  $P$  y  $T$ , de cada estado inicial y final podemos representarlos en **TermoGraf** y obtener  $v$  que permite obtener  $n$  despejando de

<sup>1</sup> Recuerda que  $w$  o  $q$  indican flujos de energía por unidad de masa.

<sup>2</sup> Proceso estacionario es el que se produce en un sistema abierto (VdeC) de modo que las condiciones termodinámicas en cualquier punto del VdeC o de su frontera permanecen constantes en el tiempo aunque cambien de un punto a otro.

$$\mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{v}_1^n = \mathbf{P}_2 \cdot \mathbf{v}_2^n, \text{ tenemos } n = \ln(P_2/P_1) / \ln(v_1/v_2) = 1.277$$

Sin recurrir a **TermoGraf** podríamos obtener **v** utilizando la ec. térmica de estado:  $\mathbf{P} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{T}$

2) En cuanto al flujo másico, **fm**, del análisis de datos en la salida:

$$fm = (V/v)_2 = c_2 \cdot A_2 / v_2 = (7 \text{ m/s}) \cdot (0.0025 \text{ m}^2) / (0.16745 \text{ m}^3/\text{kg}) = 5.524 \text{ kg/s}$$

3) Como el flujo másico en entrada y salida deben coincidir, obtenemos la velocidad **c<sub>1</sub>** sin más que despejar de la expresión anterior para los datos en la entrada. Así:

$$c_1 = fm \cdot v_1 / A_1 = 5.524 \cdot 0.86117 / 0.06 = 79.286 \text{ m/s}$$

4) El caudal en la salida será  $V_2 = c_2 \cdot A_2 = fm \cdot v_2 = 0.0175 \text{ m}^3/\text{s} = 925 \text{ l/s}$

5) Para el cálculo de la potencia aplicamos la expresión del BALANCE (por kg y para sistema estacionario) que es:

$$(\Delta u)_{vc} = (h_1 + c_1^2/2 - h_2^2 - c_2^2/2) + q - w_{vc}$$

expresados todos los sumandos en kJ/kg como veremos luego.

El primer miembro de la expresión del balance es cero por el carácter estacionario del proceso y **q** y **w<sub>vc</sub>** corresponden al flujo de calor y trabajo que atraviesan la frontera por unidad de masa<sup>1</sup> y **w<sub>vc</sub>** representa el W total que atraviesa la frontera excluido el de flujo (que está incluido en **h<sub>1</sub>** y **h<sub>2</sub>**)<sup>2</sup>.

La energía cinética por unidad de masa debemos escribirla en kJ/kg, es decir:

$$Ek_1 = (c_1^2/2) = 79.286^2/2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 3143 \text{ J/kg} = 3.143 \text{ kJ/kg};$$

$$Ec_2 = (c_2^2/2) = 68.45 \text{ kJ/kg}$$

Para **q**, flujo total en kJ/kg:

$$q_{total} = (-1195 \text{ kJ/s}) / (5.5240 \text{ kg/s}) = -216.327 \text{ kJ/kg}$$

Con todo ello despejando **w<sub>vc</sub>**

$$w_{vc} = \{-216.327 + (300.19 + 3.143 - (350.454 + 68.45))\} \text{ kJ/kg} = \\ = -331.898 \text{ kJ/kg}$$

Luego para la potencia<sup>3</sup>:  $W_{vc} = 5.524 \cdot (-331.898) = -1833.39 \text{ kW}$

El signo negativo refleja que el trabajo se suministra al sistema.

6) Cuando existen efectos disipativos solo pueden determinarse si son la incógnita a calcular o se da información sobre las características del proceso disipativo.

<sup>1</sup> Aunque es un cociente entre los flujos totales y el másico, puede interpretarse como el flujo de calor o trabajo que transfiere un kg en su paso por el interior del VdeC.

<sup>2</sup> Estos conceptos se trabajarán en extensión en los capítulos siguientes.

<sup>3</sup> Por comodidad editorial la terminología afectando a los flujo Q y W, se apoya en la identificación con las unidades. Por ej. si es potencia, Q se expresa en kW. En caso contrario será kJ o kJ/kg cuando se hable de flujo por u. de masa.

Este último es nuestro caso: sabemos que el sistema sigue un proceso de trayectoria conocida del que nos dan el valor del flujo total de calor.

Compr. rev. ( $\Delta E_k \neq 0$ )			Compresión reversible con $\Delta E_k = 0$			Compresión irreversible y con $\Delta E_k \neq 0$		
Est.1		n 1.094	Est.1		n 1.094	Est.1		n 1.094
P 1	P 6	bar	P 1	P 6	bar	P 1	P 6	bar
v 0.86117	v 0.16745	m³/kg	v 0.86117	v 0.16745	m³/kg	v 0.86117	v 0.16745	m³/kg
T 300	T 350	K	T 300	T 350	K	T 300	T 350	K
h 300.19	h 350.454	kJ/kg	h 300.19	h 350.454	kJ/kg	h 300.19	h 350.454	kJ/kg
<b>Proc.12 Total</b>			<b>Proc.12 Total</b>			<b>Proc.12 Total</b>		
m 1	1	kg	ṁ 1	1	kg/s	ṁ 1	1	kg/s
W <sub>vc</sub> : -166.83	-166.83	kJ	W <sub>vc</sub> : -232.137	-232.137	kW	W <sub>vc</sub> : -331.899	-331.899	kW
Q <sub>vc</sub> : -116.565	-116.565	kJ	Q <sub>vc</sub> : -116.565	-116.565	kW	Q <sub>vc</sub> : -216.327	-216.327	kW
W <sub>x</sub> : -152.477	-152.477	kJ	W <sub>x</sub> : -152.477	-152.477	kW	W <sub>x</sub> : -152.477	-152.477	kW
W <sub>t</sub> : -166.83	-166.83	kJ	W <sub>t</sub> : -232.137	-232.137	kW	W <sub>t</sub> : -232.136	-232.136	kW
W <sub>f</sub> : 14.3529	14.3529	kJ	W <sub>f</sub> : 79.6599	79.6599	kW	W <sub>f</sub> : 79.6595	79.6595	kW
W <sub>d</sub> : 0	0	kJ	W <sub>d</sub> : 0	0	kW	W <sub>d</sub> : -99.7623	-99.7623	kW
ΔH: 50.2645	50.2645	kJ	ΔH: 50.2645	50.2645	kW	ΔH: 50.2645	50.2645	kW
ΔE <sub>k</sub> : 0	0	kJ	ΔE <sub>k</sub> : 65.307	65.307	kW	ΔE <sub>k</sub> : 65.3069	65.3069	kW

Pb. 2.3 b Tres posibles situaciones del proceso

Con este flujo total de calor calculado arriba, -216.327 kJ/kg: podemos deducir que el efecto de la fricción equivale a

$$q_{\text{fricción}} = -216.327 - 116.565 = -99.762 \text{ kJ/kg}$$

Este flujo de energía siempre obliga a que el compresor consuma más potencia.

**Consideraciones:** La expresión del balance es sencilla en cuanto a su uso. Se sustituye lo conocido y se calcula la incógnita, en este caso la potencia del compresor. Sin embargo conviene hacerse alguna pregunta como ¿cuánto es el trabajo de fricción? ¿podemos calcularlo con los datos proporcionados? ¿qué efecto supone la energía cinética?...

Para ello, en el documento Pb 2.3.tme se ha desagregado en tres partes la obtención de la potencia (fig. Pb 2.3b).

1. Proceso reversible sin efectos de Ek (caso desarrollado en el Pb. anterior)
2. Proceso reversible con variación apreciable de la Ek entre entrada y salida
3. Proceso irreversible con variación apreciable de la Ek entre entrada y salida

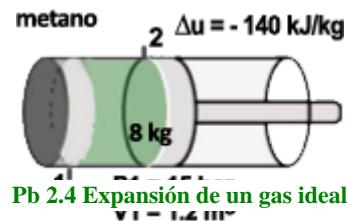
Las ecuaciones que cumplen las distintas denominaciones de trabajos (de expansión, de flujo, disipativo...) se recogen en la última pantalla del citado documento. Un ejercicio interesante será comprobar con los datos de la fig. Pb02.03b las distintas ecuaciones que conozcas, reforzando la relación con el contexto.

## Pb. 2.4.- Transferencia de calor en una expansión



En un cilindro-pistón se produce la expansión lenta y sin rozamientos de 8 kilogramos de gas metano en un proceso para el que la relación presión-volumen es  $Pv^n = \text{cte}$ . La presión inicial es 15 bar y el volumen inicial que es de  $1.2 \text{ m}^3$  se triplica en el estado final. No hay variación en las energías cinética y potencial del gas. Calcula:

- El índice politrópico, sabiendo la variación que experimenta la energía interna específica,  $u$ , del gas en este proceso es  
 $u_2 - u_1 = -140 \text{ kJ/kg}$ ,



- Calcula también  $T_2$ , en K,  $P_2$ , en bar,  $W$  y  $Q$ , en kJ, señalando si el sistema recibe o cede este calor.
- Con el mismo estado inicial y sabiendo que la  $P$  final es también la misma que la del proceso anterior, determina la temperatura y energía interna específica finales así como la transferencia neta de calor de los procesos para los valores del índice de politropía:  $n = 1$  y  $n = 1,2651$ . Analiza  $\Delta u$  y  $Q$  en ambos procesos e identifica alguna característica significativa de los mismos.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (metano) contenido en un cilindro-émbolo.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** El sistema se estudia en el modo MdeC adecuado para sistemas cerrados. Siendo el proceso politrópico reversible le es de aplicación las distintas expresiones para Gas ideal y para procesos politrópicos. La información disponible es:

$$\text{Estado inicial: } P_1 = 15 \text{ bar; } v_1 = 1.2 \text{ m}^3 / 8 \text{ kg} = 0.15 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{Estado final: } v_2 = 0.15 \text{ m}^3/\text{kg} \cdot 3 = 0.45 \text{ m}^3/\text{kg}$$

**Análisis:**

2. Estos dos datos definen el estado inicial. Buscando en tablas o tomando el dato de **TermoGraf**, tenemos que  $u_1 = 99.9815 \text{ kJ/kg}$  y por tanto  $u_2 = (99.9815 - 140) \text{ kJ/kg} = -40.0185 \text{ kJ/kg}$ .

Con este dato y el volumen  $v_2 = 0.45 \text{ m}^3/\text{kg}$  queda definido el estado final, Su presión  $P_2$  es 4.1966 bar. De la ecuación de una politrópica  $P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n$ , despejamos

$$n = \ln(P_2/P_1) / \ln(v_1/v_2) = 1.159$$

3. Para la T tenemos  $T_2 = 364.318 \text{ K}$ . Para  $P_2 = 4.1966 \text{ bar}$

En cuanto al trabajo, podemos utilizar la expresión del trabajo de expansión, que en un proceso reversible de un sistema cerrado define el flujo de trabajo atravesando la frontera. Es decir

$$W_{1-2} = m \cdot \int P \cdot dv = m \cdot (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n) = 1813.98 \text{ kJ.}$$

Para el flujo de Q podemos utilizar el primer principio:

$$Q = \Delta U + W = -8 \text{ kg} \cdot 140 \text{ kJ/kg} + 1813.98 \text{ kJ} = 693.983 \text{ kJ, calor que recibe el sistema.}$$

3. Para  $n = 1$  observamos que la T no cambia a lo largo del proceso, lo que era de esperar pues para  $n = 1$  la politrópica es  $P \cdot v = \text{cte}$  que combinado con la ec. térmica de estado:  $P \cdot v = R \cdot T$  lleva a la constancia de la T en el proceso. Así:  $T_f = 434.07 \text{ K}$ .

Como además, en gases ideales U (y H) son solo función de T, se deduce que  $U = \text{cte}$  que llevado a la ec. del primer principio para MdeC (sin flujo másico a través de la frontera del sistema) implica que:  $\Delta u = 0$  y  $W = Q$  por ser el proceso **Isotermo**.

Para calcular W no podemos emplear la expresión  $W = m \cdot (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1-n)$  utilizada antes pues el valor queda indeterminado (0/0). Debemos utilizar la específica para procesos isotermos de gas ideal:

$$W_{(n=1)} = m \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_1) = 2292.81 \text{ kJ} = Q_{(n=1)}$$

Para  $n = 1.2651$ , tras obtener de tablas, o en **TermoGraf**, el valor de u final ,

$u_f = -98.86 \text{ kJ/kg}$ , y aplicando las expresiones anteriores del punto 2 tenemos:  
 $T_f = 332.14 \text{ K}$ ,  
 $\Delta u = -198.8 \text{ kJ/kg}$ ;

Para  $W = 1590.7 \text{ kJ/kg}$  y como  $\Delta U = 8 \text{ kg} \cdot -198.8 \text{ kJ/kg} = -1590.7$  tenemos para  $Q$ :  
 $Q \approx 0$ ; luego el proceso es prácticamente **Adiabático**.

**Consideraciones:** No es habitual manejar valores del índice de politropía con cinco cifras significativas. Sin embargo dado que el cálculo de propiedades tanto de estado como de proceso que se apoyan en el valor de este índice es sensible a pequeñas diferencias, se hace necesario forzar la precisión en cálculos “manuales” para que no reflejen desviaciones que pudieran parecer excesivas con cálculos dentro del programa **TermoGraf**.

En cuanto al problema presente, es interesante analizar cómo de una expansión se puede obtener más o menos trabajo (objetivo natural de las expansiones) a costa del calor suministrado desde un foco. Parece que lo más conveniente será el proceso isotermo que transforma todo el calor en trabajo lo que resulta enteramente cierto. Sin embargo, la utilidad de un proceso debe ir unida a la economía del diseño técnico y, como veremos, al analizar ciclos, resulta mucho más simple separar los procesos de aporte de calor que se realizarán en equipos isóbaros de los procesos que deben realizar trabajo para los que resulta complejo el aporte simultáneo de calor.

Con esta limitación, el más positivo es el adiabático puesto que para procesos con índice mayor el trabajo se hace menor por que empieza a haber pérdidas de calor, siempre fáciles de conseguir pero inadecuadas para los procesos de producción de trabajo.

Como colofón, podemos concluir que en los procesos de compresión, en los que hay que suministrar trabajo, éste será menor si existe cesión de calor simultánea con el suministro del trabajo para la compresión (véase el Pb 2.2 como ejemplo).

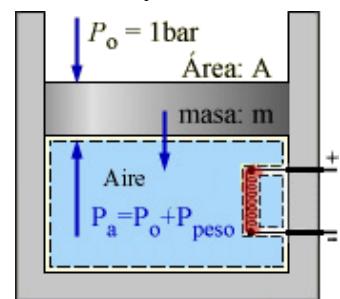
## Pb. 2.5.- Dos enfoques del balance de energía



El cilindro-pistón vertical de paredes adiabáticas de la figura utiliza una resistencia eléctrica para regular la posición vertical del émbolo cuya superficie es de  $0.1 \text{ m}^2$  y su masa  $44 \text{ kg}$ , de modo que provoca un incremento de  $0.09 \text{ m}^3$  en el volumen inicial del aire,  $0.24 \text{ m}^3$ , en un proceso en el que el émbolo sube lentamente, sin rozamientos, mientras la presión exterior no cambia.

La masa de aire es de  $0.3 \text{ kg}$ . Determina, para el sistema formado por el gas (frontera representada en la figura):

1. La presión inicial que soporta el gas en el pistón
  2. El trabajo que atraviesa la frontera
  3. El incremento de la energía interna en función de la energía cedida por la resistencia
  4. La transferencia de calor desde la resistencia al aire, en kJ, (de la expresión del balance de energía: primer principio para MdeC)
- Si consideramos, en un segundo caso, la resistencia incluida dentro del sistema,
5. ¿Cuál es ahora el trabajo que atraviesa la nueva frontera? ¿Y cuál será la expresión del balance de energía para dicho sistema?



Pb 2.5 émbolo y frontera

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en un cilindro-émbolo vertical.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** El estado inicial y final tienen P y v bien definidos. El primer caso tiene una fuente exterior de calor que se cede lentamente (de modo reversible). El segundo supone la entrada de un flujo de trabajo eléctrico que es un trabajo disipativo. En ambos casos el proceso es isóbaro. El análisis lo desarrollamos como MdeC (sistema sin flujos de masa o cerrado)

**Análisis:** Como se ha señalado, en el primer caso tenemos bien definidos tanto los estados inicial y final como el proceso: isóbaro reversible. Calcularemos los dos datos disponibles para determinar el resto de propiedades necesarias para el balance de energía.

Como la masa es 0.3 kg y  $V_1$  es  $0.24 \text{ m}^3$  tendremos  $v_1 = V_1/m = 0.8 \text{ m}^3/\text{kg}$  y para  $P_1$ :

1.  $P_1 = P_o + mpistón \cdot g/A = 1 \text{ (bar)} + (44 \cdot 9.8/0.1) \text{ (Pa)} \cdot 1\text{(bar)}/100000 \text{ (Pa)} = 1.04312 \text{ bar}$

En cuanto al estado final:  $P_2 = P_1$  y  $v_2 = 0.8 \text{ m}^3/\text{kg} + 0.09 \text{ m}^3 / 0.3 \text{ kg} = 1.1 \text{ m}^3/\text{kg}$

2. El trabajo es, en este caso, exclusivamente el de expansión  $W_x$  pues el proceso es reversible y el análisis es en MdeC. Podemos calcularlo con la integral de  $P \cdot dV$ . Será

$$W = W_x = P \cdot (V_2 - V_1) = 1.043 \text{ bar} \cdot (100 \text{ kPa/bar}) \cdot (0.09 \text{ m}^3) = 9.39 \text{ kJ}$$

3. De tablas, tras determinar  $T_2$  con  $P_2 \cdot v_2 = R \cdot T_2$ , o directamente de **TermoGraf**:

$$u_2 = 285.914 \text{ y } U_2 - U_1 = m \cdot (u_2 - u_1) = 0.3 \text{ kg} \cdot (285.914 - 207.412) \text{ kJ/kg} = 23.55 \text{ kJ}$$

4. Conocemos el cambio en la energía interna, U, y el trabajo del proceso luego con el balance del primer principio:  $m \cdot (u_2 - u_1) = Q - W$  tendremos

$Q = m \cdot (u_2 - u_1) + W = 23.55 + 9.39 = 32.94 \text{ kJ}$ , calor proporcionado por la resistencia eléctrica.

5. El trabajo será ahora la suma de los dos flujos existentes: el trabajo de expansión, calculado antes, y el trabajo disipativo que es el trabajo eléctrico que proporciona la resistencia y que es negativo, de acuerdo con el convenio de signos, pues entra en el sistema:

$$W = (W_x - |W_d|) = 9.39 - 32.94 = - 23.55 \text{ kJ}$$

En cuanto a la expresión del balance de energía será:

$$U_2 - U_1 = 0 - (W_x - |W_d|) = |W_d| - W_x = 23.55 \text{ kJ}$$

**Consideraciones:** Puede parecer sorprendente que una resistencia proporcione calor o trabajo según la frontera definida. Sin embargo es totalmente coherente con la forma de transferir el flujo de energía que libera la resistencia:

Si ésta se sitúa en el exterior de nuestro sistema termodinámico la frontera “percibe” un foco a  $T > T_{frontera}$  lo que determina una transferencia de calor. La irreversibilidad es exterior (en la frontera) y el proceso interno es independiente de esta irreversibilidad.

Si la resistencia está dentro del sistema: La frontera es ahora adiabática y es atravesada por un flujo de trabajo eléctrico (consecuencia de la diferencia de potencial en bornas) que produce un desequilibrio interior, irreversibilidad interna que redistribuye la energía interna.

### Pb. 2.6.- Trabajo exterior



Considera el sistema del problema anterior de modo que el pistón quede dentro del mismo. En este caso la energía potencial del sistema cambia a lo largo del proceso. Teniendo en cuenta esto, calcula

1. La expresión del balance de energía para el nuevo sistema

2. El trabajo exterior, si se incluye el émbolo dentro de la frontera, usando el balance de energía,
3. Comprueba que el trabajo disipativo coincide con el calculado antes.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en un cilindro-émbolo vertical.

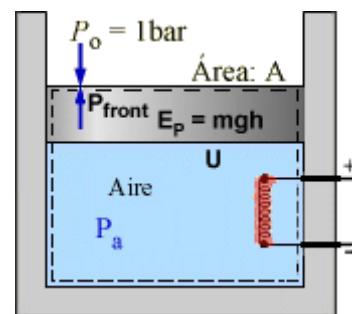
**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** El estado inicial y final tienen P y v bien definidos. La nueva frontera implica que debe considerarse la energía del sistema termodinámico como la suma de las diversas componentes (a efectos de los términos que cambian) U y E<sub>p</sub>. El proceso es isóbaro. El análisis lo desarrollamos como MdeC (sistema sin flujos de masa o cerrado).

**Análisis:** Habitualmente se escribe el balance de energía considerando la U que es lo que puede cambiar en el proceso. Formalmente deberíamos escribir la suma de todas las energías existentes. Sin embargo ya que nos interesan los cambios, en este caso el primer principio se escribirá teniendo en cuenta sólo las energías dentro del sistema que van a sufrir modificaciones:

$$1) \quad \Delta E = \Delta U + \Delta E_p = Q - (W_{ext} + W_d),$$

con Q = 0 pues la frontera es adiabática y considerando que el trabajo que atraviesa la frontera del nuevo sistema es W<sub>ext</sub> y W<sub>d</sub>, definido el primero como el trabajo realizado contra la presión exterior que en este caso no coincide con la del gas.



2) Teniendo en cuenta los valores calculados para los distintos términos que coinciden con los valores del problema anterior:  $\Delta U = 23.55 \text{ kJ}$  y  $W_d = -32.94 \text{ kJ}$  y que  $\Delta E_p = m_{emb} \cdot g \cdot \Delta z = 44 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ N/m} \cdot (0.09 \text{ m}^3 / 0.1 \text{ m}^2) = 0.388 \text{ kJ}$  tenemos para

$$W_{ext} = -(23.55 + 0.388 - 0 - 32.94) = 9.0 \text{ kJ}$$

que es el mismo valor que si calculamos el W<sub>x</sub> con la P exterior:

$$\begin{aligned} W_{ext} &= W_x = P(V_f - V_i) = \\ &= 1 \text{ bar} \cdot 0.09 \text{ m}^3 = (100 \text{ kN/m}^2) \cdot (0.09 \text{ m}^3) = 9.0 \text{ kJ} \end{aligned}$$

3) Finalmente, si tomamos como conocidos

$\Delta U$  a partir de las propiedades de los estados termodinámicos

$\Delta E_p$  calculada con los datos del enunciado

$W_{ext}$  calculado a partir de la definición P·dV aplicada al proceso y con la P exterior y que

$Q = 0$  por frontera adiabática,

bastará despejar W<sub>d</sub> para obtener su valor que resulta ser el ya conocido:

$$W_d = -32.94 \text{ kJ}$$

**Consideraciones:** En estos dos ejercicios queda patente que una de las causas de aparente dificultad de la Termodinámica está en la ambigüedad de los análisis si no se hacen con rigor para dejar bien establecidas las condiciones de sistema, frontera y flujos. Bien determinado todo ello la dificultad se reduce notablemente.

Como un ejemplo más de posible ambigüedad:

Si hemos incluido el émbolo y su energía potencial ¿por qué no incluimos la energía eléctrica de la resistencia que también queda dentro del sistema:

No incluimos  $\Delta E_{\text{resistencia}}$  porque ésta no experimenta cambios en su composición. El trabajo disipativo corresponde al flujo a través de la frontera.

## Pb. 2.7.- La combinación de subsistemas



La pared interior de un cilindro aislado adiabáticamente separa dos masas de aire de 2 kg a 10 bar y 500 K y 4 kg a 4 bar y 320 K respectivamente. La pared divisoria entre ambos es rígida y móvil e inicialmente se encuentra fijada por un retén. Se elimina éste y se deja evolucionar a la divisoria muy lentamente. Se desea conocer las condiciones finales de equilibrio de ambos subsistemas, temperatura y presión finales de las cámaras, si la pared divisoria es diatérmana

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en dos cámaras separadas por una pared móvil y diatérmana.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal en ambos subsistemas.

**Condiciones:** Se conoce el estado inicial 10 bar y 500 K para el subsistema a y 4 bar y 320K para el subsistema b. Las masas permiten definir el volumen inicial a partir del volumen específico utilizando la ec. térmica de estado. No se conocen los procesos.

**Análisis:** Las propiedades extensivas de ambos subsistemas son aditivas de modo que el valor total se mantiene constante entre los estados inicial y final. Los datos permiten conocer el volumen inicial en cada cámara así como la energía interna.

El tipo de pared definido permite definir la relación entre las propiedades en el equilibrio final:

La pared móvil supone que se igualarán las presiones finales y la pared diatérmana que habrá intercambio de calor mientras las temperaturas no coincidan, luego en el estado final P y T son las mismas en ambos subsistemas:  $P_a = P_b$  y  $T_a = T_b$

De las condiciones iniciales P y T podemos obtener v en Tablas o de **TermoGraf**:

$$V_{1a} = v_{1a} \cdot m_a = 0.287 \text{ m}^3$$

$$V_{1b} = v_{1b} \cdot m_b = 0.9188 \text{ m}^3$$

Y, consiguentemente, para el volumen total tendremos:

$$V_{\text{total}} = 1.2057 \text{ m}^3$$

En cuanto a la energía interna, determinada u inicial en cada subsistema a partir de su temperatura, tendremos para la energía interna total:

$$U_{1a} = u_{1a} \cdot m_a = 718.934 \text{ kJ}$$

$$U_{1b} = u_{1b} \cdot m_b = 913.676 \text{ kJ}$$

Luego  $U_{\text{total}} = 1632.610 \text{ kJ}$

Como esta magnitud se conserva, la T final es la misma y en consecuencia lo es la u final, tendremos que este valor será

$$u_2 = 1632.61 / (m_a + m_b) = 272.10 \text{ kJ}$$

Con  $u_2$  determinamos en tablas o en **TermoGraf** la T del equilibrio:

$$T_2 = 380.65 \text{ K}$$

de modo que podemos calcular la P final aplicando la ec. térmica  $P \cdot V = m \cdot R \cdot T$  a cualquier subsistema o, ya que no conocemos los volúmenes finales, al volumen total:

$$P_2 = (m_a + m_b) \cdot R \cdot T_2 / V_{\text{total}} = 5.437 \text{ bar}$$

**Consideraciones:** El estado final de ambos subsistemas está unívocamente determinado pues conocemos T y P finales, no así los procesos que deberán ser tales que flujos de calor y trabajo sean iguales y de signos opuestos en ambos subsistemas.

## Pb. 2.8.- Comparación de procesos y modos de análisis



Construye un cuadro con los flujos de calor y trabajo neto<sup>1</sup> producidos en cada uno de los procesos que sufre un sistema formado por 12 kg de aire, que pasa desde un estado inicial de presión 11 bar y volumen  $V_1 = 0.96 \text{ m}^3$  a uno final de volumen =  $0,8 \text{ m}^3/\text{Kg}$  a través de las siguientes transformaciones:

- un proceso isotermo hasta alcanzar un volumen 1,5 veces el inicial, seguido de
- un proceso isóbaro en el que se triplica el volumen previo, seguido de
- un proceso adiabático hasta alcanzar el volumen  $V_2$  seguido de
- un proceso isócoro hasta el estado final con P final igual a  $P_o = 1 \text{ bar}$ .

1. Supón sistema cerrado y construye el cuadro correspondiente.

2. Supón luego volumen de control y repite el cuadro

Explica las diferencias que ves entre uno y otro.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en un recinto.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** Se conocen datos de todos los estados que completados con las condiciones de los procesos permiten definir un par de propiedades por estado para calcular el resto

Estado 1:  $P_1$  y  $v_1$  y con la ec. térmica de estado para gas ideal  $\rightarrow T_1$

Estado 2: por el proceso 1-2:  $T_2=T_1$  y  $v_2=1.5 \cdot v_1$  y con la ec. térmica de estado para g. id.  $\rightarrow P_2$

Estado 3: por el proceso 2-3:  $P_3=P_2$  y  $v_3=3 \cdot v_2$  y en tablas  $\rightarrow s_3$

Estado 4:  $v_4=v_5$  y por el proceso  $s_4=s_3$

Estado 5:  $v_5$  y  $P_5$

**Análisis:** Determinados los estados y los procesos basta calcular los diferentes flujos de W y Q con los resultados que se recogen en la tabla siguiente y se analizan a continuación.

El primer aspecto a destacar es que la tabla anterior es válida para **procesos reversibles**. En los procesos disipativos hay que considerar que W y  $W_{vc}$  incluyen el trabajo disipativo.

El segundo aspecto es que el análisis VdeC se está aplicando a un sistema cerrado. Lo habitual es aplicarlo a un sistema abierto por el que fluye una masa  $m^2$ .

Así W será

$$W = W_x + W_d \text{ y } W_{vc} \text{ será } W_{vc} = W_t + W_d$$

<sup>1</sup> El concepto de trabajo neto se emplea para diversas situaciones y puede resultar ambiguo. Aquí alude al trabajo neto que atraviesa la frontera que, en un sistema cerrado, es todo el trabajo, W, pero en el caso de un sistema abierto este trabajo neto,  $W_{VC}$ , no incluye al trabajo de flujo (el necesario para que la masa fluya a través de la frontera).

<sup>2</sup> La expresión diferencial del primer principio para este caso es, sin mayor consideración,  $dU = \delta m \cdot (h+c^2/2+g \cdot z)_e - \delta m \cdot (h+c^2/2+g \cdot z)_s + Q - W_{vc}$ . Los términos y sus variantes se analizarán en el capítulo 4.

La relación entre los distintos trabajos es:

$$W = W_t + W_f \text{ siendo } W_f = P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1$$

Análisis MASA de CONTROL (proc. reversibles)					
Proceso:	T=cte	P=cte	Q=0, s=cte	v=cte	expresión
W	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$W=W_x$
Wx	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$\int P \cdot dv$
Wt	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$\int -v \cdot dP$
Q	535.2	10017.2	0.0	-6204.2	$\Delta U - W_x$
AU	0	7377.2	-2074.7	-6204.2	$Q - W_x$
AH	0	10017.2	-2765.5	-8513.4	$Q - W_t$

Análisis VOLUMEN de CONTROL (proc. reversibles)					
Proceso:	T=cte	P=cte	Q=0, s=cte	v=cte	expresión
Wvc	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$W_{VC} = W_t$
Wx	535.2	2640.0	2074.7	0.0	$\int P \cdot dv$
Wt	535.2	0.0	2765.5	2309.3	$\int -v \cdot dP$
Q	535.2	10017.2	0.0	-6204.2	$\Delta H - W_t$
AU	0	7377.2	-2074.7	-6204.2	$Q - W_x$
AH	0	10017.2	-2765.5	-8513.4	$Q - W_t$

Tabla Pb 2.8

### Pb. 2.9.- Trabajo en un compresor



Se comprimen dos kg de aire desde  $V_1 = 1.8 \text{ m}^3$ ,  $P_1 = 1 \text{ bar}$  hasta  $v_2 = 0.3 \text{ m}^3$ ,  $P_2 = 9 \text{ bar}$ . La relación entre la presión y el volumen durante el proceso es una relación lineal.

1. Calcula el trabajo para el gas, en kJ/kg, y el flujo de calor, Q, en kJ/kg.
2. ¿Puedes identificar qué proceso polítrópico pasa por esos dos mismos estados?
3. ¿Puede considerarse el primer proceso también polítrópico?

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en un cilindro-émbolo vertical.

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** Se conocen P y v para los estados inicial y final, así como la forma del proceso. Es aplicable la ec. de estado del gas ideal. Se considera un proceso no disipativo.

**Análisis:** Para el cálculo del trabajo en un proceso existen dos vías típicas:

- Utilizar la ecuación del proceso para integrar la expresión adecuada. En este caso sería la del trabajo de expansión pues al no haber  $W_{disipativo}$   $W = W_x = \int P \cdot dv$
- Apoyarse en el balance del primer principio si es la única incógnita.

En este caso es la primera opción la adecuada para lo que necesitamos la ec. del proceso. Esta ecuación (ec. de la recta que pasa por dos puntos) es:

$$P - P_1 = \{(P_2 - P_1) / (v_2 - v_1)\} \cdot (v - v_1) \text{ en la que sustituyendo los datos nos da}$$

$$P = (-40 \cdot v + 39)/3$$

El W será :  $m \cdot \int P \cdot dv$  que con una sustitución de variables conduce al resultado

$$w = \{(-40 \cdot v^2)/2 + 39 \cdot v\}/3 \text{ entre los límites superior: 0.3 e inferior 0.9, es decir}$$

$$w = 3 \text{ bar} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot (100 \text{ kJ/bar} \cdot \text{m}^3) = -300 \text{ kJ/kg}$$

1. Así,  $W = m \cdot w = 2 \text{ kg} \cdot -300 \text{ kJ/kg} = -600 \text{ kJ}$

En cuanto a Q, será la segunda opción la apropiada:  $Q = \Delta U + W$

Calculando U en tablas o con **TermoGraf** y sustituyendo: **Q = 369.76 kJ**

2. El análisis de la forma funcional  $P \cdot v^n = \text{cte}$  muestra que dos cualesquiera estados de un diagrama Pv son conectables con un proceso politrópico. En nuestro caso la politrópica será la que tenga por índice

$$n = \ln(P_2/P_1) / \ln(v_1/v_2) \quad \text{que da como resultado } n = 2$$

3. Dos estados sólo pueden conectarse con una politrópica de índice n. En consecuencia el proceso propuesto en el enunciado no puede ser una politrópica ya que ésta existe y es distinta.

**Consideraciones:** En este ejemplo el cálculo de la integral  $\int P \cdot dV$  puede hacerse con el concepto de valor medio de una integral, definido para la función P(v) como

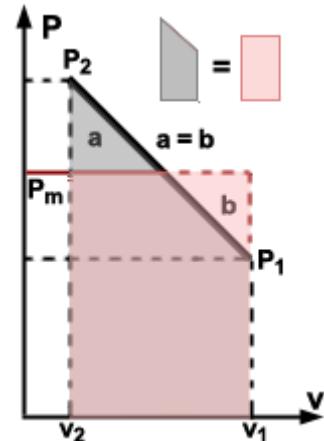
$$P_m = \int P \cdot dv / \Delta V$$

ya que para un proceso líneal este valor es simplemente  $(P_2 + P_1)/2$  como muestra la figura.

De acuerdo con esto,  $P_m = 5 \text{ bar}$ , y como  $\Delta V = -0.6$  tenemos para w:

$$w = 5 \text{ bar} \cdot -0.6 \text{ m}^3/\text{kg} = -300 \text{ kJ/kg}$$

una vez ajustadas las unidades y que coincide con el calculado previamente.



## Pb. 2.10.- Trabajo en un proceso real



En un control de un motor Otto se determina una serie de valores para la presión y el volumen en la expansión de los gases dentro de un cilindro de un motor de combustión interna. Los respectivos valores se recogen en la tabla adjunta:

dato	P (bar)	V (litros)
1	26.910	0.301
2	20.350	0.373
3	13.950	0.488
4	8.975	0.690
5	5.697	0.973
6	3.550	1.344
7	2.470	1.720

Apoyándote en dichos datos y con la hipótesis de que los gases pueden asimilarse a una masa de aire y tratarse como gas ideal:

1. Sabiendo que la T de los gases en el momento de máxima compresión era de 1410.4 K: ¿Qué masa contiene el cilindro, en kg?
2. Obtén el volumen específico de cada uno de los datos de la tabla, represéntalos en un diagrama Pv e intenta aproximar un proceso politrópico a dichos estados. ¿Cuál es la ecuación correspondiente?
3. ¿Cuál es el trabajo que hacen los gases sobre el pistón durante la expansión, en kJ? Decimos que este cálculo es una aproximación ¿Por qué?

- A partir de la aproximación: ¿Cuál es el flujo de q que se libera en el proceso, en  $\text{kJ/kg}$ ? Se te ocurre alguna consideración al respecto del resultado.
- Puedes calcular también el trabajo utilizando el procedimiento gráfico visto en el problema anterior. Hazlo y comprueba la variación relativa con el obtenido anteriormente.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en el cilindro de un motor Otto

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** Se tienen los datos de siete estados de un proceso. El V es el correspondiente a la masa que ocupa el cilindro. Son utilizables las ec. del gas ideal y de la politrópica una vez obtenida su expresión

**Análisis:**

- La masa se obtiene despejando en la ec.  $P_1 \cdot V_1 = m \cdot R \cdot T_1$ :

$$\begin{aligned} m &= 26.91 \text{ (bar)} \cdot 0.301 \text{ (l)} \cdot (100 \text{ kPa/bar}) \cdot (1/1000 \text{ m}^3/\text{l}) / \{8.314 \text{ (kJ/kmol}\cdot\text{K)} \cdot (1/28.964 \\ &\quad \text{kg/kmol}) \cdot 1410.4 \text{ (K)}\} \\ &= 0.002 \text{ kg} \end{aligned}$$

Con ella podemos obtener los volúmenes específicos correspondientes a las medidas efectuadas, como recoge la tabla adjunta.

Llevando estos valores a una hoja de cálculo (el ajuste lo podemos entre P y V o P y v) obtenemos una representación como la de la gráfica en la que se recoge la función potencial ajustada a los datos y mostrando una muy buen factor de correlación ( $R^2 = 0.999$ ). De acuerdo con este ajuste, la ecuación buscada es

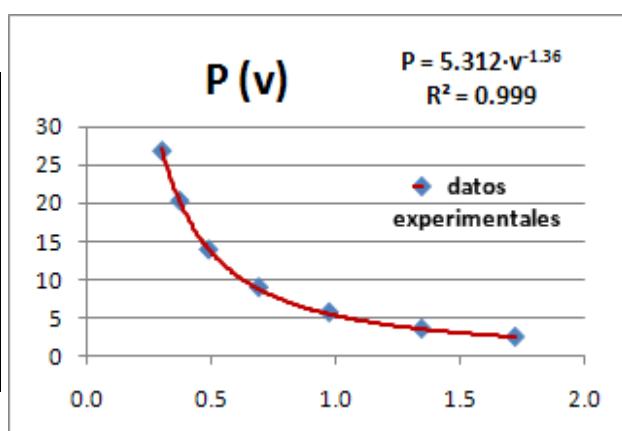
$$2. \quad P \cdot v^{1.36} = \text{cte}$$

Valor que es muy similar al conseguido por simple apreciación visual en **TermoGraf**.

Tabla de datos experimentales y el v específico

dato	P (bar)	V (litros)	= V/m v (litros/kg)
1	26.910	0.301	150.47
2	20.350	0.373	186.280
3	13.950	0.488	244.100
4	8.975	0.690	344.856
5	5.697	0.973	486.381
6	3.550	1.344	672.240
7	2.470	1.720	860.110

Gráfica mostrando el ajuste



Se deja como ejercicio el ajuste de una recta sobre datos logarítmicos.

- El trabajo de la politrópica será

$$w = (P_7 \cdot v_7 - P_1 \cdot v_1) / (1-n) = 534.63 \text{ kJ/kg}$$

y para el W:  $W = 0.002 \cdot 534.63 = 1.0392 \text{ kJ}$

4. En cuanto al flujo de calor, de manera aproximada tomando el cambio en energía interna específica de **TermoGraf** y aplicando el primer principio

$$q = -577.22 + 534.63 = -42.59 \text{ kJ/kg}$$

Este valor no es significativo (al margen de su carácter aproximado) si se compara con  $w = 534.63$  pudiendo considerarlo despreciable.

5. Podemos también calcular el área encerrada bajo la curva considerando ésta como una poligonal resultado de unir los datos experimentales y calcular el área encerrada bajo cada tramo por el teorema del valor medio aplicado a ese tramo recto (véase el Pb 2.9). Tendremos para el área total la expresión

$$w = \sum \{(P_i + P_{i+1})/2\} \cdot (v_{i+1} - v_i) = 5455.75 \text{ bar} \cdot \text{l/kg}$$

y con el cambio de unidades

$$w = 545.75 \text{ kJ/kg}$$

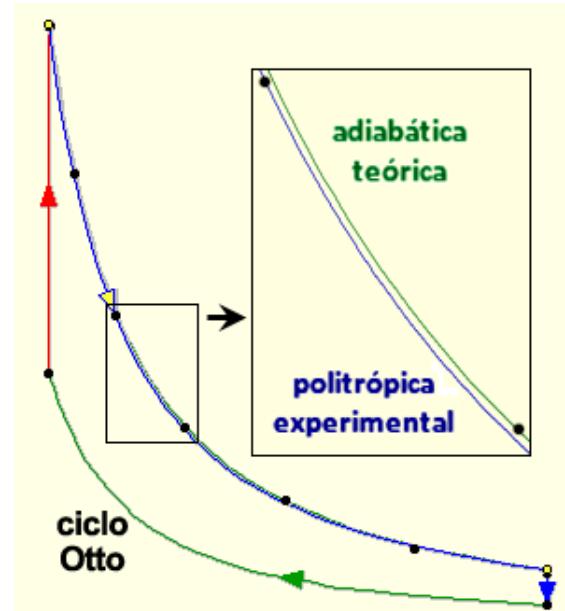
valor muy similar al obtenido con el modelo ajustado.

**Consideraciones:** La afirmación hecha en el punto 4. no es una exageración independientemente de que  $q$  representa menos del 10% de  $w$ .

Como se ha dicho en anteriores problemas, una expansión de la que queramos obtener trabajo (caso de este proceso en el ciclo Otto) no debe desperdiciar su potencial cediendo calor por lo que nos interesa que sea adiabática.

Lógicamente un proceso perfectamente adiabático es imposible. De ahí que los datos no ajusten exactamente con el proceso teórico que es un proceso adiabático como muestra la figura del ciclo teórico en el que está superpuesto el proceso experimental.

En el correspondiente proceso adiabático teórico el  $w$  es 539.31 kJ/kg y  $q$  es cero lógicamente.



## Pb 2.11.- Análisis energético de un ciclo<sup>1</sup>



Un flujo másico de 0.2 kg/s de gas aire recorren un ciclo termodinámico que consiste en los cuatro procesos siguientes:

Proceso 1-2: presión constante,  $P_1=11$  bar,  $V_1=0.032 \text{ m}^3$ ,  $(W_x)_{12} = 51.314 \text{ kW}$

<sup>1</sup> El análisis energético en un ciclo tiene particulares características.

- a) Desde el punto de vista de modo de análisis el ciclo puede realizarse en un único equipo (por ej. en el motor de combustión interna alternativo) con análisis de MC o en una sucesión de equipos (por ej. en un ciclo de potencia) que supone el análisis de VC en cada uno de ellos.
- b) El hecho anterior implica que el  $W$  a considerar en los respectivos balances del primer principio sea o  $W$  total o  $W_{vc}$  que difiere de  $W$  en que no incluye el  $W$  de flujo.
- c) Cuando se analiza equipo a equipo la diferencia es importante. Sin embargo si se analiza en el sistema en conjunto, puesto que la sustancia estudiada recorre un ciclo, las variaciones de  $U$  o  $H$  al completar el ciclo son nulas luego el  $W$  y el  $W_{vc}$  para todo el ciclo ( $W_{neto}$ ) coinciden.

Proceso 2-3: expansión con  $P \cdot v = \text{cte}$ ,  $u_3 = u_2$ ,  $P_3 = 482 \text{ kPa}$

Proceso 3-4: volumen constante,  $u_4 - u_3 = -988.14 \text{ kJ/kg}$

Proceso 4-1: compresión adiabática,  $Q = 0$

Se pide

- Representa el ciclo en un diagrama P-v.
- Calcula el trabajo neto para el ciclo, en  $\text{kJ/kg}$  y como potencia, en  $\text{kW}$ .
- Calcula el calor transferido al gas, en  $\text{kW}$ .
- Calcula el rendimiento (en %)

Si se invierte el sentido del ciclo

- Calor que se absorbe, en  $\text{kJ/kg}$ .
- Calor que se cede, en  $\text{kJ/kg}$ .
- Coeficiente de operación,  $\gamma$ , si el ciclo se emplea como bomba de calor.
- Coeficiente de operación,  $\beta$ , si el ciclo se emplea como ciclo de refrigeración.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** El gas (aire) contenido en el cilindro de un motor Otto

**Modelo de la sustancia:** Gas ideal.

**Condiciones:** Se tienen datos de estados y de procesos de modo que utilizando las ecuaciones de los procesos y las relaciones del modelo de gas ideal como la ec. de estado se pueden completar las parejas de datos que definen los estados y que permiten calcular en tablas o en **TermoGraf** las magnitudes demandadas.

**Análisis:**

(a) El ciclo aparece representado en la figura adjunta en un diagrama Pv . En él se señalan los procesos correspondientes.

Las diferentes pasos para conseguir la información precisa para su representación han sido:

Para  $v_2$ , del dato del trabajo en 1-2 tenemos

$$V_2 = [(W_{x12}/P_1)] + V_1 = \\ (51.314(\text{bar})/11(\text{bar} \cdot 100\text{kPa}/\text{bar})) + 0.032 = 0.07865 \text{ m}^3$$

Con esto:

$$v_2 = V_2/m = 0.39325 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Y conocidos  $P_2 = P_1$  y  $v_2$  es posible ya calcular  $u_2$  y  $T_2$ :

$$u_2 = 1211.28 \text{ kJ/kg}; T_2 = 1506.92 \text{ K}$$

Asimismo, con  $T_3 = T_2$  y  $P_3 = 4.82 \text{ bar}$  es posible calcular  $u_3$  y  $v_3$

$$u_3 = 1211.28 \text{ kJ/kg}$$

$$v_3 = 0.89745 \text{ m}^3/\text{kg}$$

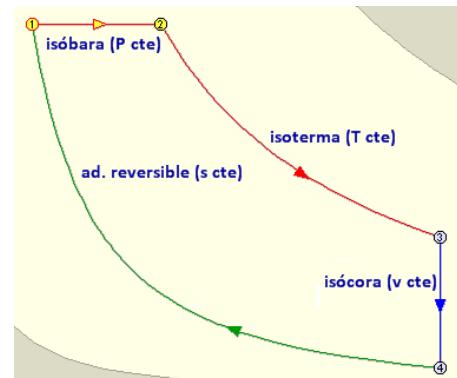
Finalmente  $v_4 = v_3$  y como  $u_4 - u_3 = -988.14 \text{ kJ/kg}$  tenemos para  $u_4$

$$u_4 = 1211.28 - 988.14 = 223.14 \text{ kJ/kg}$$

Con estos valores de  $u$  y las ec. de los procesos será sencillo calcular los valores de  $W$  y de  $Q$  o, por unidad de masa,  $w$  y  $q$ .

(b) El trabajo neto  $w$  será la suma de los distintos trabajos en cada uno de los procesos (como el análisis en MC y los procesos son reversibles este trabajo será el de expansión  $w_x$ ):

$$w_{12} = (51.314 \text{ kW}) / (0.2 \text{ kg/s}) = 256.57 \text{ kJ/kg}$$



$$w_{23} = R \cdot T_2 \cdot \ln(v_2/v_1) = 356.93 \text{ kJ/kg}$$

$$w_{34} = 0, \text{ pues } v = \text{cte}$$

$$w_{41} = -(u_1 - u_4) = -221.67 \text{ kJ/kg}$$

Así el  $w$  neto será la suma de los anteriores:

$$W_{\text{ciclo}} = 391.82 \text{ kJ/kg} \quad \text{y para } W = w \cdot m \text{ será}$$

$$W_{\text{ciclo}} = 78.365 \text{ kW}$$

(c) En cuanto al calor suministrado será el de los procesos 12 y 23:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + W_{x12} = 153.29 + 51.31 = 204.608$$

Y como el proceso 23 es isotermo, lo que implica que  $\Delta U_{23}$  es cero:

$$Q_{23} = W_{x23} = 153.29 + 51.31 = 71.385 \text{ kW}$$

Por tanto el calor absorbido o suministrado en el ciclo será:

$$Q_{\text{abs}} = Q_{12} + Q_{23} = 275.99 \text{ kW}$$

(d) En cuanto al rendimiento, viene definido como

$$\eta = W_{\text{ciclo}} / Q_{\text{absorbido}} = 78.365 / 275.99 = 0.2839 = 28.39\%$$

Si invertimos ahora el ciclo (obsérvese que no solo cambia el sentido de los procesos sino su numeración acorde con el recorrido) tendremos los signos de los flujos energéticos también invertidos. En consecuencia:

(e) El calor absorbido será, en este ciclo:

$$q_{23} = (197.63 \text{ kW}) / (0.2 \text{ kg/s}) = 988.14 \text{ kJ/kg}$$

(f) En cuanto al calor cedido será el absorbido en el ciclo directo pero con signo negativo:

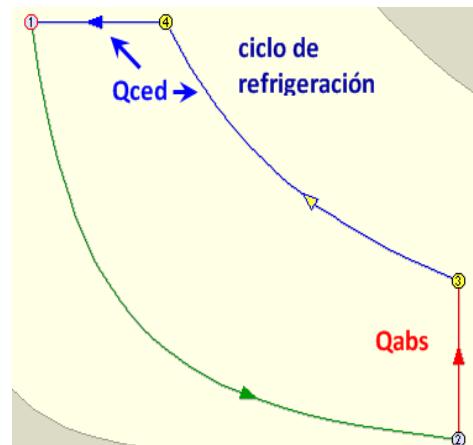
$$Q_{\text{ced}} = 275.99 \text{ kW} / (0.2 \text{ kg/s}) = -1379.96 \text{ kJ/kg}$$

(g) El COP,  $\gamma$ , para la bomba de calor será

$$\gamma = |q_{\text{ced}}| / |W_{\text{ciclo}}| = 1379.96 / 391.82 = 3.522$$

(h) El COP,  $\beta$ , para el ciclo de refrigeración será

$$\beta = |q_{\text{abs}}| / |W_{\text{ciclo}}| = 988.14 / 391.82 = 2.522$$



**Consideraciones:** Conviene insistir en los tres conceptos relativos a los rendimientos de los ciclos según sea el objetivo de los mismos.

En todos ellos podemos decir que relacionan en forma de cociente aquella magnitud que es el objetivo (el trabajo neto en el ciclo de potencia, el flujo de calor tomado del foco frío en el ciclo de refrigeración o el de calor cedido al foco caliente en la bomba de calor) con aquella otra que ha sido necesario proporcionar para conseguirla (el calor absorbido en el ciclo de potencia y el trabajo suministrado en los otros dos considerados).

## Pb 2.12.- Flujos en una bomba de calor



Cuáles son, por kg de fluido refrigerante recorriendo el ciclo, las transferencias de calor a través de la frontera de una bomba de calor que trabaja en las condiciones de la figura ( $w = -10 \text{ kJ/kg}$ ) y con un COP = 2.8.

Si la potencia suministrada es 15 kW, cuál es el flujo másico circulando y los flujos de energía a través de la frontera del sistema.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Un sistema con paredes diatérmanas y móviles que permitan flujos de calor y trabajo.

**Modelo de la sustancia:** Cualquiera (no se precisan cálculos de propiedades de estado luego no es necesario conocer el modelo de sustancia en el sistema termodinámico).

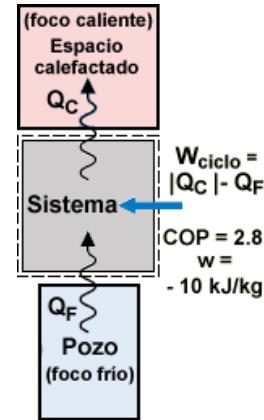
**Condiciones:** No son necesarios datos de propiedades de estados o conocer los procesos pues se dan los datos de flujos necesarios (basta conocer el de trabajo) para resolver las cuestiones.

**Análisis:** Las expresiones que debemos utilizar son:

$$|W_{\text{ciclo}}| = |q_c| - q_f \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{|q_c|}{|W_{\text{ciclo}}|} = \frac{|q_c|}{|q_c| - q_f} \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{|Q_c|}{|W_{\text{ciclo}}|} = \frac{|Q_c|}{|Q_c| - Q_f} \quad (3)$$



Aplicando las expresiones anteriores a los datos de la figura:

De la (2):

$$|q_c| / |w| = |q_c| / 10 = 2.8, \text{ luego}$$

$$q_c = -28 \text{ kJ/kg} \quad (\text{flujo de calor negativo abandonando el sistema})$$

Y de la (1):

$$q_f = 28 - 10 = 18 \text{ kJ/kg} \quad (\text{flujo de calor positivo entrando en el sistema})$$

En cuanto al flujo másico

$$m = W_{\text{ciclo}}/w = -15 \text{ kW} / -10 \text{ kJ/kg} = 1.5 \text{ kg/s}$$

Y los flujos totales serán :

$$Q_c = 1.5 \text{ kg/s} \cdot (-28 \text{ kJ/kg}) = -42 \text{ kW}$$

$$Q_f = 1.5 \text{ kg/s} \cdot 18 \text{ kJ/kg} = 27 \text{ kW}$$

### 3. Propiedades y modelos

#### Pb. 3.1.- Entalpía de vaporización (cambio de fase)



Representa mediante una gráfica el valor de  $\Delta h_{vap}$  frente a  $P$  (o a  $T$ ) para el caso del agua (desde  $P = 5$  kPa hasta la presión crítica) y del Refrigerante 134a (desde  $T = -20$  °C hasta su temperatura crítica) y haz alguna consideración sobre los resultados en relación con la utilización de estas sustancias.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua de masa unidad .

**Sustancia y Modelo:** Agua como Sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C; Agua; Real

**Condiciones:** Se trabaja en la curva de saturación, estudiando datos de líquido saturado (ls), de vapor saturado (vs) y de cambio de fase (c.f)

**Análisis:** Teniendo en cuenta la definición de entalpía de vaporización, bastará tomar de una tabla que recoja los valores de la curva de saturación o, con **TermoGraf**, representar un proceso como el de la figura Pb3.1c que parte de un estado con título 0 y termina en un estado con título 1. Con ese tipo de proceso se ha construido la tabla siguiente y se han representado, en la Fig. Pb3.1<sup>a</sup>, los diferentes valores  $h_{lq}$ ,  $h_{vap}$  y  $h_{vaporización}$  como la diferencia entre ambos.

#	Sust.	P sat	T sat	h ls	h vs	Q cf	$\Delta H$ c.f.
1	Agua...	0.03177	25	103.92	2546.1	2442.1	2442.1
2	Agua...	0.1238	50	209.47	2590.9	2381.5	2381.5
3	Agua...	0.3865	75	314.66	2634.2	2319.5	2319.5
4	Agua...	1.0151	100	419.48	2674.9	2255.4	2255.4
5	Agua...	2.3239	125	524.82	2712.3	2187.5	2187.5
6	Agua...	4.7641	150	631.70	2745.3	2113.6	2113.6
7	Agua...	8.9293	175	740.79	2772.4	2031.6	2031.6
8	Agua...	15.552	200	852.43	2792	1939.5	1939.5
9	Agua...	25.497	225	967.04	2802.0	1835	1835
10	Agua...	39.756	250	1085.7	2800.2	1714.5	1714.5
11	Agua...	59.452	275	1210.4	2783.6	1573.2	1573.2

Entalpía de vaporización para el agua en el intervalo de temperaturas 25°C-Tcrítica

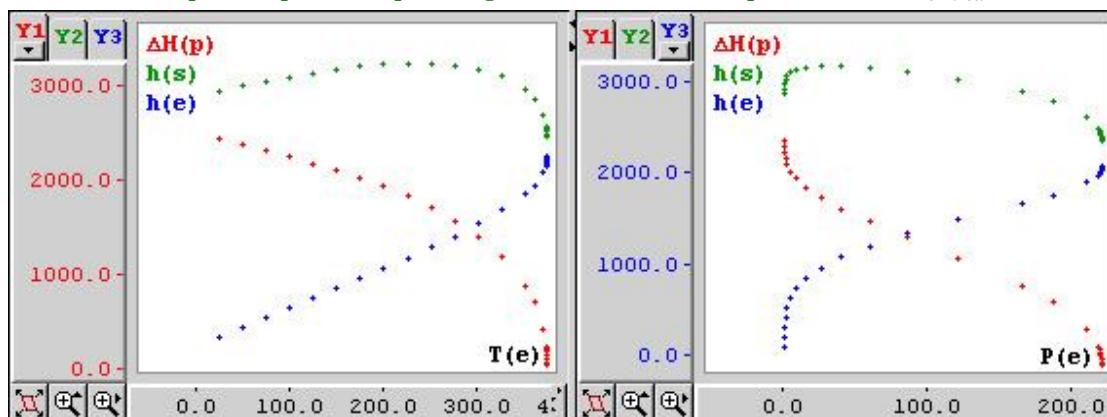
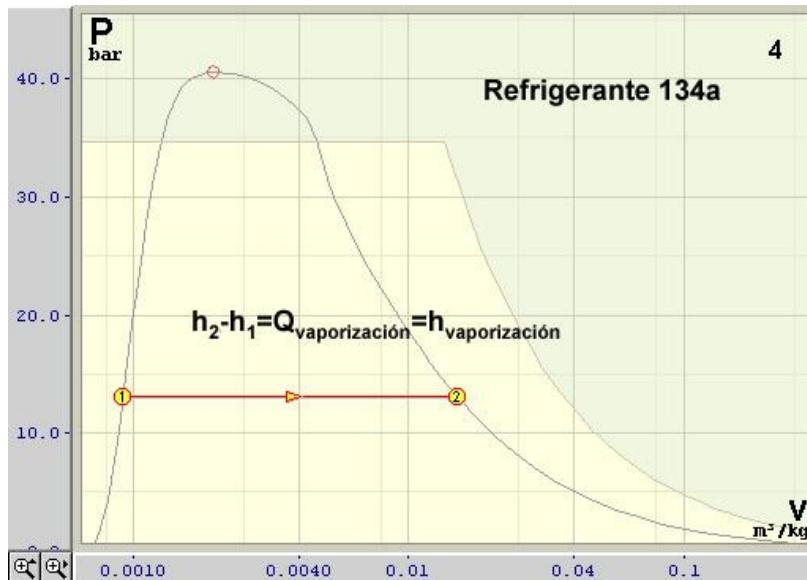


Fig. Pb3.1a.- Representación de vaporización,  $h_{lq}$  sat y  $h_{vap}$  sat frente a la  $T_{saturación}$ , para el agua

Una inspección de los valores muestra que la vaporización es una función decreciente con la temperatura o con la presión. A su vez, su valor entre 1000 y 2000 kJ/kg para un amplio intervalo de presiones o temperaturas, hace del agua una sustancia de trabajo idónea para servir de vehículo a fuertes transferencias de energía como las que tienen lugar en una caldera o en un condensador. Ello permite alcanzar elevadas potencias en la instalación, con un flujo másico relativamente reducido.



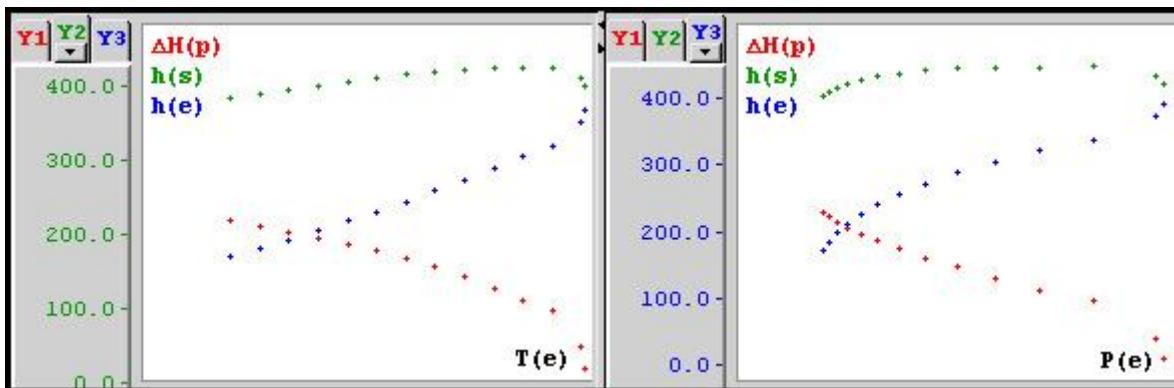
**Fig. Pb3.1b.- Proceso utilizado para investigar la variación de la  $h_{\text{vaporización}}$ , para el Refrigerante 134a**

La siguiente tabla recoge los valores de la entalpía de vaporización para el Refrigerante 134a, frente a  $T_{\text{sat}}$  o  $P_{\text{sat}}$ . En este caso, su valor, más reducido que en el caso del agua indica que este refrigerante no es idóneo como sustancia de trabajo en una planta de po-

#	Sust.	$P_{\text{sat}}$	$T_{\text{sat}}$	$h_{ls}$	$h_{vs}$	$Q_{cf}$	$\Delta H_{c.f.}$
1	R-134...	1.3267	-20	173.62	386.2	212.58	212.58
2	R-134...	2.0060	-10	186.68	392.23	205.55	205.55
3	R-134...	2.9293	0.0	200	398.09	198.09	198.09
4	R-134...	4.1493	10	213.61	403.74	190.13	190.13
5	R-134...	5.7227	20	227.57	409.11	181.54	181.54
6	R-134...	7.7101	30	241.95	414.12	172.17	172.17
7	R-134...	10.176	40	256.85	418.62	161.78	161.78
8	R-134...	13.19	50	272.36	422.41	150.05	150.05
9	R-134...	16.828	60	288.61	425.17	136.56	136.56
10	R-134...	21.174	70	305.69	428.5	120.81	120.81
11	R-134...	26.331	80	323.13	426.47	103.34	103.34

tencia.

**Entalpía de vaporización para el R134a en el intervalo de temperaturas 25°C- Tcrític**



**Fig. Pb3.1c.- Curvas de variación de las entalpias de saturación frente a la temperatura o la presión, para el R134a.**

Sin embargo, dado el rango de temperaturas (-20°C a 40°C) y presiones (1 a 10 bar) en el que  $h_{\text{vaporización}}$  se mantiene con escasa variación y un valor aceptable, encontramos que puede constituir una sustancia ideal para ser utilizada como sustancia de trabajo en un ciclo de refrigeración.

### Pb. 3.2.- La construcción de tablas

Construye una tabla con los valores de P, v y T para los estados de cambio de fase para mezclas bifásicas líquido-vapor para el agua entre 20°C y 340°C, con intervalos de 40°C.

- j) Representa la relación P-T con una escala logarítmica para la presión, en bar y una escala lineal para la temperatura, en °C.
- k) Representa la relación P-v para la parte de líquido saturado con una escala logarítmica para el volumen, en  $\text{m}^3/\text{kg}$  y una escala lineal para la presión, en bar.
- l) Realiza un ajuste de tipo polinómico a los datos, en ambos casos, mediante algún programa adecuado (una hoja de cálculo puede ser válida).

Representa una cualquiera de las ecuaciones en el intervalo del ajuste y comprueba si es extrapolable con suficiente precisión para valores menores y mayores de las temperaturas propuestas. Interpreta.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua de masa unidad.

**Sustancia y Modelo:** Agua como Sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C; Agua; Real

**Condiciones:** Se trabaja en la curva de saturación, estudiando datos de líquido saturado para deducir una expresión que permita evaluarlos.

**Análisis:** Los valores correspondientes a la curva de saturación (zona de líquido saturado) se recogen en la tabla adjunta. Si representamos dichos valores mediante la interfaz gráfica de una hoja de cálculo podemos ver la forma de la curva de saturación para líquido, tomando P(T), o P(v).

Unidades: P(e): bar; T(e): °C; v(e): m³/kg;				
#	Sust.	P(e)	T(e)	v(e)
1	Aqua (Real)	0.1971	332.86	0.001017
2	Aqua (Real)	0.02345	20	0.001002
3	Aqua (Real)	0.02345	20	0.001002
4	Aqua (Real)	1.0151	100	0.001044
5	Aqua (Real)	3.6175	140	0.001080
6	Aqua (Real)	10.031	180	0.001128
7	Aqua (Real)	23.196	220	0.001190
8	Aqua (Real)	46.915	260	0.001276
9	Aqua (Real)	85.852	300	0.001405
10	Aqua (Real)	145.92	340.00	0.001639

Tabla que recoge los valores “experimentales” para P, v, T en situación de líquido saturado.

Las gráficas obtenidas se recogen en la figura Pb3.2. En la segunda, que corresponde a la curva de saturación, fase líquida, entre los límites  $T_{sat} = 20^\circ\text{C}$  a  $340^\circ\text{C}$ , se ha incluido el ajuste realizado con un polinomio de 6º grado, que se ciñe perfectamente a los datos utilizados para el ajuste.

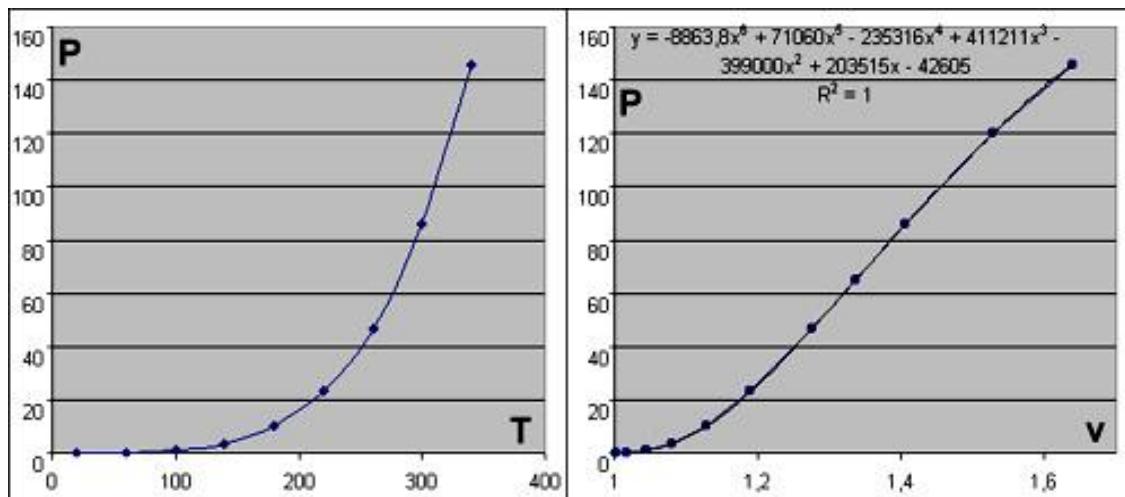


Fig. Pb3.2.- Representación P(T) y P(v) y ajuste en este último caso con un polinomio de grado 6.

La tabla siguiente muestra los efectos de extrapolar el ajuste antes citado hasta  $20^\circ\text{C}$  por cada uno de sus extremos. En la última columna se ha recogido el error relativo.

### Análisis y comentarios

Es evidente que el método de ajuste a datos experimentales permite calcular, con suficiente precisión, los valores de las propiedades ajustadas en el rango seleccionado. Así, no sólo podemos construir una tabla para consulta sino incorporar a un programa de ordenador el citado ajuste que permitirá calcular rápidamente cualquier valor dentro del rango ajustado.

Sin embargo, esto, que puede ser una fácil solución para rangos, comportamientos, sustancias, y variables relacionadas muy concretos, resulta mucho más complicado si queremos obtener las distintas relaciones termodinámicas de interés (como podría ser  $u(T,P)$ ), o ampliar rangos.

T °C	v dm <sup>3</sup> /kg	P (experim.) P(v) en bar	P(ajuste) P(v) en bar	diferencia (Paj-Pex)	T °C	v dm <sup>3</sup> /kg	P (experim.) P(v) en bar	P(ajuste) P(v) en bar	diferencia (Paj-Pex)
8	1.0001	0.01033	1.200	1.2	260	1.276	46.915	48.683	1.8
15	1.001	0.0171	1.202	1.2	280	1.336	65	67.040	2.0
20	1.002	0.02345	1.204	1.2	290	1.367	74.398	76.531	2.1
60	1.017	0.1998	1.345	1.1	300	1.405	85.852	87.958	2.1
100	1.044	1.0151	2.221	1.2	320	1.528	120	122.550	2.6
120	1.061	1.9881	3.265	1.3	340	1.639	145.92	148.824	2.9
140	1.08	3.6175	4.928	1.3	350	1.742	165.2	156.788	-8.4
180	1.128	10.031	11.532	1.5	360	1.898	186.58	32.639	-153.9
220	1.19	23.196	24.685	1.5	363	1.966	193.44	-155.761	-349.2

Tabla con los resultados de extrapolar el ajuste (datos P y v del ajuste en cajas)

Esto último queda claro al extrapolar la ecuación obtenida en el ajuste anterior. La tabla muestra que la diferencia respecto de los datos “experimentales” es muy pequeño en el rango ajustado pero crece excesivamente fuera del mismo así como nos alejamos. La solución para este comportamiento es lo que se llama ajuste por zonas o tramos, operativo en cada rango, y que se hace continuo forzando que la función ajuste sume de otros, tenga valores y derivadas coincidentes en la frontera entre rangos.

En cuanto a la diferencia encontrada para valores por bajo de 20°C, límite inferior del ajuste, es aparentemente pequeño pues los valores de P son muy pequeños. Sin embargo, el error relativo es muy fuerte.

### Pb. 3.3.- Curva de saturación y curvas de título constante



Representa, en un diagrama Pv , utilizando escala logarítmica cuando creas conveniente, las gráficas siguientes, para el agua:

- a) La curva de saturación, en sus dos componentes: líquido saturado y vapor saturado, desde 0.1 a al punto crítico, con la presión en MPa y el volumen específico en m<sup>3</sup>/kg.
- d) Las isotermas 200 °C, 250°C, 300 °C, 350 °C, T<sub>c</sub>, 400°C, 500 °C, 700 °C, siendo T<sub>c</sub> la temperatura del punto crítico.
- b) Las curvas de título constante: 0.1, 0.3. 0.5, 0.7 y 0.9.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua de masa unidad.

**Sustancia y Modelo:** Agua como Sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C; Agua; Real

**Condiciones:** Se trabaja en la curva de saturación, estudiando datos de líquido saturado y de vapor saturado.

**Análisis:** Acudiremos a **TermoGraf**, configurando la pantalla y realizaremos barridos que cumplan las condiciones impuestas (x = 0 para la parte de líq. saturado de la curva de saturación, x = 1 para la parte de vapor saturado de la curva de saturación). Con las tablas así construidas acudiremos a una hoja de cálculo para en ella hacer un ajuste que nos parezca aceptable a la previsión deseada. Es evidente que las funciones así obtenidas serán similares (probablemente más imprecisas o par intervalos limitados) a las que utiliza el

programa **TermoGraf** que utilizamos para proporcionar datos supuestamente experimentales.

En cuanto a las isotermas señaladas son isolíneas que se recogen en la fig. Pb 3.3. Estas isotermas marcan la zona bifásica para  $T < T_c$  (el dato  $T_c$  lo puedes ver en **TermoGraf** activando ). La figura muestra también las isolíneas  $x = \text{cte}$  para los valores 0.01, 0.1, 0.3...0.9.

### Comentarios

La configuración de las isotermas por debajo de la  $T$  crítica presenta una forma característica ¿puedes explicar por qué? ¿Y la forma de las isotermas de  $T$  más altas?

Asimismo, la forma y distribución de las isolíneas de título constante es también “curiosa”. No aparece distribuida de modo más o menos proporcional ¿puedes explicar por qué?

Intenta encontrar la respuesta y compruébala en el documento Tgraf: Pb 3.3

### Pb. 3.4.- Cálculos con el título



Determina el estado inicial, dibuja a partir de él un proceso a  $P$  cte en un sistema cerrado al que se aportan 300 kJ de energía como flujo de calor y calcula el estado final, utilizando tablas y comprobando el resultado con **TermoGraf**, en las mezclas bifásicas líquido-vapor siguientes:

- 1 kg de agua a 300°C con un volumen específico de 0.002 m<sup>3</sup>/kg.
- 3 kg de Refrigerante Propano a -20 °C con un volumen específico de 0.015 m<sup>3</sup>.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua y otro de Propano, ambos con un kg de masa.

**Sustancia y Modelo:** Agua y Propano como Sustancias reales (que incorporan cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C; Agua; Real

**Condiciones:** Se trabaja para ambas sustancias en el domo (en **TermoGraf** cada sustancia se trabaja en su propia pantalla)

**Análisis:** La fig. Pb 3.4a muestra el proceso requerido en el caso del agua, y la Pb 3.4b el correspondiente al propano. En ellas aparecen los valores pedidos, cuyo cálculo en las tablas se recoge en los apartados siguientes.

La secuencia de cálculo con las tablas es, en este caso para el AGUA:

DATOS	Masa de agua = 1 kg	LLEVAN A	en <b>TermoGraf</b>
$T_{1\text{sat}} = 300^\circ\text{C}$	Llevada a la tabla de saturación	$P_{\text{sat}} = 85.81 \text{ bar}$	85.85
$v_1 = 0.002 \text{ m}^3/\text{kg}$	con $x = (v - v_g)/(v_f - v_g)$	$v_f = 0.0014036 \text{ m}^3/\text{kg}$	0.001405
	$x_1 \text{ con } h_f, h_g: h = (1 - x) \cdot h_f + x \cdot h_g$	$v_g = 0.02167 \text{ m}^3/\text{kg}$	0.02165
$Q = 300 \text{ kJ por kg}$	con $\Delta h = Q$	$h_f = 1344 \text{ kJ/kg}$	1344.6
		$h_g = 2749 \text{ kJ/kg}$	2747.5
		$x_1 = 0.02943$	0.0294
		$h_1 = 1385.3$	1386.0
		$h_2 = 1685.3$	1686.0

$$\text{De } h_2 \text{ tenemos } x = (h - h_g)/(h_f - h_g)$$

$$x_2 = 0.243$$

$$0.243$$

Tabla que muestra la secuencia de pasos seguir para resolver las cuestiones con las tablas del Agua

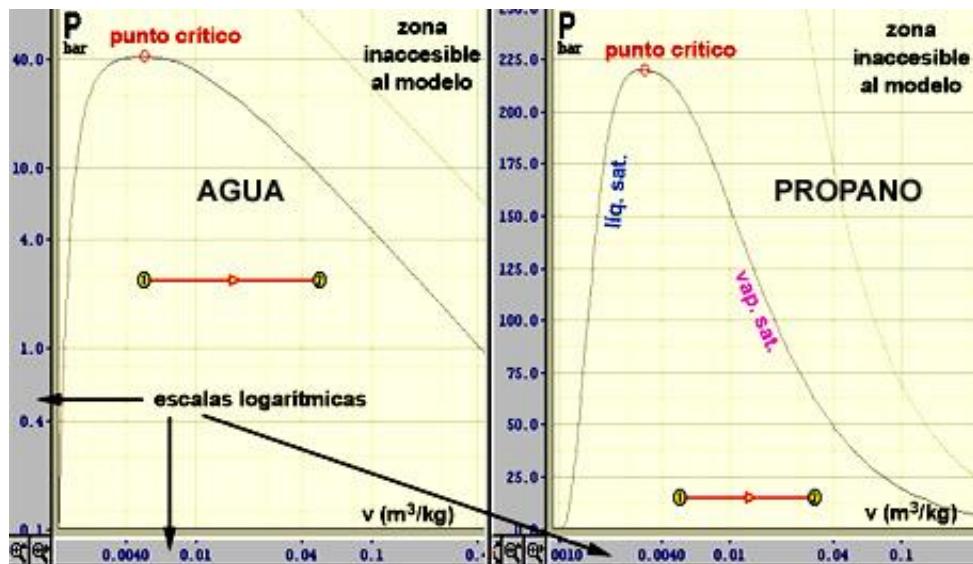


Fig. Pb3.4 .- (a) Domo bifásico en el agua. (b) Idem en el propano

### PROPANO (Tabla de saturación, entrada por T)

Con similar procedimiento, obtenemos los resultados para el PROPANO

DATOS	(m propano = 3 kg)	LLEVAN A	(*)	en TermoGraf
$T_{1\text{sat}} = -20^\circ\text{C}$	Llevada a la tabla de saturación	$P_{\text{sat}} = 2.444 \text{ bar}$		2.424
$V_1 = 0.015 \text{ m}^3$	con $x = (v - v_g)/(v_f - v_g)$	$v_f = 0.001802 \text{ m}^3/\text{kg}$		0.00183
	$x_1 \text{ con } h_f, h_g: h = (1 - x) \cdot h_f + x \cdot h_g$	$v_g = 0.1815 \text{ m}^3/\text{kg}$		0.1822
$Q = 100 \text{ kJ por kg}$	con $\Delta h = Q$	$h_f = 46.3 \text{ kJ/kg}$	+59.757	106.057
	$h_g = 446.8 \text{ kJ/kg}$	$h_g = 446.8 \text{ kJ/kg}$	+58.306	505.106
		$x_1 = 0.1788$		0.1757
		$h_1 = 53.428$	+59.639	113.067
		$h_2 = 153.428$	+59.639	213.067
		$x_2 = 0.2675$		0.2682

(\*) Los valores en esta columna reflejan cambios en el valor obtenido en unas tablas determinadas y el obtenido en **TermoGraf**. Estos cambios se comentan a continuación.

### Comentarios

Vemos que en el caso del agua ambos métodos son semejantes en cuanto a precisión. El caso del propano presenta ligeras diferencias en algunos valores debidas, bien a una cuestión de redondeo, bien a la precisión del modelo empleado en las tablas y en el programa informático. Una segunda diferencia, mayor pero pese a ello no significativa, es la que reflejan los valores de la entalpía,  $h$ . Obsérvese que estos valores difieren en torno a 59 kJ/kg para todas las entalpías. Ello es debido a que las tablas consultadas y el programa informático de cálculo utilizan referencias distintas. Hay que recordar que este tipo de funciones se obtiene por diferencias entre cada estado considerado y el valor asignado a un estado de referencia. Si a este estado se le asigna diferente valor, todos los demás

mantendrán la diferencia<sup>1</sup>. Sin embargo, como en las expresiones de cálculo se utilizan las diferencias entre el valor de una propiedad en cada estado, el desajuste antes visto no aparecerá en el resultado. Así, el título x2 es muy similar aunque en él han intervenido las entalpías.

Comprueba con **TermoGraf** que el W en el proceso no es cero, y sí lo es el  $W_t$  e interpreta desde el punto de vista del primer principio.

## Pb. 3.5.- Dilatación de líquidos versus compresibilidad de gases



Escribe una tabla con los valores, en  $\text{m}^3/\text{kg}$ , del volumen del líquido saturado y el del vapor saturado en el caso del agua a 100 °C, 200 °C y 300 °C. Represéntalo sobre la curva de saturación y explica por qué, pese a que la temperatura es mayor, el volumen del vapor es cada vez menor, mientras ocurre lo contrario en el caso del líquido.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua de masa unidad.

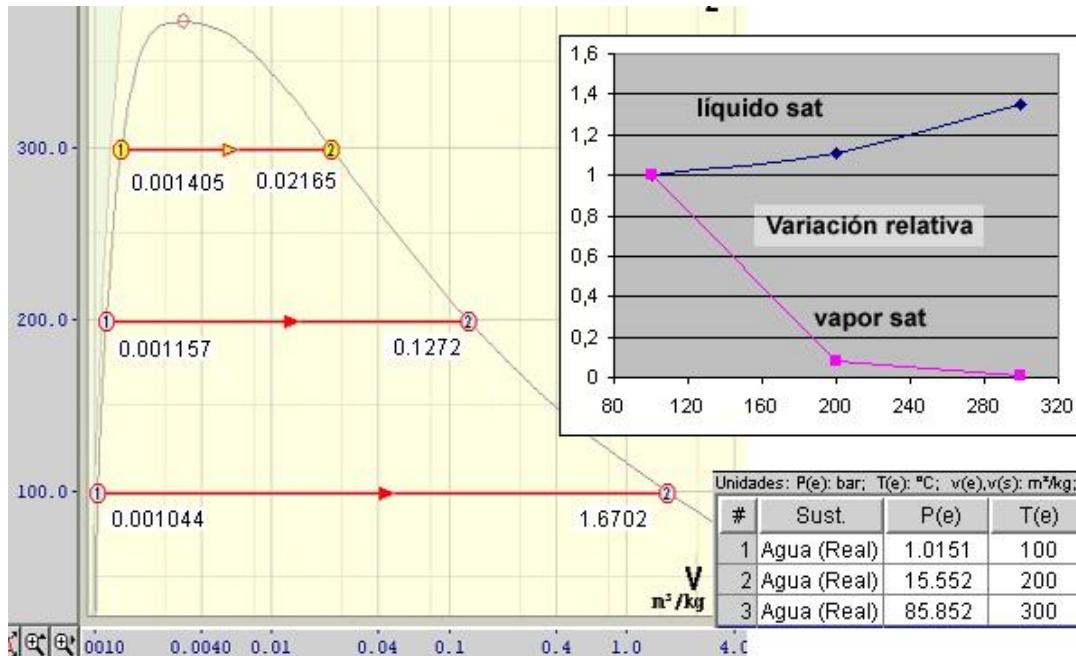
**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama T-v; unidades SI con T en °C y P en bar; MdeC.

**Condiciones:** Se trabaja en la curva de saturación, estudiando datos de líquido saturado y de vapor saturado.

**Análisis:** La figura Pb3.5 muestra una combinación de los estados del enunciado sobre la curva de saturación con sus volúmenes rotulados, una gráfica con la variación relativa al valor a 100°C de los correspondientes a las otras dos temperaturas y la tabla con las  $T_{\text{sat}}$  y  $P_{\text{sat}}$  correspondiente, del enunciado.

Fig. Pb 3.5.- Evolución del volumen del agua sobre los dos tramos de la curva de saturación



<sup>1</sup> **TermoGraf** incorpora una opción para redefinir el valor de la referencia de modo que se pueda trabajar con los valores del estado de referencia de unas tablas determinadas lo que permite contrastar cálculos en ejemplos tomados de un determinado libro. Para ello basta seleccionar el menú: Sustancia-Referencia.

El análisis del conjunto muestra que cuando la  $T_{sat}$  aumenta,  $v_{liq\ sat}$  lo hace también hasta llegar al punto crítico. Por el contrario, el  $v$  del vapor saturado decrece hasta dicho punto crítico.

### Comentarios:

La explicación para el crecimiento del  $v_{liq\ sat}$  hay que buscarla en las propiedades del líquido saturado, sustancia prácticamente incompresible, cuyo volumen cambia casi exclusivamente por la variación de  $T$ . Es decir,  $v_{liq\ sat}$  es una función muy débilmente dependiente de  $P$  y con mayor dependencia de la  $T$ . Es, pues, este efecto, la dilatación de líquidos el que predomina y, al aumentar  $T$  supone un aumento de volumen.

Por el contrario, el vapor es fuertemente compresible, por lo que la variación de presión, desde un bar hasta 85 bar no puede sino manifestarse con una reducción de volumen significativa, casi independiente del crecimiento de  $T_{sat}$ .

## Pb. 3.6.- Análisis en el domo



En un cilindro-pistón se encuentra 1 kg de vapor de agua a 450°C y 6 MPa de presión (estado 1). Inicialmente se expande isotermamente hasta el estado 2 (30 bar) para luego sufrir un enfriamiento a  $v$  constante hasta los 230°C (estado 3), comprimiéndose entonces de modo isotermo hasta que su volumen específico corresponda al mismo valor que el del punto crítico. Se pide

- Representar los estados en un diagrama P-v y en uno T-v.
- Determinar el volumen específico en los cuatro estados así como el título para cualquier estado dentro del domo.
- El flujo de calor  $q$  en cada proceso, en kJ/kg.

Analizar si en alguno de los estados el uso del modelo de Gas Ideal hubiera dado valores aceptables del  $v$  específico

### Resolución

**Sistema a estudio:** Una masa de 1 kg de agua.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v ó T-v; unidades SI con  $T$  en °C y  $P$  en bar; MdeC.

**Condiciones:** Se define una serie de procesos en zona de vapor y en el domo.

**Análisis:** La tabla adjunta muestra el conjunto de propiedades  $P$ ,  $v$ ,  $T$  y  $x$  de los estados definidos, así como los valores correspondientes a las propiedades de proceso  $Q$  y  $W$ . Se incluye también el cambio de la energía interna para comprobación del primer principio, en análisis de Masa de Control:  $\Delta U = Q - W$ . En la misma tabla pueden verse los valores correspondientes a modelo Gas Ideal.

Puede señalarse que si bien las propiedades térmicas ( $P$  y  $v$ ) no varían excesivamente en los estados de vapor, el estado del domo es lógicamente no comparable. En cuanto al flujo  $Q$  los valores son menos comparables, con errores superiores al 10% y, en el caso del proceso que acaba en el domo, claramente superiores. Puede señalarse que a igual  $T$  el estado con menor presión da un mejor comportamiento (por el error dado, este estado, el 2, sería el único en el que el modelo de Gas Ideal produce resultados aceptables).

Sustancia real					Gas ideal		Error %
estado	P (bar)	T (°C)	v (m³/kg)	x (en%)	v = 0.0556	6.6	
1	60	450	0.05214	Vapor	v = 0.11125	3.1	
2	30	450	0.10787	Vapor	P = 20.873	6.6	
3	19.582	230	0.10787	Vapor	P = 736	23327950.7	
4	27.969	230	0.003155	27.68			
Proceso	clase	Q	W	ΔU	Q	W	
1-2	T cte	+265.6	+234.7	+30.91	+231.3	231.3	
2-3	v cte	-393.3	0	-393.3	-343.9	0	
3-4	P cte	-1883.6	-275.9	-1607.8	-827.6	-827.6	

### Comentario:

En la tabla se puede comprobar el sentido de los flujos de energía atravesando la frontera en función del signo de acuerdo con el criterio aplicado:  $Q>0$  es un flujo hacia el interior, que aumenta la energía interna.  $W>0$  es un flujo hacia el exterior, a costa de la energía interna del sistema.

### Pb. 3.7.- Transferencia de calor a v cte en el domo

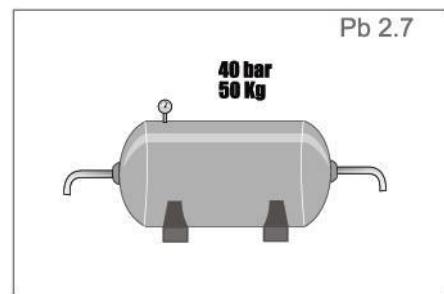


Un depósito rígido contiene 50 kg de agua a 40 bar como vapor saturado. La presión del agua cae a 10 bar como consecuencia de la cesión de calor al ambiente. Determina

- El volumen del depósito, en  $\text{m}^3$ .
- El título del estado final.
- El calor cedido en el proceso.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un volumen de agua en un volumen constante.



**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con T en °C y P en bar; MdeC (ya que es un sistema cerrado)

**Condiciones:** Se trabaja en el domo.

**Análisis:**

- Para el volumen del depósito bastará multiplicar los 50 kg de agua en el depósito por el volumen por kg en el estado 1 ó 2, pues coinciden:

$$V = m \cdot v_1 = 50 \text{ kg} \cdot 0.04977 \text{ m}^3/\text{kg} = 2.49 \text{ m}^3$$

- Para calcular el título habrá que trabajar con los valores de líq. sat. y vap. sat. para 20 bar. La operación se puede hacer con los volúmenes o con las energías internas pues en ambos caso tenemos  $v_2$  y  $u_2$ . Es decir:

$$x = (0.04977 - 0.001128)/(0.1944 - 0.001128) = 0.25167 = 25.17\%$$

Si dibujamos el estado en **TermoGraf** tendremos directamente el título.

- Para el flujo de calor cedido al ambiente no habrá más que aplicar el primer principio al sistema.

$\Delta U = Q - W = Q$  pues  $W = 0$  ya que  $V = \text{cte}$  (recordemos que en procesos sin efectos disipativos el  $W$  que cruza la frontera es el trabajo de expansión,  $W_x$ , que vale  $\int_{12} P \cdot dV$ )

Si tomamos los datos de tablas o **TermoGraf** podemos escribir :

$$\Delta U = 50 \text{ kg} \cdot (u_2 - u_1) \text{ kJ/kg} = 50 \cdot (1219.6 - 2601.1) = - 69077.5 \text{ kJ}$$

### Comentarios:

El signo negativo indica que es un calor cedido que reduce la energía interna del sistema. La ligera diferencia con el cálculo ofrecido por **TermoGraf** es debido a que el cálculo en el ordenador se hace con más cifras decimales que las que aparecen en las tablas de estado. En cualquier caso las diferencias del orden de la existente aquí no son significativas (la desviación es menor que un 0.02%).

## Pb. 3.8.- Cálculos, conocido el título, de un refrigerante



El Refrigerante R134a utilizado en una máquina frigorífica llena un depósito con un volumen de  $0.01 \text{ m}^3$ . El depósito está a una presión de  $0.2 \text{ MPa}$  y el refrigerante tiene un título de  $0.92$ . Debemos calcular

- La masa de líquido y vapor existentes en la mezcla bifásica.
- El volumen que ocupa cada fase.
- La energía interna por kg, de cada una de las fases y la energía del volumen total.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Una masa de R134a en un volumen constante.

**Sustancia y Modelo:** Refrigerante 134a como sustancia real (que incorpora cambios de fases).

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; MdeC (no hay que hacer análisis de flujos de  $W$ )

**Condiciones:** Se trabaja en el domo con estados de título conocido utilizando las tablas de la sustancia.

**Análisis:** El Refrigerante R134a utilizado en una máquina frigorífica llena un depósito con un volumen de  $0.01 \text{ m}^3$ . El depósito está a una presión de  $0.2 \text{ MPa}$  y el refrigerante tiene un título de  $0.92$ . Debemos calcular

- La masa de líquido y vapor existentes en la mezcla bifásica.
  - El volumen que ocupa cada fase.
  - La energía interna por kg, de cada una de las fases y la energía del volumen total.
- 1) Bastará tomar datos de la tabla de la curva de saturación<sup>1</sup> para la sustancia considerada. Estos datos son:

Curva de saturación: Línea de la tabla de saturación correspondiente a  $0.2 \text{ MPa} = 2 \text{ bar}$ :



<sup>1</sup> Al objeto de mostrar las diferencias que pueden producirse en los cálculos de propiedades, este problema se resuelve con los valores tomados de la tabla A.10 (Fundamentos de Termodinámica Técnica, Moran-Shapiro, 4<sup>a</sup> Ed. p 827. Editorial Reverté).

P (bar)	T (°C)	v <sub>f</sub> (m <sup>3</sup> /kg)	v <sub>g</sub> (m <sup>3</sup> /kg)	u <sub>f</sub> (kJ/kg)	u <sub>g</sub> (kJ/kg)
2	-10.09	0.0007532	0.0993	36.69	221.43

Consideremos las siguientes relaciones;

$$x = m_g/m_{\text{total}} ; \quad m_g = x \cdot m_{\text{total}} \quad [1]$$

$$m_{\text{total}} = V_{\text{total}}/v_{\text{total}} ; \quad [2]$$

$$V_{\text{total}} = (1-x) \cdot v_f + x \cdot v_g = (1-0.92) \cdot 0.0007532 + 0.92 \cdot 0.0993 = 0.0914 \text{ m}^3/\text{kg} \quad [3]$$

que llevado a [2] da:  $m_{\text{total}} = 0.01 \text{ (m}^3\text{)} / 0.0914 \text{ (m}^3/\text{kg}) = 0.1094 \text{ kg}$

con lo que, sustituyendo en [1] se tiene

$$m_g = 0.92 \cdot 0.1094 = \mathbf{0.10065 \text{ kg}} \quad \text{y} \quad m_f = 0.1094 - 0.10065 = \mathbf{0.00875 \text{ kg}}$$

2) aplicando la equivalente a [2] para cada fase :

$$V_f = m_f \cdot v_f = 0.00875 \text{ kg} \cdot 0.0007532 \text{ m}^3/\text{kg} = \mathbf{6.590 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3}$$

$$V_g = m_g \cdot v_g = 0.10065 \text{ kg} \cdot 0.0993 \text{ m}^3/\text{kg} = \mathbf{0.009995 \text{ m}^3}$$

3) para cada fase, la energía interna por kg se corresponde con los valores de la tabla para la fase líquida y de vapor:  $u_f = \mathbf{36.39 \text{ kJ/kg}}$  y  $u_g = \mathbf{221.43 \text{ kJ/kg}}$

En cuanto a la energía del volumen total, la obtendremos con la equivalente a [3]:

$$\begin{aligned} U_{\text{total}} &= m_{\text{total}} \cdot [(1-x) \cdot u_f + x \cdot u_g] = \\ &= 0.1094 \text{ kg} \cdot [0.08 \cdot 36.69 \text{ kJ/kg} + 0.92 \cdot 221.43 \text{ kJ/kg}] \\ &= 0.1094 \text{ kg} \cdot 206.651 \text{ kJ/kg} = \mathbf{22.608 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

### Comentarios:

Los valores calculados para el volumen deben ser similares a los que obtendremos en un programa como **TermoGraf**, con pequeñas diferencias debidas a la precisión del modelo o de las tablas. Sin embargo, los valores para U dependerán, además, del origen de referencia y del valor asignado en él (véase Pb 3.4). En este caso la pequeña diferencia es función de las ecuaciones que utiliza cada modelo (**TermoGraf** o tablas utilizadas) para el cálculo de propiedades a partir de los valores de referencia pues el estado de referencia utilizado en **TermoGraf** se ha hecho coincidir con el de las tablas (menú Sustancia-Referencia).

## Pb. 3.9.- Ecuación de estado, ecuación de proceso



Una masa de Amoniaco sufre un proceso para el que la relación P-v es  $pv^n = \text{constante}$ . Los estados inicial y final del refrigerante son  $P_1 = 10 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 550 \text{ K}$  y  $P_2 = 2.5 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 422.3 \text{ K}$ , respectivamente. Calcula la constante  $n$  para el proceso y el volumen en el estado final.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un masa sin fijar (podemos tomar 1 kg) de Amoniaco evoluciona según una ecuación indeterminada en parte.

**Sustancia y Modelo:** Amoniaco como Gas ideal.

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI con T en K; MdeC.

**Condiciones:** El exponente  $n$  lo podemos calcular determinando previamente  $v$  en cada uno de los estados.

**Análisis:** La ecuación del proceso permite establecer la relación entre el estado inicial y final. Como en ella se relacionan P y v, deberemos optar por deducir la forma de esa ecuación con P y T (datos conocidos), utilizando para ello la relación entre P, v y T (ecuación térmica de estado), o alternativamente, calcular el volumen con esta ecuación y utilizar la relación dada en el enunciado para el proceso. Con esta última opción, de la ecuación de estado para el gas ideal:

$$v_1 = RT_1/P_1 = (8314 \text{ (J/kmol}\cdot\text{K}) / 17.032 \text{ (kg/kmol)}) \cdot 550 \text{ K} / 1.000.000 \text{ Pa} = 0.2685 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$v_2 = RT_2/P_2 = (8314 \text{ (J/kmol}\cdot\text{K}) / 17.032 \text{ (kg/kmol)}) \cdot 422.3 \text{ K} / 250.000 \text{ Pa} = 0.8246 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Con estos valores podremos sustituir en la expresión  $P_1v_1^n = P_2v_2^n$ , despejando previamente n:

$$n = \ln(P_1/P_2) / \ln(v_2/v_1) = 1.235$$

### Comentarios:

El amoniaco es un refrigerante para el que **TermoGraf** proporciona los modelo Gas Ideal y Sust. Real. Para otros refrigerantes **TermoGraf** sólo proporciona modelo Real. En un caso así podremos obtener el volumen en los estados 1 y 2 pero no podremos dibujar el proceso pues una politrópica sólo puede trabajarse con modelo de gas ideal que no está incorporado para las sustancias reales pues, en general, la zona en que se utilizan las sustancias para las que no se recoge el modelo de Gas Ideal no tiene propiedades de gas ideal sino de vapor sobrecalentado.

## Pb. 3.10.- Aplicación de los tres niveles de información



Tres kg de propano se comprimen de forma isóbara en un cilindro-pistón. Representa para el propano, en los diagramas P-v y T-v, dicho proceso desde el estado inicial con  $T_1=1450 \text{ K}$  y  $v_1=0.25 \text{ m}^3/\text{kg}$  hasta un estado final que es vapor saturado. Calcula también el calor cedido si el trabajo de compresión ha sido -685.25 kJ.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Una masa de propano en un pistón.

**Sustancia y Modelo:** Sustancia real (y para un estado, modelo de gas ideal).

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; MdeC.

**Condiciones:** Para dibujar el proceso isóbaro debemos conocer, previamente, la P.

### Análisis:

a) Las tablas<sup>1</sup> del propano no permiten calcular  $P_1$  para un valor tan elevado de la temperatura (1450 K). Por ello aplicaremos el modelo de gas ideal pues a T tan elevadas el error será mínimo. Es decir:

$$P_1 = R \cdot T_1/v_1 = (8314 \text{ J/kmol}\cdot\text{K}) \cdot (44.09 \text{ kg/kJ}) \cdot 1450 \text{ K} / 0.25 \text{ m}^3/\text{kg} = 1093426 \text{ Pa} = \mathbf{10.93 \text{ bar}}$$

que difiere sólo en un 0.3% del valor dado por **TermoGraf**.

En cuanto a la energía interna, tomamos el valor de **TermoGraf**:  $u_1 = 4305.15 \text{ kJ/kg}$ .

---

<sup>1</sup> En el caso del propano **TermoGraf** permite calcular, como sustancia real, a esas temperaturas. La P que proporciona para las condiciones de  $T_1$  y  $v_1$  dadas es  $P_1 = 10.96 \text{ bar}$ .

b) A continuación, de la condición del proceso:  $P = \text{cte}$ , obtenemos la condición necesaria para que con la tabla de la curva de saturación podamos completar los datos del estado 2:

Con  $P_2 = P_1 = 10.93 \text{ bar}$  y  $x = 1$ , tenemos, de la tabla, mediante interpolación (cuadro siguiente) el cálculo de  $u_2$

P (bar)	10	11	10.93 (valor a interpolar)
$u(\text{kJ/kg})$	451.8	455.6	$u = 451.8 + (455.6 - 451.8) * (10.93 - 10) / (11 - 10) = 455.15$

Obteniendo el valor:  $u_2 = 455.15 \text{ kJ/kg}$

c) Del balance de energía para un sistema cerrado  $\Delta(m \cdot u) = Q - W$  y como  $W = 685.25 \text{ kJ}$  (por ser el proceso isóbaro podíamos calcularlo como  $P \cdot \Delta V$ ), tenemos:

$$Q = 3 \text{ kg} \cdot (455.15 - 4305.15) \text{ kJ/kg} + (-685.25) \text{ kJ} = -12\,235.3 \text{ kJ}$$

valor lógicamente negativo pues es un proceso con cesión de calor y que difiere del cálculo en **TermoGraf** (-12 243.7 kJ) en menos del 1 por mil.

### Comentarios:

¿Por qué es aplicable el modelo de gas ideal al estado 1? A elevadas temperaturas y presiones bajas el comportamiento de una sustancia es parecido al de un gas ideal. Por eso si empleamos la ec.  $P \cdot v = R \cdot T$  para calcular una de las propiedades en función de las otras dos el error será mínimo. Por otra parte,  $P_1$  no se puede obtener en las tablas de propano sobrecalentado, que no suelen dar valores para estados con tan alta temperatura.

Por el contrario, el gas ideal no es aplicable cuando estamos en zona próxima al cambio de fase como es la propia curva de saturación. Entonces, la correspondiente ecuación está tabulada y trabajamos con tablas.

Puede comprobarse que la diferencia entre las tablas y **TermoGraf** para los valores de  $u$  y de su variación es pequeña y refleja pequeñas discrepancias en el cálculo por ordenador.

## Pb. 3.11.- Expresiones del balance de energía (primer principio)



Calentamos, a presión constante, 20 kg de una mezcla líquido-vapor de agua con un título del 40 % y una presión de 2 bar hasta alcanzar los 400 °C. Calcula, mediante tablas y comprobando los resultados con **TermoGraf**:

- a) La energía interna y la entalpía de los estados inicial y final.
- b) El trabajo técnico de expansión.
- c) El trabajo de expansión.
- d) El calor absorbido en el proceso.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Una mezcla bifásica de 20 kg de agua, como sistema cerrado.

**Sustancia y Modelo:** Sustancia real

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; MdeC.

**Condiciones:** El proceso es isóbaro y reversible. La información precisa la obtendré de tablas o en **TermoGraf**.

**Análisis:** Conocemos dos propiedades de cada uno de los estados inicial y final del proceso. Será posible, por tanto, calcular el resto de las propiedades, de modo que aplicando el primer principio se puedan responder las preguntas realizadas. Tendremos de tablas o **TermoGraf**:

a)

		estado 1	estado 2	$\Delta 1-2$
Propiedades de estado	P	2	2	
	T	120.2	400	
	x	0.4	V. Sobrec.	
	u	1314.1	2965.8	1651.7
	h	1385.1	3275.7	1890.6

b) Por ser el proceso reversible, el  $W_x$ , trabajo de expansión, vale:

$$W_x = \int P \cdot dV = \int P \cdot m \cdot dv = m \cdot P \cdot (v_2 - v_1) \quad \text{ya que } P = \text{cte}, \text{ luego}$$

$$W_x = 20 \text{ kg} \cdot 20 \text{ bar} \cdot 100000 \text{ Pa/bar} \cdot (1.5493 - 0.35488) \text{ m}^3 = 47776500 \text{ J} = 4777.65 \text{ kJ}$$

c) La expresión para el trabajo técnico es:

$$W_t = - \int V \cdot dP = - \int m \cdot v \cdot dP = 0 \quad \text{ya que } P = \text{cte},$$

d) Q se puede obtener de cualquiera de las dos formas del balance de energía en un sistema cerrado y **para un proceso reversible**.

$$(U_2 - U_1) = Q - W_x \quad [1]$$

$$(H_2 - H_1) = Q - W_t = Q - 0, \text{ ya que el proceso es a } P = \text{cte} \quad [2]$$

En consecuencia, de la primera:

$$20 \text{ kg} \cdot (2965.8 - 1314.1) \text{ kJ/kg} = Q - 4777.65, \text{ y despejando y calculando}$$

$$Q = 37811.9 \text{ kJ}$$

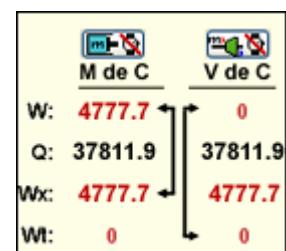
Y de la segunda:

$$20 \cdot (3275.7 - 1385.1) \text{ kJ} = Q = 37812 \text{ kJ} \text{ que coincide, como es lógico con la anterior.}$$

## Consideraciones

Hay algunas observaciones importantes:

- I) Tanto el trabajo de expansión como el técnico tienen expresiones de cálculo que pueden realizarse si conocemos el proceso para poder sustituir **P** en función de **v** e integrar (para  $W_x$ ) y viceversa para el  $W_t$ .
- II) Pero estos trabajos corresponden al flujo de energía atravesando la frontera si:
  1. El proceso es reversible y no hay trabajos disipativos.
  2. Si no hay flujo de masa atravesando la frontera (análisis de Masa de Control) el  $W$  que consideraremos es el de expansión:  $W_x$
  3. Si el sistema es abierto, el  $W$  que consideraremos es el  $W_t$  ya que una parte del  $W$  atravesando la frontera es el trabajo de flujo que no debemos considerarlo pues tiene un único objetivo: atravesar el sistema<sup>1</sup>. En consecuencia, para sistemas abiertos hablaremos del  $W_t$ . Esto tiene implicaciones al expresar el balance de energía, como se verá posteriormente.



Consecuentemente con esto, **TermoGraf** identifica como  $W$  reversible el valor  $W_x$  si hemos definido el análisis como M de C y el valor  $W_t$  si el análisis lo hemos definido como V de C.

<sup>1</sup> NOTA: Puede sorprender que en el caso estudiado el trabajo que atraviesa la frontera sea nulo al cambiar el modo de análisis a V de C. Pero el análisis de V de C significa que hay un flujo de masa que atraviesa la frontera y que además del  $W_t$  hay que recordar que hay un trabajo de flujo. Así, el  $W_x$  de expansión se gasta precisamente, por ser proceso isóbaro, en ese trabajo de flujo.

Otro aspecto a considerar es el trabajo por unidad de masa. En este libro emplearemos el criterio de escribir en minúscula tanto el trabajo como el calor cuando calculemos lo que sería equivalente a los valores específicos de las variables extensivas.

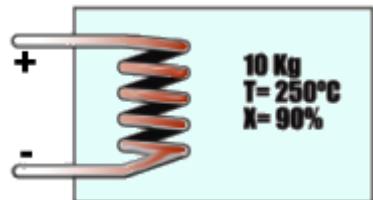
III) Como hemos señalado, en cada caso consideraremos estos valores como el flujo de trabajo atravesando la frontera del sistema si no hay trabajos disipativos. Si los hay habrá que añadir a las expresiones [1] y [2] el término correspondiente:  $W_{dis}$  que siempre tiene signo negativo pues es un flujo de energía que entra al sistema.

## Pb. 3.12.- Procesos con trabajos disipativos



Una mezcla líquido-vapor de 10 kg de agua, con un título del 20 %, está a 250 °C llenando un recipiente rígido y aislado térmicamente. Se calienta el agua mediante una resistencia eléctrica de 1000 W. Se pide:

- a) ¿Cuánto tiempo le costará alcanzar el estado de saturación?
- b) ¿Qué presión existirá en el depósito cuando el agua haya alcanzado los 600 °C?
- c) ¿Cuál será el tiempo transcurrido desde el principio?



### Resolución

**Sistema a estudio:** Un sistema cualquiera.

**Sustancia y Modelo:** Sustancia real

**Configuración:** Diagrama P-v; Unidades SI; MdeC.

**Condiciones:** El proceso es isócoro y disipativo (La información precisa para los estados la obtendremos de tablas o en **TermoGraf**). Calculados los estados bastará aplicar el balance de energía.

### Análisis:

- a) El balance del primer principio para sistemas cerrados dice:

$$(U_2 - U_1) = Q - W \text{ siendo en este caso } Q = 0 \text{ pues la frontera es adiabática y}$$

$$W = W_x + W_{eléctr} = - |W_{eléctr}| \text{ pues el depósito es rígido y } dV=0.$$

El signo refleja el hecho de que el  $W$  disipativo entra en el sistema.

tomando valores del diagrama:  $|W_{eléctr}| = 10 \text{ kg} \cdot (2467.4 - 1385.0) \text{ kJ/kg} = 10824 \text{ kJ}$

y el tiempo necesario será:  $t = 10824 \text{ kJ} / 1000 \text{ watios} = 10.8 \text{ s}$

b) Para resolver este punto con Tablas deberé buscar en Tablas de vapor sobrecalefactado la  $P$  correspondiente a los datos  $T = 600^\circ\text{C}$  y  $v = 0.01102 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

En la línea de  $600^\circ\text{C}$  encontramos

$T = 600^\circ\text{C}$	280 bar	$\dot{P}?$	320 bar
$v =$	0.01241	0.01102	0.01061

luego  $P = 280 \text{ bar} + (320-280) \cdot (0.01061-0.01102) / (0.01061-0.01241) = 310.9$

En cuanto a la energía interna el valor es (de **TermoGraf**) 3092.14 kJ/k

Considerando lo hecho antes, el tiempo total será:

$$t \text{ total} = (10 \cdot (u_3 - u_1)) \text{ kJ} / 1000 \text{ watios} = (10 \cdot (3092.1 - 1385.0) / 1000) \text{ s} = 17.1 \text{ s}$$

**Consideraciones:** Este valor de  $P$  difiere del valor, 309.85 bar, obtenido en **TermoGraf** debido a la interpolación lineal utilizada en el cálculo y que hace el resultado algo más impreciso que el proporcionado por el ordenador.

## Pb. 3.13.- Corrigiendo un error de interpretación



Demuestra que, para un gas perfecto, un proceso politrópico en el que  $n=c_p/c_v$  coincide con un proceso adiabático. Analiza si se cumple esta condición en el caso del gas ideal y compruébalo con **TermoGraf**.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un sistema cualquiera de masa unidad.

**Sustancia y Modelo:** Cualquier sustancia con modelo de Gas Ideal (aire por ej.)

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C ó V de C.

**Condiciones:** Pueden simularse ambos procesos en **TermoGraf** de modo que estados inicial y final coincidan.

### Análisis:

Es frecuente considerar que una adiabática es una politrópica para un gas tanto con el modelo de gas perfecto como con el modelo de gas ideal. Sin embargo no es así, pues una adiabática es una politrópica para un gas perfecto pero no lo es para un gas ideal.

La primera afirmación es simple de verificar. Considerando las diferentes condiciones:

$$\delta Q = c_{proc} \cdot dT, \text{ junto con} \quad [1]$$

$$c_{proc} = (n \cdot c_v - c_p) / (n - 1) \quad \text{y} \quad [2]$$

$n = \text{cte}$  por definición de politrópica,

cuando imponemos la condición de  $n = \gamma$  podemos comprobar que, puesto que  $\gamma = c_p / c_v$ , basta sustituir en [2] para obtener  $c_{proc} = (c_p - c_v) / (c_p/c_v - 1) = 0$ , en consecuencia

$$\delta Q = 0,$$

luego, en un gas perfecto, un proceso politrópico con  $n = \gamma$  es un proceso adiabático.

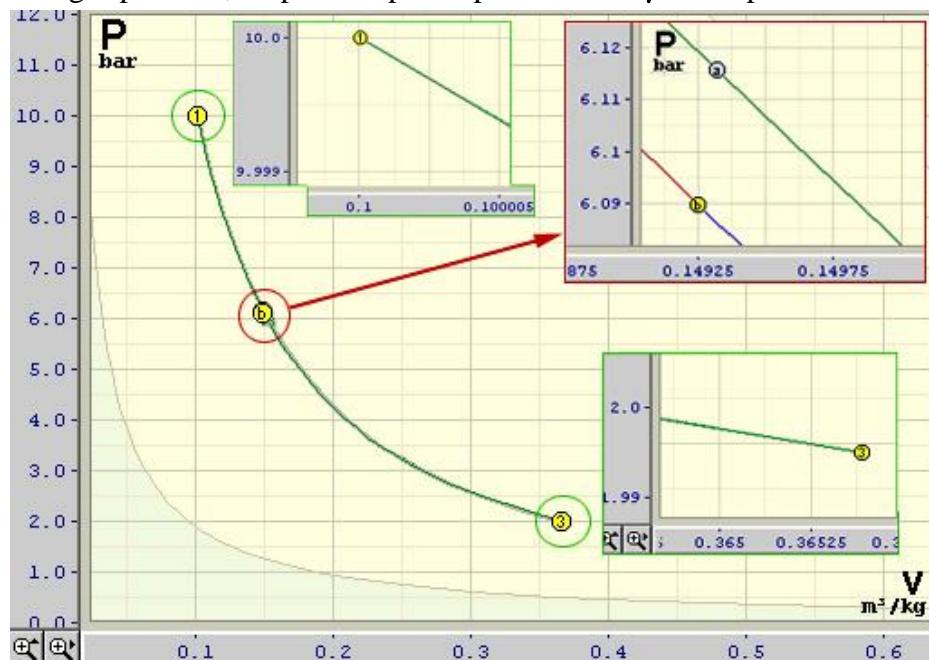


Fig. Pb3.13.- Ampliando suficientemente la escala (ver valores en cada elemento de la gráfica) se comprueba que mientras que los estados inicial y final coinciden, ambas gráficas se separan al acercarnos al centro.

Sin embargo, para un gas ideal, la afirmación anterior no es correcta por la sencilla razón de que, en un gas ideal:  $\gamma = c_p/c_v$  no es constante, luego  $P \cdot v^\gamma = \text{cte}$  NO puede ser una politrópica si el exponente de  $v$  NO es constante.

Es fácil hacer la comprobación con **TermoGraf**. Bastará dibujar, para cualquier gas ideal, un proceso adiabático (dibujado en **TermoGraf** con la condición  $\delta Q = 0$ ) y superponer, en lo posible, uno politrópico. Podemos conseguir, figura Pb3.13, que coincidan el estado inicial y final de dos procesos, uno adiabático y uno politrópico pero entonces se separarán los estados intermedios por la simple razón de que el valor  $n$  de la ecuación politrópica  $P \cdot v^n = \text{cte}$  será constante a lo largo de toda la curva pero no coincidirá con el valor del cociente  $c_p/c_v$  que irá variando a lo largo de la curva. Coincide con el valor medio de la mencionada relación.

Por otra parte, ¿la adiabática próxima podría ser politrópica pero ligeramente diferente?: la respuesta es no ya que  $\gamma$  tampoco es constante a lo largo de la curva, siendo sus valores muy parecidos a los que salen en los antes citados cocientes  $c_p/c_v$ . Esta adiabática cumplirá estrictamente con la condición  $\delta Q = 0$  siendo muy próxima a un comportamiento politrópico.

### Pb. 3.14.- Análisis del uso adecuado de modelo y calores específicos



Se comprimen 3 kmoles de  $\text{CO}_2$  desde  $T_1=298$  K y  $P_1=1$  bar hasta  $800$  K y  $15$  bar. Calcula el incremento de energía interna y entalpía que sufren, utilizando los siguientes procedimientos:

- 1) Mediante las tablas de  $\text{CO}_2$  como gas ideal.
- 2) Mediante las expresiones de  $(u_2-u_1)$  y  $(h_2-h_1)$  para gas perfecto, sabiendo que en este modelo se toman valores constantes: para  $c_v=27.994$  kJ/kmol·K y  $c_p=36.308$  kJ/kmol·K
- 3) Calculando las correspondientes integrales  $c_y \cdot dT$  y  $c_p \cdot dT$  entre  $298$  K y  $800$  K, tomando como expresión para  $c_p$ :

$$c_p = (-3.7357 + 30.529 \cdot (T/100)^{0.5} - 4.1034 \cdot (T/100) + 0.024198 \cdot (T/100)^2) \text{ (kJ/kmol·K)}$$

- 4) Utilizando calores específicos ctes iguales a los valores medios de  $c_v$  y  $c_p$  en el intervalo de temperaturas  $[T_1 T_2]$ .

- 5) Utilizando el modelo de sustancia real.

Analiza los resultados obtenidos mediante la desviación porcentual de todos ellos frente al último caso.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** Un sistema de 3 moles de dióxido de carbono.

**Sustancia y Modelo:** Diversos modelos

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C (indiferente pues no consideramos flujos de trabajo)

**Condiciones:** Debemos comparar los cálculos de  $\Delta U$  y  $\Delta H$  por distintos procedimientos, utilizando las ecuaciones energéticas para cada uno de los modelos.

#### Análisis:

Nos proponemos analizar la variación que presenta el cálculo de  $\Delta U$  y  $\Delta H$  a partir de las ecuaciones energéticas que evalúan estas variaciones en función de la variación de la T que experimente el sistema a análisis.

Esta es la primera aproximación: U y H son función **sólo** de la T. Esta aproximación es apropiada para muchas sustancias en función de la zona de estados (fases y modelos aplicables a esa zona) por la que evolucione el sistema y del intervalo de temperaturas considerado.

Así, si la sustancia es un gas y el modelo aplicable es el de Gas Ideal, las ecuaciones serán:

$$\Delta U = \int c_v(T) \cdot dT \quad \text{y} \quad \Delta H = \int c_p(T) \cdot dT \quad [1]$$

Los calores específicos  $c_v$  y  $c_p$  se definen precisamente con las expresiones

$$c_v = \partial U / \partial T]_v \quad \text{ó} \quad c_p = \partial H / \partial T]_v$$

$$c_v = dU / dT \quad c_p = dH / dT,$$

siendo las dos últimas para el modelo de G Id en el que U y H son **sólo** función de T.

El análisis de los distintos cálculos que se plantean encajan en el siguiente marco:

- 1) **Tablas de gas ideal:** utilizan funciones polinómicas de T para  $c_v$  y  $c_p$  y construyen las tablas mediante la integrales definidas por [1] a partir del estado de referencia.<sup>1</sup>
- 2) **Expresiones de Gas Perfecto:** Utiliza las expresiones anteriores calculadas con la exigencia de que  $c_v$  y  $c_p$  sean constantes y coincidan con sus valores respectivos para T = 300 K. Las expresiones [1] se transforman en

$$\Delta U = c_{v,0} \cdot \Delta T \quad \text{y} \quad \Delta H = c_{p,0}(T) \cdot \Delta T$$

indicando el subíndice **o** la referencia ambiente: 300K.

- 3) **Cálculo de las integrales (\*):** Utiliza una función específica de  $c_p$  y tomando  $c_p = R - c_p$ .
- 4) **Cálculo con las medias analíticas para los c. específicos:** Utiliza valores ctes de  $c_v$  y  $c_p$  calculados como  $(c_1+c_2)/2$ . Es un método mucho más correcto que el del caso 2) pues aunque también introduce un valor cte, éste se approxima mucho más al valor de la media termodinámica de los c. específicos (fig. Pb 2.14) calculada, por ej., para  $c_p$  como:

$$\Delta H = \int c_p(T) \cdot dT = c_{p,m} \cdot \Delta T$$

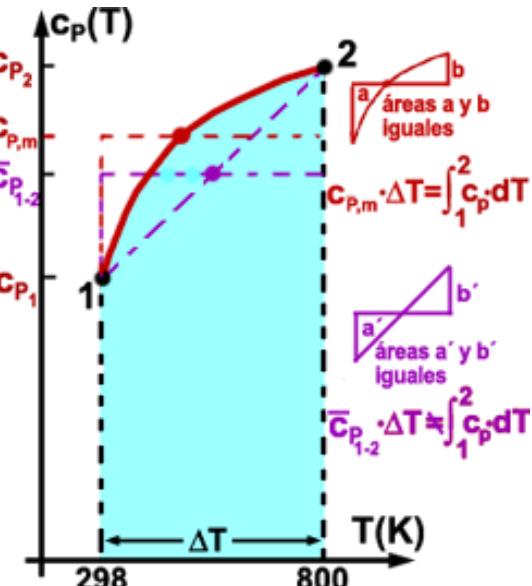


Fig. Pb 2.14

<sup>1</sup> Recuérdese que en este estado se elige para h el valor o y para u el valor correspondiente a la ecuación  $u = h - P \cdot v$ .

## 5) Valores de Sustancia Real: tomados de **TermoGraf**

(i)	$\Delta U$	(i)/(5)	$\Delta H$	(i)/(5)	pantalla
<b>(1) Tablas de CO2 G Id</b>	<b>55926.0</b>	<b>100.2</b>	<b>68445.0</b>	<b>100.1</b>	
<b>(1) Termograf G Id:</b>	<b>55921.8</b>	<b>100.2</b>	<b>68443.2</b>	<b>100.1</b>	<b>2</b>
<b>(2) Cálculo Gas Perf:</b>	<b>42159.0</b>	<b>75.6</b>	<b>54678.9</b>	<b>80.0</b>	<b>3</b>
<b>(2) Termograf G Perf:</b>	<b>42158.8</b>	<b>75.6</b>	<b>54680.0</b>	<b>80.0</b>	<b>3</b>
<b>(3) Cálculo <math>\int cp(T) \cdot dT</math></b>	<b>55642.2</b>	<b>99.7</b>	<b>68169.4</b>	<b>99.7</b>	
<b>(4) cp, cv medios</b>	<b>54109.8</b>	<b>97.0</b>	<b>66631.2</b>	<b>97.4</b>	<b>2</b>
<b>(5) Termograf Sust Real:</b>	<b>55789.4</b>	<b>100</b>	<b>68375.8</b>	<b>100</b>	<b>4</b>

Tabla Pb 2.14

La Tabla Pb 2.14 muestra los distintos resultados (casos 1 a 4) y su relación con los valores de sustancia real (5). Se han añadido los valores que da **TermoGraf** para los casos (1) y (2).

### Comentarios:

Como era de esperar, los casos (1) y (3) coinciden prácticamente con la sustancia real (5). La pequeña diferencia es debida a que el modelo de sustancia real recoge una dependencia de los c. específicos no sólo de  $T$  sino también de  $P$ , aunque ésta es mucho más débil que la primera.

El modelo de Gas Perfecto produce un resultado totalmente inaceptable. Al no cumplirse las dos condiciones que harían apropiado el modelo: pequeño intervalo de temperaturas,  $\Delta T$ , y proximidad a la  $T$  ambiente, el modelo tiene un error considerable.

El cálculo con el valor medio de los c. específicos es, sin embargo, aceptable y tanto más cuanto más pequeño sea el intervalo  $\Delta T$  o más se aproxime la forma de la curva  $c(T)$  a la recta de unión de los estados 1 y 2 (fig. Pb 2.14). En dicha figura puede verse que el valor exacto sería la media termodinámica. Sin embargo ésta no es utilizable para calcular las variaciones de  $\Delta U$  y  $\Delta H$  pues precisamente se calcula a partir de estos valores.

En consecuencia, podemos concluir que cualquiera de los métodos de cálculo (1) ó (3) es comparable al (5) y, por tanto, es aceptable. El método (4) supone una mayor dispersión y el método basado en las propiedades del Gas Perfecto, (2), es solamente aceptable en condiciones muy particulares como se menciona más arriba.

En el Ej. 2.2, la comparación entre modelos completa el análisis anterior.

## Pb. 3.15.- Cálculo de propiedades en tres modelos de sustancia



Representa en diagramas P-T y P-v los siguientes casos, determinando el  $v$  (en  $m^3/kg$ ) y la energía interna,  $u$  (en  $kJ/kg$ ) para 1 kg de aire. Considera tres modelos: gas perfecto, gas ideal y sustancia real, construye una tabla con los valores y analiza las diferencias:

- |                   |                  |                  |
|-------------------|------------------|------------------|
| 1. 950 K, 200 bar | 3. 500 K, 80 bar | 4. 500 K, 10 bar |
| 2. 500 K, 200 bar |                  |                  |
| 5. 350 K, 3 bar   |                  |                  |

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un sistema formado por un kg de aire.

**Sustancia y Modelo:** Diversos modelos

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; M de C (indiferente pues no consideramos flujos de trabajo)

**Condiciones:** No se consideran efectos energéticos especiales y sólo se quiere comparar las propiedades de estado v y u. Se toma como referencia los valores del modelo de sustancia real que se considera el más ajustado al comportamiento real.

**Análisis:** Trasladando desde **TermoGraf** los valores correspondientes:

Aire v (m <sup>3</sup> /kg)	950 K, 200 bar		500 K, 200 bar		500 K, 80 bar		500 K, 3 bar		350 K, 3 bar	
<i>Gas perfecto</i>	0.0136	6.59%	0.0072	7.69%	0.0179	3.24%	0.4784	0.13%	0.3349	0.02%
	0.0136	6.59%	0.0072	7.69%	0.0179	3.24%	0.4784	0.13%	0.3349	0.02%
	0.01456	0.00%	0.0078	0.00%	0.0185	0.00%	0.479	0.00%	0.33496	0.00%
<sup>1</sup> Desvíos										

Aire u (kJ/kg)	950 K, 200 bar		500 K, 200 bar		500 K, 80 bar		500 K, 3 bar		350 K, 3 bar	
<i>Gas perfecto</i>	680.15	21.80%	357.48	28.58%	357.48	30.04%	357.48	30.94%	249.92	38.78%
	716.6	17.61%	359.47	28.18%	359.47	29.65%	359.47	30.55%	249.98	38.77%
	869.75	0.00%	500.55	0.00%	510.95	0.00%	517.61	0.00%	408.25	0.00%

Un rápido análisis señala que el **v** es idéntico en los dos primeros modelos (ambos utilizan la misma ecuación térmica de estado ¿cuál es?).

En cuanto a **u** lo apropiado es comparar diferencias pues los valores de **u** dependen del valor asignado al estado de referencia. Si las calculamos vemos que cuanto más nos acercamos a bajas presiones más se parece el comportamiento del gas ideal y el de sustancia real. A su vez, como la diferencia para  $\Delta u$  entre el modelo de Gas Ideal y Gas Perfecto depende de la diferencia entre  $c=cte$  y  $c=c(T)$  que es mayor cuanto mayor es la **T**, esta circunstancia queda patente en dichas diferencias.

Por otra parte, los tres valores correspondientes a la misma T (500 K) muestran claramente dos circunstancias de los modelos:

- Tanto en G.P: como en G. Id. Se comprueba que U (y consecuentemente los calores específicos) es sólo función de T.
- En el modelo de Sustancia Real U (y los calores específicos) es función de T y P aunque la dependencia con P sea marcadamente más suave que con T.

<sup>1</sup> Se han calculado los desvíos relativos a los valores experimentales (se toman para ello los de Sust. Real). Si utilizas tablas, será más apropiado manejar diferencias [u(T)-u(350)] que coincidirán con las de **TermoGraf** ya que no dependen del estado de referencia.

Diferencia:	u( 950)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 500)-u(350)	u( 350)-u(350)
Estado	950 K, 200	500 K, 200 bar	500 K, 80 bar	500 K, 3 bar	350 K, 3 bar
Gas Perfecto	430.23	107.56	107.56	107.56	0
Gas Ideal	466.62	109.49	109.49	109.49	0
Sustancia Real	461.5	92.3	102.7	109.36	0

# 4. Balance de energía en sistemas abiertos: análisis de equipos

## Problemas resueltos y con documento Tgraf

### Pb. 4.1.- Turbina reversible con aire como gas perfecto



En una turbina se expande aire, reversible y adiabáticamente, desde 76 psia y 525°F hasta 15 psia. La velocidad a la salida es de 500 ft/seg. y a la entrada es prácticamente nula. Calcúlese, por kg de masa de aire, el trabajo producido, en kJ. Considerar el aire como gas perfecto con  $C_p$  cte.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC conteniendo aire en la turbina.

**Sustancia y Modelo:** Aire con el modelo de Gas Perfecto

**Configuración:** Diagrama P-v; SI (final); V de C.; unidades Sistema Inglés (inicial)

**Condiciones:** Proceso estacionario ( $U_{VC}$  cte), Expansión adiabática ( $Q = 0$ ), reversible ( $W_d = 0$ ),  $\Delta E_p = 0$  pero la Ec cambia. Se conoce el proceso, dos propiedades del estado inicial y una del final.

#### Análisis:

Es frecuente considerar que una adiabática es una politrópica para un gas tanto con el modelo de gas ideal, lo que sólo es aproximado, como en el de gas perfecto<sup>1</sup> donde es correcto. En este problema se propone el modelo de gas perfecto en el que  $u$  y  $h$  son sólo  $f(T)$  como en el gas ideal pero además los calores específicos son constantes (en el gas ideal son función de la T).

Bastará plantear el balance de energía para esta situación y sustituir valores calculando aquello que sea desconocido:

$$\dot{Q}_{VC} - \dot{W}_{VC} + \sum_e \dot{m}_e \cdot (h_e + c_e^2/2) - \sum_s \dot{m}_s \cdot (h_s + c_s^2/2) = (dU/dt)_{VC}$$

Esta expresión se queda, una vez eliminados los términos nulos señalados en las Condiciones, y escribiéndola<sup>2</sup> para un kg (es decir dividiendo todos los términos por el flujo masico)

$$- w_t + h_1 - (h_2 + c^2/2) = 0$$

Así, transformando unidades y una vez calculado ( $h_1 - h_2$ )

<sup>1</sup> El modelo de gas perfecto es un modelo muy simple en sus hipótesis que permite cálculos analíticos cómodos pero que tiene un rango de validez muy limitado en cuanto a la exactitud de sus cálculos energéticos por lo que lo más apropiado es trabajar con gas ideal o sustancia real cuando las propiedades se calculen en un programa de ordenador.

<sup>2</sup> Recuerda que en el balance de energía (primer principio) para un sistema abierto (análisis de volumen de control, VC) el término  $W_{vc}$  corresponde al flujo de trabajo que atraviesa la frontera excluido el de flujo que está incluido dentro de las entalpías de entrada y salida (flujo de energía por flujo de masa). Este término,  $W_{vc}$ , será  $W_{vc} = - \int V \cdot dP + W_{disipativo}$ . El primero de estos dos sumandos recibe el nombre de trabajo técnico,  $W_t$ , y en un proceso reversible:  $W_{vc} = W_t$ .

$(h_1 - h_2) = c_p \cdot (T_1 - T_2) = 1.004 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} \cdot (548.24 - 344.36)\text{K} = 203.88$   
quedará despejando  $w_{vc}$

$$w_{vc} = 203.88 \text{ kJ/kg} - 170.7^2/2 \text{ (N}\cdot\text{m/kg)} \cdot (1\text{kJ}/1000 \text{ N}\cdot\text{m}) \\ = 203.88 - 14.57 = \mathbf{189.31 \text{ kJ/kg}}$$

con el valor positivo que indica que es un trabajo que sale de la frontera (probablemente para alimentar a un alternador que transforme este trabajo en energía eléctrica).

### Consideraciones:

Puede comprobarse el poco peso que tiene el incremento de  $E_k$  en el trabajo que proporciona la turbina (excluido el de flujo) pues aquí es solo de un 7% aun con una velocidad de salida notablemente elevada. Podemos interpretar que la variación de entalpía entre entrada y salida de turbina es la que proporciona el trabajo técnico (que no se aprovecha íntegro en un alternador pues se ve disminuido en la parte utilizada para incrementar la energía cinética).

Si analizamos este mismo proceso con el modelo de gas ideal, El valor de  $\Delta h$  es 204.79 kJ/kg, que no llega ni al 0.5% de desvío respecto del modelo de gas perfecto, que así, en este caso vemos que es “perfectamente” aplicable.

Viene bien este problema para repasar algunos conceptos:

Trabajo que atraviesa la frontera de un sistema abierto, excluido el de flujo, en función de contexto (proceso reversible o disipativo y sin o con  $\Delta E_k$  y/o  $\Delta E_p$ )

Flujo de trabajo, por kg, en un sistema abierto en situación estacionaria ( $\Delta U_{vc} = 0$ )				
Del balance de energía: $w_{vc} = q + [-\Delta h - \Delta e_k - \Delta e_p]$				
w en un Sistema abierto	Proceso reversible SIN $\Delta e_k$ (ni $\Delta e_p$ )	Proceso reversible CON $\Delta e_k$ y/o $\Delta e_p$	Proceso disipativo SIN $\Delta e_k$ (ni $\Delta e_p$ )	Proceso disipativo CON $\Delta e_k$ y/o $\Delta e_p$
$w_{vc}$	$w_t$	$w_t - \Delta e_k - \Delta e_p$	$w_t -  w_d $	$w_t -  w_d  - \Delta e_k - \Delta e_p$
$w_t = - \int v \cdot dP$	$- \int v \cdot dP = -\Delta h + q$	$- \int v \cdot dP = -\Delta h + q$	$- \int v \cdot dP = -\Delta h + q$	$- \int v \cdot dP = -\Delta h + q$
$w_d$	<b>0</b>	<b>0</b>	$w_d$	$w_d$

Tabla Pb 4.1

### Pb. 4.2.- Compresor de una instalación de turbina de gas



En Neuchatel<sup>1</sup> (Suiza) el compresor de la primera turbina de gas de 4000 kW de potencia aspiraba aire a  $P_1 = 98827 \text{ Pa/m}^2$  y  $T_1 = 25.3^\circ\text{C}$ , y lo comprimía adiabáticamente hasta  $P_2 = 437.70 \text{ kPa/m}^2$  y  $T_2 = 202.8^\circ\text{C}$ .

Calcula

1. Trabajo de compresión por kg de aire circulando,
2. Potencia necesaria para accionar el compresor para un caudal de aire de 224 t/h.

### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC conteniendo aire en la turbina.

**Sustancia y Modelo:** Aire con el modelo de Gas Ideal

**Configuración:** Diagrama P-v; SI(deben ajustarse las unidades); VC

<sup>1</sup> La primera turbina de gas para producir electricidad entró en funcionamiento en 1939 en Neuchatel  
<http://files.asme.org/asmeorg/Communities/History/Landmarks/12281.pdf>

**Condiciones:** Proceso estacionario ( $U_{VC}$  cte), Compresión adiabática ( $Q = 0$ ), ¿reversible?,  $\Delta E_k$  y  $\Delta E_p = 0$ . No se conoce el proceso, dos propiedades del estado inicial y dos del final definen el proceso.

### Análisis:

Podemos estudiar el proceso adiabático teniendo en cuenta que conocemos los estados inicial y final. Para ello nos planteamos una politrópica como proceso equivalente en el que el flujo de calor será, en principio, equivalente en módulo al trabajo disipativo provocado por el rozamiento y con signo opuesto como consecuencia del signo opuesto asignado al flujo de calor entrando (+) y al flujo de trabajo entrando (-).

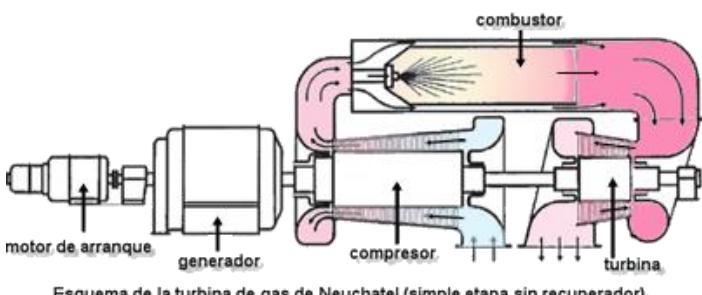
Utilizaremos la ecuación térmica de estado para determinar el volumen específico

$$v_1 = R \cdot T_1 / P_1 = 0.8669 \text{ m}^3/\text{kg}, \text{ y } v_2 = 0.3121 \text{ m}^3/\text{kg}$$

y con ellos en la expresión de la politrópica:

$$P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n$$

podemos obtener el índice  $n$  que resulta ser: 1.457, lo que implica que el proceso propuesto es adiabático disipativo (adiabático reversible:  $n_m = 1.397$ ).



1. El flujo de trabajo,  $w_{vc}$ , que cruza la frontera del VC será, por el balance de energía en el VC:

$$w_{vc} = q + [-\Delta h - \Delta e_k - \Delta e_p] = -\Delta h = h_1 - h_2 = 298.63 - 478.29 = -179.66$$

Si queremos evaluar el  $w_t$  y el  $w_d$ , bastará aplicar la expresión para la politrópica:

$$w_t = n \cdot (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1 - n) = -162.47 \text{ kJ/kg}$$

$$\text{y para el } w_d = w_{vc} - w_t = -179.66 - (-162.47) = -17.19 \text{ kJ/kg}$$

todos ellos negativos pues todos son trabajos atravesando la frontera hacia el interior del VC.

2. Reduciendo a kg/s el flujo másico dado y multiplicando por  $w_{vc}$  tendremos la potencia deseada:

$$\text{Potencia : } m (\text{kg/s}) \cdot |w_{vc}| (\text{kJ/kg}) = 224 (\text{t/h}) \cdot (1000 \text{ kg/t} \cdot 1/3600 \text{ h/s}) \cdot -179.66 \text{ kJ/kg} = 11.178 \text{ MW}$$

### Comentarios:

La potencia neta de la central es de 4 MW según el enunciado. Es característico de una central de turbina de gas que el trabajo consumido en compresión sea un porcentaje importante del trabajo de la turbina. En este caso es casi un 74%. El 26% restante corresponde al trabajo neto.

### Pb. 4.3.-Compresión irreversible con refrigeración

El equipo utilizado en Ej. 4.3<sup>1</sup> está diseñado de tal forma que es posible refrigerar el aire a la vez que se comprime (con una envoltura por la que circula agua, por ejemplo). Calcular la potencia teórica necesaria y el flujo de calor a eliminar mediante la refrigeración, en el caso de que:

<sup>1</sup> Un compresor tiene que suministrar un caudal de 160 Kg/hora de aire a una presión de 6 bar, siendo la presión atmosférica de 1 bar y la temperatura ambiente de 10°C.

- a) El proceso sea politrópico reversible con  $n = 1.3$ .
- b) El proceso sea isotermo con la misma fricción que el caso b del Ej 4.3.

### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC externo al compresor.

**Sustancia y Modelo:** Aire con el modelo de Gas Ideal

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; VC

**Condiciones:** Proceso estacionario ( $U_{VC}$  cte), Expansión politrópica,  $\Delta E_k$  y  $\Delta E_p = 0$ . Se conoce el proceso, dos propiedades del estado inicial y la P final.

### Análisis:

a) Tomando el Ej 4.3 como punto de partida, consideramos el adiabático reversible como el proceso de referencia y construimos el politrópico reversible de índice 1.3.

Utilizando las ecuaciones

$$v_1 = R \cdot T_1 / P_1 \quad \text{y} \quad P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n$$

obtenemos de la primera:  $v_1 = 0.8128 \text{ m}^3/\text{kg}$  que llevada a la segunda nos da  $v_2 = 0.2048 \text{ m}^3/\text{kg}$

y de nuevo de la primera  $T_2 = 428.14$ .

Como el proceso es **reversible** sin efectos de  $E_k$  o  $E_p$  tenemos que

$$w_{vc} = w_t = n \cdot (P_2 \cdot v_2 - P_1 \cdot v_1) / (1 - n) = -180.36 \text{ kJ/kg} \quad \text{y como } m = 0.04444 \text{ kg/s}$$

$$W_{vc} = m \text{ kJ/s} \cdot w_{vc} \text{ kJ/kg} = -8.016 \text{ kW}$$

valor que supone una demanda inferior al obtenido para la adiabática reversible (-8.477 kW) como consecuencia de que la refrigeración reduce la T del gas y la compresión "necesita" menos esfuerzo.

Con la **T** llevada a tablas o con **TermoGraf** obtenemos los valores de entalpía

$$h_1 = 283.277 \text{ kJ/kg} \quad \text{y} \quad h_2 = 429.144 \text{ kJ/kg}$$

que llevados al balance del primer principio dan para el flujo de calor:

$$Q = \Delta H + W_{vc} = 6.499 + -8.016 = -1.517 \text{ kW}$$

flujo de calor que se lleva el sistema de refrigeración.

b) Tomando ahora el proceso adiabático irreversible del Ej 4.3 como referencia estudiamos el isotermo irreversible de compresión con refrigeración.

Dado que en un gas ideal **h** es función de **T**, en el proceso isotermo **h** no cambiará, luego se verificará que  $Q = W_{vc}$  y éste será:

$$W_{vc} = m \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_1) = -6.472 \text{ kW},$$

luego  $Q = -6.472 \text{ kW}$

calor que se lleva el sistema de refrigeración.

Si tenemos en cuenta que existe la fricción que podemos similar a la evaluada en el proceso a-b, en esas circunstancias el  $Q_{refrig}$  se incrementará pues también deberá evacuar el  $Q_{fricción}$ , teniendo para ese flujo de refrigeración:

$$Q_{refrig\ irrev} = -6.472 - 0.800 = -7.272 \text{ kW}$$

### Comentarios:

Mientras que en el turbinado interesa que el sistema sea adiabático para que todo el cambio de entalpía se transforme en trabajo, en la compresión la refrigeración juega un papel positivo ya que al reducir la T del gas así como avanza el proceso, reduce el valor de la entalpía de dicho gas y el trabajo necesario para alcanzarla.

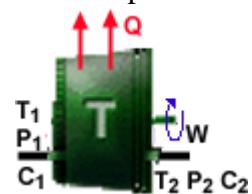
Si tenemos en cuenta que en la compresión el  $W_{vc}$  se emplea en el efecto de compresión acompañado del incremento que provoca en la entalpía, cuanto menor sea este incremento menor será el trabajo para realizar la compresión hasta una presión dada.

### Pb. 4.4.- Turbina no adiabática



Un determinado flujo másico de 3600 kg/h entra a una turbina insuficientemente aislada y que opera en situación estacionaria, desarrollando una potencia de 1160 kW. En la entrada, la presión es 87 bar, la temperatura 525°C y la velocidad 5 m/s. A la salida la presión es 0.1 bar, el título 0.85 (85%) y la velocidad 35 m/s. Calcula

- La cesión de calor de la turbina al entorno, en kJ/kg, y
- qué % de la variación energética que sufre el vapor entre la entrada y la salida, supone la variación de energía cinética. ¿Se podría despreciar esta contribución?



### Resolución

**Sistema a estudio:** El sistema bifásico contenido en el VC que rodea a la turbina.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI (T en °C); VC.

**Condiciones:** Proceso de turbinado no adiabático, con datos de entrada y salida conocidos. La  $E_k$  cambia en el proceso. Se conoce la potencia producida por la turbina.

### Análisis:

a) La expresión del balance en términos de potencia aplicable para el proceso estacionario cuando el equipo no es adiabático y hay que considerar la  $E_k$  en entrada y salida es:

$$\dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc} + \sum_e \dot{m}_e \cdot (h_e + c_e^2/2) - \sum_s \dot{m}_s \cdot (h_s + c_s^2/2) = 0$$

que por unidad de masa se transforma en

$$q_{vc} - w_{vc} + (h + c^2/2)_e - (h + c^2/2)_s = 0$$

Obtenemos de tablas o **TermoGraf** las entalpías en entrada y salida, en kJ/kg,  $h_1 = 3574.4$  y  $h_2 = 2224.9$ , el trabajo por kg de la turbina que con la potencia dada será:

$$W_{vc} \text{ kW} = m \text{ kg/s} \cdot w_{vc} \text{ kJ/kg} \quad y$$

$$w_{vc} \text{ kJ/kg} = 1160 \text{ kW} / 3600 \text{ (kg/h} \cdot 1\text{h}/3600\text{s}) = 1160 \text{ kJ/kg}$$

y llevamos a [1] estos valores, despejando previamente  $Q$  para obtener:

$$\begin{aligned} q_{vc} &= w_{vc} + (h + c^2/2)_s - (h + c^2/2)_e = w_{vc} + \Delta h + (c^2/2)_s - (c^2/2)_e = \\ &= 1160 \text{ kJ/kg} + (-1226.45) \text{ kJ/kg} + (1225-25)/2 \text{ N}\cdot\text{m/kg} \cdot (1/1000 \text{ kJ/N}\cdot\text{m}) = \\ &= 1160 \text{ kJ/kg} - 1223.45 \text{ kJ/kg} + 0.6 \text{ kJ/k} = -62.85 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

b) La variación de  $e_k$  es 0.6 kJ/kg que supone el 0.05% de la variación de entalpía. Claramente despreciable este valor en el peso general.

### Comentarios:

Conviene interpretar qué es causa y qué es efecto en la expresión del balance. En el caso de la turbina, proceso de expansión, dados los estados termodinámicos queda determinada la variación que experimenta la energía térmica del vapor. Esta variación **es debida a** (**se emplea en**):

- producir trabajo ( $W_{VC}$ ) que se transforma en energía eléctrica en el alternador.
- ceder calor ( $Q_{VC}$ )
- vencer la fricción ( $W_d$ )<sup>1</sup>
- modificar la  $E_k$
- modificar la  $E_p$

teniendo en cuenta que excepto el primero los demás no suelen estar presentes<sup>1</sup>.

Para la compresión la situación es la simétrica:

El  $W_{VC}$  que suministramos al compresor se emplea en:

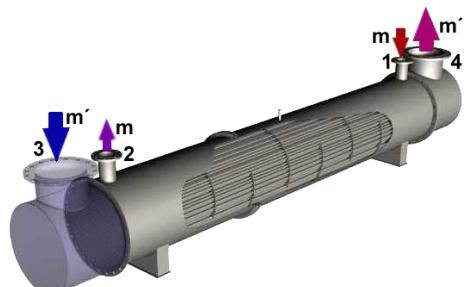
- producir un aumento de presión que, acompañado del incremento de  $T$ , supone un  $\Delta h$
- ceder calor ( $Q_{VC}$ )
- vencer la fricción ( $W_d$ )<sup>1</sup>
- modificar la  $E_k$
- modificar la  $E_p$

teniendo en cuenta que excepto el primero los demás no suelen estar presentes<sup>1</sup>.

## Pb. 4.5.- Balance en un condensador de flujos separados



Vapor de agua a 5 bar con un título de 0.86 entra en el condensador cerrado de una central térmica, saliendo el condensado como líquido saturado. El agua de alimentación a caldera, a 80 bares, entra al condensador como un segundo flujo a 39°C, alcanzando los 151°C como consecuencia de la energía cedida por el vapor. El calor transferido a través de la carcasa puede despreciarse. Determina para flujo estacionario:



1. La transferencia de energía al agua de refrigeración, desde el vapor que condensa, en kJ por kg de vapor que pasa a través de la corriente caliente del condensador.
2. La energía recibida por la otra corriente por kg de agua que circula por la corriente de alimentación a caldera.
3. Relación entre los caudales de agua de refrigeración y de vapor.

### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea al condensador (incluye ambas ramas) y los VCs correspondientes a cada una de las ramas por separado.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real bifásica.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI, T en °C; VC.

**Condiciones:** Proceso de intercambio de energía entre corrientes por conductos separados en un VC adiabático. En cada conducto el proceso es isóbaro y no se consideran efec-

<sup>1</sup> En los ciclos de potencia el proceso irreversible que se produce en todas las turbinas reales no se trata como venimos haciendo con el  $W$  disipativo sino que es habitual definir un rendimiento isoentrópico que nos mide el trabajo producido en relación con el que hubiera producido una turbina ideal que tuviera el mismo salto de  $P$ . Lo mismo sucede con la compresión. Todo ello se verá en los ejercicios del capítulo 6.

tos disipativos ni de  $E_k$  o  $E_p$ . Se conocen los estados y los procesos dentro del intercambiador.

### Análisis:

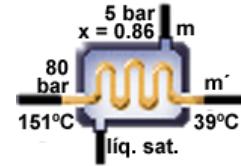
Bastará aplicar el primer principio al volumen de control teniendo en cuenta los siguientes elementos:

$q_{vc} = 0$ ;  $w_{vc} = 0$  (no hay dispositivos mecánicos que transfieran 0 reciben trabajo a través de la frontera exceptuado el de flujo que dentro de los términos de entalpía;  $u_{vc}$  es constante por ser el proceso estacionario por lo que le primer miembro es cero. Con esto el balance quedará:

$$0 = (m \cdot h_1 + m' \cdot h_3) - (m \cdot h_2 + m' \cdot h_4) = m \cdot (h_1 - h_2) + m' \cdot (h_3 - h_4) \quad [1]$$

Y llamando  $Q_c$  a la energía cedida por una rama y  $Q_f$  a la recibida por la otra tendremos:

$$m \cdot (h_1 - h_2) = Q_c = -Q_f = m' \cdot (h_4 - h_3)$$



Con los datos de entrada y salida podemos obtener las entalpías bien en tablas bien de **TermoGraf**:

Estado 1: determinado por  $P_1 = 5$  bar y  $x_1 = 0.86$

Estado 2: determinado por  $P_2 = 5$  bar y  $x_1 = 0$  (líquido condensado), siendo  $T_1 = T_2 = 151.81$  (cambio de fase).

Estado 3: determinado por  $P_3 = 80$  bar y  $T_3 = 39^\circ\text{C}$

Estado 4: determinado por  $P_4 = 80$  bar y  $T_4 = 151^\circ\text{C}$  (valor inferior y próximo a  $T_2$ )

Con estos datos tenemos para las entalpías:

Entalpías de entrada:  $h_1 = 2452.61 \text{ kJ/kg}$ ;  $h_3 = 168.79 \text{ kJ/kg}$ ;

Entalpías de salida:  $h_2 = 639.79 \text{ kJ/kg}$ ;  $h_4 = 641.24 \text{ kJ/kg}$ ;

**1.** Aplicando el balance de energía a un VC que afecte a cada rama por separado, tendremos en VC rama caliente:

$q_{12} = h_2 - h_1 = 639.79 - 2452.61 = -1812.8 \text{ kJ}$  por kg pasando por la rama caliente

**2.** Y para el VC correspondiente a la segunda rama:

$q_{34} = h_4 - h_3 = 641.24 - 168.79 = 472.44 \text{ kJ}$  por kg pasando por la rama fría.

**3.** Es evidente, de [1], que la energía que uno cede debe ser igual a la que el otro recibe en valor absoluto: esto es, en términos de potencia:

$$m \cdot q_{12} = -m' \cdot q_{34}$$

en consecuencia la relación pedida ( $m/m'$ ) será inversamente proporcional al flujo de energía cedido-ganado por cada corriente

$$m/m' = -q_{34}/q_{12} = 472.44 / 1812.8 = 0.261$$

$$\text{y} \quad m = 0.261 \cdot m'$$

### Comentarios:

Es útil asimilar la idea de que la energía cedida por uno es la el otro recibe y relacionarlo con el producto de las respectivas masas circulando por sus diferencias de entalpía cada una con su signo.

## Pb. 4.6.- Medida del título con un calorímetro de estrangulación



Una línea de suministro transporta una mezcla bifásica líquido-vapor a 27 bar. Una pequeña fracción del flujo transportado se deriva a través de un calorímetro de estrangulación y se libera a la atmósfera a 1 atm. La temperatura del vapor exhaustado<sup>1</sup>, medida por el calorímetro, es de 136°C. Calcular el título del vapor en la línea de suministro.

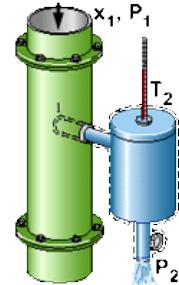
### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea al calorímetro (línea de puntos).

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con T en °C; VC.

**Condiciones:** No se consideran efectos de  $E_k$  o  $E_p$ . Se conocen la P de entrada y el estado de salida al calorímetro y que el proceso es isoentálpico (de estrangulación). El proceso se considera estacionario y adiabático a lo largo de la medida.



### Análisis:

Un calorímetro de estrangulación se utiliza para medir el título de vapor en un tubería cuando el fluido está próximo a vapor saturado. En esas condiciones una estrangulación provoca un cambio de propiedades en la salida del calorímetro de modo que se tiene un estado fuera de la zona bifásica: Conocidas las propiedades del estado final y sabiendo que en el proceso de estrangulación se cumple  $W_{vc} = Q_{vc} = 0$  y, en consecuencia, si es estacionario y sin efectos apreciables de energías cinéticas o potenciales, se cumple que  $\Delta h = 0$ .

Así, en la salida las dos propiedades conocidas ( $P = 1$  atm y  $T = 136$  °C) nos permiten determinar  $h$  que será igual a la de la mezcla bifásica que circula por la tubería. Con ese dato y la P en la tubería tendremos determinado el título ya que se cumple:

$$\begin{aligned} h &= (1 - x) \cdot h_f + x \cdot h_g \text{ y despejando } x \\ x &= (h - h_f) / (h_g - h_f) \end{aligned} \quad [1]$$

En nuestro caso  $h(1.01325 \text{ bar}, 136^\circ\text{C}) = 2747.59 \text{ kJ/kg}$

Y para  $P = 27$  bar:  $h_f = 981.675 \text{ kJ/kg}$  y  $h_g = 2802.75 \text{ kJ/kg}$

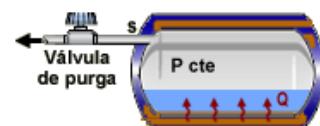
Con ello, de [1],  $x = (2747.59 - 981.675) / (2802.75 - 981.675) = 0.9697 (96.97\%)$

### Pb. 4.7.- Vaciado de un depósito a presión constante



Un depósito de volumen igual a 1.75 m<sup>3</sup> contiene una mezcla bifásica de agua cuyo título es 0.72 y su presión 15 bar. Mediante una válvula se va extrayendo lentamente vapor saturado manteniendo constante la presión al calentar el depósito durante el proceso de vaciado. El proceso de vaciado continúa hasta que el depósito acaba con sólo vapor saturado. Determina

1. ¿Cuál es la masa presente en la situación inicial, en kg?
2. ¿Cuál es la masa de vapor presente en la situación inicial, en kg?
3. ¿Cuál es la masa, en kg, que abandona el depósito?
4. ¿Cuál es la cantidad del calor cedido al depósito, en kJ?



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea al depósito.

<sup>1</sup> Extraído

**Sustancia y Modelo:** Agua en sistema bifásico a estudiar con el modelo de sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con la T en °C; VC.

**Condiciones:** Proceso transitorio. No se consideran efectos de  $E_k$  o  $E_p$ . Se conocen los estados de entrada y salida del depósito y que el proceso es isóbaro dentro del domo. El estado en la salida, antes de la válvula de purga, permanece constante y coincide con el estado final de vapor saturado.

No hay  $W_{vc}$  pues no existe dispositivo que produzca o reciba trabajo ni deformación de la superficie.

### Análisis:

La existencia de un VC que es un depósito puede llevar a creer que el proceso en su interior va a ser a  $v$  cte. Sin embargo lo que analizaremos es el volumen de la masa final (parte de la existente al principio) para verla expandirse hasta ocupar el volumen total del depósito. Por eso el proceso es isóbaro e isotermo pero no isócoro debido a que va cambiando el volumen específico dentro del depósito y hay control de la  $P$  interior.

Pasaremos a calcular las distintas cuestiones:

1. Las propiedades  $P$  y  $x$  del estado inicial nos permiten calcular el  $v$  inicial<sup>1</sup> y con él la masa inicial:

De **TermoGraf**:  $v_1 = 0.0952 \text{ m}^3/\text{kg}$  y para la masa inicial en el depósito:

$$m_1 = V_1/v_1 = 1.75 \text{ m}^3 / 0.0952 \text{ m}^3/\text{kg} = 18.385 \text{ kg}$$

2. En cuanto a la masa de vapor será, de la definición de título:

$$m_{1v} = x_1 \cdot 18.385 \text{ kg} = 13.237 \text{ kg}$$

3. Para determinar la masa que abandona el depósito habrá que calcular la masa que queda en el estado final del mismo modo que se ha hecho con la inicial:

$$m_2 = V_2/v_2 = 1.75 \text{ m}^3 / 0.132 \text{ m}^3/\text{kg} = 13.283 \text{ kg} \text{ ya que } v_2 \text{ es } v_g \text{ (v del vapor saturado)}$$

Así:  $m = m_1 - m_2 = 18.385 \text{ kg} - 13.283 \text{ kg} = 5.103 \text{ kg}$

4. En cuanto al flujo de calor absorbido para mantener la presión y vaciar el depósito, deberemos aplicar el balance de energía al VC en un proceso transitorio (no se anula el primer miembro que mide la variación del VC). La expresión es:

$$m_2 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1 = Q + h_2 \cdot (m_2 - m_1)$$

pues no hay  $W_{vc}$  (no hay dispositivos capaces de producir o precisar  $W$ ) y no hay masa entrando. Obteniendo previamente las propiedades energéticas:

$$u_1 = 2103.4 \text{ kJ/kg}; u_2 = 2593.54 \text{ kJ/kg}; h_2 = 2791.2 \text{ kJ/kg};$$

y despejando y sustituyendo:

$$Q = m_2 \cdot u_2 - m_1 \cdot u_1 - h_2 \cdot (m_2 - m_1) = 10019.1 \text{ kJ}$$

### Comentarios:

Los procesos de vaciado y llenado de depósitos que no implican procesos desconocidos son sencillos de tratar con la metodología aquí seguida: las propiedades térmicas y energéticas se calculan con las hipótesis sobre el proceso o procesos a partir de los datos

<sup>1</sup> Si se trabaja con tablas: La presión permite determinar en tablas los valores de la curva de saturación :

$$v_f = 0.001154 \text{ m}^3/\text{kg}, v_g = 0.132 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$\text{Con ellos y la definición de título se obtiene } v_1 = (1-x) \cdot v_f + x \cdot v_g$$

conocidos para los estados inicial y final. Los flujos de energía mediante el balance para transitorios.

### Pb. 4.8.- Balance de energía en una turbina



A una turbina entra vapor a través de un conducto de 0.2 m de diámetro. La velocidad del vapor es 100 m/s, su presión es 14 MPa, y su temperatura es 600°C. El vapor sale de la turbina a través de un conducto de 0.8 m de diámetro con una presión de 500 kPa y una temperatura de 180°C. Para la operación en situación estacionaria, determíñese:

1. El flujo mÁsico de vapor, en kg/s.
  2. La velocidad del vapor a la salida, en m/s.
  3. El w realizado por la turbina, en kJ/kg
  4. La potencia desarrollada, en kW.

## Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea a la turbina<sup>1</sup>.

**Sustancia y Modelo:** Agua en sistema bifásico a estudiar con el modelo de sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con la T en °C; VC.

**Condiciones:** Proceso estacionario. No se consideran efectos de  $E_p$  pero sí de  $E_k$ . Se conocen los estados de entrada y salida pero no el proceso salvo que es adiabático.

### Análisis:

Como conocemos T y P para los estados de entrada y salida podemos calcular el resto de propiedades necesarias:  $v$  y  $h$ . Si al hacerlo comprobamos el valor de una variable no utilizada hasta aquí: la entropía, comprobaremos que toma valores distintos lo que indica, como se analizará en el capítulo siguiente, que el proceso tiene efectos disipativos, aunque no sea relevante para este problema.

Con  $T_1$  y  $P_1$  tenemos para

$$v_1 = 0.2860 \text{ m}^3/\text{kg} \quad \text{y para } h_1 = 3693.9 \text{ kJ/kg}$$

Con  $T_2$  y  $P_2$ , tenemos para

$$v_2 = 0.4045 \text{ m}^3/\text{kg} \quad y \text{ para } h_2 = 2811.15 \text{ kJ/kg}$$

1. Tenemos que el flujo másico  $\dot{m}$  vale:

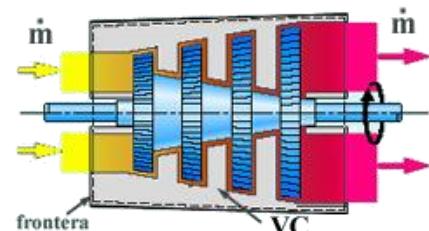
$$\begin{aligned} \mathbf{f_m} &= A_1 \cdot c_1 / v_1 = \\ &= 3.14 \cdot 0.1^2 (\text{m}^2) \cdot 100 (\text{m/s}) / 0.286 (\text{m}^3/\text{kg}) \\ &= \mathbf{10.98 \text{ kg/s}} \end{aligned}$$

2. Como el flujo másico es constante (no así el caudal V m<sup>3</sup>/s)

$$\mathbf{c}_2 = \mathbf{f m} \cdot \mathbf{v}_2 / A_2 = \\ = 10.98 \cdot 0.4045 / (3.14 \cdot 0.4^2) = \mathbf{8.84 \text{ m/s}}$$

3. Para el cálculo del trabajo utilizamos el balance de energía en el VC:

$$0 \equiv 0 - w_{vc} \pm (h_1 - h_2) \pm (c_1^2 - c_2^2)/2000$$



<sup>1</sup> Las ruedas de álabes son externas al VC y hacen la función del émbolo en un cilindro pistón, ofreciendo una resistencia que es la que da lugar al trabajo hacia fuera de la frontera.

Siendo los primeros ceros por sistema estacionario y por proceso adiabático. El divisor 2000 incorpora el factor 1000 correspondiente al cambio de unidades: de J/kg a kJ/kg. Nos quedará despejando:

$$\begin{aligned} w_{vc} &= (h_1 - h_2) + (c_1^2 - c_2^2)/2000 = 3693.9 \text{ kJ/kg} - 2811.15 \text{ kJ/kg} + (10000 - 78.15) / 2000 \text{ kJ/kg} \\ &= 882.75 + 4.96 = \mathbf{887.71 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$

4. Para la potencia tendremos:

$$W_{vc} = fm \cdot w_{vc} = 10.98 \text{ kg/s} \cdot 887.71 \text{ kJ/kg} = \mathbf{9747.1 \text{ kW}}$$

### Comentarios:

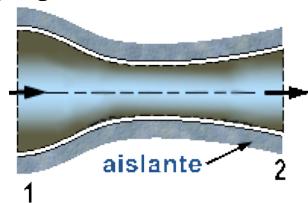
De nuevo señalar el escaso peso de los cambios en la energía cinética en estos equipos a diferencia de lo que sucede en el equipo del siguiente problema.

## Pb. 4.9.- Incremento de velocidad en una tobera



Se utiliza una tobera, que funciona en estado estacionario, para incrementar la velocidad del vapor de agua que entra con  $P_1 = 135$  bar,  $T_1 = 580^\circ\text{C}$ , y una velocidad de 14 m/s, de modo que a la salida alcanza una velocidad de 598 m/s, con una presión  $P_2 = 9$  bar. La transferencia de calor es despreciable y no hay cambios en la energía potencial. Determina, para un flujo másico de 10 kg,

1. La temperatura a la salida y
2. El área de la sección de salida de la tobera, en  $\text{m}^2$ .



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea a la tobera.

**Sustancia y Modelo:** Agua en sistema bifásico a estudiar con el modelo de sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con la T en  $^\circ\text{C}$ ; VC ().

**Condiciones:** Proceso estacionario. No se consideran efectos de  $E_p$  pero sí de  $E_k$ . Se conoce el estado de entrada y la P salida. No se conoce el proceso salvo que es adiabático.

### Análisis:

Como no se conoce el estado de salida salvo que está sobre la isóbara 9 bar, será necesario recurrir al balance de energía que aplicaremos con los siguientes considerandos: Q y  $W_{vc}$  son nulos (VC adiabático y en la tobera no hay dispositivos capaces de producir o requerir trabajo), primer miembro nulo por ser estacionario el proceso. En consecuencia el balance nos quedará:

$$0 = 0 - 0 + (h_1 - h_2) + (c_1^2 - c_2^2)/2$$

Siendo  $h_1 = 3542.7 \text{ kJ/kg}$

Despejando  $h_2$ :

$$h_2 = h_1 (\text{kJ/kg}) + (c_1^2 - c_2^2)/2 (\text{N}\cdot\text{m/kg}) = \{3542.7 + (14^2 - 598^2)/2000\} \text{ kJ/kg} = 3364.0 \text{ kJ/kg}$$

1. Con este valor y la presión determinaremos otras propiedades del estado como la T y el v:

$$T_2 = \mathbf{446.7 \text{ }^\circ\text{C}} \text{ y } v_2 = 0.3658 \text{ m}^3/\text{kg}$$

2. La sección de la tobera a la salida cumple:  $fm \cdot v_2 = A_2 \cdot c_2$  siendo fm el flujo másico (10 kg/s)

Así:  $A_2 = fm \cdot v_2 / c_2 = 10 \text{ (kg/s)} \cdot 0.3658 \text{ (m}^3/\text{kg}) / 598 \text{ (m/s)} = 61.2 \text{ cm}^2$

### Comentarios:

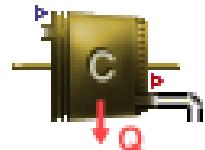
Las toberas y difusores son equipos diseñados de forma que la  $E_k$  es parte importante del proceso. En esta tobera  $\Delta E_k$  es 178.7 kJ/kg valor que no es despreciable si se compara, por ejemplo, con las entalpías.

### Pb. 4.10.- Potencia de un compresor no adiabático



Un compresor que opera en situación estacionaria, toma aire del ambiente ( $P = 1 \text{ atm}$ ,  $T = 295 \text{ K}$ ) con una velocidad de aspiración de 4.4 m/s a través de una sección de  $0.25 \text{ m}^2$ . A la salida, tras ceder 5.5 kW de calor al entorno, se alcanza una presión de 10 bar con una temperatura de 630 K y una velocidad de 2.2 m/s. Calcula, con el modelo de gas ideal,

1. la potencia consumida por el compresor, en kW.
2. ¿consideras razonable haber planteado la hipótesis de que el compresor podría considerarse adiabático? ¿y adiabático reversible?



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea al compresor.

**Sustancia y Modelo:** Aire como Gas Ideal

**Configuración:** Diagrama P-v; SI, T en K; VC (P-V).

**Condiciones:** Proceso estacionario ( $U_{VC} \text{ cte}$ ), Compresión no adiabática ( $Q = 0$ ), ¿reversible?,  $\Delta E_k$  no es nula y  $\Delta E_p = 0$ . No se conoce el proceso, dos propiedades del estado inicial y dos del final permitirán definir una politrópica.

### Análisis:

Para calcular la potencia necesitamos conocer el flujo máscico y el trabajo de compresión  $W_{vc}$  además de entalpías y  $E_k$ . Como la entalpía es  $f(T)$  en un gas ideal podemos ir a las tablas con los valores de  $T$  obteniendo:

$$h_1 = 259.17 \text{ kJ/kg} \quad y \quad h_2 = 638.64 \text{ kJ/kg}$$

Con los datos del estado 1 utilizaremos la ecuación térmica de estado para determinar el volumen específico

$$v_1 = R \cdot T_1 / P_1 = 0.8358 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Como se cumple para el flujo máscico  $fm = A_1 \cdot c_1 / v_1$

Tendremos en este caso:

$$1. \quad fm = 0.25 \text{ (m}^2\text{)} \cdot 4.4 \text{ (m/s)} / 0.8358 \text{ (m}^3/\text{kg}) = 1.316 \text{ kg/s}$$

Aplicando el balance de energía a un VC estacionario:

$$0 = Q - W_{vc} + fm \cdot (h_1 - h_2) + (c_1^2 - c_2^2) / 2$$

Despejando  $W_{vc}$

$$\begin{aligned} W_{vc} &= Q + fm \cdot \{(h_1 - h_2) + (c_1^2 - c_2^2) / 2\} = \\ &= -5.5 \text{ (kW)} + 1.316 \text{ (kg/s)} \cdot \end{aligned}$$

· {-

$$379.47 \text{ (kJ/kg)} + (14.52 / 2) \text{ (N} \cdot \text{m/kg)} \cdot (1 / 1000) \text{ (kJ/N} \cdot \text{m)}$$

$$= -5.5 \text{ kW} \quad + \quad -499.38 \text{ kW} \quad + \quad -0.0096 \text{ kW} = -504.89 \text{ kW}$$

2. El flujo de calor apenas supera el 1% del trabajo  $W_{vc}$  por lo que podría haberse considerado adiabático.

¿Podríamos considerarlo adiabático y además reversible, es decir sin efectos de fricción?

Para ver si podría serlo consideramos la politrópica reversible que conecte los dos estados, recordando que si el VC es adiabático el flujo de calor de la politrópica representará el trabajo disipativo consecuencia de la fricción y que si éste fuera despreciable entonces la politrópica estaría casi superpuesta a la adiabática.

Con los datos del estado 2 y la ecuación térmica de estado determinaremos el volumen específico

$$v_2 = R \cdot T_2 / P_2 = 0.18085 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Llevando a la expresión de la politrópica las respectivas propiedades:

$$P_1 \cdot v_1^n = P_2 \cdot v_2^n$$

podemos obtener el índice  $n$  que resulta ser  $n = \ln(P_1/P_2)/\ln(v_2/v_1) = 1.4957$ , lo que implica que el proceso propuesto es adiabático disipativo (adiabático reversible:  $n_m = 1.681$ ) ya que no coincide el valor de  $n$ . Así, en la politrópica hay un flujo de calor, -215.365 kJ/kg que corresponde al trabajo disipativo del proceso adiabático equivalente.

### Comentarios:

El compresor es otro equipo en el que las velocidades no suponen peso significativo en el balance. Aquí menos del 0.02%.

Por otra parte, el trabajo de compresión sale negativo de acuerdo con el criterio de signos.

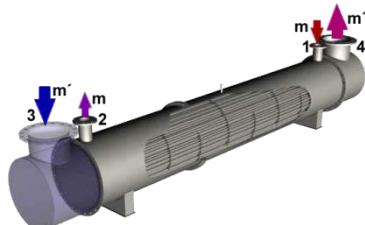
## Pb. 4.11.- Intercambiador agua-aire



Un flujo de 40 kg de aire circula por el interior de 140 tubos, de sección transversal 0.01 m<sup>2</sup>, de un intercambiador de calor agua-aire. Las temperaturas y presiones a la entrada y salida de los tubos son de 140°C, 220 kPa y 22°C, 150 kPa, respectivamente.

Suponiendo que el aire se comporta como gas ideal, determinar:

1. Las velocidades del aire a la entrada y salida de los tubos,
2. El flujo de calor transferido por el aire, en kW.
3. El flujo máscico de agua, en kg/s, mínimo necesario para refrigerar el aire, de forma que su temperatura aumente sólo 10 °C.



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea a los tubos por los que circula el aire.

**Sustancia y Modelo:** Aire como Gas Ideal (para el agua se utilizará el modelo de fluido incompresible con  $c=cte$ )

**Configuración:** Diagrama P-v; SI y T en K; VC (máscico).

**Condiciones:** El proceso es estacionario. No hay efectos gravitatorios ni se transfiere otro trabajo que el de flujo en el VC.

### Análisis:

De los datos de los estados puede obtenerse el  $v$  por aplicación de la ecuación térmica de estado. Así, con los del estado 1 tendremos

$$v_1 = R \cdot T_1 / P_1 = 0.5391 \text{ m}^3/\text{kg}$$

y con los del estado 2:

$$v_2 = R \cdot T_2 / P_2 = 0.5648 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Si queremos determinar ahora las velocidades, aplicaremos la expresión  $f_m = A_1 \cdot c_1 / v_1$  que las relaciona con el flujo mísico. Para  $A_1$  tenemos el valor  $A_1 = 140$  (tubos)  $\cdot 0.01$  ( $\text{m}^2/\text{tubo}$ )  $= 1.4 \text{ m}^2$

Tendremos en este caso:

1.  $40 \text{ kg/s} = 1.4 (\text{m}^2) \cdot c_1 (\text{m/s}) / 0.5391 (\text{m}^3/\text{kg})$  y despejando

$$c_1 = 40 (\text{kg/s}) \cdot 0.5391 (\text{m}^3/\text{kg}) / 1.4 (\text{m}^2) = 15.40 \text{ m/s}$$

y  $c_2 = 40 (\text{kg/s}) \cdot 0.5648 (\text{m}^3/\text{kg}) / 1.4 (\text{m}^2) = 16.14 \text{ m/s}$

2. Para el flujo de calor aplicaremos la ecuación del balance, de la que eliminaremos el término de energía cinética por la pequeña variación que experimentan las velocidades de entrada y salida:

$0 = Q + f_m \cdot (h_1 - h_2)$  y tras obtener las entalpías a partir de las T bien en tablas o en **TermoGraf**:  $h_1 = 414.27 \text{ kJ/kg}$  y  $h_2 = 295.32 \text{ kJ/kg}$  despejando

$$Q = 40 (\text{kg/s}) \cdot (-414.27 + 295.32) (\text{kJ/kg}) = -4758.0 \text{ kW}$$

calor cedido luego negativo por el convenio de signos.

3. Para el cálculo del flujo de agua consideramos:

- modelo de sustancia incompresible con  $C = 4.18 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  de modo que  $Q = f_{m_w} \cdot C \cdot \Delta T$

$$-Q_w = -Q_{\text{aire}}$$

En consecuencia:

$$f_{m_w} = 4758.0 (\text{kW}) / \{4.18 (\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) \cdot 10 (\text{K})\} = 113.82 \text{ kg/s}$$

### Comentarios:

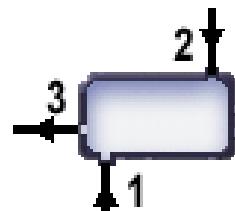
El proceso registra una pérdida de carga significativa que no es debido ni a la producción de trabajo (caso de la turbina) ni a modificaciones importantes de la velocidad (tobera) sino a la fricción con las paredes de los tubos. Este efecto disipativo produce un trabajo disipativo que se reintegra al sistema. Para su cálculo hay que hacer hipótesis sobre el modelo de fricción, por ejemplo asimilando el proceso a uno politrópico, caso ya estudiado en el Ej 4.3 y en Pb 4.3 entre otros.

### Pb. 4.12.- Intercambio en un calentador abierto



Un calentador abierto de agua opera en situación estacionaria. El agua entra por 1 a  $55^\circ\text{C}$  y  $1.3 \text{ MPa}$ . Otro flujo de vapor entra por 2 con un flujo mísico igual a 0.15 del flujo anterior con un volumen específico de  $133 \text{ litros/m}^3$ , y a la presión anterior. A la salida del equipo se tiene agua líquida saturada. Ignorando la transferencia de calor entre el calentador y su entorno así como las variaciones de energía cinética y potencial, calcúlese

1. la temperatura del vapor en la entrada 2, en  $^\circ\text{C}$ , si es vapor recalentado,
2. su título si es una mezcla de líquido-vapor.
3. el calor cedido por kg entrando por 2



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que encierra al calentador.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real (bifásica)

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con T en °C; modo de análisis VC. 

**Condiciones:** VC adiabático en un proceso estacionario. Sin efectos de  $E_k$  o  $E_p$ . Proceso isóbaro.

### Análisis:

El equilibrio entre entradas y salidas exige no sólo que se cumpla la ecuación del balance de masas:  $m_3 = m_1 + m_2$ , o la del balance de energía:  $0 = q - w_{vc} + (h_e - h_s)$ , sino también el necesario equilibrio de presiones pues el proceso debe ser isóbaro por lógica. En consecuencia todos los estados comparten presión: 1 MPa.

Localizando las distintas propiedades a partir de los datos proporcionados:

$$h_1 = 231.7 \text{ kJ/kg}; \quad h_2 = 231.7 \text{ kJ/kg}; \quad h_3 = 231.7 \text{ kJ/kg}$$

Por otra parte el estado 2 se encuentra dentro del domo ya que  $v_2 < v_g$ . Como estamos dentro del domo  $T_2$  es la T de cambio de fase para la presión 1.3 MPa, es decir

1.  **$T = 191.594^\circ\text{C}$**

2. Por otra parte podemos identificar el título a partir de su definición:  $x = (v - v_f) / (v_g - v_f)$

Los valores  $v_g$  y  $v_f$  los tenemos en la tabla de la curva de saturación, con entrada en 1.3 MPa. Llevando dichos valores,  $v_g = 0.151 \text{ m}^3/\text{kg}$  y  $v_f = 0.00114 \text{ m}^3/\text{kg}$ , tenemos

**$x = 0.879$**

3. Para el calor cedido deberemos realizar el balance de energía, para lo que necesitamos el balance de masa. Como no se da un flujo másico utilizaremos la referencia de 1 kg entrando por el estado 2.

De acuerdo con esto,  $m_1 = 1 \text{ kg} / 0.15 = 6.667 \text{ kg}$  y  $m_3 = m_1 + m_2 = 7.667 \text{ kg}$

Llevando estos datos y los de las entalpías a la expresión del balance:

$$0 = q - w_{vc} + m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 - m_3 \cdot h_3$$

Como el VC es adiabático y no tiene sistemas de producción de trabajo nos queda

$$0 = m_1 \cdot h_1 + m_2 \cdot h_2 - m_3 \cdot h_3 = m_1 \cdot (h_1 - h_3) + m_2 \cdot (h_2 - h_3)$$

Analizando la expresión identificamos  $m_1 \cdot (h_1 - h_3)$  como la energía absorbida por la corriente  $m_1$  que entra por 1 y  $m_2 \cdot (h_2 - h_3)$  como la cedida por la corriente  $m_2$  que entra por 2 y que es igual en módulo y de signo opuesto a la anterior.

Si consideramos el VC imaginario que rodea al flujo entrando por 2 definimos en el correspondiente balance de energía que

$$q_{23} = - (h_2 - h_3) \text{ kJ/kg} = -1732.2 \text{ kJ/kg}$$

### Pb. 4.13.- Una válvula de estrangulación

Un flujo de vapor atraviesa una válvula de estrangulación adiabática. A la entrada, la presión es 6.6 MPa, la temperatura es  $360^\circ\text{C}$  y la velocidad es 16 m/s. La presión a la salida es 0.6 MPa y los conductos de entrada y salida tienen el mismo diámetro. Calcúlese la velocidad, temperatura y entalpía específica del vapor a la salida.

#### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC que rodea a la válvula.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con T en °C; VC.



**Condiciones:** No se consideran efectos de  $E_k$  o  $E_p$ . Se conocen el estado de entrada y la P de salida de la válvula. El proceso es isoentálpico (de estrangulación). El proceso se considera estacionario y adiabático.

### Análisis:

Una válvula se utiliza para regular la presión de salida del fluido cuando la caída de presión o el flujo másico es pequeño de modo que el cambio no puede ser aprovechado para producir trabajo. está próximo a vapor saturado. Conocidas las propiedades del estado inicial y sabiendo que en el proceso de estrangulación se cumple  $W_{vc} = Q_{vc} = 0$  y, en consecuencia, si es estacionario y sin efectos apreciables de energías cinéticas o potenciales, se cumple que  $\Delta h = 0$  la resolución de la cuestiones es inmediata.

Así, en la entrada las dos propiedades conocidas ( $P = 66$  bar y  $T = 360$  °C) nos permiten determinar  $h$  que será igual a la del estado 2 de modo que con la presión conocida (6 bar) queda completamente determinado y podemos escribir:  $h_2 = 3055.4$  kJ/kg y  $v_2 = 0.4323$  m<sup>3</sup>/kg.

En cuanto a las cuestiones:

1. La velocidad a la salida está relacionada con la sección, A, con el flujo másico,  $f_m$ , y con el volumen específico, v, según la expresión:  $c = f_m \cdot v / A$

Como conocemos  $c_1$ ,  $v_1$  y  $A_1$ , para el estado 1 y  $v_2$  y  $A_2 (= A_1)$  en el estado 2, podemos escribir:

$$c_1 \cdot A_1 / v_1 = c_2 \cdot A_2 / v_2 \text{ y despejando}$$

$$c_2 = c_1 \cdot v_1 / v_2 = 16 \text{ (m/s)} \cdot 0.4323 \text{ (m}^3/\text{kg}) / 0.0388 \text{ (m}^3/\text{kg}) = \mathbf{178.3 \text{ m/s}}$$

2. La entalpía específica es igual a  $h_1$

$$h_2 = 3055.4 \text{ kJ/kg}$$

3. Finalmente, la temperatura del estado 2 queda definida por las dos propiedades como hemos indicado antes.

Así, en tablas o en **TermoGraf**, entrando con  $P = 6$  bar y  $h = 3055.4$  kJ/kg, obtenemos

$$T_2 = \mathbf{297.41^\circ C}$$

### Comentarios:

Es frecuente oír la expresión cuando se abre una manguera de agua o un grifo:

“Sale a toda presión”

y lo podemos notar si colocamos la mano frente al chorro. A la vista del resultado obtenido para la velocidad qué opinas de la frase anterior (considera además que el efecto se incrementa porque la sección de salida suele ser menor que la de entrada a la válvula).

## Pb. 4.14.- Turbina y rendimiento isoentrópico



En una turbina de vapor adiabática, entra éste a  $P_1 = 110$  bar y  $T_1 = 550^\circ C$ , sufriendo una expansión hasta 6.5 kPa. El rendimiento isoentrópico de la turbina es  $\eta_s = 0.85$ . Determina

1. El trabajo producido por la turbina, en kg/s.
2. título x, con el que abandona la turbina el vapor de agua
3. el caudal de vapor de agua, en m<sup>3</sup>/s medidos en la salida, que atraviesa la turbina si ésta cede una potencia de 120 MW, y
4. la sección de la tubería, en m<sup>2</sup>, si la velocidad en la salida es de 6 m/s.

### Resolución

**Sistema:** El VC que rodea a la turbina (y el que rodea a la turbina auxiliar isoentrópica).

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama P-v; SI con T en °C; VC.

**Condiciones:** No se consideran efectos de  $E_k$  o  $E_p$ . Se conocen el estado de entrada y la P de salida de la turbina así como el rendimiento isoentrópico de la misma. El proceso se considera estacionario y adiabático.

### Análisis:

El rendimiento isoentrópico introducido aquí es una propiedad del proceso que cumple una doble finalidad: de un lado es un modo de medir la calidad de la turbina en cuanto al trabajo que es capaz de procesar a partir de la entalpía de entrada. De otro, es un dato que permite ubicar el estado de salida del que únicamente conocemos la presión.

De su definición ( $\eta_{s,T} = W_{\text{real}}/W_{\text{isoentrópico}} = (h_1 - h_2) / (h_1 - h_{2s})^1$ ) y apoyados en el proceso de comparación: el isoentrópico o adiabático reversible ( $s = \text{cte}$ ) podemos obtener tanto el trabajo real a partir del trabajo isoentrópico como la propiedad  $h_2$  del estado de salida. Con esta propiedad y el dato de la presión de salida podremos calcular el resto de propiedades en tablas o dibujando el estado en **TermoGraf**.

**1.** Empezaremos calculando  $h_{2s}$ . Con  $P_1$  y  $T_1$  llevados a tablas<sup>2</sup> (o dibujado el estado en **TermoGraf**) obtenemos  $h_1$  y  $s_1$  (entropía del estado 1). Con  $P_2$  y  $s_2 = s_1$  (o dibujando la adiabática reversible o isoentrópica 1-2s en **TermoGraf**) obtenemos  $h_{2s}$ :

Así,  $h_1 = 3489.8 \text{ kJ/kg}$ ;  $s_1 = 6.7019 = s_2$ ;  $h_{2s} = 2072.14$  y para el trabajo de la turbina isoentrópica

Con esto, del balance de energía aplicado al VC de la turbina isoentrópica (adiabática reversible) con las consideraciones de proceso estacionario, adiabático y sin efectos de la  $E_k$  y  $E_p$ :

$w_{vc,s} = h_1 - h_{2s} = 3489.8 - 2072.1 = 1417.7 \text{ kJ/kg}$  y con el rendimiento isoentrópico, tenemos para el proceso real:

$$w_{vc} = \eta_s \cdot w_{vc,s} = 0.85 \cdot 1417.7 = \mathbf{1205.05 \text{ kJ/kg}}$$

**2.** Para el título necesitamos además de la P del estado en el domo una propiedad específica que ubique el estado dentro de la línea de cambio. Ésta es precisamente  $h_2$  que la obtendremos de

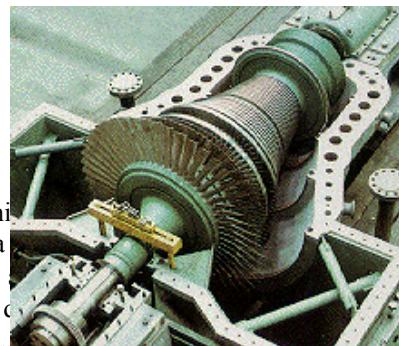
$$h_2 = h_1 - w_{vc} = 3489.8 - 1205.05 = 2284.76 \text{ kJ/kg}$$

Utilizando ahora la expresión del título a partir de cualquier propiedad específica:

$x = (h - h_f) / ((h_g - h_f)$  donde  $h_g$  y  $h_f$  son las propiedades de la curva de saturación para la presión de cambio de fase. En este caso:  $h_g = 2569.1$  y  $h_f = 157.31$ . Con ellas tenemos para  $x_2$ :

$$\begin{aligned} x_2 &= (2284.76 - 157.31) / (2569.1 - 157.31) \\ &= \mathbf{0.8821 (88.21\%)} \end{aligned}$$

**3.** El caudal  $V \text{ m}^3/\text{s}$  es



<sup>1</sup> El  $W_{\text{isoentrópico}}$  es el del proceso adiabático reversible entre la presión inicial y la presión final. La diferencia entre el trabajo real y el trabajo reversible es el efecto de la turbina. El rendimiento  $\eta_{s,T}$  es el denominado rendimiento isoentrópico. Se añade el sufijo  $T$  para indicar que se refiere a un proceso de turbinado y distinguirlo del rendimiento de compresión con una definición “simétrica”:  $\eta_{s,C} = W_{\text{isoentrópico}}/W_{\text{real}}$ . En este caso el criterio es (magnitud menor/magnitud mayor).

<sup>2</sup>

$$V = fm \text{ (kg/s)} \cdot v \text{ (m}^3/\text{kg}) \text{ siendo el flujo másico } fm = \text{Potencia} / w_{vc}, \text{ por tanto:}$$

$$fm = 120000 \text{ kW} / 1205.05 \text{ kJ/kg} = 99.58 \text{ kg/s y}$$

$$V_2 = fm \cdot v_2 = 99.58 \text{ (kg/s)} \cdot 19.416 \text{ (m}^3/\text{kg})$$

$$= 1933.49 \text{ m}^3/\text{s}$$

ya que  $v_2 = (1-x_2) \cdot v_f + x_2 \cdot v_g = 19.416 \text{ m}^3/\text{kg}$

4. La sección A<sub>2</sub> será

$$A_2 = V_2/c_2 = 1933.49 \text{ (m}^3/\text{s}) / 6 \text{ (m/s)} = 322.25 \text{ m}^2$$

que supone un diámetro de la boca de salida de 20.25 m (véase la imagen adjunta).

### Comentarios:

1. El  $w_{vc,s}$  es lógicamente mayor pues el proceso real no aprovecha el W de fricción existente que retorna al sistema, de modo que, en el proceso real, la entalpía que se transforma en trabajo hacia el exterior,  $w_{vc}$ , es menor que en el caso reversible,

Es importante destacar que la técnica utilizada para el análisis de estos equipos (compresores y turbinas) que se apoya en el rendimiento isoentrópico, supone un tratamiento distinto al desarrollado hasta aquí en los procesos disipativos. En el caso de estos equipos se ha optado históricamente, hasta el momento, por la comparación con un proceso inexistente (el isoentrópico) a diferencia de lo que se hace hasta aquí cuando se utilizan procesos equivalentes como los politrópicos reversibles que incorporan un proceso muy aproximado al real en cuanto a sus propiedades térmicas.

2. El enunciado señala: “*el caudal de vapor de agua, en m<sup>3</sup>/s medidos en la salida*”. ¿Es necesaria esa puntualización? ¿También debemos hacerla si la magnitud es el flujo másico?

3. El caudal en la salida es realmente grande y, al calcular la sección de la tubería que lleve el vapor al condensador supone una sección igualmente sorprendente (con algo más de 20 m de diámetro). Investiga qué planteamiento se hace en las centrales termoeléctricas de vapor en relación con estos resultados.

### Pb. 4.15.- Turbinado con etapa intermedia



Un flujo de aire pasa, en régimen estacionario, a través de la doble turbina y del intercambiador mostrados en la figura adjunta. Despreciamos los intercambios de calor con el entorno, los efectos cinéticos y gravitatorios, y es aplicable el modelo de gas ideal. A partir de los datos siguientes

Estado 1: 1100 K y 18 bar

Presión intermedia (P2) 4.2 bar

Estado 3: 1100 K

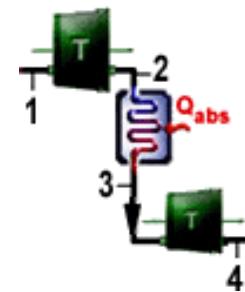
Estado 4: 1 bar

queremos conocer:

1. la temperatura a la salida, en K, de ambas turbinas suponiendo procesos isoentrópicos
2. la potencia de la segunda turbina en kW si el flujo másico es 100 kg/s.

Y, considerando que ambas turbinas tienen un rendimiento isoentrópico del 90%:

3. la temperatura a la salida, en K, de ambas turbinas,
4. el calor suministrado en la etapa de recalentamiento, en kJ/kg,
5. la potencia total en kW para el mismo flujo másico de 100 kg/s.



### Resolución

**Sistema a estudio:** El VC correspondiente a cada equipo, analizado por separado.

**Sustancia y Modelo:** Aire como Gas Ideal

**Configuración:** Diagrama P-v; SI; VC.

**Condiciones:** Los procesos en ambas turbinas son adiabáticos. En todos los equipos los procesos son estacionarios. No se consideran efectos cinéticos ni gravitatorios. Las turbinas son isoentrópicas en una primera parte e irreversibles en una segunda.  $\Delta$

### Análisis:

Los turbinados isoentrópicos aportan una condición,  $s = \text{cte}$ , que unida a la presión a la salida debe permitir definir la T de la salida. Hay distintos procedimientos que se basan en la expresión de la variación de entropía para el gas ideal:  $s_2 - s_1 = \int C_p \cdot dT/T - R \cdot \ln(P_2/P_1)$

En esta expresión el primer sumando del 2º miembro es función cuya integral no es conocida en la medida en que  $C_p$  no se considera cte sino función de T. Por ello, diversos autores han generado tablas en las que junto a las magnitudes que dependen sólo de T, como la  $u$  y la  $h$ , se tabula una función,  $s^\circ$ , que es precisamente ese primer sumando:

$$s^\circ = \int C_p \cdot dT/T.$$

De ese modo, un proceso isoentrópico permitirá escribir:

$$\Delta s_{12} = 0 = s^\circ_2(T_2) - s^\circ_1(T_1) - R \cdot \ln(P_2/P_1) \quad \text{y} \quad s^\circ_2 - s^\circ_1 = R \cdot \ln(P_2/P_1)$$

Conocidas las presiones, y localizado el valor de  $s^\circ_1(T_1)$  en las tablas, bastará calcular  $s^\circ_2(T_2)$  y localizarlo a su vez en las tablas para identificar a T a la que corresponde.

Conviene practicar la metodología para adquirir soltura en el uso de las tablas. Una vez conseguida puede trabajarse con **TermoGraf** que proporcionará los valores, incluido  $s^\circ$ , directamente reduciendo el tiempo dedicado a cálculos repetitivos.

**1.** Con esto en mente acometemos los cálculos de propiedades necesarias para responder las cuestiones relativas a las turbinas reversibles (procesos 1-2s y 3-4s):

El estado de salida de la 1ª turbina tiene  $P_2 = 4.2$  bar y  $s_2 = s_1 = 2.2477 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$

Del estado 1 obtenemos  $s^\circ_1 = 3.0774$ , de modo que  $s^\circ_{2s} = s^\circ_1 + R \cdot \ln(18/4.2) = 2.6596$  que llevado a las tablas nos da

$$T_{2s} = 758.47 \text{ K}$$

Repitiendo el proceso para la segunda turbina:  $s_3 = 2.6654 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  y  $s^\circ_3 = 3.0774$ ;

$s^\circ_{4s} = s^\circ_3 + R \cdot \ln(4.2/1) = 2.6654$ , valor que buscado en las tablas nos da:

$$T_{4s} = 762.52 \text{ K}$$

**2.** Para la potencia tendremos:

$$W_{vc,s} = f_m \cdot w_{vc,s} = 100 \text{ kg/s} \cdot (h_3 - h_{4s}) = 100 \text{ (kg/s)} \cdot 380.10 \text{ (kJ/kg)} = 38010 \text{ kW}$$

Transformando ahora los procesos de turbinado en irreversible con rendimiento isoentrópico 0.9, repetimos los análisis del punto 1 en los que ya no es aplicable que no cambia la entropía. Tendremos, en cualquier caso, que identificar los estados 2 y 4 con las mismas presiones que los 2s y 4s pero distinta T.

Para ello debemos utilizar el rendimiento isoentrópico.

De su definición ( $\eta_{s,T} = W_{\text{real}}/W_{\text{isoentrópico}} = (h_1 - h_2) / (h_1 - h_{2s})$ ) y como conocemos  $h_{2s}$  podemos despejar y calcular  $h_2 = 815.01 \text{ kJ/kg}$ .

Aplicado del mismo modo para la segunda turbina, tendremos  $h_3 = 818.98 \text{ kJ/kg}$

Llevados estos valores a las tablas tendremos

**3.**  $T_2 = 793.64 \text{ K};$

$$T_4 = 797.26 \text{ K}$$

4. Para  $q_{23}$ : Aplicando el balance de energía al VC del equipo combustor:

$$q_{23} = (h_3 - h_2) = 346.06 \text{ kJ/kg}$$

5. Y para la potencia, en este caso de las dos turbinas:

$$\begin{aligned} W_{vc,s} &= fm \cdot w_{vc,s} = 100 \text{ kg/s} \cdot \{(h_1 - h_{2s}) + (h_3 - h_{4s})\} = \\ &= 100 \text{ (kg/s)} \cdot (346.06 + 342.1) \text{ (kJ/kg)} \\ &= 68816 \text{ kW} \end{aligned}$$

### Comentarios:

El escalonamiento busca evidentemente mejorar el  $W$  que obtenemos en una instalación, en este caso de turbina de gas.

Podemos, así, preguntarnos cuál puede ser la  $P_{intermedia}$  que maximice ese trabajo. En la última pantalla del documento **TermoGraf Pb4.15** se recogen los resultados de un barrido que busca precisamente el valor de la  $P_{int}$  que optimiza el trabajo conjunto de las dos turbinas (en el caso isoentrópico).

Estos resultados se resumen en la gráfica adjunta que recoge en una tabla los diferentes casos de  $P_{int}$  (la figura muestra cinco de las posiciones centradas en el máximo que es la posición seleccionada). Las curvas corresponden:

**En rojo:**  $w$  suma de las dos turbinas:

$$(h_1 - h_{2s}) + (h_3 - h_{4s})$$

**En azul:**  $q$  suministrado por el combustor (el combustible gastado será proporcional):

$$(h_3 - h_{2s})$$

**En verde:**  $w$  de una de las turbinas:

$$(h_3 - h_{4s})$$

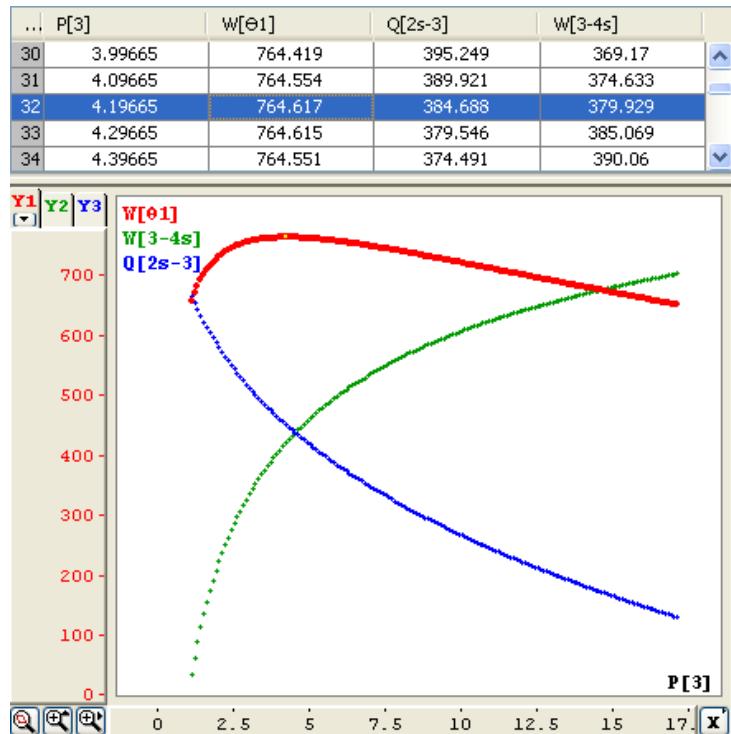
Se puede señalar que la curva azul también es la gráfica del otro  $w$ :  $(h_1 - h_{2s})$  ya que  $h_1$  y  $h_3$  tienen la misma  $T$  (impuesta en los datos del enunciado) luego la misma  $h$

¿Por qué?

Porque  $(h_1 - h_{2s}) = (h_3 - h_{2s})$  por el valor dado a  $T_3$

¿Podemos concluir que la mejor presión es el valor señalado?<sup>1</sup>.

Parece ser así, sin embargo la realidad es más compleja pues deberá tenerse en cuenta el coste del combustible (menor si aumentamos  $P_{int}$ ) y otros aspectos más generales de la instalación como el rendimiento del ciclo en que se inserta el escalonamiento.



<sup>1</sup> Puedes comprobar que el valor obtenido es  $(P_{\max} \cdot P_{\min})^{1/2}$ , siendo posible demostrar analíticamente para el caso del gas perfecto que ése es también el valor de la  $P_{int}$  óptima. Aquí hemos hecho una demostración gráfica.

Dicho de otro modo: la optimización de la variable Y en función de una determinada variable X no implica que sea un óptimo absoluto de Y pues esta función lo es de varias variables y será el estudio de la dependencia general lo que nos pueda dar el óptimo absoluto. Por otra parte podrá interesar optimizar diversas funciones: la vida de la instalación, los costes de construcción, los de explotación...

En otras palabras, un óptimo como el aquí obtenido hay que interpretarlo como el de una variable determinada (el trabajo del escalonamiento) en función de otra (la  $P_{int}$ ) sin concluir que ése debe ser el valor de diseño en una instalación que incorpore el escalonamiento.

Para ello habrá que definir el objetivo a optimizar y analizar en efecto en toda la instalación sin omitir el análisis de costes. Una rama joven de la termodinámica: la termoconomía combina el análisis exergético con el económico permitiendo extraer conclusiones operativas mucho más acertadamente que con análisis meramente energéticos.

# 5. Balances de entropía y energía

## Problemas resueltos y con documento Tgraf

### Pb. 5.1.- Cálculos de S en procesos reversible e irreversible



Un dispositivo cilindro-pistón contiene agua líquida saturada a 90°C. El pistón se desliza libremente en el cilindro en un proceso tal que el agua llega al estado de vapor saturado. El cambio es debido a un calentamiento internamente reversible a presión y temperatura constantes. Determina

1. el trabajo y el calor intercambiados por unidad de masa, ambos en kJ/kg y
2. relaciona este flujo de calor con la variación de entropía que experimenta el sistema.

Si ahora el cambio se produce a causa de la acción de un agitador de paletas, sin que exista transferencia de calor con el entorno, determina

3. el trabajo por unidad de masa, ambos en kJ/kg y
4. la entropía generada por kg. ¿En qué forma se relaciona ésta con la variación de entropía del sistema?

### Resolución

**Sistema a estudio:** El volumen contenido dentro del cilindro.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia bifásica en el modelo de sustancia real.

**Configuración:** Diagrama Ts; SI con T en °C; VC.

**Condiciones:** Pueden simularse ambos procesos en **TermoGraf** de modo que estados inicial y final coincidan y uno sea reversible y el otro no.

### Análisis:

1. La expresión del primer principio cuando no hay masa atravesando la frontera del sistema es, por kg de la sustancia:

$\Delta u = q - w = q - (w_x + w_d)$  y como el proceso es reversible en este caso, quedará  $\Delta u = q - w_x$

Cuando conozco los estados inicial y final puedo evaluar  $\Delta u$ . En cuanto a los flujos  $q$  y  $w$ , si desconozco ambas deberé resolver una directamente y la otra la podré obtener del primer principio. En este caso es muy simple evaluar  $w_x = \int P \cdot dv$  ya que  $P$  es cte e igual a 70.26 kPa. Así

$w_x = \int P \cdot dv = P \cdot \Delta v_{1-2} = 70.26 \text{ kPa} \cdot (2.3565 - 0.00103) \text{ m}^3/\text{kg} = 165.495 \text{ kJ/kg}$   
y como  $\Delta u = u_2 - u_1 = (2493.4 - 377.48) \text{ kJ/kg} = 2115.92 \text{ kJ/kg}$

tendremos para  $q$ :

$$q = 2115.92 + 165.495 = 2281.41 \text{ kJ/kg}$$

2. La relación entre la entropía del flujo de calor y dicho flujo, a partir de la definición de entropía es:

$$\delta s_q = \delta q/T$$

Por otra parte, aplicando el balance de entropía al sistema (no hay flujo de masa en su frontera):

$$ds = \delta s_q + \delta s_g$$

e integrando para el proceso 1-2 :  $\Delta s_{1-2} = s_q = q / 363.15$ , pues por ser reversible  $s_g = 0$ .

$$s_2 - s_1 = q/T$$

ya que al estar en cambio de fase a P cte, la T también permanece constante. Tomando los valores de TermoGraf:  $s_1 = 1.1941$  y  $s_2 = 7.4764 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$  y teniendo en cuenta que la T del cambio de fase es:  $90^\circ\text{C} = 363.15 \text{ K}$  podemos utilizar la expresión del balance de entropía para calcular el flujo de calor, única causa de la variación de entropía:

$$q = 6.2823 (\text{kJ/kg}\cdot\text{K}) \cdot 363.15 (\text{K}) = 2281.42 \quad \text{coincidente con el anterior}$$

**3.** En el proceso irreversible planteado se cumple:

$$w = w_x + w_d$$

En cuanto al trabajo de expansión es igual al reversible pues el proceso de expansión recorre los mismos estados, luego

$$w_x = \int P \cdot dv = P \cdot \Delta v_{1-2} = 70.26 \text{ kPa} \cdot (2.3565 - 0.00103) \text{ m}^3/\text{kg} = \mathbf{165.495 \text{ kJ/kg}}$$

Como la causa de esta expansión es la energía aportada por la resistencia eléctrica, ésta debe hacer la función del flujo de calor del proceso reversible lo que implica:

$$w_{\text{eléctrico}} = w_d^1 = |q_{\text{rev}}| = -2281.41 \text{ kJ/kg}$$

El trabajo del proceso irreversible será, así:

$$w (\text{proceso irreversible}) = w_x + w_d = 165.495 - 2281.41 = \mathbf{-2115.92 \text{ kJ/kg}}$$

En cuanto a  $q_{\text{irrev}}$  será lógicamente cero por la condición de adiabaticidad impuesta ahora a la frontera:

$$q_{\text{irrev}} = 0$$

**4.** En el caso reversible la entropía del sistema cambiaba por el aporte de calor a través de la frontera a  $363.15 \text{ K}$ .

En el caso irreversible la magnitud del cambio deberá ser el mismo aunque ahora la causa sea otra pues no hay flujo de calor. Escribiendo el balance deberá quedar claro:

$\Delta s_{1-2} = s_q + s_g$  pues no hay flujo de masa a través de la frontera, por tanto como tampoco hay flujo de calor:

$$\Delta s_{1-2} = s_g \quad \text{luego } s_g = \mathbf{6.28229 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}}$$

ya que es la única causa del cambio de entropía del sistema.

### Comentarios:

Termograf te proporciona diversa información si la pides: el correcto aprendizaje consiste en saber qué debes pedirle e interpretar conceptos y resultados. Se explicitan aquí  $w_x$ ,  $w_t$ ,  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $q$  y  $\Delta s$ : además de tomar valores debes interpretarlos: ¿por qué unos coinciden? ¿cuales son la suma de otros? ¿y el producto? ¿qué condiciones son las aplicables para que pase todo lo anterior? ¿reversibilidad? ¿T cte? ¿P cte?...

<sup>1</sup> El signo negativo refleja el convenio para el trabajo que es el contrario que para el flujo de calor, por lo que un valor es el opuesto del otro (lo que lleva a que en la ecuación del balance el papel coincida)

Reflexionar y contestar todo lo anterior es consolidar lo aprendido.

## Pb. 5.2.- Mínimo trabajo necesario para una compresión



Se comprime adiabáticamente una masa de propano contenida en un dispositivo cilindro-pistón, desde vapor saturado a 250 K hasta una presión final de 15 bar. Determina el mínimo trabajo teórico requerido, en kJ/kg, así como el cambio de entropía experimentando por el sistema, por unidad de masa.

### Resolución

**Sistema a estudio:** La masa de refrigerante en el pistón.

**Sustancia y Modelo:** Propano modelado como sustancia real

**Configuración:** Diagrama TS; SI con T en K; MC.

**Condiciones:** El proceso debe ser reversible dada la exigencia de trabajo mínimo teórico. Además es adiabático y no se consideran efectos gravitatorios.

### Análisis:

Del estado inicial tenemos dos datos que configuran el resto de propiedades: T y  $x=1$ , y del estado final tenemos otros dos: P y  $s_f = s_i$ .

Podemos calcular las propiedades necesarias para aplicar primer y segundo principio:

Tenemos para la energía interna específica:

$$u_1 = 397.64 \text{ kJ/kg}; u_2 = 482.70 \text{ kJ/kg}; \Delta u_{1-2} = 86.06 \text{ kJ/kg};$$

Y como  $q = 0$ :

$$\Delta u_{1-2} = -w_x \text{ por lo que}$$

$$w_x = -\Delta u_{1-2} = -86.06 \text{ kJ/kg} \text{ (negativo ya que es trabajo de compresión).}$$

En cuanto al cambio de entropía: si es reversible

$\Delta s_{1-2} = q/T_{m,fr}$  siendo  $T_{m,fr}$  la T media en la frontera que intercambia el flujo de calor. Como éste es cero

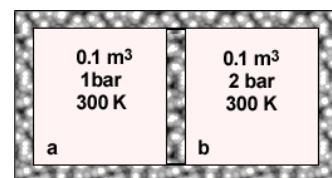
$$\Delta s_{1-2} = 0 \text{ kJ/K}$$

## Pb. 5.3.- Proceso irreversible en dos cámaras



Un cilindro térmicamente aislado, cerrado por ambos extremos, está provisto de un pistón conductor sin rozamiento que lo divide en dos partes. Inicialmente se sujetó el pistón en el centro quedando a un lado  $0.1 \text{ m}^3$  de aire a 300 K y 1 bar, y al otro  $0.1 \text{ m}^3$  de aire a 300 K y 2 bar.

Se abandona el pistón a sí mismo alcanzándose el equilibrio de presión y temperatura en una nueva posición. Calcúlese la presión y temperatura final así como el aumento de entropía. ¿Ha tenido lugar algún tipo de irreversibilidad?



### Resolución

**Sistema a estudio:** Los dos subsistemas a cada lado y el sistema combinado.

**Sustancia y Modelo:** Aire como Gas Ideal

**Configuración:** Diagrama Pv y/o Ts; SI, T en K; MC.

**Condiciones:** Se conoce el estado inicial para el subsistema a y para el subsistema b. Los volúmenes iniciales permiten calcular la masa en cada cámara a partir del volumen es-

pecífico. No se conocen los procesos aunque podemos iniciar el análisis suponiendo proceso reversible que, así, será isotermo en ambas cámaras. La pared externa es adiabática y las transferencias energéticas, trabajo y calor, son a través del émbolo.

**Análisis:** El equilibrio final depende del tipo de paredes (restricciones) existentes. En este caso el equilibrio es en **temperatura y presión** porque se indica que la pared de separación es **móvil** y **diatérmana**. Por otra parte se cumple que el sistema completo siempre es la suma de los subsistemas (ambas cámaras). Además, por ser gases ideales, su energía interna queda determinada por su temperatura que, en la hipótesis reversible permanece constante. Con ello tenemos que U total será cte así como  $U_a$  y  $U_b$ . Si consideramos el balance de energía para los subsistemas escribiremos:

$$\begin{aligned}\Delta U_a &= Q_{1a-2} - W_{1a-2} = 0 \\ \Delta U_b &= Q_{1b-2} - W_{1b-2} = 0\end{aligned}$$

Y como el W atravesando la frontera del sistema combinado es cero y, al considerar el proceso reversible, no hay trabajos disipativos podemos concluir que ambos trabajos son iguales y de sentido contrario, como sucede con los flujos de calor (el que cede un subsistema es el que recibe el otro)

Las expresiones para los trabajos de expansión (únicos a considerar pues no hay efectos disipativos) de los proceso isotermos reversibles de gas ideal serán:

$$\begin{aligned}W_{1a-2} &= m_a \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_{1a}) \\ W_{1b-2} &= m_b \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_{1b}) \quad \text{y para la suma} \\ 0 &= m_a \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_{1a}) + m_b \cdot R \cdot T \cdot \ln(v_2/v_{1b})\end{aligned}$$

Si despejamos  $v_2$  tendremos:

$$v_2 = (v_{1a} \cdot v_{1b})^{(m_b/m_a)} \quad [1]$$

Los datos permiten conocer el volumen específico

Con las condiciones iniciales P y T podemos obtener el volumen específico inicial en cada cámara así como la masa de cada subsistema. En Tablas o de **TermoGraf**:

$$v_{1a} = 0.8612 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ y con el V total de:}$$

$$m_a = V_{1a} / v_{1a} = 0.1 \text{ m}^3 / 0.8612 \text{ m}^3/\text{kg} = 0.116 \text{ kg}$$

$$v_{1b} = 0.4306 \text{ m}^3/\text{kg} \text{ y con el V total de:}$$

$$m_b = V_{1b} / v_{1b} = 0.1 \text{ m}^3 / 0.4306 \text{ m}^3/\text{kg} = 0.232 \text{ kg}$$

Y, consiguientemente, para el volumen y masa totales tendremos:

$$V_{\text{total}} = 0.2 \text{ m}^3 \text{ y } m_{\text{total}} = 0.348 \text{ kg}$$

Sustituyendo en [1] tendremos:

$$v_2 = (0.8612 \cdot 0.4306)^{1/3} = 0.5425 \text{ m}^3/\text{kg}$$

En cuanto a la energía interna, determinada la u inicial en cada subsistema a partir de su temperatura, tendremos que como la T es común, lo será la energía interna específica y la total inicial será:

$$U_{1a} = u_{1a} \cdot m_a = 214.073 \text{ kJ/kg} \cdot 0.116 \text{ kg} = 24.83 \text{ kJ}$$

$$U_{1b} = u_{1b} \cdot m_b = 214.073 \text{ kJ/kg} \cdot 0.232 \text{ kg} = 49.72 \text{ kJ}$$

Luego  $U_{\text{total}} = u_{1a} \cdot (m_a + m_b) = 0.7455 \text{ kJ}$  y como la masa y U totales se conservan tendremos  $u_2 = u_{1a}$  y, en consecuencia,  $T_2 = T_{1a}$  es decir

$$T_2 = 300 \text{ K}$$

de modo que podemos calcular la P final aplicando la ec. térmica  $P \cdot V = m \cdot R \cdot T$  a cualquier subsistema:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= R \cdot T_2 / v_2 = \\
 &= 8.314 \text{ (kJ/kmol} \cdot \text{K}) \cdot (1 \text{ kg} / 28.964 \text{ kmol}) \cdot 300 \text{ K} / 0.5425 \text{ m}^3/\text{kg} = 158.74 \text{ kPa} \\
 &= \mathbf{1.5874 \text{ bar}}
 \end{aligned}$$

igual para ambos subsistemas.

En cuanto al incremento de entropía será:

$$\Delta S_{1a-2} = m_a \cdot (s_2 - s_{1a})$$

$$\Delta S_{1b-2} = m_b \cdot (s_2 - s_{1b})$$

Y recordando que

$$\Delta S_{1-2} = m \cdot \{(\int c_p \cdot dT/T) - R \cdot \ln(P_2/P_1)\} \quad \text{nos quedará, ya que } T \text{ es cte:}$$

$$\Delta S_{1a-2} = m_a \cdot (-R \cdot \ln(P_2/P_{1a})) = -0.015387 \text{ kJ/K, y}$$

$$\Delta S_{1b-2} = m_b \cdot (-R \cdot \ln(P_2/P_{1b})) = 0.015387 \text{ kJ/K}$$

de modo que el cambio total de entropía es cero como corresponde a la hipótesis de proceso reversible.

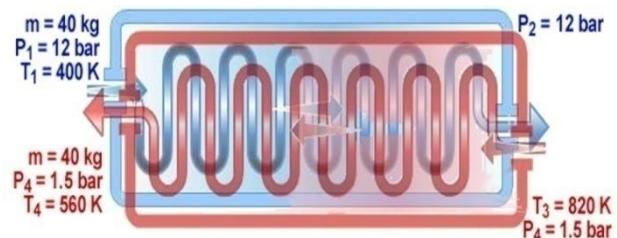
### Comentarios:

Si ahora suponemos que hay fricción en el émbolo habrá un trabajo disipativo entrando en uno o los dos subsistemas (dependerá del modelo de disipación que definamos).

El cálculo de la presión final exigirá trabajar con el  $W_d$  añadido al  $W_x$  y a partir del nuevo valor calcular la variación de entropía que será igual a la entropía generada.

## Pb. 5.4.- El intercambiador del Ej. 5.3 sin pérdida de carga

En un intercambiador de flujos separados que funciona a contracorriente y que opera en estado estacionario y de forma prácticamente adiabática, entra una corriente de aire a 400 K y 12 bar. Este flujo es calentado por la segunda corriente que consiste en gases procedentes de la combustión que entran a 820 K y 1.5 bar y salen a 560 K. El flujo másico de ambos procesos, que son isóburos e internamente reversibles, es 40 kg/s. Podemos considerar como aproximación válida que ambas corrientes son aire con comportamiento de gas ideal. Debes calcular



1. La temperatura de salida del aire precalentado, en K,
2. El cambio neto de energía y de exergía entre entrada y salida para cada flujo, en MW,
3. El balance de exergía para la corriente de gases de combustión como sistema, tomando para el cálculo de la exergía de flujo de calor el valor<sup>1</sup> de 683 K como temperatura efectiva media de la frontera y la exergía destruida por unidad de tiempo, en MW.
4. El cambio neto de energía y de exergía entre entrada y salida para el intercambiador en su conjunto.

El ambiente tiene  $T=300 \text{ K}$  y  $P=1 \text{ bar}$ .

Comenta los resultados.

### RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Los respectivos volúmenes de control que caracterizan a cada equipo y, en su caso, el volumen de control suma de los anteriores.

<sup>1</sup> Recuerda que  $T_{bm} = Q/(s_f - s_i)$

**Modelo de la sustancia:** Ambas corrientes se tratan como aire, gas ideal.

**Condiciones:**

- a) Equipo adiabático.
- b) Régimen estacionario.
- c) La destrucción de exergía corresponde a la generación de entropía en las irreversibilidades (interna por pérdida de carga, que es nula en este caso a diferencia del Ej 5.4 de la primera parte, y externa, en la frontera de las conducciones de los fluidos, por salto de temperatura entre ambos fluidos).

**Análisis:** Conviene determinar las propiedades conocidas en los estados 1, 2, 3 y 4. Siendo el modelo para las dos corrientes el de gas ideal, sabemos que es aplicable a cualquier estado la ecuación  $P \cdot v = R \cdot T$ , y que las variables  $T$ ,  $u$  y  $h$  están relacionadas entre sí, y pueden obtenerse una de otra en las tablas o, introduciendo los estados, en **TermoGraf**.

1) Con las condiciones dadas, el único estado indeterminado es el 2, salida de la corriente de aire. De él podemos determinar la entalpía mediante el balance de energía en el volumen de control que incluye ambas corrientes (fig. Pb5.4 a) y con este valor obtener  $T_2$  como se ha indicado. Es decir,

$\Delta U_{VC} = m_{aire} \cdot (h_1 - h_2) + m_{gases} \cdot (h_3 - h_4) = 40 \text{ kg} \cdot (h_1 - h_2) + 40 \text{ kg} \cdot (h_3 - h_4)$ ;  
como el primer miembro es nulo por la segunda condición, queda, una vez despejado  $h_2$  y sustituidos valores de la tabla adjunta:

$$h_2 = h_1 + (h_3 - h_4) = 400,92 + 843,99 - 565,12 = 679,79 \text{ kJ/kg}$$

Llevado este valor a la tabla de estados en Termograf, obtenemos los valores correspondientes al estado 2 que luego utilizaremos:

$$T_2 = 668.74 \text{ K}; \quad h_2 = 679,79 \text{ kJ/kg}; \quad s_2 = 1,8228 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K};$$

2) El cambio neto de energía y exergía de flujo para cada corriente, por kg de aire o gases, será:

Energía: el cambio corresponderá al cambio de entalpía:  $(h_s - h_e)$

Exergía: el cambio de la exergía de flujo es:  $(a_{fs} - a_{fe}) = (h_s - h_e) - T_o \cdot (s_s - s_e)$

Las expresiones del *balance de energía* para cada corriente serán

$$\Delta U_{VC \text{ aire}} = m_{aire} \cdot (h_1 - h_2) + Q_{aire} - W_t \quad \text{y}$$

$$\Delta U_{VC \text{ gases}} = m_{gases} \cdot (h_3 - h_4) + Q_{gases} - W_t$$

En estas expresiones el primer miembro es cero pues el régimen es estacionario y no hay trabajo técnico por las características del dispositivo. En consecuencia:

$$(H_1 - H_2) = Q_{aire} = 40 \text{ kg/s} \cdot (679,8 - 400,9) \text{ kJ/kg} = 11155 \text{ kW} ;$$

$$(H_3 - H_4) = Q_{gases} = - Q_{aire} = - 11155 \text{ kW}$$

Para el cambio de exergía:

$$\begin{aligned} \Delta a_{f1-2} &= h_2 - h_1 - T_o \cdot (s_2 - s_1) = \\ &= 278,87 - 300 \cdot (1,8106 - 1,2785) = 119,24 \text{ kJ/kg} \end{aligned}$$

$$\Delta A_{f1-2} = 40 \text{ kg} \cdot 119,24 \text{ kJ/kg} = 4,7698 \text{ MW}$$

$$\begin{aligned} \Delta A_{f3-4} &= m \cdot [h_4 - h_3 - T_o \cdot (s_4 - s_3)] = \\ &= 40 \text{ kg} \cdot (-278,87 - 300 \cdot (-0,4083)) \text{ kJ/kg} = -6,2552 \text{ MW} \end{aligned}$$

Dado que la exergía cedida es menor que la ganada se desprende que ha habido exergía destruida: dado que hay una irreversibilidad (el flujo de calor es irreversible pues sólo puede ir de mayor a menor temperatura sin consumir un trabajo como el caso de la bom-

ba de calor). Esta irreversibilidad externa a los VC de las tuberías supone la generación de entropía y la destrucción de exergía cuyo valor es:

$$A_d = |4.7698 + (-6.2552)| = \mathbf{1.4854 \text{ MW}}$$

**3)** En cuanto al *balance de exergía* para la corriente de gases de combustión:

$$\Delta A_{VC \text{ gases}} = m_{gases} \cdot (a_{f3} - a_{f4}) + A_{Q \text{ gases}} - W_t - A_{d \text{ gases}}$$

donde el primer miembro es nulo por régimen estacionario, siendo  $A_d$  la exergía destruida en cada una de las corrientes debido a irreversibilidades internas que NO<sup>1</sup> existen en este caso (condición c). De la expresión de la exergía de flujo:

$$\begin{aligned} (A_{f4} - A_{f3}) &= m \cdot ((h_4 - h_3) - T_o \cdot (s_4 - s_3)) \\ &= 40 \text{ kg} \cdot (-278.87 - 300 \cdot (-0.4083)) \text{ kJ/kg} = -6255.2 \text{ kW} \end{aligned}$$

En cuanto a la exergía del flujo de calor, puesto que tenemos la temperatura media equivalente del proceso, escribiremos:

$$A_{Q \text{ gases}} = Q \cdot (1 - T_o / T_m) = -11155 \text{ kW} \cdot (1 - 300 / 683.2) = -6256.7 \text{ kW}$$

Correspondiendo el signo al hecho de que el flujo de calor sea cedido. Este último dato permite comprobar que la exergía destruida en la irreversibilidad interna es nula salvo error por redondeo, sin más que despejar:

$$A_{d \text{ gases}} = m_{gases} \cdot (a_{f3} - a_{f4}) + A_{Q \text{ gases}} = 6255.2 \text{ kW} - 6256.7 \text{ kW} = -1.5 \text{ kW} \approx 0$$

**4)** Para el intercambiador como volumen de control<sup>2</sup>:

*Balance de energía:*

$$\Delta U_{VC \text{ interc}} = m_{aire} \cdot (h_1 - h_2) + m_{gases} \cdot (h_3 - h_4) + Q_{interc} - W_t$$

en donde, por las razones apuntadas antes, el primer miembro y  $W_t$  son cero y  $Q_{interc}$  es cero, también, pues el equipo es adiabático, luego

$$0 = m_{aire} \cdot (h_1 - h_2) + m_{gases} \cdot (h_3 - h_4)$$

*Balance de exergía:*

$$\Delta A_{VC \text{ interc}} = m_{aire} \cdot (a_{f1} - a_{f2}) + m_{gases} \cdot (a_{f3} - a_{f4}) + A_{Q \text{ interc}} - W_t - A_{d \text{ interc}}$$

que queda por las razones señaladas antes (el VC es adiabático y no hay dispositivo que produzca o consuma  $W_t$ ) como:

$$0 = m_{aire} \cdot (a_{f1} - a_{f2}) + m_{gases} \cdot (a_{f3} - a_{f4}) - A_{d \text{ interc}} \quad [2]$$

y sustituyendo:

$$\begin{aligned} m_{aire} \cdot (a_{f1} - a_{f2}) &= 40 \text{ kg/s} \cdot ((400.92 - 679.8) \text{ kJ/kg} - 300 \text{ K} \cdot (1.2785 - 1.8106) \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}) \\ &= -4769.8 \text{ kW} \end{aligned}$$

$$m_{gases} \cdot (a_{f3} - a_{f4}) = 40 \text{ kg} \cdot (278.87 - 300 \cdot (0.4083)) \text{ kJ/kg} = 6255.2 \text{ kW}$$

Despejando  $A_{d \text{ VC}}$  de la expresión [2] anterior

$$A_{d \text{ interc}} = -4769.8 - (-6255.2) = \mathbf{1485.4 \text{ kW}} < 2860.4 \text{ kW} (\text{Ej. 5.3})$$

**Comentarios:** El valor de la exergía destruida coincide con la suma algebraica de las exergías de flujo existentes por el intercambio de calor entre corrientes. Al considerar este intercambio dentro del volumen de control, la irreversibilidad es interna y es la única

<sup>1</sup> Estamos trabajando con VCs: cada tubería por separado

<sup>2</sup> Es innecesario señalar que en las expresiones de los balances debe cuidarse el orden de los términos para evitar signos erróneos en los mismos. Así, por ej. para la energía, en los balances aparece:  $h_{\text{entrada}} - h_{\text{salida}}$  y los incrementos se definen en sentido inverso:  $\Delta h = h_{\text{salida}} - h_{\text{entrada}}$

pues los procesos en cada tubería son internamente reversibles al desaparecer la pérdida de carga. En el Ej. 5.3 (en la primera parte) este último análisis daba:

$A_{d\ interc} = 7483.9 - 4623.1 = 2860.8 \text{ kW}$ , claramente superior el valor destruido al del caso considerado en este problema pues ahora no hay irreversibilidad mecánica por pérdida de carga en ninguno de los conductos del intercambiador.

El análisis basado en sustituir cada proceso por dos procesos equivalentes, puede verse en el fichero informático Pb 05.04.tme.

## Pb. 5.5.- Variación de entropía (procesos entre los mismos estados)

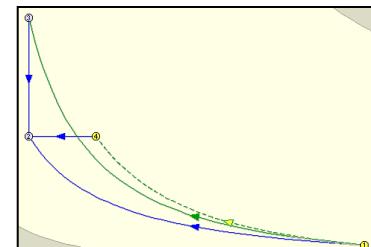


Calcula la variación de entropía del sistema y del universo producidos en cada uno de los tres procesos que, en un sistema cilindro-pistón, sufre una masa de 1 kg de aire inicialmente a  $60^\circ\text{C}$  y  $P=1 \text{ bar}$ . En los tres casos el sistema alcanza el mismo estado final de  $P=5 \text{ bar}$  mediante los siguientes recorridos de uno o más procesos:

Recorrido 1) compresión isoterma **reversible** en contacto con un foco a la T del proceso (proceso 1-2)

Recorrido 2) compresión adiabática **reversible** hasta  $v_2$  seguido de enfriamiento **internamente reversible** a volumen constante (procesos 1-3 y 3-2) con cesión de calor al ambiente ( $T_o = 300 \text{ K}$ )

Recorrido 3) compresión adiabática **irreversible**<sup>1</sup> hasta  $P_2$  y temperatura  $600^\circ\text{C}$  seguida de enfriamiento **internamente reversible** a  $P$  cte mediante cesión de calor al ambiente ( $T_o = 300 \text{ K}$ )



1. Calcula, cuando haya irreversibilidades, el valor de las entropías generadas internas ( $s_{gii}$ ) y externas ( $s_{gei}$ )

2. ¿Cuánto vale la T media termodinámica en el proceso 3-2 de cesión de calor a v cte?
3. ¿Cuánto vale la T media termodinámica en el proceso 4-2 de cesión de calor a P cte?

Representa los procesos gráficamente en los diagramas P-v y T-s.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** La masa de aire.

**Modelo de la sustancia:** Aire como gas ideal.

**Modo de análisis:** Masa de control (el sistema es 1 kg en un cilindro-pistón)

**Condiciones:**

Unidades: P(e): bar; T(e): K; v(e): m <sup>3</sup> /kg; h(e): kJ/kg; s(e): kJ/(kg·K);					
(e)	P(e)	T(e)	v(e)	h(e)	s(e)
Est. 1	1	333.15	0.9563	333.48	1.8073
Est. 2	5	333.15	0.1913	333.48	1.3453
Est. 3	9.3543	623.28	0.1913	631.51	1.8073
Est. 4	5	873.15	0.5013	902.95	2.3528

Tabla Pb.5.5

<sup>1</sup> Puedes simular el proceso adiabático irreversible como uno de entrada-salida en el que determinas los flujos de Q y trabajo o, MEJOR, utilizar un proceso (equivalente) politrópico y transformarlo en irreversible-adiabático seguido del correspondiente reajuste de los flujos de Q y W en la ventana de balances. Recuerda que la hipótesis en este proceso equivalente es que, en cuanto al recorrido de estados, coinciden real y equivalente (es decir el  $W_x$  coincide) y que el flujo de calor del equivalente corresponde al  $Q_{rozamiento}$  del real, o sea a  $-W_{rozamiento}$  (los signos de  $Q_{rozamiento}$  y  $W_{rozamiento}$  son los correspondientes al criterio de signos para cada uno, de modo que el efecto es el mismo: un incremento de la energía del sistema).

1. Cada proceso se caracteriza por una determinada condición: Reversibles, excepto la compresión adiabática del caso 3, Adiabáticos combinados con isócoro o isóbaro.

**Análisis:** Con las ecuaciones de estado ( $P \cdot v = R \cdot T$ ) y las tablas o **TermoGraf** para el cálculo de las entropías, obtenemos la tabla adjunta. Con los datos de la misma calcularemos:

$$\Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{entorno} = (S_f - S_i)_{sist} + Q/T_0 \quad [1]$$

siendo  $Q$  el calor que, en el caso 3) recibe el ambiente.

- **Recorrido 1)**

Proceso 1-2:  $\Delta S_U = 0$  por ser reversible (sin irreversibilidades ni internas (dentro de la frontera) ni externas (de tipo térmico en la frontera), lo que implica

$$(S_f - S_i)_{sist} = -\Delta S_{entorno}$$

$$\Delta S_U = 0$$

- **Recorrido 2)**

Proceso 1-2 y 1-3-2:  $\Delta S_{U(1-3)} = 0$  por ser reversible interna y externamente (al ser adiabático no hay irreversibilidades externas -en la frontera- pues no hay flujo de calor), lo que implica

$$\Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{entorno} = (S_f - S_i)_{1-3} + (S_f - S_i)_{3-2} + \Delta S_{entorno}$$

O bien, en función de las entropías generadas:

$$\Delta S_U = m \cdot (s_{g_{ii}} + s_{g_{ie}}) = m \cdot s_{g_{ie}(3-2)} \quad [2]$$

ya que en el recorrido 2 los procesos son internamente reversibles y solo hay irreversibilidad externa en el proceso 3-2 por la cesión de calor entre sistema y entorno con la condición  $T_{frontera} > T_{entorno}$

El valor de la entropía generada por un flujo de calor  $\delta q$  (kJ/kg) que pasa de un sistema a  $T_{frontera}$  a otro a  $T_{entorno}$  es:

$$\delta s_g = |\delta q| \cdot (1/T_{entorno} - 1/T_{frontera}) > 0 \quad [3]$$

Para el proceso 3-2 la entropía generada por kg será la integral de la expresión anterior a lo largo del proceso o, utilizando el concepto de temperatura media termodinámica de la frontera para el proceso:

$$s_{g_{ie}(3-2)} = |q| \cdot (1/T_{entorno} - 1/T_{bm})$$

siendo  $T_{bm}$  dicha media termodinámica de la temperatura de la frontera del sistema a lo largo del proceso 3-2. Su valor es:

$$T_{bm} = q/(s_f - s_i)_{3-2} = -214.752 \text{ (kJ/kg)} / -0.462 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} = 464.83 \text{ K}^1$$

de modo que la entropía generada será

$$s_{g_{ie}(3-2)} = 214.752 \text{ (kJ/kg)} \cdot (1/300 - 1/464.83) \text{ (1/K)} = 0.2538 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

por lo que el incremento de entropía del universo para el recorrido 2 será

$$\Delta S_{U(1-3-2)} = m \cdot (s_{g_{ii}} + s_{g_{ie}}) = m \cdot s_{g_{ie}(3-2)} = 1 \text{ kg} \cdot 0.2538 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} = 0.2538 \text{ kJ/K}$$

valor que podrás verificar en la ventana de balances de Termograf.

- **Recorrido 3):**

La variación total será:

$$\Delta S_{U(1-2)} = \Delta S_{U(1-4)} + \Delta S_{U(4-2)}$$

En cuanto al proceso 1-4:

Como el proceso 1-4 es adiabático, la irreversibilidad es solo interna y no hay flujo de calor,  $Q$ , intercambiado con el entorno. Como  $Q = 0$  se cumplirá, de acuerdo con [1], que

$$\Delta S_{U(1-4)} = \Delta S_{sist(1-4)} = 1 \text{ (kg)} \cdot (2,3528 - 1,8073) \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} = 0,5455 \text{ kJ/K}$$

<sup>1</sup> **Termograf** identifica este valor para un proceso no adiabático, en un diagrama Ts, dando un clic sobre el proceso con el botón  pulsado.

valor que coincide con  $S_{g_{ii}} = m \cdot s_{g_{ii}}$

Para el proceso 4-2, la irreversibilidad es externa: se produce en la frontera como consecuencia de que la cesión de calor al ambiente supone un salto irreversible desde la  $T_{\text{frontera}}$  hasta la  $T_{\text{entorno}}$

Como en el caso anterior empezaremos determinando  $T_{\text{frontera}}$ . Como es un valor variable a lo largo del proceso aplicaremos el concepto de  $T$  media equivalente visto antes:

$$T_{bm} = q/(s_f - s_i) = -569.476 \text{ (kJ/kg)} / -1.0075 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} = 565.24 \text{ K}$$

Con ello  $s_{g_{ie}}$  será

$$\begin{aligned}s_{g_{ie}} &= |q| (1/T_{\text{entorno}} - 1/T_{\text{frontera}}) = 569.476 \text{ (kJ/kg)} \cdot (1/300 - 1/565.24) \text{ (1/K)} = \\ &= 0.8908 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}\end{aligned}$$

Y para la variación total de  $S_U$

$$\begin{aligned}\Delta S_{U(1-4-2)} &= m \cdot (s_{g_{ii}} + s_{g_{ie}})_{1-4-2} = m \cdot (s_{g_{ii}}_{1-4} + s_{g_{ie}}_{4-2}) = \\ &= 1 \text{ kg} \cdot (0.5455 + 0.8908) \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} = \mathbf{1.4363 \text{ kJ/kg}}$$

### Comentarios:

En este caso en que la masa del sistema es 1 kg coinciden los valores específicos (por ej.  $s_{g_{ie}}$  (kJ/kg·K), con los valores extensivos para la masa del sistema,  $S_{g_{ie}}$  (kJ/K).

Como es lógico, sólo los recorridos que incluyen algún proceso irreversible son los que dan lugar a un crecimiento de entropía del universo, consecuencia de la irreversibilidad interna y/o externa en los mencionados procesos.

## Pb. 5.6.- Vapor de agua: comparación de modelos en cálculo de $S$



Se dispone de vapor de agua, inicialmente a 700K y 10 bar que sufre un proceso termodinámico pasando a un estado final (cada uno de los estados 2,3 y 4 de la figura).

a) Calcular la variación de entropía específica, en kJ/kg·K, empleando

1. - La tabla de vapor sobrecalentado o el programa **TermoGraf**
2. - La tabla de gas ideal para el vapor de agua ( o el correspondiente modelo en **TermoGraf**). ¿Crees que es válido este modelo en este caso?

	P (bar)	T (K)
est. 1	10	700
est. 2	1	372.73
est. 3	0.35	350
est. 4	2.9	670

b) Habrá alguna diferencia para dicha variación del sistema, en función de que el proceso sea reversible o irreversible? ¿Por qué? ¿Y para el universo?

Representa los estados en el diagrama Ts y cubre las casillas de la tabla adjunta.

c) Identifica qué estado es inalcanzable con un proceso adiabático, reversible o no, y explica por qué.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Un sistema cualquiera de masa unidad en análisis de MC o VC pues vamos a analizar propiedades de estado y no flujos de W en procesos que es cuando es relevante la elección de MC o VC.

**Sustancia y Modelo:** Como sustancia tomamos Agua y como modelo, sucesivamente el modelo de sustancia real y el modelo de gas ideal.

**Configuración:** Diagrama T-s; SI; M de C ó V de C.

**Condiciones:** Los estados pueden colocarse en las correspondientes pantallas de Termograf. Mediante procesos de entrada-salida se pueden obtener directamente las variaciones  $\Delta u$ ,  $\Delta h$ ,  $\Delta s$  y llevarlas a la tabla incluida en la pantalla 2 del documento Pb 05.06.

## Análisis:

Los valores, sus diferencias y las desviaciones relativas se recogen de la tabla adjunta.

Modelo: Sustancia real					
	P (bar)	T (K)	v (m <sup>3</sup> /kg)	Δu (kJ/kg)	Δh (kJ/kg)
est. 1	10	700	0.31942	0	0
est. 2	1	372.73	1.60914	-600.07	-758.58
est. 3	0.35	350	4.58209	-522.6	-681.65
est. 4	2.9	670	1.06215	-41.13	-52.53

	(v <sub>vap</sub> - v <sub>g id</sub> ) / v <sub>i vap.</sub>	(Δu <sub>vap</sub> - Δu <sub>g id</sub> ) / Δu <sub>vap</sub>	(Δh <sub>vap</sub> - Δh <sub>g id</sub> ) / Δh <sub>vap</sub>	(Δs <sub>vap</sub> - Δs <sub>g id</sub> ) / Δs <sub>vap</sub>
est. 1	-1.14%			
est. 2	-6.90%	17.23%	14.61%	63.72%
est. 3	-0.72%	-1.24%	-1.31%	1.67%
est. 4	-0.39%	-17.40%	-18.29%	2.06%

Modelo: Gas ideal				
	v (m <sup>3</sup> /kg)	Δu (kJ/kg)	Δh (kJ/kg)	Δs (kJ/kg·K)
	0.32306	0	0	0
	1.72018	-496.701	-647.743	-0.1785
	4.61508	-529.074	-690.606	0.1874
	1.06624	-48.287	-62.14	0.4805

- a) El modelo de gas ideal es inutilizable en zonas próximas a la curva de saturación pues da errores mayores que un 1% que podrían considerarse como errores límite. Sólo el volumen específico da valores aceptables excepto para el estado 2 que está dentro del domo. Esta situación se reproduce para las propiedades energéticas (u, h, s) de estado aunque para bajas presiones la validez puede también considerarse.
- b) El proceso que lleva del estado 1 a los 2, 3 ó 4 no influye en estas diferencias pues estamos trabajando con propiedades termodinámicas o de estado. Sí cambiará la S del universo si el proceso considerado tiene irreversibilidades.
- c) En un proceso adiabático se cumple:  $\Delta s = s_{gi}$ . Como  $s_{gi}$  sólo puede ser positiva o nula, es evidente que  $\Delta s$  solo puede ser  $> 0$  (proceso internamente irreversible) ó  $= 0$  (pr. rev.). En consecuencia el estado 2 es inalcanzable con un proceso adiabático. Sólo si se produce una pérdida de calor, podrá disminuir la entropía ( $\Delta s_{1-2} < 0$ ).

## Comentarios:

Como era de esperar el modelo de gas ideal no sirve para zonas próximas a la curva de saturación. Sólo para temperaturas elevadas combinadas o no con presiones bajas se pueden obtener valores aceptables.

## Pb. 5.7.- Cálculo de S para una sustancia incompresible



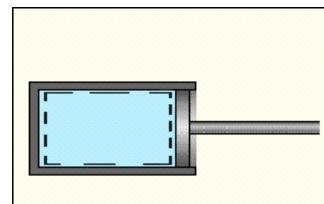
Se dispone de 1 kg de agua, en un sistema cilindro pistón. Calcular, representando la evolución del sistema en el diagrama Ts:

1. Los flujos de calor intercambiados en kJ/kg.

2. Las variaciones de entropía del sistema, el entorno y el universo
3. La T media termodinámica de ambos procesos.

en los siguientes casos:

- el agua se calienta reversiblemente y sobre una isóbara desde 10°C y 10 bar hasta mezcla de líquido y vapor con un título  $x = 0.1$  mediante un foco que varía su temperatura manteniéndola igual a la del sistema en cada estado intermedio de la expansión del pistón.
- el agua se calienta en un proceso internamente irreversible a P cte desde 10°C y 10 bar hasta el mismo estado final del caso anterior mediante un agitador de paletas estando el cilindro aislado adiabáticamente.



## Resolución

**Sistema a estudio:** El agua contenida en el cilindro-pistón.

**Sustancia y Modelo:** Como sustancia tomamos Agua y como modelo el de sustancia real<sup>1</sup>.

**Configuración:** Diagrama T-s; SI; M de C.

**Condiciones:** Pueden simularse ambos procesos como isóbaros en **TermoGraf** de modo que estados inicial y final coincidan. El primero, 1-2, será reversible y el segundo, 3-4, se hará irreversible

## Análisis:

### Caso reversible:

Insertamos en **TermoGraf** el estado auxiliar a de modo que su título sea 0 y así considerar, más tarde, el modelo incompresible para el subproceso 1-a. Los valores para el proceso total 1-a-2 cumplen con la ec. del balance:

$$\Delta u_{MC} = q - w \quad \text{y como el proceso es isóbaro podemos escribir:}$$

$$\Delta h = q \quad \text{es decir: } \Delta h = 966.085 - 42.0826 = q = \mathbf{924.002 \text{ kJ/kg}}$$

En cuanto a la entropía del sistema:

$$\Delta s_{MC} = s_2 - s_1 = s_q = \mathbf{2.4398 \text{ kJ/kg}\cdot K} \quad \text{pues no hay entropía generada (} s_{gi} \text{)}$$

De aquí, la temperatura media termodinámica de la frontera,  $T_m$ , para el proceso 1-a-2 es:

$$T_m = q / \Delta s_{MC} = 924.002 / 2.4398 = 378.72 \text{ K}$$

Las entropías de entorno y universo habrán cambiado según

$$\Delta s_{entorno} = \Delta s_{MC} \quad \text{y}$$

$$\Delta s_U = 0 \quad \text{todo ello por ser el proceso reversible.}$$

### Análisis del proceso 1-a con el modelo de líquido incompresible

En el líquido incompresible, al suponer  $v = \text{cte}$ , se cumple:  $\Delta h = \Delta u$  y para ambos  $\Delta h = c \cdot \Delta T$ , siendo  $c = cp = cv$ .

De los valores que da el modelo de sustancia real en esta pantalla se deduce que ésta es una aproximación pues, por ej., en el proceso 1-a el volumen específico  $v$  cambia en un 10% aunque  $\Delta u$  sí resulta aproximadamente igual a  $\Delta h = 720.479 \text{ kJ/kg}$ .

<sup>1</sup> Termograf no calcula con el modelo de líquido incompresible, aunque si se quiere utilizar ese modelo proporciona datos para su aplicación adecuada.

Para el cálculo de este valor con el modelo de líquido incompresible tenemos

$$\Delta h = c \cdot \Delta T = 4.274 \cdot (179.863 - 10) = 725.99 \text{ (un 1% mayor que el valor real)}$$

En cuanto a la entropía:

$$\Delta s = c \cdot \ln(T_a/T_1) = 4.274 \cdot \ln((179.863+273.15)/(10+273.15)) = 2.0085 \text{ kJ/kg·K}$$

(este valor es , asimismo, un 1% mayor que el valor real: 1.9905 kJ/kg·K)

El valor  $c = 4.274$  puede obtenerse de tablas o como valor medio de  $c_p$  en el intervalo 1-a.  
Este valor puede calcularse en **Termograf** como se indica en el documento Pb 05.07.tme

### Caso irreversible:

Transformando el proceso en irreversible y adiabático, tenemos que

$$\Delta u = - w = - (w_x + w_d)$$

Como  $w_x$  coincide con el del proceso reversible (idéntica trayectoria luego idéntico valor para  $\int P \cdot dv$ ) podemos calcular  $w_d$  despejando:

$$w_d = - \Delta u - w_x = - 904.348 - 19.654 = - 924.002 \text{ kJ/kg}$$

En cuanto a la **entropía**: Como es adiabático, la irreversibilidad existente es interna e igual al cambio en el sistema:  $s_2 - s_1$

Así :

$$s_{gi} = s_2 - s_1 = 2.4398 \text{ kJ/kg·K} \text{ y además:}$$

$s_{ent}$  no cambia y

$$\Delta s_U = s_{gi} + s_{ge} = s_{gi} = 2.4398 \text{ kJ/kg·K}$$

### Comentarios:

Vemos en **Termograf** que el  $w_d$  coincide con la variación de entalpía en el proceso isóbaro adiabático irreversible ¿por qué? ¿sucedería lo mismo si el proceso no fuera isóbaro?

## Pb. 5.8.- Irreversibilidad térmica y mecánica



Se comprime una cierta cantidad de un gas ideal (dióxido de carbono) isotérmicamente a 126.85°C desde 1 bar hasta 30 bar, en un dispositivo cilindro-pistón. Calcular el cambio de entropía en el sistema y en el universo que resulta del proceso, si:

1. El proceso es reversible mecánicamente y el medio que rodea al dispositivo es un depósito de calor a 126.85°C.
2. El proceso es reversible mecánicamente y el medio que lo rodea es un depósito de calor a 26.85°C.
3. El proceso es isoterma e irreversible mecánicamente, ya que requiere un 20% más de trabajo que la compresión reversible. En cuanto al medio que lo rodea, es un depósito a 26.85°C. Cuánto vale la  $s_{generada}$  en este caso.

### Resolución

**Sistema a estudio:** Una masa arbitraria de gas (tomaremos masa unidad para el análisis).

**Sustancia y Modelo:** CO<sub>2</sub> con el modelo de Gas Ideal.

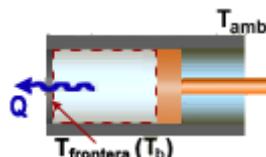
**Configuración:** Diagrama Ts; SI; MC.

**Condiciones:** Los tres procesos son, respectivamente:

Proceso caso 1: Reversible,

Proceso caso 2: Sólo con irreversibilidad externa y, finalmente,

Proceso caso 3: Con irreversibilidades interna y externa.



En todos los casos el proceso es isotermo y no se consideran efectos gravitatorios o cinéticos.

### Análisis:

Cuando hemos dibujado el proceso no hemos necesitado otra cosa que las propiedades de los estados ( $P_1$  y  $T_1$ ) y  $P_2$  pues además sabíamos qué proceso realiza el gas (isotermo reversible internamente). De este hecho "experimental" podemos deducir que el proceso de ambos casos, 1 y 2, es el mismo en cuanto al sistema (de frontera para adentro) y sólo difiere en la forma reversible (caso 1) o no (caso 2) en que se transfiere el calor  $q$  (que es el mismo en ambos casos).

Con esta consideración podemos afirmar que el primer caso es reversible interna y externamente mientras que el segundo sólo lo es internamente. Así, en el primer caso:  $\Delta s(U) = 0$  y en el segundo  $\Delta s(U) > 0$ .

También, en 1:  $\Delta s(\text{sistema}) = \Delta s(\text{entorno})$  en valor absoluto (lo que gana el entorno lo ha perdido el sistema) mientras que en el segundo caso el entorno gana lo que pierde el sistema y algo más: la  $s$  generada en la irreversibilidad exterior.

Así, tendremos:

#### Proceso 1:

$$\Delta s_{\text{sist}} = s_2 - s_1 = q/T_b = -0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K};$$

$$\Delta s_{\text{ent}} = -\Delta s_{\text{sist}} = -q/T_{\text{ent}} = 257.02/400 = 0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

pues  $T_b = T_{\text{ent}}$ .

Y para el universo:

$$\Delta s_U = \Delta s(\text{sist}) + \Delta s(\text{ent}) = 0$$

#### Proceso 2:

$$\Delta s_{\text{sist}} = s_2 - s_1 = q/T_b = -0.6426 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K};$$

$$\Delta s_{\text{ent}} = -q/T_{\text{ent}} = 257.02/300 = 0.8567 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

ya que  $T_b \neq T_{\text{ent}}$ .

Y para el universo:

$$\Delta s_U = \Delta s(\text{sist}) + \Delta s(\text{ent}) = 0.2141 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} > 0$$

#### Proceso 3:

La irreversibilidad mecánica no afecta al recorrido que sigue siendo isotermo con  $T$  en la frontera de 400 K. Como en la irreversibilidad comunicamos un trabajo mayor, el calor que ahora ceda al entorno deberá ser mayor en igual medida para que se mantenga la  $T$  en la frontera,  $T_b$ .

Así, tendremos:

El trabajo que atraviesa la frontera será

$w = w_x + w_d = -257.02 + (-0.2 \cdot 257.02)$  pues el trabajo disipativo es negativo por el convenio de signos adoptado.

Así:

$$w = -308.42 \text{ kJ/kg}$$

Aplicando el primer principio:

$$q = w = -308.42 \text{ kJ/kg.}$$

En consecuencia como  $\Delta s_{\text{sist}}$  no ha cambiado

$$s_{\text{sist}} = q/T_b + s_{gi} ;$$

con ello:

$$s_{gi} = s_{\text{sist}} - q/T_b = -0.6426 - (-308.42 / 400) = 0.1285 \text{ kJ/kg.K}$$

$$\Delta s_{\text{ent}} = -q/T_{\text{ent}} = 308.42 / 300 = 1.028 \text{ kJ/kg.K}$$

$$s_{ge} = (q/T_b + -q/T_{\text{ent}}) = -0.7710 + 1.028 = 0.257 \text{ kJ/kg.K}$$

Con ello:

$$\Delta s_U = \Delta s(\text{sist}) + \Delta s(\text{ent}) = -0.6426 + 1.028 = 0.3854 \text{ kJ/kg.K}$$

o bien:

$$\Delta s_U = s_{gi} + s_{ge} = 0.1285 + 0.257 = 0.3855 \text{ kJ/kg.K}$$

### Comentarios:

La temperatura de la frontera es en el tercer caso 400 K determinada por el proceso isoterma. Si pretendiéramos calcularla con la fórmula habitual  $q/\Delta s_{\text{sist}}$  obtendríamos otro valor superior ya que el calor que evacúa el sistema viene incrementado por el trabajo de rozamiento. La expresión aplicable sería:  $q/(\Delta s_{\text{sist}} - s_{gi})$  o su alternativa  $(q - |w_d|) / \Delta s_{\text{sist}}$

En nuestro caso sería:

$$T_b = -308.42 / (-0.6426 - 0.1285) = 399.97 \approx 400 \text{ K}$$

### Pb. 5.9.- Una solución posible... o no



En un proceso industrial se pretende comprimir en un cilindro-pistón una cierta cantidad de agua que inicialmente se encuentra en unas condiciones de 4 bar de presión y 200°C de temperatura hasta 16 bar y 206°C.

Para ello un técnico define un proceso mediante el cual la compresión del sistema hasta el estado final se hace suministrando un trabajo de 20 kJ a la vez que el sistema cede 52.1 kJ en forma de calor al ambiente que se encuentra a 20°C.

Sin embargo, otro técnico del equipo sostiene que el calor está mal calculado. El primero corrige el error pero el segundo señala entonces que el proceso es imposible. A la luz del primer y segundo principios de la Termodinámica encuentra el valor corregido de Q y justifica a partir del mismo cual de los dos tiene razón.

1. Determina la corrección encontrada para el valor de Q.
2. Determina quién tiene razón tras la primera corrección.
3. Identifica el valor de las entropías generadas interna y externa y confirma con dichos valores la respuesta previa. ¿Encuentras alguna explicación para la confusión?

### Resolución

**Sistema a estudio:** La masa de vapor de agua contenida en el cilindro.

**Sustancia y Modelo:** Agua como sustancia real

**Configuración:** Diagrama Ts; SI; MC.

**Condiciones:** Proceso desconocido y estados inicial y final bien determinados cuyos datos permiten desarrollar el análisis. El calor cedido al sistema puede considerarse que ocurre con una temperatura media termodinámica,  $T_{bm} = 203^\circ\text{C}$ , coincidente con la media aritmética dado el pequeño intervalo de variación total,  $[200^\circ\text{C}, 206^\circ\text{C}]$ .

### Análisis:

1. El primer desacuerdo puede resolverse aplicando el primer principio al sistema:

$$\Delta U = Q - W \text{ y sustituyendo por los valores de } u \text{ en los estados inicial y final:}$$

$$m \cdot (u_2 - u_1) = Q - W, \text{ que por kg será}$$

$$1 \text{ kg} \cdot (2604.96 - 2645.98) \text{ kJ/kg} = Q - (-20 \text{ kJ})$$

Y despejando:

$$Q = -20 + 1 \cdot (-41.02) = -61.02 \text{ kJ}$$

valor que corrige el citado en el enunciado.

2. En cuanto a la afirmación de que el proceso es imposible bastará aplicar el segundo principio. Por él sabemos que la variación de la entropía del universo termodinámico (sistema+entorno) debe ser nula (procesos reversibles) o positiva (procesos reales, o sea irreversibles):

Aplicaremos la expresión:

$$\Delta S_U = \Delta S_{sist} + \Delta S_{ent} = (S_2 - S_1) + Q_{ent} / T_{ent}$$

y con la masa de 1 kg para trabajar con los valores específicos:

$$\Delta s_U = \Delta s_{sist} + \Delta s_{ent} = (s_2 - s_1) + q_{ent} / T_{ent}$$

Expresión en la que  $q_{ent} = -q_{sist} = 61.02 \text{ kJ/kg}$  y  $T_{ent} = (20+273.15) \text{ K}$

$$\begin{aligned} \Delta s_U &= (6.448 - 7.170) + 61.02/293.15 = \\ &= -0.5138 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} < 0 \rightarrow \text{proceso imposible !} \end{aligned}$$

3. Calcularemos las entropías generadas interna y externa. Las expresiones que permiten este cálculo son:

$$\Delta S_{sist} = (\int \delta Q_{sist} / T_{frontera} + S_{gi}) \quad [1]$$

$$S_{ge} = \int \delta Q_{sist} / T_{frontera} + \int \delta Q_{ent} / T_{ent} \quad [2]$$

En las expresiones anteriores se verifica:

$$\begin{aligned} \int \delta Q_{sist} / T_{frontera} &= Q_{sist} / T_{bm} \text{ siendo } T_{bm} \text{ la temperatura media termodinámica y} \\ \int \delta Q_{sist} / T_{ent} &= -Q_{sist} / T_{ent} \text{ ya que } Q_{ent} = -Q_{sist} \text{ y además } T_{ent} \text{ es constante.} \end{aligned}$$

Con todo ello, sustituyendo valores conocidos:

$$\begin{aligned} S_{gi} &= \Delta S_{sist} - Q_{sist} / T_{bm} = \\ &= (6.448 - 7.170) - (-61.02)/(203+273.15) = -0.5938 < 0 \rightarrow \text{imposible !} \end{aligned}$$

$$S_{ge} = (-61.02)/(203+273.15) + 61.02/(20+273.15) = 0.08 > 0 \text{ cumple el 2º pr.}$$

En cuanto a la posible fuente del error: véase en Comentarios

### Comentarios:

El cálculo de las entropías generadas confirma la inviabilidad del proceso ya que ambas deben ser positivas o nulas cuando se de la correspondiente reversibilidad. Por otra parte su suma es la variación total de la entropía del universo en el proceso considerado y puede comprobarse que la suma coincide con el cálculo anterior para esta variación.

La entropía generada en la irreversibilidad interna muestra que el valor asignado al flujo de calor en 1 cumple el 1º principio pero para que se cumpliera el 2º principio sería necesario que su valor fuera mayor que 348.8 kJ, lo que obligaría a revisar el valor de W.

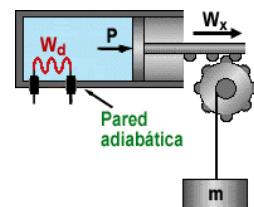
Tanto error invalidaría la capacidad del técnico por lo que podemos sospechar que el error es de otra índole. Prueba si la equivocación puede ser en la masa, por ejemplo 0.01 kg y el error ha sido una confusión en unidades para valores específicos o extensivos, al asumir que los flujos dados eran aplicables como valores específicos.

## Pb. 5.10.- Exergía en una masa de control (sistema cerrado)

Un dispositivo cilindro–pistón de paredes adiabáticas y 66 cm de diámetro contiene 2 kg de metano a 60°C de temperatura. El émbolo se encuentra sometido a una fuerza exterior constante de 90 kN y se expande lentamente como consecuencia del calor que se suministra al sistema mediante una resistencia eléctrica conectada a 220 V por la que circula una intensidad de 1 A durante 2 horas.

Calcula:

1. Presión, volumen y temperatura del sistema al final del proceso.
2. Variación de energía interna específica (en kJ/kg).
3. Trabajo de expansión (en kJ).
4. Variación de entropía del sistema y entropía generada (ambas en kJ/K).
5. Variación de exergía del sistema y exergía destruida (en kJ) ¿Puedes señalar las causas de tal destrucción?.
6. Representa el proceso en los diagramas P-v y T-s.



### Resolución

**Sistema a estudio:** El gas contenido dentro del cilindro.

**Sustancia y Modelo:** El gas O<sub>2</sub> con el modelo de Gas Ideal.

**Configuración:** Diagrama Pv ó Ts; SI; MC.

**Condiciones:** No hay efectos gravitatorios o cinéticos, las paredes son adiabáticas y el pistón se mueve sometido a una presión constante.

### Análisis:

El proceso es adiabático, isóbaro (sometido a la fuerza cte de 90 kN) e irreversible (como no puede ser de otro modo para un proceso isóbaro que además es adiabático).

La P del proceso será:  $P_1 = (90000 \text{ N} / (3.1416 \cdot 0.33^2 \text{ m}^2)) \cdot (1 \text{ bar}/10^5 \text{ Pa}) = 2.63 \text{ bar}$

Con P<sub>1</sub> y T<sub>1</sub> ya podemos determinar v<sub>1</sub> = R·T<sub>1</sub>/P<sub>1</sub> = 0.6566 m<sup>3</sup>/kg o representar el estado en **Termograf**, obteniendo dicho volumen.

El volumen total será

$$V = 2 \text{ (kg)} \cdot 0.6566 \text{ (m}^3/\text{kg)} = 1.3132 \text{ m}^3$$

1. El trabajo de expansión tiene como expresión  $\int P \cdot dV$  que podremos integrar siempre que conozcamos el recorrido como una función de V. En este caso es así pues el proceso es isóbaro por lo que tendremos  $W_x = P_1 \cdot (V_2 - V_1)$  o en términos de variables específicas:  $w_x = P_1 \cdot (v_2 - v_1)$  que, de momento no podemos calcular pues no conocemos v<sub>2</sub>.

La información que tenemos es la energía eléctrica suministrada al sistema. Su valor será:

$$E_e = 220 \text{ (V)} \cdot 1 \text{ (A)} \cdot 2 \text{ (h)} \cdot (3.6 \text{ kJ}/1 \text{ w}\cdot\text{h}) = 1584 \text{ kJ}$$

Esta energía puede considerarse como un flujo de calor cedido por la resistencia si no la incluimos en el sistema o como trabajo disipativo si la incluimos en él.

Así, la aplicación del primer principio nos dará, en uno u otro caso:

$$\Delta U_{1-2} = Q - W = Q_{\text{eléctr}} - W_x = 1584 - W_x$$

o bien

$$\Delta U_{1-2} = Q - W = 0 - (W_x + W_{\text{eléctr}}) = - (W_x + (-1584)) = 1584 - W_x$$

ya que, en función del convenio de signos, si la energía eléctrica la consideramos como un flujo de calor el signo es positivo pues se introduce en el sistema, mientras que si la consideramos trabajo disipativo el signo será negativo pues es un flujo de trabajo que entra en el sistema.

Y escribiendo la expresión anterior en términos de variables específicas:

$\Delta u_{1-2} = u_2 - u_1 = 1584 - w_x = 1584 \text{ kJ} - 2.63 \text{ bar} \cdot (v_2 - v_1)$  y sustituyendo los valores conocidos del estado 1:

$$u_2 - (-97.476) = 1584 \text{ kJ} - 2.63 \text{ bar} \cdot (v_2 - 0.6566)$$

que podemos resolver a partir de las propiedades de la sustancia<sup>1</sup>.

Para ello utilizaremos un método iterativo muy simple de ejecutar con **Termograf**:

Dibujado un proceso isóbaro que arranque del estado 1 bastará ir moviendo lentamente el estado 2 hacia volúmenes mayores hasta obtener un flujo de calor que coincida con el calculado arriba. Si trabajamos con valores específicos este  $q$  es 792 kJ, y una vez trazado el proceso: **v2 = 1.2142 m<sup>3</sup>/kg, T2 = 616.05 K, P2 = 2.63 bar; u2 = 547.883**

2. Con los datos de los estados inicial y final tendremos

$$\Delta U_{1-2} = m \cdot (u_2 - u_1) = 2 \text{ (kg)} \cdot 645.36 \text{ (kJ/kg)} = \mathbf{1290.72 \text{ kJ}}$$

Y para la entalpía:

$$\Delta H_{1-2} = m \cdot (h_2 - h_1) = 2 \text{ (kg)} \cdot 792 \text{ (kJ/kg)} = 1584 \text{ kJ}$$

Valor que coincide con el del flujo de calor pues por el primer principio con la entalpía:

$$\Delta H_{1-2} = Q - W = Q_{\text{eléctr}} - W_t = 1584 - \int V \cdot dP, \text{ integral que vale cero pues } P = \text{cte}$$

o bien

$$\Delta H_{1-2} = Q - W = 0 - (W_t + W_{\text{eléctr}}) = -(-\int V \cdot dP + (-1584)) = \mathbf{1584 \text{ kJ}}$$

Según hayamos considerado un flujo de calor irreversible o un flujo trabajo disipativo en función de que no consideraremos la resistencia como parte del sistema o sí lo hagamos.

3. El trabajo de expansión lo podemos calcular a partir de su expresión para un proceso isóbaro dada arriba :

$$\begin{aligned} W_x &= m \cdot P \cdot (v_2 - v_1) = \\ &= 2 \text{ (kg)} \cdot 2.63 \text{ (bar)} \cdot (1.2142 - 0.6566) \text{ (m}^3/\text{kg)} \cdot (10^5 \text{ bar/Pa}) = 293282 \text{ J} = \\ &= \mathbf{293.28 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

4. De los valores de entropía inicial y final

<sup>1</sup> Podemos utilizar la expresión  $u_2 - u_1 = \int c_v \cdot dT$  ya que en el modelo de gas ideal  $c_v$  no es cte y puede comprobarse que varía de modo significativo (entre 1.7859 y 2.7856).

El procedimiento en este caso es utilizar un método de cálculo reiterativo: Suponemos un volumen final, determinamos la  $u$  correspondiente y sustituimos en la ecuación. En función del resultado haremos una segunda prueba con un valor distinto de  $v$  hasta conseguir en varias iteraciones alcanzar una ajuste de los dos valores en la ecuación suficientemente aproximado.

**Termograf** nos permite hacer esto de una manera muy simple pues recalcula con nuestras hipótesis de  $v$  de manera automática el resto de propiedades de estado y de proceso como se explica en el texto arriba.

$$\Delta S_{1-2} = m \cdot (s_2 - s_1) = 2 \text{ (kg)} \cdot 1.6893 \text{ (kJ/kg·K)} = 3.3787 \text{ kJ/K}$$

En cuanto a la entropía generada<sup>1</sup>, si consideramos la resistencia dentro del sistema éste es adiabático tendremos, supuesto que la resistencia no cambia su estado:

$$\Delta S_{1-2} = \int \delta Q/T + S_{gi}$$

Y, por tanto:

$$S_{gi} = \Delta S_{1-2} = 3.3787 \text{ kJ/K}$$

5. En cuanto a la exergía, su expresión es  $A = U - U_o - T_o \cdot (S - S_o) + P_o \cdot (V - V_o)$  indicando el subíndice **o** el estado ambiente o muerto.

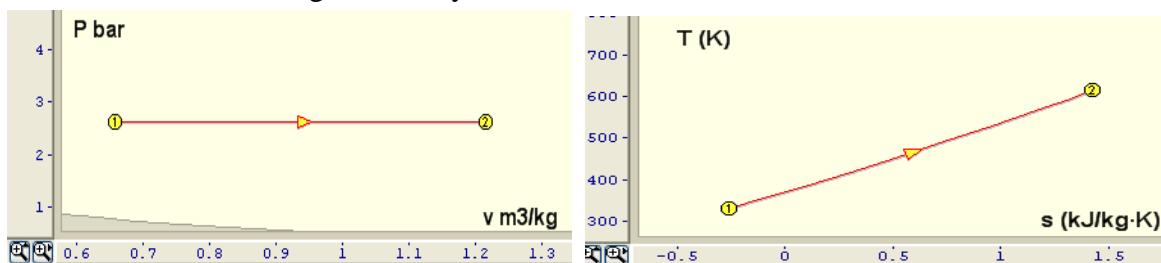
Su variación entre los estados 1 y 2 será:

$$\begin{aligned}\Delta A_{1-2} &= m \cdot (a_2 - a_1) = m \cdot (u_2 - u_1 - T_o \cdot (s_2 - s_1) + P_o \cdot (v_2 - v_1)) = 2 \cdot (274.98 - 132.74) \text{ kJ} \\ &= 284.52 \text{ kJ}\end{aligned}$$

En cuanto a la exergía destruida, aplicando la expresión de Guy-Stodola será:

$$A_d = T_o \cdot S_{gi} = 298.15 \text{ K} \cdot 3.3787 \text{ kJ/K} = 1007.36 \text{ kJ}$$

6. Procesos en los diagramas Pv y Ts



#### Comentarios:

En el caso en que consideramos la resistencia fuera del sistema éste deja de ser adiabático irreversible y se convierte en internamente reversible pues recibe un flujo de calor irreversible que implica irreversibilidad externa.

Si consideramos la resistencia dentro del sistema, la irreversibilidad pasa a ser interna (caso considerado en la pantalla 3 del Pb 05 10).

Lógicamente la entropía generada en el universo por este proceso será la misma se trabaje como internamente irreversible o como externamente irreversible. Y lo mismo pasará con la exergía destruida.

Comprueba que obtienes el mismo valor para ésta despejándola del balance de exergía o calculándola con la expresión de Guy-Stodola.

### Pb. 5.11.- El cálculo de exergías



Calcúlense la exergía,  $a$ , y la exergía de flujo,  $a_f$ , específicas para los siguientes sistemas (condiciones estado muerto:  $T_o = 22^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$ ):

1. Vapor de agua a 245 bar,  $550^\circ\text{C}$ , 145 m/s (entrada a la turbina de alta de una central térmica).
2. Amoniaco como vapor saturado a  $-27^\circ\text{C}$ , 2.5 m/s, (entrada al compresor de un sistema de refrigeración).

<sup>1</sup> Recuerda que la entropía generada, la entropía del flujo de calor así como la exergía destruida son propiedades de proceso. La entropía y la exergía son propiedades de estado.

- 3.** Aire como gas ideal a 2.8 MPa, 625°C y 140 m/s (componente del aire de entrada a un combustor de una turbina de gas).

### Resolución

**Sistema a estudio:** La masa de un kg de las sustancias mencionadas.

**Sustancia y Modelo:** Vapor de agua (sust. real), amoniaco (sust. real) y Aire (gas ideal)

**Configuración:** Diagrama Pv; SI; VC.

**Condiciones:** Pueden simularse ambos procesos en **TermoGraf** de modo que estados inicial y final coincidan.

### Análisis:

Las expresiones de la exergía del sistema y de la exergía de flujo específicas para un sistema que lleva una velocidad **c** y está a una altura **z** respecto del estado muerto, son:

$$a = u - u_o - T_o \cdot (s - s_o) + P_o \cdot (v - v_o)$$

$$a_f = (h + c^2/2 + gz) - h_o - T_o \cdot (s - s_o)$$

En estas expresiones el subíndice **o** representa propiedades del estado ambiente o muerto.

Identificamos los valores de las propiedades para cada caso propuesto y calculamos:

- 1. Vapor de agua** a 245 bar, 550°C, 145 m/s (entrada a la turbina de alta de una central térmica).

$$u_o = 83.118 \text{ kJ/kg}; h_o = 83.220 \text{ kJ/kg}; s_o = 0.2939 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}; v_o = 1.002 \text{ E-}3 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$u = 3021.21 \text{ kJ/kg}; h = 3340.59 \text{ kJ/kg}; s = 6.19073 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}; v = 0.013036 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Así

$$\begin{aligned} a &= u - u_o - T_o \cdot (s - s_o) + P_o \cdot (v - v_o) = \\ &= 3021.21 - 83.118 - 295.15 \cdot (6.19073 - 0.2939) + 100 \cdot 1.01 \cdot (0.013036 - 0.001002) = \\ &= \mathbf{1198.86 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$

a) Conviene destacar el factor 100 que transforma la unidad (bar\*m<sup>3</sup>/kg) en (kJ/kg). En cuanto a la exergía de flujo:

$$\begin{aligned} a_f &= (h + c^2/2 + gz) - h_o - T_o \cdot (s - s_o) = \\ &= 1516.94 \text{ kJ/kg} + (145^2/2) (\text{m}^2/\text{s}^2) \cdot (\text{kJ/kg} \cdot 1000) = \mathbf{1527.45 \text{ kJ/kg}} \end{aligned}$$

b) Del cálculo anterior: TermoGraf calcula los valores termodinámicos de modo que la exergía de flujo consecuencia de la energía cinética y/o potencial del sistema considerado debe ser añadida. Esto puede hacerse utilizando el editor de variables **Y=**. Conviene también destacar que salvo en contados equipos (condiciones de entrada o salida en toberas, difusores, y a veces en turbinas y compresores) la energía cinética supone un aporte insignificante que puede ser ignorado. En este caso, con una velocidad de 145 m/s el peso es inferior al 1%.

c) Obsérvese que en el análisis de los respectivos balances, la exergía y la exergía de flujo juegan un papel paralelo a la energía interna y entalpía respectivamente.

- 2. Amoniaco** como vapor saturado a - 27°C, 2.5 m/s, (entrada al compresor de un sistema de refrigeración).

$$\begin{aligned} u_o &= 1377.65 \text{ kJ/kg}; h_o = 1520.18 \text{ kJ/kg}; s_o = 6.29166 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}; v_o = 1.41113 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u &= 1291.91 \text{ kJ/kg}; h = 1408.1 \text{ kJ/kg}; s = 5.72646 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}; v = 0.84194 \text{ m}^3/\text{kg} \end{aligned}$$

Así, teniendo en cuenta lo señalado en a) más arriba:

$$a = u - u_o - T_o \cdot (s - s_o) + P_o \cdot (v - v_o) = \mathbf{23.589 \text{ kJ/kg}}$$

En cuanto a la exergía de flujo:

$$a_f = (h + c^2/2 + gz) - h_o - T_o \cdot (s - s_o) = \\ = 54.74 \text{ kJ/kg} + (2.5^2/2) (\text{m}^2/\text{s}^2) \cdot (\text{kJ/kg} \cdot 1000) = \mathbf{54.743 \text{ kJ/kg}}$$

que confirma lo señalado en b) sobre el peso relativo de la energía cinética.

3. Aire como gas ideal a 2.8 MPa, 625°C y 140 m/s (componente del aire de entrada a un combustor de una turbina de gas).

$$u_o = 210.596 \text{ kJ/kg}; h_o = 295.321 \text{ kJ/kg}; s_o = 1.6828 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}; v_o = 0.8389 \text{ m}^3/\text{kg} \\ u = 673.1 \text{ kJ/kg}; h = 930.921 \text{ kJ/kg}; s = 1.8898 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}; v = 0.09208 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Así, teniendo en cuenta lo señalado en a) más arriba:

$$a = u - u_o - T_o \cdot (s - s_o) + P_o \cdot (v - v_o) = 375.979 \text{ kJ/kg}$$

En cuanto a la exergía de flujo:

$$a_f = (h + c^2/2 + gz) - h_o - T_o \cdot (s - s_o) = \\ = 574.5 \text{ kJ/kg} + (140^2/2) (\text{m}^2/\text{s}^2) \cdot (\text{kJ/kg} \cdot 1000) = 584.3 \text{ kJ/kg}$$

que confirma lo señalado en b) sobre el peso relativo de la energía cinética, en este caso inferior al 2%.

### Comentarios:

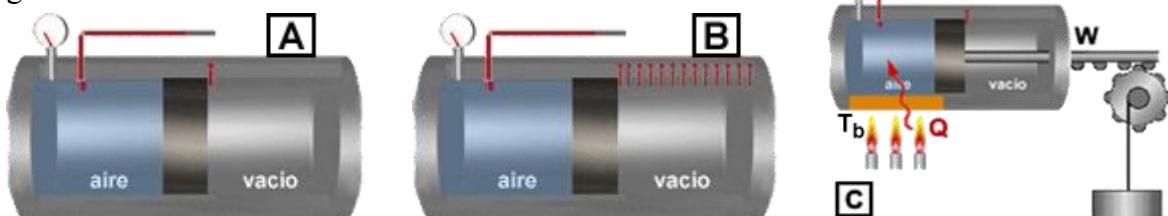
Revisa por qué decimos de la exergía de un sistema que es una magnitud definida positiva y por qué la exergía de flujo puede ser negativa. ¿Qué sentido tienen estos valores negativos?

## Pb. 5.12.- Expansión totalmente irreversible (contra vacío)



Un recipiente de paredes rígidas y adiabáticas está dividido interiormente por un tabique enclavado que define dos compartimentos iguales, uno lleno de un kg de aire a 500 K y 5 bar y el otro vacío. Se quita la fijación del tabique de modo que el gas lo desplaza bruscamente a un extremo mientras se expande llenando los dos compartimentos homogéneamente (caso A).

Analizar los tres casos propuestos A, B y C en cuanto a las condiciones termodinámicas del estado final, a la realización o no de trabajo en la expansión y a las características de la disipación cuando exista. Finalmente, determinar la generación de entropía a causa de la irreversibilidad del proceso y el valor de la exergía destruida en cada uno de los siguientes casos:



1. Caso A: La expansión se realiza de forma brusca e inmediata.

2. Caso B: La expansión se realiza de modo cuasiestático mediante una serie de topes que se van retirando sucesivamente tras alcanzar los estados intermedios de equilibrio.

3. Caso C: Se conecta el émbolo a una polea (figura C) y se retira parte del aislamiento de modo que se transmite un flujo de calor al gas que se expande lentamente en un proceso reversible a temperatura constante.

Valores del estado ambiente:  $T_o = 25^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$

### Resolución

**Sistema a estudio:** El kg de aire que inicialmente está en el recinto de la izda.

**Sustancia y Modelo:** Aire con el modelo de Gas ideal.

**Configuración:** Diagrama Pv (o Ts); SI; MC.

**Condiciones:** No hay efectos gravitatorios ni cinéticos. El émbolo se desplaza sin fricción. El ambiente tiene  $T_o = 25^\circ\text{C}$  y  $P_o = 1.01$  bar.

### Análisis:

El experimento de Joule muestra que la expansión contra vacío se hace sin realización de trabajo (no existe P resistente<sup>1</sup> contra la que trabajar en la expansión) ni modificación de T cuando el sistema está convenientemente aislado y no se producen intercambios de calor con el entorno<sup>2</sup>. Con estas condiciones la P final será  $P_1/2$  ya que el volumen se ha duplicado. Así para el caso A tendremos:

#### 1. Caso A:

Como T es cte. también lo será la energía interna y la entalpía (modelo de gas ideal). En cuanto al cambio que experimenta la entropía será  $s_2 - s_1$  que, con el balance de entropía permite calcular la entropía generada en el proceso:

$$\Delta S_{1-2} = \int \delta Q/T + S_{gi}$$

y trabajando con valores específicos:

$$\Delta S_{1-2} = \int \delta q/T + s_{gi} \Rightarrow$$

$$s_2 - s_1 = 0 + s_{gi} \Rightarrow$$

$$s_{gi} = 1.9564 - 1.7575 = 0.1989 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K} \quad [1]$$

En cuanto a la exergía, de la definición de exergía de un sistema:

$$\begin{aligned} \Delta A_{1-2} &= m \cdot (a_2 - a_1) = m \cdot (u_2 - u_1 - T_o \cdot (s_2 - s_1) + P_o \cdot (v_2 - v_1)) = 1(\text{kg}) \cdot (40.476 - 70.713) \\ (\text{kJ/kg}) &= - \qquad \qquad \qquad 30.237 \qquad \qquad \qquad \text{kJ.} \\ [2] \end{aligned}$$

Esta disminución del contenido exergético del sistema no se ha utilizado para producir un trabajo por lo que es exergía destruida. Podemos comprobarlo con el balance de exergía para un sistema cerrado (de MC) en el que no hay flujo másico a través de la frontera:

$$\Delta a_{1-2} = a_q - w - a_d = 0 - 0 - a_d \Rightarrow a_d = - \Delta a_{1-2} = 30.237 \text{ kJ/kg} \quad [3]$$

Esta exergía se destruye en la turbulencia originada en la expansión.

### Comentarios al caso A:

Ya que hemos calculado la entropía generada, la exergía destruida la podremos calcular también a partir de la expresión de Guy-Stodola:

$$a_d = T_o \cdot s_{gi} = 298.15 \text{ (K)} \cdot 0.1989 \text{ (kJ/kg}\cdot\text{K)} = 59.302 \text{ kJ/kg} \quad [4]$$

Vemos que este valor ¡sorprendentemente! no coincide con el anterior.

Para buscar la posible fuente de discordancia y una vez descartados errores en el cálculo de  $a_d$  en las expresiones [3] ó [4] utilizadas, consideraremos las siguientes posibilidades:

<sup>1</sup> Recuérdese que el trabajo que se transfiere al exterior en una expansión es el que corresponde a la P resistente que ejerce el exterior. Si ésta es inferior a la del gas aparecerá un trabajo disipativo vinculado a la causa que genera la diferencia de presiones.

<sup>2</sup> Joule dedujo en 1843, apoyado en los resultados de este experimento que la energía interna del gas ideal era exclusivamente función de la T, única variable de estado que había permanecido constante mientras que P y v habían cambiado (Moran, Shapiro, Fundamentos de Ingeniería Técnica, Ed. Reverté, 2<sup>a</sup> edición, p. 120). Una descripción del experimento puede verse en

<http://www.textoscientificos.com/fisica/termodinamica/experimento-joule>

- i) La entropía generada es menor que la calculada ¿falta algún término en [1], el proceso es aun más irreversible que la irreversibilidad total considerada?
- ii) Quizá no hemos considerado toda la exergía existente en el estado 1 ¿falta algún término en [2]?

Dejamos al lector meditar sobre las opciones y para ayudar le damos dos pistas, una de ellas gráfica:

“Hay más cosas en el universo de las que podemos ver”

... y una pista definitiva: la solución en el documento Pb 05.12 y un poco más abajo (nota 2).

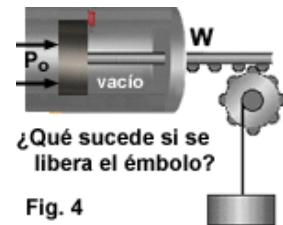


Fig. 4

## 2. Caso B:

La diferencia entre este caso y el anterior es solo formal pues todos los cálculos del **caso A** se pueden reproducir aquí.

La diferencia estriba en que en el proceso anterior la trayectoria es desconocida y no podemos calcular un  $w_x$  aunque sabemos que el  $w$  que atraviesa la frontera es cero pues no hay  $P$  resistente.

Por el contrario: en el **caso B** podemos considerar el proceso isotermo cuasiestático en el que cada estado intermedio tiene una presión resistente que es la que ejerce cada enclavamiento una vez se libera el anterior. Como no hay flujo de trabajo al exterior es evidente que aquí, como en el caso A habrá un trabajo disipativo que reconvierte el posible  $w$  en nuevas condiciones de  $P$  y  $T$ .

## 3. Caso C:

En el proceso reversible hay un flujo de trabajo, exclusivamente el reversible  $w_x$ , equivalente al flujo de calor que hay que aportar para mantener la  $T$  del proceso.

Como el proceso es internamente reversible, la entropía generada es cero y

$$\Delta s_{1-2} = \int \delta q/T + s_{gi} \Rightarrow s_2 - s_1 = q / T_{bm} + 0 = 99.4866 / 500 = 0.1990 \text{ kJ/kg}$$

ya que, en este caso la  $T$  de la frontera es constante e igual a 500 K. El valor calculado coincide, salvo el signo, con el cambio de entropía del entorno que cede el calor a 500 K por lo que no hay irreversibilidad externa<sup>1</sup>.

En cuanto a la exergía: Si el proceso es reversible internamente no hay entropía generada por irreversibilidades internas:  $a_d = 0$ . Comprobémoslo, teniendo en cuenta que el cambio de exergía en el sistema será el contenido exergético final menos el inicial:  $a_f - a_i$ . Y teniendo en cuenta que inicialmente en el sistema total tenemos dos cámaras<sup>2</sup>, escribiremos:

$$\begin{aligned} \Delta a_{1-2} &= a_2 \text{ aire} - (a_1 \text{ aire} + a_1 \text{ vacío}) = (a_2 \text{ aire} - a_1 \text{ aire}) - a_1 \text{ vacío} \\ &= u_2 - u_1 - T_o \cdot (s_2 - s_1) + P_o \cdot (v_2 - v_1) - P_o \cdot v_1 = 0 - T_o \cdot (s_2 - s_1) + P_o \cdot (v_2 - 2 \cdot v_1) \\ &= 0 - T_o \cdot (s_2 - s_1) + 0 \end{aligned} \quad [5]$$

ya que  $v_2 = 2v_1$



<sup>1</sup> En los casos anteriores tampoco había irreversibilidad externa ¿por qué?

<sup>2</sup> Aunque una esté vacía no podemos decir que tenga exergía nula. Recordemos que la exergía de un sistema es la capacidad que el sistema tiene de producir trabajo en función de sus desequilibrios con el ambiente. Evidentemente estos desequilibrios, ignorando la componente química, son mecánicos (por diferencia de presión) y térmicos (por diferencia de temperatura). Y del mismo modo que un sistema con  $T < T_o$  contiene exergía, un sistema con  $P < P_o$  tiene exergía (véase la fig. 4). En efecto, el trabajo que puede hacer el émbolo de dicha figura al quitar la retención como consecuencia de la presión  $P_o$  es  $P_o \cdot v_{vacío}$  luego ésta es la exergía que tiene un volumen vacío. Una demostración más formal se tiene aplicando la definición de  $a$ .

Pero del balance de exergía aplicado al todo el sistema, teniendo en cuenta los flujos de exergía del citado balance, escribiremos:

$$\Delta a_{f-i} = a_q - w - a_d \quad \text{donde se cumple:}$$

$$a_q = q \cdot (1 - T_o/T_b); \quad w = q; \quad q/T_b = s_2 - s_1$$

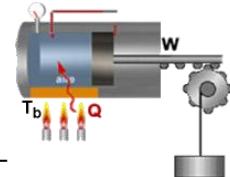
Llevando todo ello a la expresión del balance:

$$\Delta a_{f-i} = -T_o \cdot (s_2 - s_1) - a_d \quad [6]$$

por lo que, de [5] y [6] se deduce que  $a_d$  es cero, como ya sabíamos pues en el proceso no ha habido irreversibilidad ni interna ni externa.

### Comentarios

Como uno de esos juegos matemáticos basados en aparentes paradojas dejamos al lector inquieto decidir qué ha pasado en este caso C con la exergía del depósito vacío puesto que se diría que las cosas son equivalentes a la situación de proceso totalmente reversible que aparece en la figura adjunta ya que el depósito vacío no hace ninguna resistencia adicional por lo que podremos quitarlo sin más efecto.



¿Sin más efecto? ¿Son realmente equivalentes?

### Pb. 5.13.- Irreversibilidad en una fuga de gas



Un depósito rígido y adiabático de  $3 \text{ m}^3$ , contiene aire a una presión de 8 bar y una temperatura de 660 K. Se produce una fuga microscópica y el aire se escapa lentamente hasta que la presión en el depósito desciende hasta los 2.5 bar, momento en que se corrige la fuga. Posteriormente se comprime adiabáticamente aire ambiente hasta recuperar los 8 bar. Con el modelo de gas ideal, y para el estado de mínima presión, determina



1. La masa de aire que ha abandonado el depósito,
2. La temperatura en este estado.
3. El mínimo trabajo necesario para conseguir reponer la situación inicial.
4. La exergía destruida en el proceso de fuga.
5. El incremento de  $S_U$  en dicho proceso de vaciado.

El ambiente tiene  $T_o = 25^\circ\text{C}$ ,  $P_o = 1.01 \text{ bar}$ .

### Resolución

**Sistema a estudio:** El aire que permanece en el depósito, y para las cuestiones 3 a 5 el aire en el VC ampliado con el compresor.

**Sustancia y Modelo:** Aire como gas ideal.

**Configuración:** Diagrama Ts; SI; MC o VC.

**Condiciones:** Proceso adiabático y cuasiestático sin fricción. No intervienen efectos gravitatorios ni cinéticos. La compresión es también isoentrópica.

### Análisis:

El aire que se expande en el depósito mientras “expulsa” al que escapa por la fuga realiza un proceso cuasiestático y sin rozamiento, es decir un proceso reversible internamente. Este proceso es además adiabático y, por tanto,  $s = \text{cte}$  (proceso isoentrópico).

Representado en Termograf podremos evaluar el balance. Para ello conocemos el estado inicial, 1, la presión del final, 2, y el proceso.

**1.** Determinadas las propiedades necesarias, para calcular la masa  $m$  que ha escapado deberemos conocer la masa inicial en 1 y la final en 2. Para ello calcularemos el cociente entre una propiedad extensiva y la correspondiente específica:

$$m_1 = V_{\text{total}}/v_1 = 3 \text{ m}^3 / 0.2368 \text{ kg/m}^3 = 12.668 \text{ kg}$$

$$m_2 = V_{\text{total}}/v_2 = 3 \text{ m}^3 / 0.55032 \text{ kg/m}^3 = 5.451 \text{ kg}; \text{ y para la masa fugada:}$$

$$m_e = m_1 - m_2 = \mathbf{7.217 \text{ kg}}$$

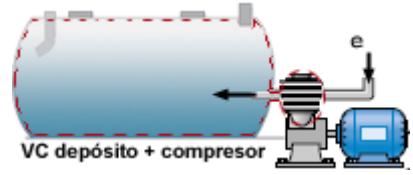
**2.** Para la  $T_2$ , una vez dibujado el proceso podemos tomarla de Termograf:

$$T_2 = \mathbf{479.28 \text{ K}}$$

**3.** Para calcular el trabajo mínimo del proceso de recuperación de la masa fugada podemos utilizar el balance de exergía imponiendo que no haya entropía generada en el proceso de compresión, ya que ésta es la condición de trabajo mínimo:

$$\Delta A_{vc} = m_e \cdot (h_0 - T_0 \cdot s_0) - 0 + A_Q - W - A_d$$

El primer sumando es el aporte al VC de la exergía de flujo,  $a_{fe} = a_{fo}$ , correspondiente a la masa  $m_e$  que ha entrado. Se calcula para el estado ambiente ya que es el estado en la entrada.



El segundo, que correspondería a la masa que haya salido en este proceso de recarga, es 0 ya que sólo hay masa que entra.

El tercero,  $A_Q$ , es la exergía del flujo de calor atravesando la frontera del VC que es cero pues la frontera es adiabática.

El siguiente,  $W$ , es el trabajo del compresor que queremos minimizar.

El último,  $A_d$ , es la exergía destruida que será nula si queremos calcular el trabajo mínimo de compresión ya que este trabajo mínimo corresponde al proceso de compresión reversible internamente y como es adiabático es totalmente reversible.

Con la numeración anterior aunque el proceso se realiza en sentido inverso: 1 para el estado lleno y 2 para el estado final de la fuga, tendremos:

$$\Delta A_{vc} = A_1 - A_2 = m_e \cdot (h_0 - T_0 \cdot s_0) - W_{\min}; \text{ y por tanto, siendo } m_e \text{ la masa que ha entrado y con la numeración dada:}$$

$$\begin{aligned} W_{\min} &= m_2 \cdot a_2 - m_1 \cdot a_1 + (m_1 - m_2) \cdot (h_0 - T_0 \cdot s_0) \\ &= 5.451 \text{ (kg)} \cdot 35.7853 \text{ (kJ/kg)} - 12.668 \text{ (kg)} \cdot 141.03 \text{ (kJ/kg)} + \\ &\quad + 7.217 \text{ (kg)} \cdot (298.333 - 298.15 \cdot 1.6930) \text{ (kJ/kg)} \\ &= \mathbf{-3081.12 \text{ kJ}} \end{aligned}$$

**4.** Calcular ahora la exergía destruida en la fuga es fácil apoyándonos en el proceso de llenado: el máximo trabajo que podíamos haber aprovechado es precisamente igual al que hemos gastado en la compresión. Luego

$$A_d = \mathbf{3081.12 \text{ kJ}}$$

**5.** Para el incremento de entropía del universo bastará determinar la entropía generada. Como sabemos que  $A_d = T_0 \cdot S_g$  tendremos:

$$S(g) = 3081.12 / 298.15 = 10.334 \text{ kJ/K}$$

Luego

$$\Delta S_U = 10.334 \text{ kJ/K}$$

### Comentarios:

En este problema de llenado las propiedades de proceso que proporciona **TermoGraf** no son correctas pues ni la masa ni otras propiedades son constantes en el VC. Sin embargo puedes comprobar que **TermoGraf** constituye un ayuda clave para el cálculo de propiedades de estado con las que resolver tu análisis y ése es el uso básico que debes conseguir. Para un empleo más completo el desarrollo de distintos casos te irá permitiendo dominar sus recursos sin apenas esfuerzo.

### Pb. 5.14.- Irreversibilidad externa



Un flujo de calor se transfiere desde un depósito mal aislado al ambiente. La cantidad total de calor cedido en una hora es de 6400 kJ, siendo la temperatura de la pared 1000 K. Calcula

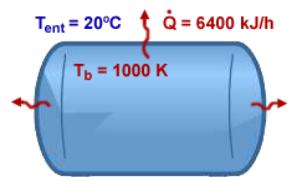
1. La entropía generada en el proceso de transferencia, en kJ/K, y
2. La exergía destruida, en kJ, si la temperatura en el ambiente es de 20 °C.

¿Podrías definir un mecanismo idealizado que permitiera aprovechar el flujo de calor de modo que se redujera o anulara la irreversibilidad del proceso de transferencia?

### Resolución

**Sistema a estudio:** La masa existente en el depósito.

**Sustancia y Modelo:** No es necesario un modelo salvo para el mecanismo idealizado como veremos: modelo de gas ideal.



**Configuración:** Para dicho mecanismo: Diagrama Ts; SI; VC.

**Condiciones:** La primera parte del ejercicio no necesita sino de cálculos muy simples que no precisan ni de tablas ni de **TermoGraf**.

### Análisis:

Trabajaremos con unidades de potencia por los datos suministrados:

Energía perdida en una hora: (6400/3600) kWh

que equivale a una potencia media en ese tiempo de 1.778 kW.

1. La entropía generada durante esa hora lo será en la irreversibilidad externa debida a la pérdida de calor por la frontera a un entorno a  $T_{ent}$  distinta que la de la frontera,  $T_b$ .

El cálculo de la entropía generada en la irreversibilidad externa es igual a la suma de las entropías de flujo de calor correspondientes a la pérdida por el depósito y a la correspondiente ganancia por el entorno. Es decir:

$$S_{ge} = S_{Qdep} + S_{Qent} = -Q/T_b + Q/T_{ent} = 6400 \cdot (-1/1000 + 1/293.15) = 15.432 \text{ kJ/K}$$

2. En cuanto a la exergía destruida,  $A_d$ , bastará aplicar la expresión de Guy-Stodola:

$$A_d = T_o \cdot S_{ge} = 293.15 \cdot 15.432 = 4523.84 \text{ kJ}$$

valor que es próximo a la cesión de calor al ambiente lo que indica que la “calidad” de este flujo de calor es elevada como se podía esperar de la alta temperatura de la frontera.

3. Un modo teórico de aprovechar la exergía de un flujo de calor es hacer este reversible. Piénsese en el símil de un salto de agua entre dos alturas (equivalentes a las temperaturas en el caso que nos contempla). Si colocamos una turbina que aproveche la energía del salto habremos evitado su pérdida de caer libremente. Pensando en términos de reversibilidad, podremos emplear la energía eléctrica producida en la turbina para bombear el

agua arriba de nuevo supuesto que no hay pérdidas por fricción ni en turbina ni en bomba (equipos ideales).

En nuestro caso podremos evitar la destrucción de exergía si el flujo de calor hacemos que sea el flujo de calor del foco caliente de la mejor máquina térmica: el ciclo de Carnot. Esta máquina cederá calor al foco frío y producirá trabajo que será equivalente a la exergía que sería destruida sin el motor.

Basta comprobar con el rendimiento de Carnot para el ciclo ideal entre foco caliente a 1000 K y foco frío a 293.15 K el trabajo producido:

$$W \text{ (en kJ)} = Q \text{ (en kJ)} \cdot \eta = 6400 \text{ kJ} \cdot (1 - (293.15/1000)) = 4523.84 \text{ kJ}$$

valor que coincide con la  $A_d$  y que muestra que incorporar un motor de Carnot transforma la transferencia totalmente irreversible de calor al ambiente en un proceso reversible.

### Comentarios:

El mejor sistema de rentabilizar este flujo de calor es corrigiendo la pérdida de exergía lo que conseguiremos con un buen aislamiento: de un lado la  $T_b$  se reducirá notablemente con lo que la entropía generada y la exergía destruida serán mucho menores<sup>1</sup>.

## Pb. 5.15.- Destrucción de exergía en una tubería

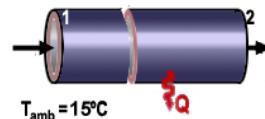


El vapor de agua, en la conducción mal aislada que une la caldera con la turbina en una central térmica, tiene al principio una presión de 160 bar y una temperatura de 540°C, y al final una presión de 155 bar y una temperatura de 530 °C. Considera las siguientes hipótesis:

- a) La T media de la frontera,  $T_{bm}$ , coincide aproximadamente con la media aritmética.
- b) El flujo de calor cedido es el mismo que hubiera existido en la tubería sin rozamiento.

Y calcula por kg de vapor circulando:

5. La  $T_{bm}$  del proceso, en K.
6. El flujo de calor y el trabajo de rozamiento en kJ/kg.
7. La entropía generada en la irreversibilidad interna y en la externa, en kJ/kg·K.
8. La variación de exergía de flujo,  $\Delta a_f$ , de la masa circulando entre 1 y 2 y la destrucción de exergía que origina el rozamiento, todo ello en kJ/kg.



Las condiciones del ambiente son 1 bar de presión y 15 °C de temperatura.

### Resolución

**Sistema a estudio:** El contenido de la tubería que une la caldera con la turbina.

**Sustancia y Modelo:** El vapor de agua como sustancia real.

**Configuración:** Diagrama Ts; SI; VC.

**Condiciones:** Además de las hipótesis planteadas en el enunciado se consideran nulos los efectos de gravitacionales y cinéticos.

### Análisis:

1. De acuerdo con la hipótesis a) el valor de la temperatura media es

$$T_{bm} = (535 + 273.15) = \mathbf{808.15 \text{ K}}$$

---

<sup>1</sup> Aislando de modo que  $T_b$  sea una temperatura razonable, por ej. 310 K, los valores de  $S_g$  y  $A_d$  son respectivamente 1.187 kJ/K y 347.87 kJ.

**2.** Del proceso isóbaro 3-4, con la misma entrada en 1 y salida sin pérdida de presión ya que no hay disipación obtenemos, del balance de energía en el VC, el valor de  $q$  (kJ/kg) perdido por la tubería:

$$\Delta u_{vc} = h_1 - h_2 + q_{vc} - w_{vc} = - 28.1808 + q_{vc} - 0$$

pues  $w_{vc} = w_t + w_{dis} = 0$  ya que:  $w_{dis}$  es nulo en un proceso sin efectos disipativos y  $w_t$  es nulo en un proceso isóbaro (¿por qué?). Despejando:

$$q_{vc} = -28.181 \text{ kJ/kg}.$$

Del balance de energía, para la tubería real, en el VC y por kg circulando:

$\Delta u_{vc} = h_1 - h_2 + q_{vc} - w_{vc}$ , y como  $w_{vc} = w_{roz}$  pues en la tubería no hay dispositivo que transfiera o reciba trabajo y el VC es estacionario:

$$0 = 22.256 - 28.181 - w_{roz}, \text{ y despejando}$$

$$w_{roz} = -5.925 \text{ kJ/kg}$$

**3.** El valor de  $s_{gi}$  lo obtenemos del balance de entropía en el VC:

$$\Delta s_{1-2} = s_1 - s_2 + s_Q + s_{gi} = -0.01448 + (-28.181/T_{bm}) + s_{gi} \text{ y despejando:}$$

$$s_{gi} = 0.01448 + 28.181/808.15 = 0.0494 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

Para  $s_{ge}$  calcularemos el balance con el entorno por la transferencia de calor a través de la frontera:

$$s_{ge} = q_{vc} / T_{bm} + q_{ent} / T_{amb} = -28.181 / 808.15 + 28.181 / 288.15 = 0.0629 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

pues  $q_{vc} = -q_{ent}$

**4.** La variación de la exergía de flujo, ya que no hay efectos gravitatorios ni cinéticos, es:

$$\Delta a_f (1-2) = h_1 - h_2 - T_o \cdot (s_1 - s_2) = -22.256 - 288.15 \cdot (-0.01448) = -18.0840 \text{ kJ/kg}$$

En cuanto a la destrucción de exergía por el rozamiento bastará aplicar Guy-Stodola a la entropía generada por la fricción,  $s_{gi}$ .

$$a_d = T_o \cdot s_{gi} = 288.15 \cdot 0.0494 = 14.2350 \text{ kJ/kg}$$

### Comentarios:

*¿Es apropiada la hipótesis a): La T media de la frontera,  $T_{bm}$ , coincide aproximadamente con la media aritmética?*

Recordemos que la expresión precisa es  $T_{bm} = q/((s_2 - s_1) - s_{gi})$  que presenta una dependencia cíclica pues  $s_{gi}$  es desconocida habitualmente. Esta situación podría resolverse a partir de una hipótesis razonable para  $T_{bm}$  iniciando un proceso de cálculo reiterado de  $s_{gi}$ , con él repetir el cálculo de  $T_{bm}$  haciendo la secuencia las veces necesarias para tener una convergencia satisfactoria (normalmente si la hipótesis de partida es buena bastarán un par de secuencias).

En nuestro caso basta con realizar la hipótesis a) ya que el cambio de temperatura en el proceso es pequeño. Que es una buena aproximación se comprueba con el cálculo de  $T_{bm}$  una vez calculada  $s_{gi}$ . Este cálculo da como valor  $T_{bm} = 807.02$  que da para  $s_{gi}$  el valor 0.0494 que coincide con el previo por lo que ya se ha conseguido la convergencia.

*¿Es apropiada la hipótesis b): El flujo de calor cedido es el mismo que hubiera existido en la tubería sin rozamiento?*

El flujo de calor es la consecuencia de la diferencia de temperaturas,  $T_b$  y  $T_{ent}$ , y de la conductividad de la pared. En principio cuanto menor sea el  $W_{roz}$  en relación con el flujo de calor, menos influencia tendrá el rozamiento en las temperaturas de la tubería y la hipótesis será apropiada. Como en el enunciado se da el valor de la T de salida esto condiciona ya la distribución de temperaturas e incorpora el efecto del rozamiento por lo que la hipótesis puede considerarse apropiada.

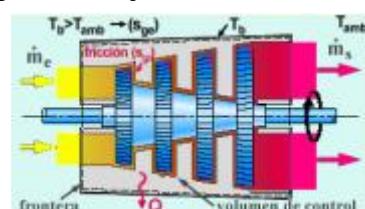
## Pb. 5.16.- Exergía de flujo, de flujo de Q y destruida



En una turbina de alta que opera en estado estacionario entra vapor a 150 bar y 500°C. El vapor sale de la turbina como vapor saturado a 180°C. Debido a un insuficiente aislamiento la turbina cede calor al ambiente a razón de 40 kJ por kg de vapor circulando. La temperatura superficial media equivalente de la turbina es 366 K. Para la turbina, determine, en kJ/kg de vapor:

1. El trabajo desarrollado.
2. La magnitud y dirección del flujo de exergía que acompaña al flujo de calor.
3. La exergía destruida.

Condiciones del ambiente: 1.01 bar de presión y 15 °C de temperatura.



### Resolución

**Sistema a estudio:** El vapor en la turbina<sup>1</sup>.

**Sustancia y Modelo:** El vapor de agua como sustancia pura.

**Configuración:** Diagrama Ts; SI; VC.

**Condiciones:** No hay efectos cinéticos ni gravitatorios.

### Análisis:

Es frecuente considerar que una turbina es adiabática. En este caso hay una pequeña pérdida de calor de modo que los balances tendrán que incorporar su efecto:

1. Del balance de energía:

$$\Delta u_{vc} = h_1 - h_2 + q_{vc} - w_{vc};$$

$$w_{vc} = 3307.63 - 2777.24 - 40 = 490.39 \text{ kJ/kg}$$

2. El flujo de exergía correspondiente al flujo de calor será:

$$a_q = q \cdot (1 - T_o/T_b) = -40 \cdot (1 - 288.15/366) = -8.5082 \text{ kJ/kg}$$

Como indica el signo, el flujo de exergía abandona el volumen de control como corresponde al flujo de calor.

3. Para la exergía destruida aplicaremos el balance de exergía al VC (estacionario):

$$\Delta a_{vc} = a_{f1} - a_{f2} + a_q - w_{vc} - a_d, \quad [1]$$

y despejando:

$$\begin{aligned} a_d &= (h_1 - h_2) - T_o \cdot (s_1 - s_2) + a_q - w_{vc} = \\ &= 3307.63 - 2777.24 - 288.15 \cdot (6.3435 - 6.5844) - 8.5082 - 490.39 = 100.91 \text{ kJ} \end{aligned}$$

o, directamente, con los valores de la exergía de flujo,  $a_f$ , tomados de **TermoGraf**:

$$a_d = 1481.38 - 881.572 - 8.5082 - 490.39 = 100.91 \text{ kJ}$$

Podríamos haber considerado que la exergía del flujo de calor es, muy probablemente, no utilizada por lo que podríamos considerarla como una parte de la exergía destruida: para ello bastará no explicitarla en [1] con lo que pasará a engrosar el valor de  $a_d$ .

Con esto sería:

---

<sup>1</sup> Analiza la aparente paradoja de que el sistema a analizar sea un sistema del que sabemos que no cambia pues es estacionario.

$$a_d = a_{f1} - a_{f2} - w_{vc} = 1481.38 - 881.572 - 490.39 = 109.42 \text{ kJ}$$

### Comentarios:

De manera generalizada el análisis de las turbinas (y compresores-bombas) adiabáticas irreversibles se hace relacionando la turbina real con la turbina ideal que no tuviera fricción. Se define un rendimiento isoentrópico que mide la "calidad" de la turbina real comparando el trabajo obtenido de ésta con el trabajo que hubiera proporcionado la turbina reversible con la misma entrada y salida a la presión de salida. Identificando esta salida como el estado 2s, las dos propiedades que permiten representarlo son: P2 y s2 = s1

El rendimiento isoentrópico será así:

$$\eta_s = w_{1-2} / w_{1-2s} = (h_1 - h_2) / (h_1 - h_{2s}) = (3307.63 - 2777.24) / (3307.63 - 2668.07) = 0.829$$

que suele ponerse como fracción porcentual: 82.9%.

Si hay una pérdida de calor, como en la turbina del enunciado, el trabajo obtenido de la misma es  $(h_1 - h_2) - q$  por lo que cabría redefinir el rendimiento isoentrópico con este nuevo valor.

En cuanto a la exergía destruida será la calculada antes o bien, utilizando la entropía generada en la irreversibilidad interna:

$$s_{gi} = s_2 - s_1 - q/T_{bm} = 6.5844 - 6.3435 - 40 / 366 = 0.3502 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

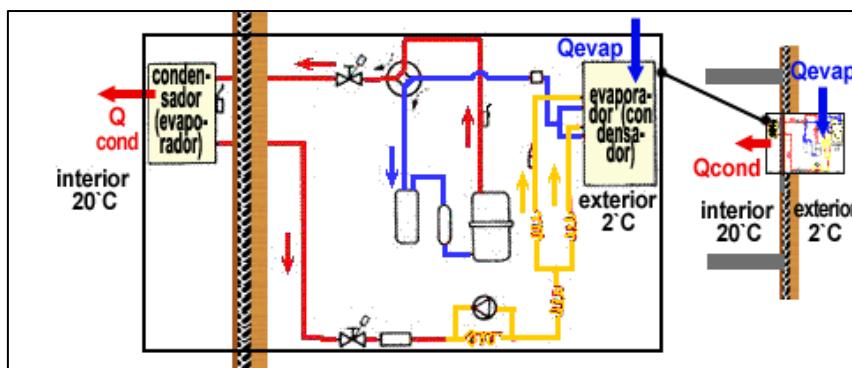
$$ad = T_0 \cdot s_{gi} = 288.15 \cdot 0.3502 = 100.9 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$$

valor que coincide con el calculado antes.

### Pb. 5.17.- Ciclo de bomba de calor



Una bomba de calor suministra aire caliente a una vivienda. La sustancia de trabajo es el Refrigerante 134a que, en estado estacionario, entra al compresor como vapor saturado a  $-8^\circ\text{C}$ . La salida del compresor y entrada al condensador es a  $70^\circ\text{C}$  y 12 bar. En el condensador el vapor condensa a líquido saturado a 12 bar. El siguiente proceso es la expansión irreversible del refrigerante a través de una válvula de estrangulación, que lleva a la presión del evaporador en donde el fluido alcanza la situación de vapor saturado a  $-8^\circ\text{C}$ .



En el condensador, el aire de retorno pasa de la vivienda al condensador a  $20^\circ\text{C}$  y 1 bar, saliendo a  $48^\circ\text{C}$  sin cambios apreciables en la presión. En el evaporador, la temperatura media equivalente del aire en contacto con el evaporador es  $10^\circ\text{C}$  más alta que la temperatura del evaporador.

Los procesos del condensador y el evaporador son internamente reversibles.

Usando el modelo de gas ideal para el aire y el de sustancia real para el refrigerante:

1. Dibuja el ciclo en un diagrama T-s
2. Calcula el rendimiento isoentrópico del compresor

3. Escribe la expresión de la variación de entropía del universo, como suma de la entropía generada en las irreversibilidades interiores y en las exteriores y señala el origen de las diferentes producciones de entropía,
4. Evalúa la generación de entropía señalada en 3), calculando cada uno de sus componentes en el condensador, el compresor, en  $\text{kJ/kg}\cdot\text{K}$ , la válvula de expansión y el evaporador,  $\text{kJ/K}$  y por kg de refrigerante y el incremento de la entropía del universo, en  $\text{kW/K}$  si la potencia de calefacción es de 10 kW.

## RESOLUCIÓN

**Sistema a estudio:** Los sucesivos volúmenes de control que caracterizan a cada equipo.

**Modelo de la sustancia:** Aire como gas ideal, R134a como sustancia real.

**Condiciones:** a) Compresor y válvula siguen procesos irreversibles y se consideran adiabáticos. b) El evaporador y el condensador son intercambiadores en los que el 2º flujo es el aire y sus procesos son internamente reversibles. c) En cada equipo el proceso es estacionario y no interviene otra energía que la térmica.

**Análisis:** 1. El ciclo en el diagrama T-s se muestra en la figura adjunta.

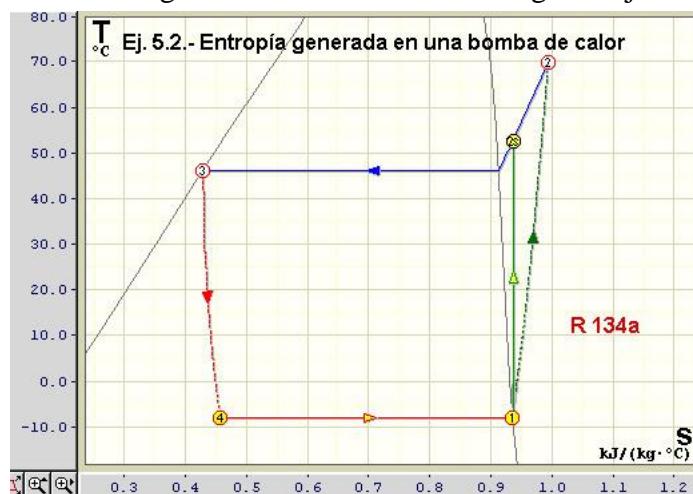


Fig. E 5.2 b.- Diagrama Ts del ciclo de bomba de calor

De tablas o **TermoGraf** tomamos los valores que se recogen en la tabla siguiente.

Sust.	Estado	P (bar)	T (°C)	h (kJ/kg)	s (kJ/kg·K)
R 134a	1	2.1695	-8.0	243.434	0.9272
R 134a	2s	12	52.59	278.502	0.9272
R 134a	2	12	70	297.982	0.9852
R 134a	3	12	46.28	116.528	0.4204
R 134a	4	2.1695	-8.0	116.528	0.4485
aire	a	1	293.15	293.314	1.6788
aire	b	1	321.15	321.433	1.7705
aire	c	1	275.15	275.249	1.6152

2. Para el rendimiento isoentrópico del compresor, proceso 12, llevamos los valores correspondientes a su expresión:

$$\eta_{\text{comp}} = (h_1 - h_{2s}) / (h_1 - h_2) = (243.43 - 278.50) / (243.43 - 297.98) = \mathbf{0.643 \text{ ó } 64.3 \%}$$

**3.** La variación de entropía del universo es:

$$\Delta S_{\text{univ}} = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{entorno}} = S_{\text{gii}} + S_{\text{gie}}$$

De acuerdo con la condición **b**, las irreversibilidades interiores se dan en la válvula de estrangulación y en el compresor.

En cuanto a las irreversibilidades exteriores: En el evaporador y el condensador los procesos se consideran internamente reversibles pero las transferencias de calor con su entorno se realizan con **salto de temperatura** lo que da lugar a irreversibilidades exteriores. En ellas, el incremento de entropía del universo se calcula como suma de los cambios de entropía en sistema y entorno debidos al flujo de calor intercambiado.

**4. Irreversibilidades interiores:** En válvula de estrangulación y en compresor. Calculamos la entropía generada mediante el adecuado balance en el equipo correspondiente (condiciones **a** y **c**):

**Compresor:**  $s_g = (s_2 - s_1) = (0.9852 - 0.9272) = \mathbf{0.0581 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}}$

**Válvula estr.:**  $s_g = (s_4 - s_3) = (0.4485 - 0.4204) = \mathbf{0.0281 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}}$

**Irreversibilidades exteriores:** En el evaporador y el condensador. En ellas, el incremento de entropía del universo se calcula como suma de cambios de entropía en sistema y entorno.

**Por tanto:**

**Equipo: Condensador-entorno:**

$$s_Q \text{ cond} = (s_3 - s_2)_{\text{cond}} = (0.4204 - 0.9852) = \mathbf{-0.5648 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}}$$

$$s_Q \text{ (aire entorno)} = (s_2 - s_1)_{\text{aire}} = (1.7705 - 1.6788) = \mathbf{+0.0917 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}}$$

Debemos tener en cuenta que la relación de flujos máscicos refrigerante/aire no es 1:1. Deberemos calcular cuántos kg de aire circulan por cada kg de refrigerante. Para ello recurriremos al balance de energía ya que la energía cedida por el condensador debe igualar a la ganada por el aire:

$$m_{\text{refrig}} \cdot (h_2 - h_3)_{\text{cond}} + m_{\text{aire}} \cdot (h_1 - h_2)_{\text{aire}} = 0$$

y despejando ( $m_{\text{aire}} / m_{\text{refrig}}$ ):

$$(m_{\text{aire}} / m_{\text{refrig}}) = (h_2 - h_3)_{\text{cond}} / (h_2 - h_1)_{\text{aire}} = (297.98 - 116.53) / (321.43 - 293.31) = \mathbf{6.46 \text{ kg}_{\text{aire}} \text{ por kg de refrigerante.}}$$



Con esto, **por kg de refrigerante:**

$$S_g \text{ en i.e.} = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{entorno}} = (s_3 - s_2)_{\text{cond}} + 6,46 \cdot (s_2 - s_1)_{\text{aire}} = -0,5648 + 6,46 \cdot 0,0917 \\ = 0,0276 \text{ kJ/kg}_{\text{refr}} \cdot \text{K}$$

**Equipo: Evaporador-entorno:**

$$S_Q \text{ evap} = (s_1 - s_4)_{\text{evap}} = (0,9272 - 0,4204) = 0,4786 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}$$

$$S_Q \text{ (aire entorno)} = - Q_{\text{evap}} / T_{\text{media}} = - Q_{\text{evap}} / 275,15 \text{ K por kg de refrigerante.}$$

ya que el calor que cede el aire es, en valor absoluto, igual al que recibe el evaporador y con signo negativo pues es calor cedido.

Pero  $Q_{\text{evap}} = (h_1 - h_4)_{\text{refr}} = 243,43 - 116,53 = 126,91 \text{ kJ/kg refrigerante.}$

Luego, **por kg de refrigerante**, en el evaporador la entropía generada valdrá:

$$S_g \text{ en i.e.} = \Delta S_{\text{sist}} + \Delta S_{\text{entorno}} = (s_4 - s_1)_{\text{evap}} - Q_{\text{evap}} / 275,15 \text{ K} \\ = 0,4786 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K} - 126,91 / 275,15 = 0,0174 \text{ kJ/kg}_{\text{refr}} \cdot \text{K}$$

Para calcular el flujo de generación de entropía, en total, necesitamos saber el flujo máscio de refrigerante:  $m \text{ kg/s} = 10 \text{ kW} / Q_{\text{evap}} = 10 \text{ kW} / 126,91 \text{ kJ/kg} = 0,0788 \text{ kg/s}$ , luego, en términos de potencia, la entropía del universo crece según:

$$\Delta S_{\text{univ}} = S_g \text{ en i.i.} + S_g \text{ en i.e.} \\ = 0,0788 \cdot (0,0581 + 0,0281 + 0,0276 + 0,0174) = 0,010 \text{ kW/K}$$

**Consideraciones:** Puede verse que en cada equipo, sea el tipo de irreversibilidad que sea, la entropía generada es del mismo orden, aunque el proceso “más” irreversible es el del compresor como era de esperar por su bajo índice polítrópico.